

2024 年河南省普通高中招生考试试卷

数学

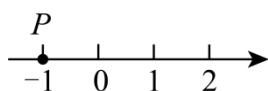
注意事项：

1. 本试卷共 6 页，三个大题，满分 120 分，考试时间 100 分钟。

2. 本试卷上不要答题，请按答题卡上注意事项的要求，直接把答案填写在答题卡上。答在试卷上的答案无效。

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分. 下列各小题均有四个选项，其中只有一个是正确的）

1. 如图，数轴上点 P 表示的数是（ ）



- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了数轴，掌握数轴的定义是解题的关键。

根据数轴的定义和特点可知，点 P 表示的数为 -1 ，从而求解。

【详解】解：根据题意可知点 P 表示的数为 -1 ，

故选：A.

2. 据统计，2023 年我国人工智能核心产业规模达 5784 亿元，数据“5784 亿”用科学记数法表示为（ ）

- A. 5784×10^8 B. 5.784×10^{10} C. 5.784×10^{11} D. 0.5784×10^{12}

【答案】C

【解析】

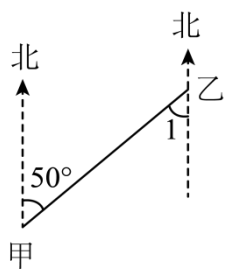
【分析】本题考查了用科学记数法表示绝对值较大的数，一般形式为 $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，确定 a 和 n 的值是解题的关键。

用科学记数法表示绝对值较大的数时，一般形式为 $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，且 n 比原来的整数位数少 1，据此判断即可。

【详解】解：5784 亿 $= 578400000000 = 5.784 \times 10^{11}$ 。

故选：C.

3. 如图，乙地在甲地的北偏东 50° 方向上，则 $\angle 1$ 的度数为（ ）



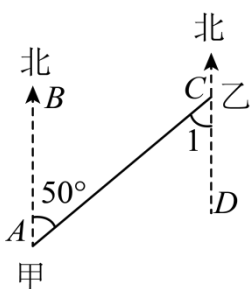
- A. 60° B. 50° C. 40° D. 30°

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题主要考查了方向角，平行线的性质，利用平行线的性质直接可得答案.

【详解】 解：如图，

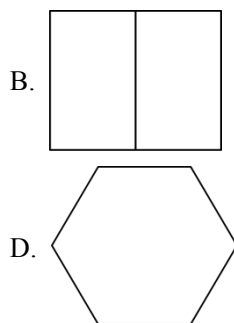
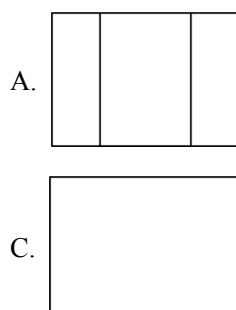


由题意得， $\angle BAC = 50^\circ$ ， $AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle 1 = \angle BAC = 50^\circ$ ，

故选： B.

4. 信阳毛尖是中国十大名茶之一．如图是信阳毛尖茶叶的包装盒，它的主视图为（ ）



【答案】 A

【解析】

【分析】本题主要考查简单几何体的三视图，根据主视图的定义求解即可．从正面看，在后面的部分会被遮挡，看见的为矩形，注意有两条侧棱出现在正面．

【详解】解：主视图从前往后看（即从正面看）时，能看得见的棱，则主视图中对应为实线，且图形为矩形，左右两边各有一个小矩形；

故选 A.

5. 下列不等式中，与 $-x > 1$ 组成的不等式组无解的是（ ）

- A. $x > 2$ B. $x < 0$ C. $x < -2$ D. $x > -3$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查的是解一元一次不等式组，熟知“同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小找不到”的原则是解题的关键．根据此原则对选项一一进行判断即可．

【详解】根据题意 $-x > 1$ ，可得 $x < -1$ ，

A、此不等式组无解，符合题意；

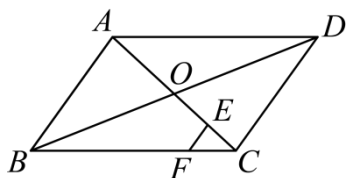
B、此不等式组解集为 $x < -1$ ，不符合题意；

C、此不等式组解集为 $x < -2$ ，不符合题意；

D、此不等式组解集为 $-3 < x < -1$ ，不符合题意；

故选：A

6. 如图，在 $\square ABCD$ 中，对角线 AC ， BD 相交于点 O ，点 E 为 OC 的中点， $EF \parallel AB$ 交 BC 于点 F ．若 $AB = 4$ ，则 EF 的长为（ ）



- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{4}{3}$ D. 2

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了相似三角形的判定与性质，平行四边形的性质等知识，利用平行四边形的性质、线段中点定义可得出 $CE = \frac{1}{4}AC$ ，证明 $\triangle CEF \sim \triangle CAB$ ，利用相似三角形的性质求解即可．

【详解】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore OC = \frac{1}{2}AC,$$

∵ 点 E 为 OC 的中点,

$$\therefore CE = \frac{1}{2}OC = \frac{1}{4}AC,$$

∵ $EF \parallel AB$,

∴ $\triangle CEF \sim \triangle CAB$,

$$\therefore \frac{EF}{AB} = \frac{CE}{AC}, \text{ 即 } \frac{EF}{4} = \frac{1}{4},$$

∴ $EF = 1$,

故选: B.

7. 计算 $\left(a \cdot \underset{\substack{\uparrow \\ a \text{ 个}}}{a} \cdots a\right)^3$ 的结果是 ()

A. a^5

B. a^6

C. a^{a+3}

D. a^{3a}

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查的是乘方的含义, 幂的乘方运算的含义, 先计算括号内的运算, 再利用幂的乘方运算法则可得答案.

【详解】解: $\left(a \cdot \underset{\substack{\uparrow \\ a \text{ 个}}}{a} \cdots a\right)^3 = \left(a^a\right)^3 = a^{3a},$

故选 D

8. 豫剧是国家级非物质文化遗产, 因其雅俗共赏, 深受大众喜爱. 正面印有豫剧经典剧目人物的三张卡片如图所示, 它们除正面外完全相同. 把这三张卡片背面朝上洗匀, 从中随机抽取一张, 放回洗匀后, 再从中随机抽取一张, 两次抽取的卡片正面相同的概率为 ()



豫剧·花木兰



豫剧·七品芝麻官



豫剧·朝阳沟

A. $\frac{1}{9}$

B. $\frac{1}{6}$

C. $\frac{1}{5}$

D. $\frac{1}{3}$

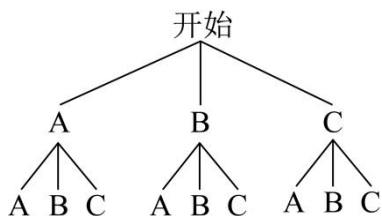
【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了树状图法或列表法求概率，解题的关键是正确画出树状图得到所有的等可能的结果数。根据题意，利用树状图法将所有结果都列举出来，然后根据概率公式计算解决即可。

【详解】解：把 3 张卡片分别记为 A、B、C，

画树状图如下：

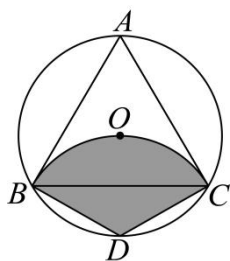


共有 9 种等可能的结果，其中两次抽取的卡片正面相同的结果有 3 种，

∴ 两次抽取的卡片图案相同的概率为 $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ 。

故选：D。

9. 如图， $\odot O$ 是边长为 $4\sqrt{3}$ 的等边三角形 ABC 的外接圆，点 D 是 $\widehat{BC}$ 的中点，连接 BD ， CD 。以点 D 为圆心， BD 的长为半径在 $\odot O$ 内画弧，则阴影部分的面积为（ ）



A. $\frac{8\pi}{3}$

B. 4π

C. $\frac{16\pi}{3}$

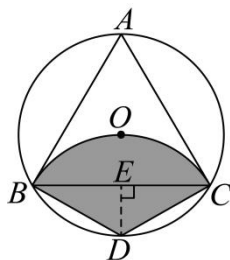
D. 16π

【答案】C

【解析】

【分析】过 D 作 $DE \perp BC$ 于 E ，利用圆内接四边形的性质，等边三角形的性质求出 $\angle BDC = 120^\circ$ ，利用弧、弦的关系证明 $BD = CD$ ，利用三线合一性质求出 $BE = \frac{1}{2}BC = 2\sqrt{3}$ ， $\angle BDE = \frac{1}{2}\angle BDC = 60^\circ$ ，在 $\text{Rt}\triangle BDE$ 中，利用正弦定义求出 BD ，最后利用扇形面积公式求解即可。

【详解】解：过 D 作 $DE \perp BC$ 于 E ，



$\therefore \odot O$ 是边长为 $4\sqrt{3}$ 的等边三角形 ABC 的外接圆,

$\therefore BC = 4\sqrt{3}$, $\angle A = 60^\circ$, $\angle BDC + \angle A = 180^\circ$,

$\therefore \angle BDC = 120^\circ$,

$\therefore$ 点 D 是 $\widehat{BC}$ 的中点,

$\therefore \widehat{BD} = \widehat{CD}$,

$\therefore BD = CD$,

$\therefore BE = \frac{1}{2}BC = 2\sqrt{3}$, $\angle BDE = \frac{1}{2}\angle BDC = 60^\circ$,

$\therefore BD = \frac{BE}{\sin \angle BDE} = \frac{2\sqrt{3}}{\sin 60^\circ} = 4$,

$\therefore S_{\text{阴影}} = \frac{120\pi \cdot 4^2}{360} = \frac{16\pi}{3}$,

故选: C.

【点睛】本题考查了圆内接四边形的性质, 等边三角形的性质, 等腰三角形的性质, 扇形面积公式, 解直角三角形等知识, 灵活应用以上知识是解题的关键.

10. 把多个用电器连接在同一个插线板上, 同时使用一段时间后, 插线板的电源线会明显发热, 存在安全隐患. 数学兴趣小组对这种现象进行研究, 得到时长一定时, 插线板电源线中的电流 I 与使用电器的总功率 P 的函数图象 (如图 1), 插线板电源线产生的热量 Q 与 I 的函数图象 (如图 2). 下列结论中错误的是 ()

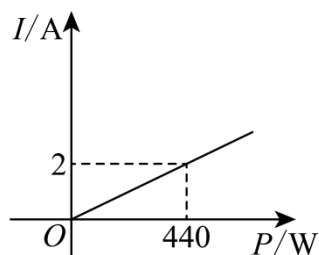


图1

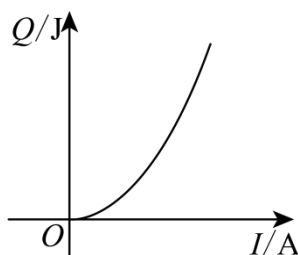


图2

A. 当 $P = 440\text{W}$ 时, $I = 2\text{A}$

B. Q 随 I 的增大而增大

C. I 每增加 1A , Q 的增加量相同

D. P 越大, 插线板电源线产生的热量 Q 越多

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了函数的图象, 准确从图中获取信息, 并逐项判定即可.

【详解】解: 根据图 1 知: 当 $P = 440\text{W}$ 时, $I = 2\text{A}$, 故选项 A 正确, 但不符合题意;

根据图 2 知: Q 随 I 的增大而增大, 故选项 B 正确, 但不符合题意;

根据图 2 知： Q 随 I 的增大而增大，但前半段增加的幅度小，后面增加的幅度大，故选项 C 错误，符合题意；

根据图 1 知： I 随 P 的增大而增大，又 Q 随 I 的增大而增大，则 P 越大，插线板电源线产生的热量 Q 越多，故选项 D 正确，但不符合题意；

故选：C.

二、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

11. 请写出 $2m$ 的一个同类项：_____.

【答案】 m （答案不唯一）

【解析】

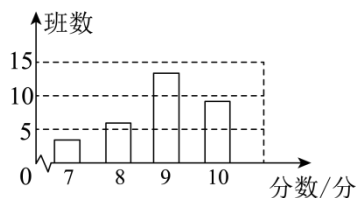
【分析】 本题考查的是同类项的含义，根据同类项的定义直接可得答案.

【详解】 解： $2m$ 的一个同类项为 m ，

故答案为： m

12. 2024 年 3 月是第 8 个全国近视防控宣传教育月，其主题是“有效减少近视发生，共同守护光明未来”. 某校组织各班围绕这个主题开展板报宣传活动，并对各班的宣传板报进行评分，得分情况如图，则得分的众数为_____分.

宣传板报得分情况
(满分10分)



【答案】 9

【解析】

【分析】 本题考查了众数的概念，解题的关键是熟知相关概念，出现次数最多的数叫做众数.

根据众数的概念求解即可.

【详解】 解： 根据得分情况图可知： 9 分数的班级数最多，即得分的众数为 9.

故答案为： 9.

13. 若关于 x 的方程 $\frac{1}{2}x^2 - x + c = 0$ 有两个相等的实数根，则 c 的值为_____.

【答案】 $\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查一元二次方程根与判别式的关系. 掌握一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的根的判别

式为 $\Delta = b^2 - 4ac$ ，且当 $\Delta > 0$ 时，该方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta = 0$ 时，该方程有两个相等的实数根；当 $\Delta < 0$ 时，该方程没有实数根是解题关键。根据一元二次方程根与其判别式的关系可得：

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \times \frac{1}{2}c = 0, \text{ 再求解即可.}$$

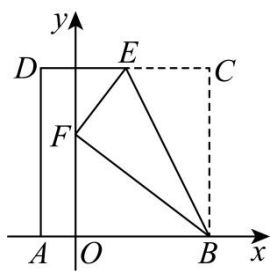
【详解】解：∵ 方程 $\frac{1}{2}x^2 - x + c = 0$ 有两个相等的实数根，

$$\therefore \Delta = (-1)^2 - 4 \times \frac{1}{2}c = 0,$$

$$\therefore c = \frac{1}{2},$$

故答案为： $\frac{1}{2}$.

14. 如图，在平面直角坐标系中，正方形 $ABCD$ 的边 AB 在 x 轴上，点 A 的坐标为 $(-2, 0)$ ，点 E 在边 CD 上。将 $\triangle BCE$ 沿 BE 折叠，点 C 落在点 F 处。若点 F 的坐标为 $(0, 6)$ ，则点 E 的坐标为_____。

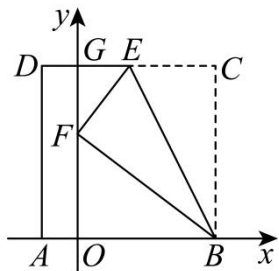


【答案】 $(3, 10)$

【解析】

【分析】设正方形 $ABCD$ 的边长为 a ， CD 与 y 轴相交于 G ，先判断四边形 $AOGD$ 是矩形，得出 $OG = AD = a$ ， $DG = AO$ ， $\angle EGF = 90^\circ$ ，根据折叠的性质得出 $BF = BC = a$ ， $CE = FE$ ，在 $\text{Rt}\triangle BOF$ 中，利用勾股定理构建关于 a 的方程，求出 a 的值，在 $\text{Rt}\triangle EGF$ 中，利用勾股定理构建关于 CE 的方程，求出 CE 的值，即可求解。

【详解】解：设正方形 $ABCD$ 的边长为 a ， CD 与 y 轴相交于 G ，



则四边形 $AOGD$ 是矩形，

$$\therefore OG = AD = a, \quad DG = AO, \quad \angle EGF = 90^\circ,$$

∵ 折叠,

$$\therefore BF = BC = a, CE = FE,$$

∵ 点 A 的坐标为 $(-2, 0)$, 点 F 的坐标为 $(0, 6)$,

$$\therefore AO = 2, FO = 6,$$

$$\therefore BO = AB - AO = a - 2,$$

在 $\text{Rt}\triangle BOF$ 中, $BO^2 + FO^2 = BF^2$,

$$\therefore (a-2)^2 + 6^2 = a^2,$$

解得 $a = 10$,

$$\therefore FG = OG - OF = 4, GE = CD - DG - CE = 8 - CE,$$

在 $\text{Rt}\triangle EGF$ 中, $GE^2 + FG^2 = EF^2$,

$$\therefore (8-CE)^2 + 4^2 = CE^2,$$

解得 $CE = 5$,

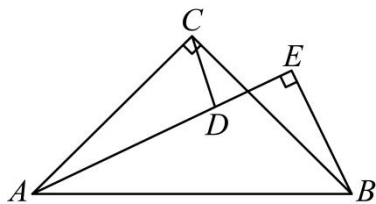
$$\therefore GE = 3,$$

∴ 点 E 的坐标为 $(3, 10)$,

故答案为: $(3, 10)$.

【点睛】本题考查了正方形的性质, 坐标与图形, 矩形的判定与性质, 折叠的性质, 勾股定理等知识, 利用勾股定理求出正方形的边长是解题的关键.

15. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $CA = CB = 3$, 线段 CD 绕点 C 在平面内旋转, 过点 B 作 AD 的垂线, 交射线 AD 于点 E . 若 $CD = 1$, 则 AE 的最大值为_____, 最小值为_____.



【答案】 ①. $2\sqrt{2} + 1$ ②. $2\sqrt{2} - 1$

【解析】

【分析】根据题意得出点 D 在以点 C 为圆心, 1 为半径的圆上, 点 E 在以 AB 为直径的圆上, 根据 $AE = AB \cdot \cos \angle BAE$, 得出当 $\cos \angle BAE$ 最大时, AE 最大, $\cos \angle BAE$ 最小时, AE 最小, 根据当 AE 与 $\odot C$ 相切于点 D , 且点 D 在 $\triangle ABC$ 内部时, $\angle BAE$ 最小, AE 最大, 当 AE 与 $\odot C$ 相切于点 D , 且点 D 在 $\triangle ABC$ 外部时, $\angle BAE$ 最大, AE 最小, 分别画出图形, 求出结果即可.

【详解】解：∵ $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CA = CB = 3$ ，

$$\therefore \angle BAC = \angle ABC = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ,$$

∵ 线段 CD 绕点 C 在平面内旋转， $CD = 1$ ，

∴ 点 D 在以点 C 为圆心，1 为半径的圆上，

∵ $BE \perp AE$ ，

$$\therefore \angle AEB = 90^\circ,$$

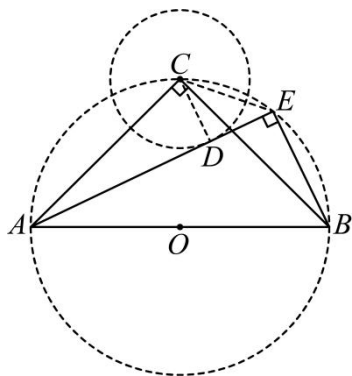
∴ 点 E 在以 AB 为直径的圆上，

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中， $AE = AB \cdot \cos \angle BAE$ ，

∵ AB 为定值，

∴ 当 $\cos \angle BAE$ 最大时， AE 最大， $\cos \angle BAE$ 最小时， AE 最小，

∴ 当 AE 与 $\odot C$ 相切于点 D ，且点 D 在 $\triangle ABC$ 内部时， $\angle BAE$ 最小， AE 最大，连接 CD ， CE ，如图所示：



则 $CD \perp AE$ ，

$$\therefore \angle ADE = \angle CDE = 90^\circ,$$

$$\therefore AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = \sqrt{3^2 - 1^2} = 2\sqrt{2},$$

$$\because \overbrace{AC = AC},$$

$$\therefore \angle CED = \angle ABC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle CDE = 90^\circ,$$

∴ $\triangle CDE$ 为等腰直角三角形，

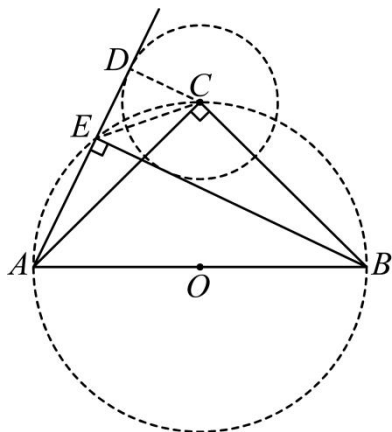
$$\therefore DE = CD = 1,$$

$$\therefore AE = AD + DE = 2\sqrt{2} + 1,$$

即 AE 的最大值为 $2\sqrt{2} + 1$ ；

当 AE 与 $\odot C$ 相切于点 D ，且点 D 在 $\triangle ABC$ 外部时， $\angle BAE$ 最大， AE 最小，连接 CD ， CE ，如图所

示:



则 $CD \perp AE$,

$$\therefore \angle CDE = 90^\circ,$$

$$\therefore AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = \sqrt{3^2 - 1^2} = 2\sqrt{2},$$

$\therefore$ 四边形 $ABCE$ 为圆内接四边形,

$$\therefore \angle CEA = 180^\circ - \angle ABC = 135^\circ,$$

$$\therefore \angle CED = 180^\circ - \angle CEA = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle CDE = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle CDE$ 为等腰直角三角形,

$$\therefore DE = CD = 1,$$

$$\therefore AE = AD - DE = 2\sqrt{2} - 1,$$

即 AE 的最小值为 $2\sqrt{2}-1$;

故答案为: $2\sqrt{2}+1$; $2\sqrt{2}-1$.

【点睛】本题主要考查了切线的性质，圆周角定理，圆内接四边形的性质，勾股定理，等腰三角形的性质，解直角三角形的相关计算，解题的关键是作出辅助线，熟练掌握相关的性质，找出 AE 取最大值和最小值时，点 D 的位置.

三、解答题 (本大题共 8 个小题, 共 75 分)

16. (1) 计算: $\sqrt{2} \times \sqrt{50} - (1 - \sqrt{3})^0$;

(2) 化简: $\left(\frac{3}{a-2}+1\right) \div \frac{a+1}{a^2-4}$.

【答案】 (1) 9 (2) $a+2$

【解析】

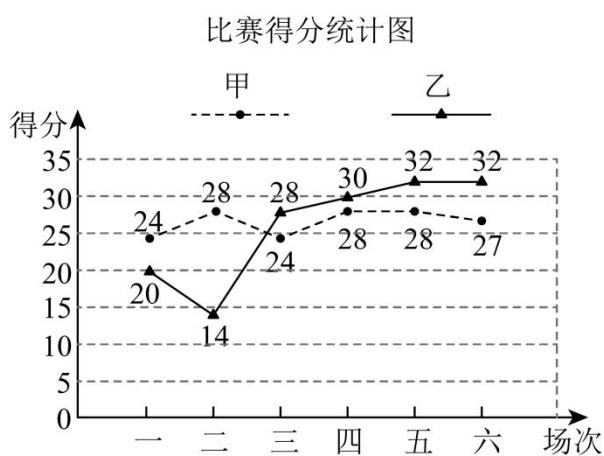
【分析】本题考查了实数的运算，分式的运算，解题的关键是：

- (1) 利用二次根式的乘法法则，二次根式的性质，零指数幂的意义化简计算即可；
- (2) 先把括号里的式子通分相加，然后把除数的分母分解因式，再把除数分子分母颠倒后与前面的结果相乘，最后约分化简即可.

【详解】解：(1) 原式 $= \sqrt{100} - 1$
 $= 10 - 1$
 $= 9$;

(2) 原式 $= \left(\frac{3}{a-2} + \frac{a-2}{a-2} \right) \div \frac{a+1}{(a+2)(a-2)}$
 $= \frac{a+1}{a-2} \cdot \frac{(a+2)(a-2)}{a+1}$
 $= a+2$.

17. 为提升学生体质健康水平，促进学生全面发展，学校开展了丰富多彩的课外体育活动. 在八年级组织的篮球联赛中，甲、乙两名队员表现优异，他们在近六场比赛中关于得分、篮板和失误三个方面的统计结果如下.



技术统计表

队员	平均每场得分	平均每场篮板	平均每场失误
甲	26.5	8	2
乙	26	10	3

根据以上信息，回答下列问题.

- (1) 这六场比赛中，得分更稳定的队员是_____ (填“甲”或“乙”)；甲队员得分的中位数为 27.5 分，

乙队员得分的中位数为_____分.

(2) 请从得分方面分析：这六场比赛中，甲、乙两名队员谁的表现更好.

(3) 规定“综合得分”为：平均每场得分 $\times 1$ +平均每场篮板 $\times 1.5$ +平均每场失误 $\times (-1)$ ，且综合得分越高表现越好. 请利用这种评价方法，比较这六场比赛中甲、乙两名队员谁的表现更好.

【答案】(1) 甲 29

(2) 甲 (3) 乙队员表现更好

【解析】

【分析】本题考查了折线统计图，统计表，中位数，加权平均数等知识，解题的关键是：

(1) 根据折线统计图的波动判断得分更稳定的球员，根据中位数的定义求解即可；

(2) 根据平均每场得分以及得分的稳定性求解即可；

(3) 分别求出甲、乙的综合得分，然后判断即可.

【小问 1 详解】

解：从比赛得分统计图可得，甲的得分上下波动幅度小于乙的的得分上下波动幅度，

$\therefore$ 得分更稳定的队员是甲，

乙的得分按照从小到大排序为 14, 20, 28, 30, 32, 32, 最中间两个数为 28, 30,

$\therefore$ 中位数为 $\frac{28+30}{2} = 29$,

故答案为：乙，29；

【小问 2 详解】

解：因为甲的平均每场得分大于乙的平均每场得分，且甲的得分更稳定，

所以甲队员表现更好；

【小问 3 详解】

解：甲的综合得分为 $26.5 \times 1 + 8 \times 1.5 + 2 \times (-1) = 36.5$,

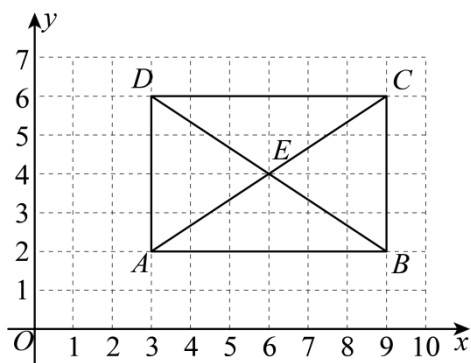
乙的综合得分为 $26 \times 1 + 10 \times 1.5 + 3 \times (-1) = 38$,

$\therefore 36.5 < 38$,

$\therefore$ 乙队员表现更好.

18. 如图，矩形 $ABCD$ 的四个顶点都在格点（网格线的交点）上，对角线 AC ， BD 相交于点 E ，反比例

函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象经过点 A .



- (1) 求这个反比例函数的表达式.
- (2) 请先描出这个反比例函数图象上不同于点 A 的三个格点, 再画出反比例函数的图象.
- (3) 将矩形 $ABCD$ 向左平移, 当点 E 落在这个反比例函数的图象上时, 平移的距离为_____.

【答案】(1) $y = \frac{6}{x}$

(2) 见解析 (3) $\frac{9}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查了待定系数法求反比例函数解析, 画反比例函数图象, 平移的性质等知识, 解题的关键是:

- (1) 利用待定系数法求解即可;
- (2) 分别求出 $x = 1$, $x = 2$, $x = 6$ 对应的函数值, 然后描点、连线画出函数图象即可;
- (3) 求出平移后点 E 对应点的坐标, 利用平移前后对应点的横坐标相减即可求解.

【小问 1 详解】

解: 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $A(3, 2)$,

$$\therefore 2 = \frac{k}{3},$$

$$\therefore k = 6,$$

$$\therefore \text{这个反比例函数的表达式为 } y = \frac{6}{x};$$

【小问 2 详解】

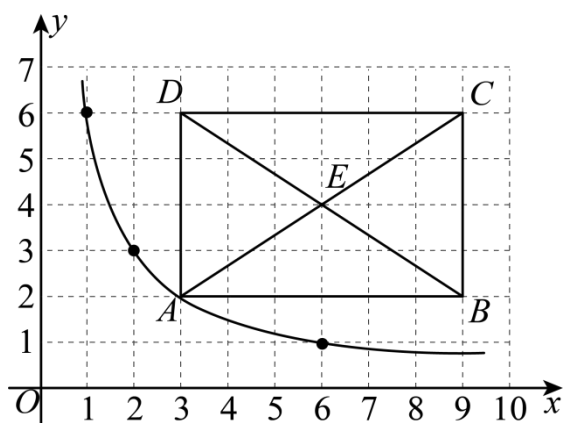
解: 当 $x = 1$ 时, $y = 6$,

当 $x = 2$ 时, $y = 3$,

当 $x = 6$ 时, $y = 1$,

∴ 反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象经过 $(1,6)$, $(2,3)$, $(6,1)$,

画图如下:



【小问3详解】

解: ∵ $E(6,4)$ 向左平移后, E 在反比例函数的图象上,

∴ 平移后点 E 对应点的纵坐标为 4,

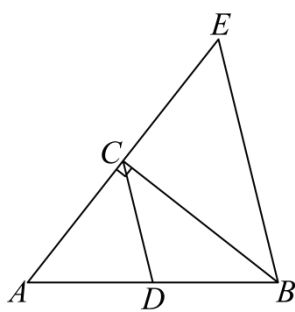
当 $y = 4$ 时, $4 = \frac{6}{x}$,

解得 $x = \frac{3}{2}$,

∴ 平移距离为 $6 - \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$.

故答案为: $\frac{9}{2}$.

19. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, CD 是斜边 AB 上的中线, $BE \parallel DC$ 交 AC 的延长线于点 E .



(1) 请用无刻度的直尺和圆规作 $\angle ECM$, 使 $\angle ECM = \angle A$, 且射线 CM 交 BE 于点 F (保留作图痕迹, 不写作法).

(2) 证明 (1) 中得到的四边形 $CDBF$ 是菱形

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

【分析】 本题考查了尺规作图，菱形的判定，直角三角形斜边中线的性质等知识，解题的关键是：

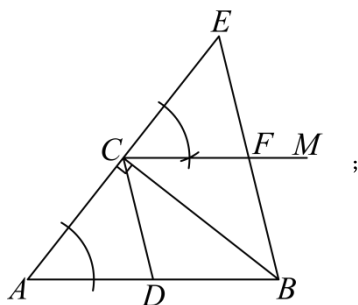
(1) 根据作一个角等于已知角的方法作图即可；

(2) 先证明四边形 $CDBF$ 是平行四边形，然后利用直角三角形斜边中线的性质得出 $CD = BD = \frac{1}{2}AB$ ，

最后根据菱形的判定即可得证.

【小问 1 详解】

解：如图，



【小问 2 详解】

证明： $\because \angle ECM = \angle A$ ，

$\therefore CM \parallel AB$ ，

$\therefore BE \parallel DC$ ，

$\therefore$ 四边形 $CDBF$ 是平行四边形，

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， CD 是斜边 AB 上的中线，

$\therefore CD = BD = \frac{1}{2}AB$ ，

$\therefore$ 平行四边形 $CDBF$ 是菱形.

20. 如图 1，塑像 AB 在底座 BC 上，点 D 是人眼所在的位置. 当点 B 高于人的水平视线 DE 时，由远及近看塑像，会在某处感觉看到的塑像最大，此时视角最大. 数学家研究发现：当经过 A, B 两点的圆与水平视线 DE 相切时（如图 2），在切点 P 处感觉看到的塑像最大，此时 $\angle APB$ 为最大视角.

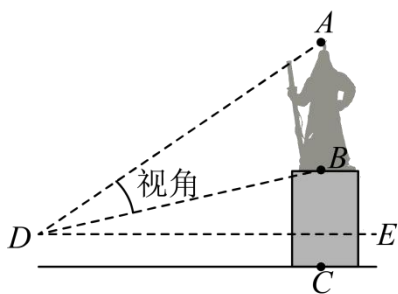


图1

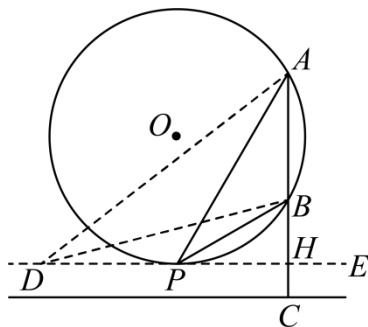


图2

(1) 请仅就图 2 的情形证明 $\angle APB > \angle ADB$.

(2) 经测量, 最大视角 $\angle APB$ 为 30° , 在点 P 处看塑像顶部点 A 的仰角 $\angle APE$ 为 60° , 点 P 到塑像的水平距离 PH 为 6m . 求塑像 AB 的高 (结果精确到 0.1m . 参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.73$).

【答案】(1) 见解析 (2) 塑像 AB 的高约为 6.9m

【解析】

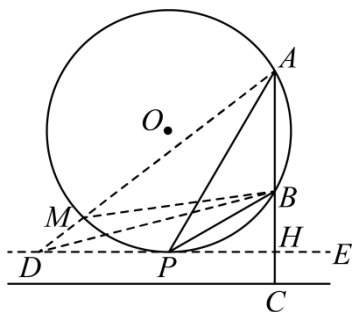
【分析】本题考查了圆周角定理, 三角形外角的性质, 解直角三角形的应用等知识, 解题的关键是:

(1) 连接 BM , 根据圆周角定理得出 $\angle AMB = \angle APB$, 根据三角形外角的性质得出 $\angle AMB > \angle ADB$, 然后等量代换即可得证;

(2) 在 $\text{Rt}\triangle AHP$ 中, 利用正切的定义求出 AH , 在 $\text{Rt}\triangle BHP$ 中, 利用正切的定义求出 BH , 即可求解.

【小问 1 详解】

证明: 如图, 连接 BM .



则 $\angle AMB = \angle APB$.

$\because \angle AMB > \angle ADB$,

$\therefore \angle APB > \angle ADB$.

【小问 2 详解】

解: 在 $\text{Rt}\triangle AHP$ 中, $\angle APH = 60^\circ$, $PH = 6$.

$$\because \tan \angle APH = \frac{AH}{PH},$$

$$\therefore AH = PH \cdot \tan 60^\circ = 6 \times \sqrt{3} = 6\sqrt{3}.$$

$$\because \angle APB = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BPH = \angle APH - \angle APB = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ.$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle BHP \text{ 中, } \tan \angle BPH = \frac{BH}{PH},$$

$$\therefore BH = PH \cdot \tan 30^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}.$$

$$\therefore AB = AH - BH = 6\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \approx 4 \times 1.73 \approx 6.9 (\text{m}).$$

答: 塑像 AB 的高约为 6.9m .

21. 为响应“全民植树增绿，共建美丽中国”的号召，学校组织学生到郊外参加义务植树活动，并准备了 A 、 B 两种食品作为午餐，这两种食品每包质量均为 50g，营养成分表如下.

A 营养成分表	
项目	每 50 g
热量	700 kJ
蛋白质	10 g
脂肪	5.3 g
碳水化合物	28.7 g
钠	205 mg

B 营养成分表	
项目	每 50 g
热量	900 kJ
蛋白质	15 g
脂肪	18.2 g
碳水化合物	6.3 g
钠	236 mg

- (1) 若要从这两种食品中摄入 4600kJ 热量和 70g 蛋白质，应选用 A 、 B 两种食品各多少包？
- (2) 运动量大的人或青少年对蛋白质的摄入量应更多. 若每份午餐选用这两种食品共 7 包，要使每份午餐中的蛋白质含量不低于 90g，且热量最低，应如何选用这两种食品？

【答案】(1) 选用 A 种食品 4 包， B 种食品 2 包

(2) 选用 A 种食品 3 包， B 种食品 4 包

【解析】

【分析】本题考查了二元一次方程组的应用，一元一次不等式的应用，解题的关键是：

(1) 设选用 A 种食品 x 包， B 种食品 y 包，根据“从这两种食品中摄入 4600kJ 热量和 70g 蛋白质”列方程组求解即可；

(2) 设选用 A 种食品 a 包，则选用 B 种食品 $(7-a)$ 包，根据“每份午餐中的蛋白质含量不低于 90g”列不等式求解即可.

【小问 1 详解】

解：设选用 A 种食品 x 包， B 种食品 y 包，

根据题意，得
$$\begin{cases} 700x + 900y = 4600, \\ 10x + 15y = 70. \end{cases}$$

解方程组，得
$$\begin{cases} x = 4, \\ y = 2. \end{cases}$$

答：选用 A 种食品 4 包， B 种食品 2 包.

【小问 2 详解】

解：设选用 A 种食品 a 包，则选用 B 种食品 $(7-a)$ 包，

根据题意，得 $10a + 15(7-a) \geq 90$.

$$\therefore a \leq 3 .$$

设总热量为 w kJ，则 $w = 700a + 900(7-a) = -200a + 6300$.

$$\because -200 < 0 ,$$

$\therefore w$ 随 a 的增大而减小.

$\therefore$ 当 $a = 3$ 时， w 最小.

$$\therefore 7 - a = 7 - 3 = 4 .$$

答：选用 A 种食品 3 包， B 种食品 4 包.

22. 从地面竖直向上发射的物体离地面的高度 h (m) 满足关系式 $h = -5t^2 + v_0 t$ ，其中 t (s) 是物体运动的时间，

v_0 (m/s) 是物体被发射时的速度. 社团活动时，科学小组在实验楼前从地面竖直向上发射小球.

(1) 小球被发射后_____ s 时离地面的高度最大 (用含 v_0 的式子表示).

(2) 若小球离地面的最大高度为 20m，求小球被发射时的速度.

(3) 按 (2) 中的速度发射小球，小球离地面的高度有两次与实验楼的高度相同. 小明说：“这两次间隔的时间为 3s.” 已知实验楼高 15m，请判断他的说法是否正确，并说明理由.

【答案】 (1) $\frac{v_0}{10}$

(2) 20(m/s)

(3) 小明的说法不正确，理由见解析

【解析】

【分析】 本题考查了二次函数的应用，解题的关键是：

(1) 把函数解析式化成顶点式，然后利用二次函数的性质求解即可；

(2) 把 $t = \frac{v_0}{10}$ ， $h = 20$ 代入 $h = -5t^2 + v_0 t$ 求解即可；

(3) 由 (2)，得 $h = -5t^2 + 20t$ ，把 $h = 15$ 代入，求出 t 的值，即可作出判断.

【小问 1 详解】

解： $h = -5t^2 + v_0 t$

$$= -5 \left(t - \frac{v_0}{10} \right)^2 + \frac{v_0^2}{20} ,$$

∴ 当 $t = \frac{v_0}{10}$ 时, h 最大,

故答案为: $\frac{v_0}{10}$;

【小问 2 详解】

解: 根据题意, 得

当 $t = \frac{v_0}{10}$ 时, $h = 20$,

$$\therefore -5 \times \left(\frac{v_0}{10}\right)^2 + v_0 \times \frac{v_0}{10} = 20,$$

∴ $v_0 = 20(\text{m/s})$ (负值舍去);

【小问 3 详解】

解: 小明的说法不正确.

理由如下:

由 (2), 得 $h = -5t^2 + 20t$,

当 $h = 15$ 时, $15 = -5t^2 + 20t$,

解方程, 得 $t_1 = 1$, $t_2 = 3$,

∴ 两次间隔的时间为 $3 - 1 = 2\text{s}$,

∴ 小明的说法不正确.

23. 综合与实践

在学习特殊四边形的过程中, 我们积累了一定的研究经验, 请运用已有经验, 对“邻等对补四边形”进行研究

定义: 至少有一组邻边相等且对角互补的四边形叫做邻等对补四边形.

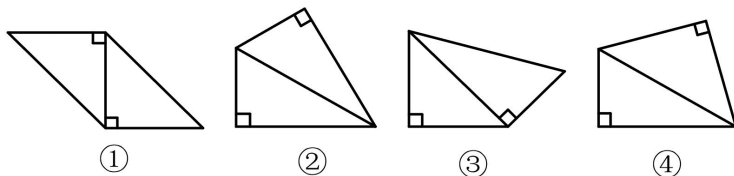


图1

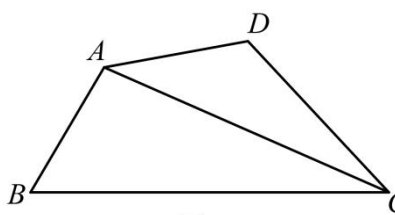


图2

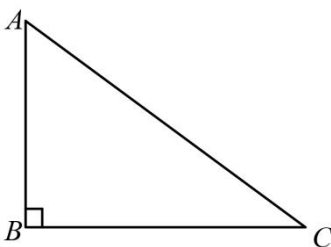


图3

(1) 操作判断

用分别含有 30° 和 45° 角的直角三角形纸板拼出如图 1 所示的 4 个四边形，其中是邻等对补四边形的有 _____ (填序号).

(2) 性质探究

根据定义可得出邻等对补四边形的边、角的性质. 下面研究与对角线相关的性质.

如图 2, 四边形 $ABCD$ 是邻等对补四边形, $AB = AD$, AC 是它的一条对角线.

①写出图中相等的角, 并说明理由;

②若 $BC = m$, $DC = n$, $\angle BCD = 2\theta$, 求 AC 的长 (用含 m , n , θ 的式子表示).

(3) 拓展应用

如图 3, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $AB = 3$, $BC = 4$, 分别在边 BC , AC 上取点 M , N , 使四边形 $ABMN$ 是邻等对补四边形. 当该邻等对补四边形仅有一组邻边相等时, 请直接写出 BN 的长.

【答案】(1) ②④ (2) ① $\angle ACD = \angle ACB$. 理由见解析; ② $\frac{m+n}{2\cos\theta}$

(3) $\frac{12\sqrt{2}}{5}$ 或 $\frac{12\sqrt{2}}{7}$

【解析】

【分析】(1) 根据邻等对补四边形的定义判断即可;

(2) ①延长 CB 至点 E , 使 $BE = DC$, 连接 AE , 根据邻等对补四边形定义、补角的性质可得出 $\angle ABE = \angle D$, 证明 $\triangle ABE \cong \triangle ADC$ (SAS), 得出 $\angle E = \angle ACD$, $AE = AC$, 根据等边对等角得出 $\angle E = \angle ACB$, 即可得出结论;

②过 A 作 $AF \perp EC$ 于 F , 根据三线合一性质可求出 $CF = \frac{m+n}{2}$, 由①可得 $\angle ACD = \angle ACB = \theta$, 在

$\text{Rt}\triangle AFC$ 中, 根据余弦的定义求解即可;

(3) 分 $AB = BM$, $AN = AB$, $MN = AN$, $BM = MN$ 四种情况讨论即可.

【小问 1 详解】

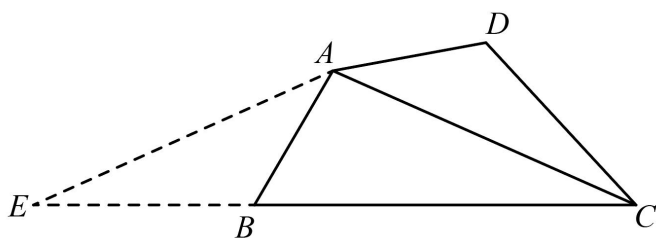
解: 观察图知, 图①和图③中不存在对角互补, 图 2 和图 4 中存在对角互补且邻边相等, 故图②和图④中四边形是邻等对补四边形,

故答案为: ②④;

【小问 2 详解】

解: ① $\angle ACD = \angle ACB$, 理由:

延长 CB 至点 E , 使 $BE = DC$, 连接 AE ,



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是邻等对补四边形,

$$\therefore \angle ABC + \angle D = 180^\circ,$$

$$\because \angle ABC + \angle ABE = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle D,$$

$$\because AB = AD,$$

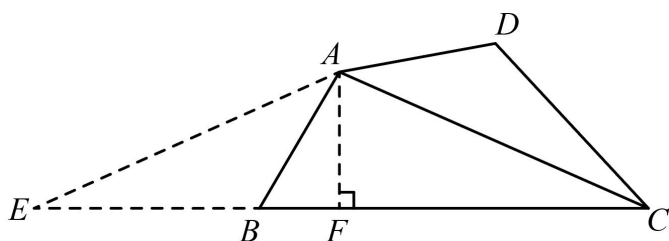
$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ADC \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle E = \angle ACD, \quad AE = AC,$$

$$\therefore \angle E = \angle ACB,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle ACB;$$

②过 A 作 $AF \perp EC$ 于 F ,



$$\because AE = AC,$$

$$\therefore CF = \frac{1}{2}CE = \frac{1}{2}(BC + BE) = \frac{1}{2}(BC + DC) = \frac{m+n}{2},$$

$$\because \angle BCD = 2\theta,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle ACB = \theta,$$

在 $\text{Rt}\triangle AFC$ 中, $\cos \theta = \frac{CF}{AC},$

$$\therefore AC = \frac{CF}{\cos \theta} = \frac{m+n}{2\cos \theta};$$

【小问 3 详解】

解: $\because \angle B = 90^\circ, \quad AB = 3, \quad BC = 4,$

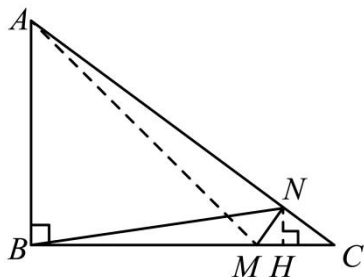
$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 5,$$

$\therefore$ 四边形 $ABMN$ 是邻等对补四边形,

$$\therefore \angle ANM + \angle B = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ANM = 90^\circ,$$

当 $AB = BM$ 时, 如图, 连接 AM , 过 N 作 $NH \perp BC$ 于 H ,



$$\therefore AM^2 = AB^2 + BM^2 = 18,$$

$$\text{在 Rt}\triangle AMN \text{ 中 } MN^2 = AM^2 - AN^2 = 18 - AN^2,$$

$$\text{在 Rt}\triangle CMN \text{ 中 } MN^2 = CM^2 - CN^2 = (4-3)^2 - (5-AN)^2,$$

$$\therefore 18 - AN^2 = (4-3)^2 - (5-AN)^2,$$

解得 $AN = 4.2$,

$$\therefore CN = \frac{4}{5},$$

$$\therefore \angle NHC = \angle ABC = 90^\circ, \quad \angle C = \angle C,$$

$$\therefore \triangle NHC \sim \triangle ABC,$$

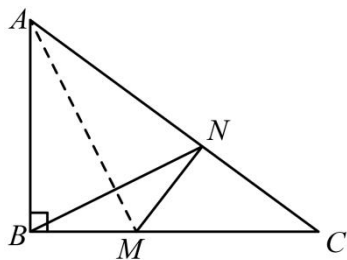
$$\therefore \frac{NC}{AC} = \frac{NH}{AB} = \frac{CH}{CB}, \quad \text{即 } \frac{\frac{4}{5}}{5} = \frac{NH}{3} = \frac{CH}{4},$$

$$\therefore NH = \frac{12}{25}, \quad CH = \frac{16}{25},$$

$$\therefore BH = \frac{84}{25},$$

$$\therefore BN = \sqrt{BH^2 + NH^2} = \frac{12}{5}\sqrt{2};$$

当 $AN = AB$ 时, 如图, 连接 AM ,

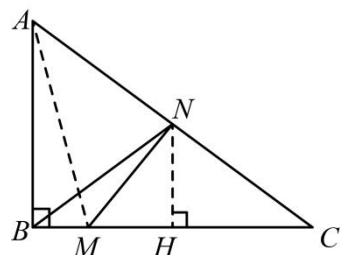


$$\because AM = AM,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ABM \cong \text{Rt}\triangle ANM,$$

$$\therefore BM = NM, \text{ 故不符合题意, 舍去;}$$

当 $AN = MN$ 时, 连接 AM , 过 N 作 $NH \perp BC$ 于 H ,



$$\because \angle MNC = \angle ABC = 90^\circ, \angle C = \angle C,$$

$$\therefore \triangle CMN \sim \triangle CAB,$$

$$\therefore \frac{CN}{BC} = \frac{MN}{AB}, \text{ 即 } \frac{CN}{4} = \frac{5-CN}{3},$$

$$\text{解得 } CN = \frac{20}{7},$$

$$\because \angle NHC = \angle ABC = 90^\circ, \angle C = \angle C,$$

$$\therefore \triangle NHC \sim \triangle ABC,$$

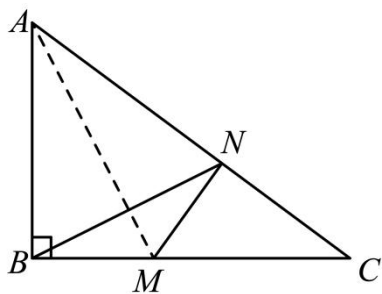
$$\therefore \frac{NC}{AC} = \frac{NH}{AB} = \frac{CH}{CB}, \text{ 即 } \frac{\frac{20}{7}}{5} = \frac{NH}{3} = \frac{CH}{4},$$

$$\therefore NH = \frac{12}{7}, \quad CH = \frac{16}{7},$$

$$\therefore BH = \frac{12}{7},$$

$$\therefore BN = \sqrt{BH^2 + NH^2} = \frac{12}{7}\sqrt{2};$$

当 $BM = MN$ 时, 如图, 连接 AM ,



$$\therefore AM = AM,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ABM \cong \text{Rt}\triangle ANM,$$

$\therefore AN = AB$, 故不符合题意, 舍去;

综上, BN 的长为 $\frac{12\sqrt{2}}{5}$ 或 $\frac{12\sqrt{2}}{7}$.

【点睛】 本题考查了相似三角形的判定与性质, 等腰三角形的性质, 全等三角形的判定与性质, 解直角三角形, 勾股定理等知识, 明确题意, 理解新定义, 添加合适辅助线, 构造全等三角形、相似三角形是解题的关键.