【中小学教辅资源店 微信：mlxt2022】

2022年江苏镇江中考数学真题

本试卷共6页，共28题；全卷满分120分，考试时间120分钟

注意事项：

1．答卷前，考生务必用0.5毫米黑色水笔将自己的姓名、准考证号填写在试卷、答题卷上相应位置.

2．考生必须在试题答题卷上各题指定区域内作答，在本试卷上和其他位置作答一律无效.

3．如用铅笔作图，必须用黑色水笔把线条描清楚.

一、填空题（本大题共有12小题，每小题2分，共计24分.）

1. 计算：3+（－2）＝_____.

【答案】1

【解析】

【分析】根据有理数的加法法则计算即可.

【详解】3+(－2)

＝+(3－2)

＝1,

故答案为1

【点睛】本题主要考查了有理数的加法，熟练掌握法则是解答本题的关键.

2. 使$\sqrt{x-3}$有意义的x的取值范围是（　　）

【答案】$x\geq3$

【解析】

【分析】根据二次根式有意义的条件，可推出$x-3\geq0$，然后通过解不等式，即可推出$x\geqslant5$

【详解】解：若$x-3\geq0$，原根式有意义，

$\therefore x\geq3$,

故答案为$x\geq3$.

【点睛】本题考查了二次根式有意义的条件，二次根式有意义被开方数大于等于零.

3. 分解因式：$3x+6=$_____.

【答案】$3(x+2)$##$3(2+x)$

【解析】

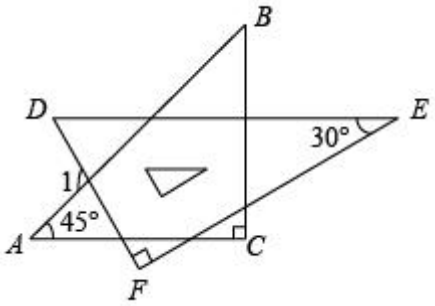
【分析】提公因式3，即可求解.

【详解】解：原式 $=3(x+2)$.

故答案为：$3(x+2)$.

【点睛】本题考查了因式分解，掌握因式分解的方法是解题的关键.

4. 一副三角板如图放置，$\angle A=45°$，$\angle E=30°$，$DE\parallel AC$，则$\angle 1=$_____°.



【答案】105

【解析】

【分析】根据平行性的性质可得$\angle 2=45°$，根据三角形的外角的性质即可求解.

【详解】解：如图，

$\because DE\parallel AC$，

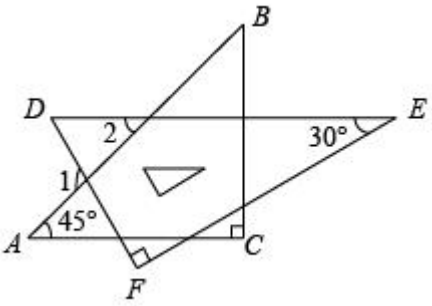
$\therefore \angle 2=\angle A=45°$，

$\because \angle E=30°$，$\angle F=90°$，

$\therefore \angle D=60°$，

$\therefore \angle 1=\angle 2+\angle D=45°+60°=105°$，

故答案为：105.



【点睛】本题考查了平行线的性质，三角形外角的性质，直角三角形的两锐角互余，掌握以上知识是解题的关键.

5. 已知关于x的一元二次方程$x^2-4x+m=0$有两个相等的实数根，则$m=$_____.

【答案】4

【解析】

【分析】一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 的根与 $\Delta=b^2-4ac$ 有如下关系：当 $\Delta>0$ 时，方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta=0$ 时，方程有两个相等的实数根；当 $\Delta<0$ 时，方程无实数根．利用判别式的意义得到 $\Delta=(-4)^2-4m=0$，然后解关于 m 的方程即可．

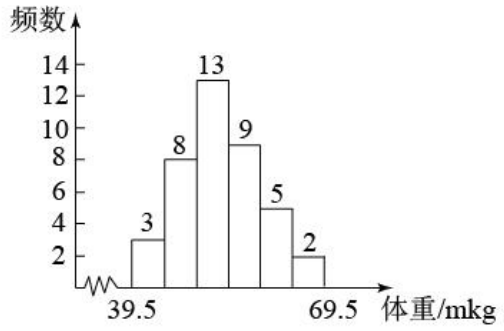
【详解】解：根据题意得 $\Delta=(-4)^2-4m=0$，

解得 m=4.

故答案为：4.

【点睛】本题主要考查了一元二次方程的根的判别式，理解并熟练掌握一元二次方程的根的判别式是解题关键．

6. 某班 40 名学生体重的频数分布直方图（不完整）如图所示，组距为_____ kg .



【答案】5

【解析】

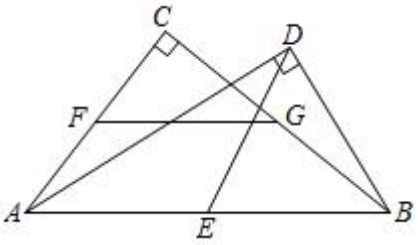
【分析】根据频数分布直方图中 $(69.5-39.5)\div 6$ 即可求解.

【详解】解：依题意，组距为 $(69.5-39.5)\div 6=5$ kg,

故答案为：5

【点睛】本题考查了频数直方图，求组距，理解频数直方图中组距相等是解题的关键.

7. 如图，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ABD$ 中，$\angle ACB=\angle ADB=90°$，$E$、$F$、$G$ 分别为 AB、AC、BC 的中点，若 $DE=1$，则 $FG=$_____.



【答案】1

【解析】

【分析】由直角三角形斜边中线的性质得出 $AB=2DE$，再由三角形中位线的性质可得 FG 的长；

【详解】解：∵Rt△ABC 中，点 E 是 AB 的中点，$DE=1$，

∴$AB=2DE=2$，

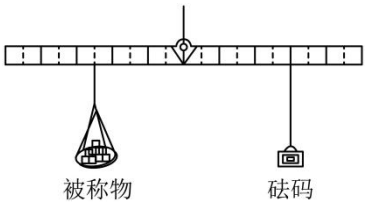
∵点 F、G 分别是 AC、BC 中点，

∴ $FG=\frac{1}{2}AB=1$，

故答案为：1

【点睛】本题考查了直角三角形的性质及三角形中位线的性质等知识；熟练掌握中位线定理是解题的关键.

8. 《九章算术》中记载，战国时期的铜衡杆，其形式既不同于天平衡杆，也异于称杆衡杆正中有拱肩提纽和穿线孔，一面刻有贯通上、下的十等分线．用该衡杆称物，可以把被称物与砝码放在提纽两边不同位置的刻线上，这样，用同一个砝码就可以称出大于它一倍或几倍重量的物体．图为铜衡杆的使用示意图，此时被称物重量是砝码重量的_____倍.



【答案】1.2

【解析】

【分析】设被称物的重量为 a，砝码的重量为 1，根据图中可图列出方程即可求解.

【详解】解：设被称物的重量为 a，砝码的重量为 1，依题意得，

$2.5a=3\times1$，

解得 $a=1.2$，

故答案为：1.2.

【点睛】本题考查了比例的性质，掌握杠杆的原理是解题的关键.

9. 反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq0)$ 的图像经过 $A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$ 两点，当 $x_1<0<x_2$ 时，$y_1>y_2$，写出符

合条件的 k 的值_____（答案不唯一，写出一个即可）.

【答案】 -1（答案不唯一，取 $k<0$ 的一切实数均可）

【解析】

【分析】先根据已知条件判断出函数图象所在的象限，再根据系数 k 与函数图象的关系解答即可.

【详解】解：∵反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}\left(k\neq 0\right)$ 的图像经过 $A\left(x_1,y_1\right)$、$B\left(x_2,y_2\right)$ 两点，当 $x_1<0<x_2$ 时，$y_1>y_2$，

∴此反比例函数的图象在二、四象限，

∴$k<0$，

∴k 可为小于 0 的任意实数.

例如，$k=-1$ 等.

故答案为：-1（答案不唯一，取 $k<0$ 的一切实数均可）

【点睛】本题考查了反比例函数的图象和性质，熟练掌握反比例函数的图象和性质是解题的关键.

10. “五月天山雪，无花只有寒”，反映出地形对气温的影响. 大致海拔每升高 100 米，气温约下降 0.6℃. 有一座海拔为 2350 米的山，在这座山上海拔为 350 米的地方测得气温是 $6℃$，则此时山顶的气温约为_____℃.

【答案】 -6 或零下 6

【解析】

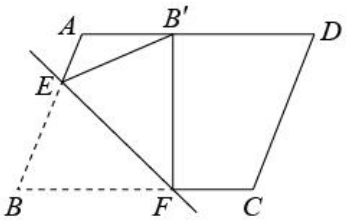
【分析】根据题意“海拔每升高 100 米，气温约下降 0.6℃”，列出式子即可求解.

【详解】解：山顶的气温约为 $6-\left(2350-350\right)\div 100\times 0.6=-6$

故答案为：-6 或零下 6.

【点睛】本题考查了有理数混合运算（不带乘方）的应用，正负数的意义，理解题意是解题的关键.

11. 如图，有一张平行四边形纸片 $ABCD$，$AB=5$，$AD=7$，将这张纸片折叠，使得点 B 落在边 AD 上，点 B 的对应点为点 B'，折痕为 EF，若点 E 在边 AB 上，则 DB' 长的最小值等于_____.



【答案】2

【解析】

【分析】根据题意，$EB=EB'$，当 E 点与 A 点重合时，符合题意，据此即可求解.

【详解】解：∵将这张纸片折叠，使得点 B 落在边 AD 上，点 B 的对应点为点 B'，

$\therefore EB = EB'$，

而 $B'E \geq AE + AB'$，

当 E 点与 A 点重合时，$EB' = AB = AB' = 5$，此时 DB' 的长最小，

$\therefore DB' = AD - AB' = AD - AB = 7 - 5 = 2$.

故答案为：2.

【点睛】本题考查了折叠的性质，理解当 E 点与 A 点重合时 DB' 的长最小是解题的关键.

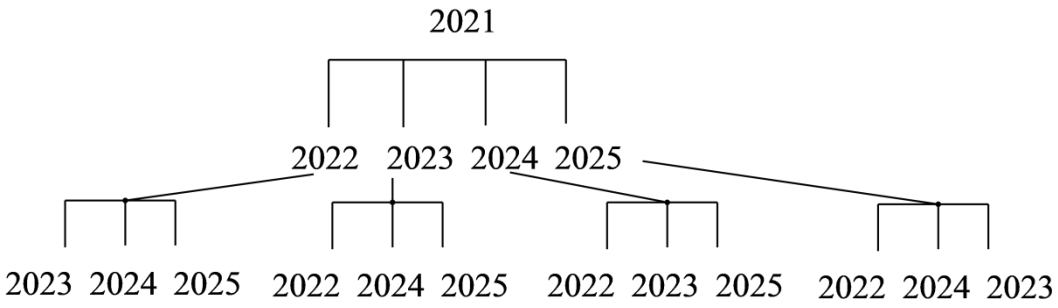
12. 从 2021、2022、2023、2024、2025 这五个数中任意抽取 3 个数．抽到中位数是 2022 的 3 个数的概率等于_____.

【答案】$\frac{3}{10}$

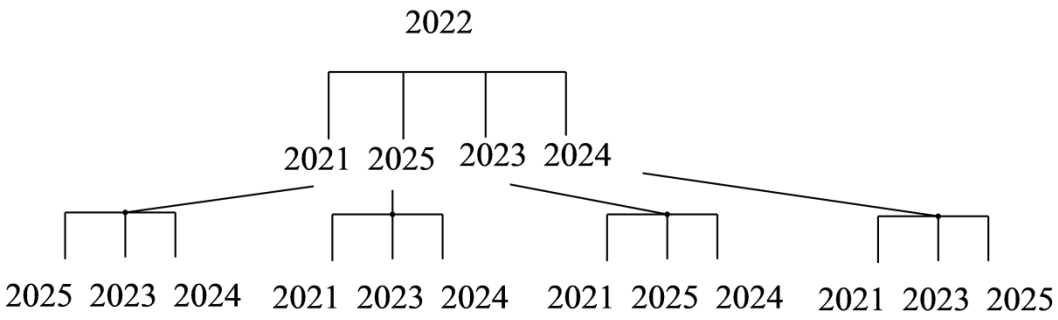
【解析】

【分析】根据题意画出树状图，结合概率公式即可求解.

【详解】解：根据题意，画树状图如图，

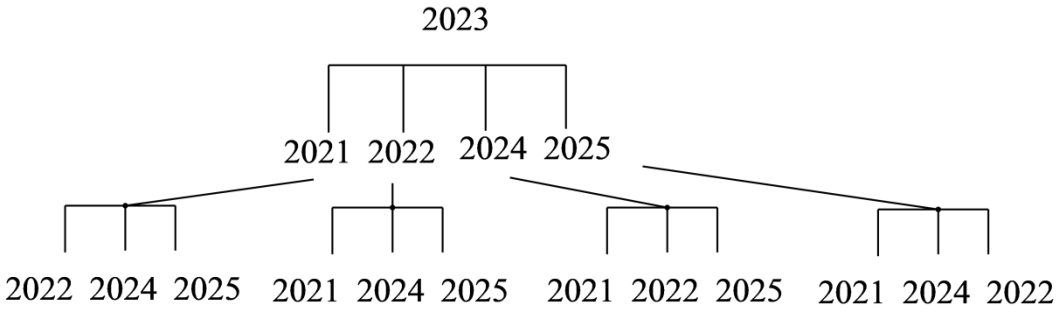


2022 为中位数的情形有 6 种，

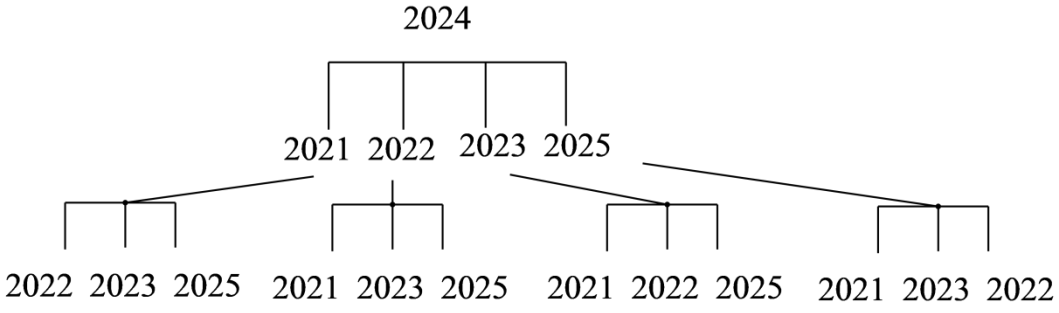


2022 为中位数的情形有 6 种，

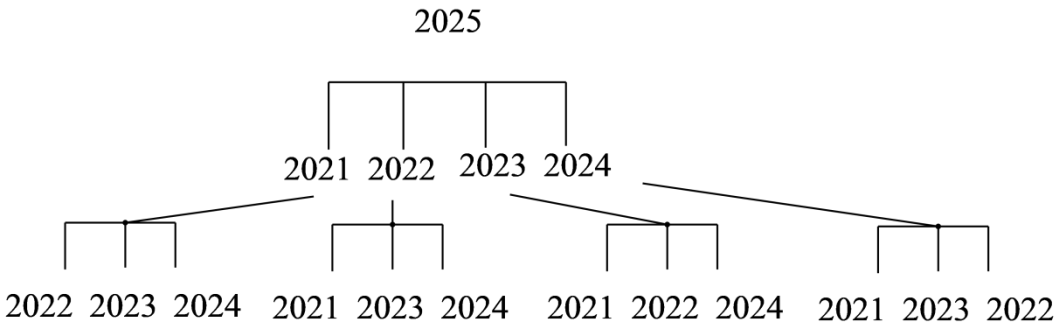
【中小学教辅资源店 微信：mlxt2022】



2022 为中位数的情形有 2 种,



2022 为中位数的情形有 2 种,



2022 为中位数的情形有 2 种,

共有 60 种情况，其中抽到中位数是 2022 的 3 个数的情况有 18 种,

则抽到中位数是 2022 的 3 个数的概率等于 $\frac{18}{60}=\frac{3}{10}$,

故答案为：$\frac{3}{10}$

【点睛】本题考查了中位数的定义，列表法求概率，掌握以上知识是解题的关键.

二、选择题（本大题共有 6 小题，每小题 3 分，共计 18 分．在每小题所给出的四个选项中，恰有一项符合题目要求.）

13. 下列运算中，结果正确的是（　　）

A. $3a^2+2a^2=5a^4$　　B. $a^3-2a^3=a^3$　　C. $a^2\cdot a^3=a^5$　　D. $\left(a^2\right)^3=a^5$

【答案】C

【解析】

【分析】根据合并同类项法则，同底数幂的乘法法则，幂的乘方法则逐项计算即可判断选择.

【详解】$3a^2+2a^2=5a^2$，故 A 计算错误，不符合题意；

$a^3-2a^3=-a^3$，故 B 计算错误，不符合题意；

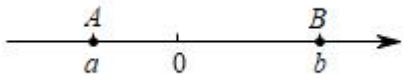
$a^2\cdot a^3=a^5$，故 C 计算正确，符合题意；

$\left(a^2\right)^3=a^6$，故 D 计算错误，不符合题意.

故选 C.

【点睛】本题考查合并同类项，同底数幂的乘法，幂的乘方．熟练掌握各运算法则是解题关键.

14. 如图，数轴上的点 A 和点 B 分别在原点的左侧和右侧，点 A、B 对应的实数分别是 a、b，下列结论一定成立的是（　　）



A. $a+b<0$　　B. $b-a<0$　　C. $2a>2b$　　D. $a+2<b+2$

【答案】D

【解析】

【分析】依据点在数轴上的位置，不等式的性质，绝对值的意义，有理数大小的比较法则对每个选项进行逐一判断即可得出结论.

【详解】解：由题意得：$a<0<b$，且$|a|<|b|$，

$\therefore a+b>0$，$\therefore$A 选项的结论不成立；

$b-a>0$，$\therefore$B 选项的结论不成立；

$2a<2b$，$\therefore$C 选项的结论不成立；

$a+2<b+2$，$\therefore$D 选项的结论成立.

故选：D.

【点睛】本题主要考查了不等式的性质，有理数大小的比较法则，利用点在数轴上的位置确定出 a，b 的取值范围是解题的关键.

15. “珍爱地球，人与自然和谐共生”是今年世界地球日的主题，旨在倡导公众保护自然资源．全市现有自然湿地 28700 公顷，人工湿地 13100 公顷，这两类湿地共有（　　）

A. 4.18×10^5 公顷　　B. 4.18×10^4 公顷　　C. 4.18×10^3 公顷　　D. 41.8×10^2 公顷

【答案】B

【解析】

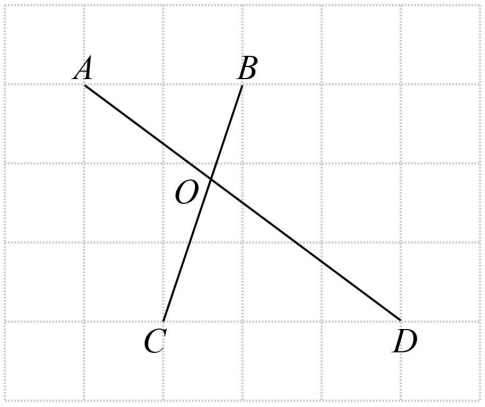
【分析】科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\le|a|<10$，n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值≥10 时，n 是正整数；当原数的绝对值＜1 时，n 是负整数．

【详解】解：$28700+13100=41800=4.18\times10^4$（公顷），

故选：B.

【点睛】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\le|a|<10$，n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

16. 如图，点 A 、B 、C 、D 在网格中小正方形的顶点处，AD 与 BC 相交于点 O，小正方形的边长为 1，则 AO 的长等于（　　）



A. 2　　B. $\frac{7}{3}$　　C. $\frac{6\sqrt{2}}{5}$　　D. $\frac{9\sqrt{2}}{5}$

【答案】A

【解析】

【分析】先根据勾股定理计算 AD 的长，再根据$\triangle AOB\backsim\triangle DOC$，对应边成比例，从而求出 AO 的长.

【详解】解：$AD=\sqrt{3^2+4^2}=5$，$AB=2$，$CD=3$，

$\because AB/\!/DC$，

$\therefore\triangle AOB\backsim\triangle DOC$，

$\therefore\frac{AO}{OD}=\frac{AB}{CD}=\frac{2}{3}$，

$\therefore$ 设 $AO=2x$，则 $OD=3x$，

∵$AO+OD=AD$,

∴$2x+3x=5$.

解得：$x=1$,

∴$AO=2$,

故选：A.

【点睛】本题考查勾股定理和相似三角形的判定和性质，解题关键是熟练掌握相似三角形的判定和性质.

17. 第 1 组数据为：0、0、0、1、1、1，第 2 组数据为：$\overbrace{0,0,\cdots,0}^{m个0}$、$\overbrace{1,1,\cdots,1}^{n个1}$，其中 m 、n 是正整数. 下列结论：①当 $m=n$ 时，两组数据的平均数相等；②当 $m>n$ 时，第 1 组数据的平均数小于第 2 组数据的平均数；③当 $m<n$ 时，第 1 组数据的中位数小于第 2 组数据的中位数；④当 $m=n$ 时，第 2 组数据的方差小于第 1 组数据的方差. 其中正确的是（　　）

A. ①②　　B. ①③　　C. ①④　　D. ③④

【答案】B

【解析】

【分析】根据平均数、中位数、方差的求法分别求解后即可进行判断.

【详解】解：①第 1 组数据的平均数为：$\dfrac{0+0+0+1+1+1}{6}=0.5$,

当 $m=n$ 时，第 2 组数据的平均数为：$\dfrac{0\times m+1\times n}{m+n}=\dfrac{m}{2m}=0.5$,

故①正确；

②第 1 组数据的平均数为：$\dfrac{0+0+0+1+1+1}{6}=0.5$,

当 $m>n$ 时，$m+n>2n$，则第 2 组数据的平均数为：$\dfrac{0\times m+1\times n}{m+n}=\dfrac{n}{m+n}<\dfrac{n}{2n}=0.5$,

∴第 1 组数据的平均数大于第 2 组数据的平均数；

故②错误；

③第 1 组数据的中位数是$\dfrac{0+1}{2}=0.5$,

当 $m<n$ 时，若 $m+n$ 是奇数，则第 2 组数据的中位数是 1；当 $m<n$ 时，若 $m+n$ 是奇数，则第 2 组数据的中位数是$\dfrac{1+1}{2}=1$；

即当 $m<n$ 时，第 2 组数据的中位数是 1,

∴当 $m<n$ 时，第 1 组数据的中位数小于第 2 组数据的中位数；

故③正确；

④第 1 组数据的方差为 $\frac{(0-0.5)^2\times3+(1-0.5)^2\times3}{6}=0.25$，

当 $m=n$ 时，第 2 组数据的方差为 $\frac{(0-0.5)^2\times m+(1-0.5)^2\times n}{m+n}$，

$=\frac{0.25m+0.25m}{2m}$

$=0.25$，

$\therefore$ 当 $m=n$ 时，第 2 组数据的方差等于第 1 组数据的方差.

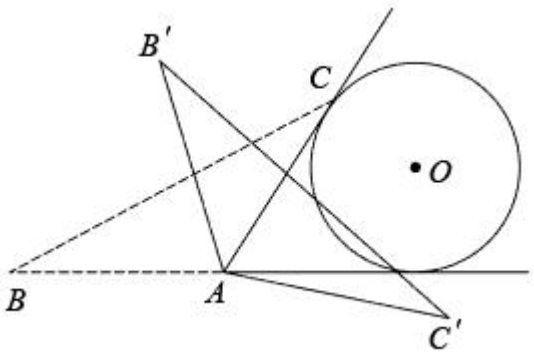
故④错误，

综上所述，其中正确的是①③；

故选：B

【点睛】此题考查了平均数、中位数、方差的求法，熟练掌握求解方法是解题的关键.

18. 如图，在等腰 $\triangle ABC$ 中，$\angle BAC=120°$，$BC=6\sqrt{3}$，$\odot O$ 同时与边 BA 的延长线、射线 AC 相切，$\odot O$ 的半径为 3．将 $\triangle ABC$ 绕点 A 按顺时针方向旋转 $\alpha\left(0°<\alpha\le360°\right)$，$B$、$C$ 的对应点分别为 B'、C'，在旋转的过程中边 $B'C'$ 所在直线与 $\odot O$ 相切的次数为（　　）



A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

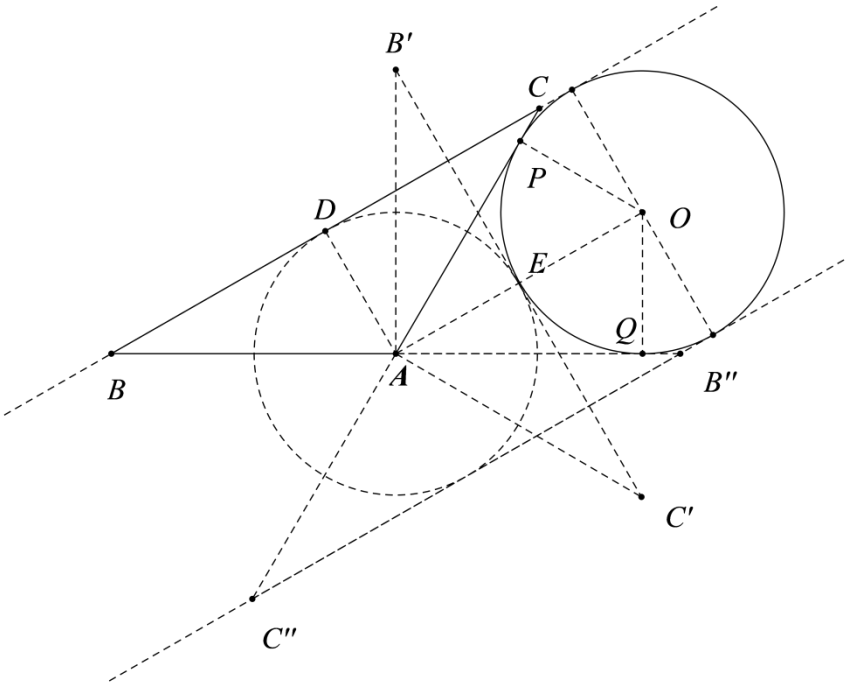
【答案】C

【解析】

【分析】首先以 A 为圆心，以 BC 边的中线为半径画圆，可得$\odot A$ 的半径为 3，计算出 OA 的长度，可知$\odot O$ 与$\odot A$ 相切，根据两个相切圆的性质，即可得到答案.

【详解】解：如图：

【中小学教辅资源店 微信：mlxt2022】



作 $AD \perp BC$，以 A 为圆心，以 AD 为半径画圆

$\because AC$、AB 所在的直线与⊙O 相切，令切点分别为 P、Q，连接 OP、OQ

$\therefore AO$ 平分 $\angle PAQ$

$\because \angle CAB=120^\circ$

$\therefore \angle PAO=30^\circ$

$\because OP=3$

$\therefore AO=\dfrac{OP}{\sin 30^\circ}=6$

$\because \angle BAC=120^\circ$，$AB=AC$

$\therefore \angle ACB=30^\circ$，$CD=\dfrac{1}{2}BC=3\sqrt{3}$

$\therefore AD=CD\cdot\tan 30^\circ=3$

$\therefore$⊙A 的半径为 3,

$\therefore$⊙O 与⊙A 的半径和为 6

$\because AO=6$

$\therefore$⊙O 与⊙A 相切

$\because AD \perp BC$

$\therefore BC$ 所在的直线是⊙A 的切线

$\therefore BC$ 所在的直线与⊙O 相切

$\therefore$ 当 $\alpha=360^\circ$ 时，BC 所在的直线与⊙O 相切

同理可证明当 $\alpha=180^\circ$ 时，$B''C''$ 所在的直线与⊙O 相切.

当 $B'C' \perp AO$ 时，即 α =90 ° 时， $B'C'$ 所在的直线与⊙O 相切.

∴当 α 为 90 °、180 °、360 ° 时，BC 所在的直线与⊙O 相切

故答案选 C.

【点睛】本题主要考查了圆的切线，涉及到等腰三角形的性质、两圆的位置关系和特殊角的三角函数等知识，熟练掌握相关知识，精准识图并准确推断图形的运动轨迹，进行合理论证是本题的解题关键.

三、解答题（本大题共有 10 小题，共计 78 分．解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.）

19. （1）计算：$\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}-\tan 45^{\circ}+\left|\sqrt{2}-1\right|$；

（2）化简：$\left(1-\frac{1}{a}\right)\div\left(a-\frac{1}{a}\right)$.

【答案】（1）$\sqrt{2}$；（2）$\frac{1}{a+1}$

【解析】

【分析】（1）直接利用特殊角的三角函数值、负整数指数幂的性质、绝对值的性质分别化简，再利用实数加减运算法则计算得出答案.

（2）先对括号内的分式通分，然后再将除法转化为乘法，然后约分即可..

【详解】（1）解：原式 $=2-1+\sqrt{2}-1=\sqrt{2}$；

（2）解：原式 $=\frac{a-1}{a}\cdot\frac{a}{(a+1)(a-1)}=\frac{1}{a+1}$.

【点睛】本题考查分式的混合运算、实数的运算，熟练掌握它们的运算法则是解答本题的关键.

20. （1）解方程：$\frac{2}{x-2}=\frac{1+x}{x-2}+1$；

（2）解不等式组：$\begin{cases}x-1<2x\\2(x-3)\le 3-x\end{cases}$.

【答案】（1）$x=\frac{3}{2}$；（2）$-1<x\le 3$

【解析】

【分析】（1）分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解；

（2）分别求出不等式组中两不等式的解集，找出两解集的公共部分即可.

【详解】（1）解：方程两边同时乘以 $x-2$，

得，$2=1+x+x-2$，

$2x=3$．得$x=\frac{3}{2}$．

检验：当$x=\frac{3}{2}$时，$x-2\neq 0$，

所以$x=\frac{3}{2}$是原方程的解；

（2）解：$\begin{cases} x-1<2x① \\ 2(x-3)\le 3-x② \end{cases}$，

解不等式①，得$x>-1$．

解不等式②，得$x\le 3$．

所以原不等式组的解集是$-1<x\le 3$．

【点睛】此题考查了解分式方程，分式方程的解，以及解一元一次不等式组，熟练掌握各自的解法是解本题的关键．

21．一只不透明的袋子中装有 2 个白球、1 个红球，这些球除颜色外都相同．

（1）搅匀后从中任意摸出一个球，摸到红球的概率等于_____；

（2）搅匀后从中任意摸出一个球，记录颜色后放回、搅匀，再从中任意摸出一个球．用列表或画树状图的方法，求 2 次都摸到红球的概率．

【答案】（1）$\frac{1}{3}$

（2）$\frac{1}{9}$

【解析】

【分析】（1）根据概率公式直接求解即可；

（2）画树状图求概率即可求解．

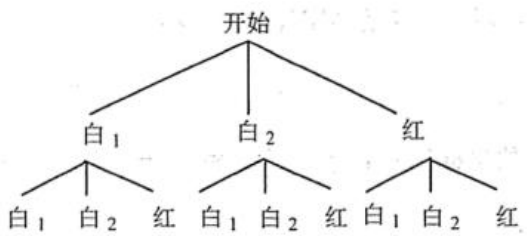
【小问 1 详解】

解：共有 3 个球，其中红球 1 个，

∴摸到红球的概率等于$\frac{1}{3}$；

【小问 2 详解】

画树状图如下：



∵有 9 种结果，其中 2 次都摸到红球的结果有 1 种，

∴2 次都摸到红球的概率$=\frac{1}{9}$.

【点睛】本题考查了概率公式求概率，画树状图求概率，掌握求概率的方法是解题的关键.

22. 某地交警在一个路口对某个时段来往的车辆的车速进行监测，统计数据如下表：

车速（km/h）	40	41	42	43	44	45
频数	6	8	15	a	3	2

其中车速为 40、43（单位：km/h）的车辆数分别占监测的车辆总数的 12%、32%.

（1）求出表格中a的值；

（2）如果一辆汽车行驶的车速不超过40km/h的 10%，就认定这辆车是安全行驶．若一年内在该时段通过此路口的车辆有 20000 辆，试估计其中安全行驶的车辆数.

【答案】（1）16　　（2）19200 辆

【解析】

【分析】（1）由车速的占比求得总的车辆数，然后相乘可得

（2）先计算安全行驶的占比，再用该占比估算即可

【小问 1 详解】

方法一：由题意得$\frac{6}{12\%}=50$，

$a=50\times32\%=16$；

方法二：由题意得$\frac{6}{12\%}=\frac{a}{32\%}$，

解得：$a=16$；

【小问 2 详解】

由题意知，安全行驶速度小于等于$40\times\left(1+10\%\right)=44$ km/h.

因为该时段监测车辆样本中安全行驶的车辆占总监测车辆的占比为$\frac{50-2}{50}=\frac{48}{50}$，

所以估计其中安全行驶的车辆数约为：$20000\times\frac{48}{50}=19200$（辆）

【点睛】本题考查了频数的计算，掌握频率的计算公式是解题关键，频率=频数÷总数．本题的占比就是频率.

23. 某公司专业生产某种产品，6 月初（当月月历如图）接到一份求购 5000 件该产品的订单，要求本月底完成，7 月 1 日按期交货.

日	一	二	三	四	五	六
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30		

经盘点目前公司已有该产品库存 2855 件，补充原材料后，从本月 7 日开始生产剩余数量的该产品，已知该公司除周六、周日正常休息外，每天的生产量相同．但因受高温天气影响，从本月 10 日开始，每天的生产量比原来减少了 25 件，截止到 17 日生产结束，库存总量达 3830 件．如果按照 10 日开始的生产速度继续生产该产品，能否按期完成订单？请说明理由．如果不能，请你给该公司生产部门提出一个合理的建议，以确保能按期交货．

【答案】不能，理由见解析，为确保按期交货，从 20 日开始每天的生产量至少达到 130 件

【解析】

【分析】设 10 日开始每天生产量为 x 件，根据题意列出一元一次方程，继而根据，如果按照公司 10 日开始的生产速度继续生产该产品，截止月底生产的天数为 9 天，列出一元一次不等式，求得从 20 日开始每天的生产量至少达到 130 件，即可求解．

【详解】解：设 10 日开始每天生产量为 x 件，

根据题意，得 $3\left(x+25\right)+6x=3830-2855$．

解得，$x=100$．

如果按照公司 10 日开始的生产速度继续生产该产品，截止月底生产的天数为 9 天，

因此该公司 9 天共可生产 900 件产品．

因为 $900+3830=4730<5000$，所以不能按期完成订单，

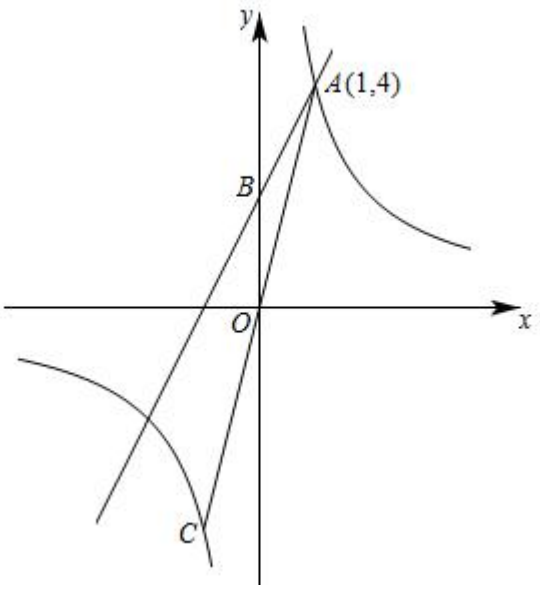
由 $\left(5000-3830\right)\div 9=130$，

所以为确保按期交货，从 20 日开始每天的生产量至少达到 130 件．

【点睛】本题考查了一元一次方程的应用，一元一次不等式的应用，根据题意列出方程与不等式是解题的关键．

24. 如图，一次函数 $y=2x+b$ 与反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}\left(k\neq 0\right)$ 的图像交于点 $A\left(1,4\right)$，与 y 轴交于点 B．

【中小学教辅资源店 微信：mlxt2022】



（1）$k=$_____，$b=$_____；

（2）连接并延长 AO，与反比例函数 $y=\frac{k}{x}\left(k\neq 0\right)$ 的图像交于点 C，点 D 在 y 轴上，若以 O、C、D 为顶点的三角形与 $\triangle AOB$ 相似，求点 D 的坐标.

【答案】（1）4，2　　（2）点 D 的坐标为 $\left(0,-2\right)$、$\left(0,-\frac{17}{2}\right)$

【解析】

【分析】对于（1），将点 A 的坐标代入两个关系式，即可得出答案；

对于（2），先求出 AO，BO，CO，再确定点 D 的位置，然后分两种情况 $\triangle COD\backsim\triangle AOB$ 和 $\triangle COD\backsim\triangle BOA$，再根据相似三角形的对应边成比例求出答案即可.

【小问 1 详解】

将点 A（1，4）代入一次函数 $y=2x+b$，得

$4=2+b$，

解得 $b=2$，

一次函数的关系式为 $y=2x+2$；

将点 A（1，4）代入反比例函数 $y=\frac{k}{x}$，得

$4=k$，

反比例函数的关系式为 $y=\frac{4}{x}$.

故答案为：4，2；

【小问 2 详解】

点 A 与点 C 关于原点对称，可知点 C 的坐标是（-1，-4）.

当 x=0 时，y=2,

∴点 B（0，2），

∴OB=2.

根据勾股定理可知 $AO = CO = \sqrt{1^2 + 4^2} = \sqrt{17}$.

当点 D 落在 y 轴的正半轴上，则 $\angle COD > \angle ABO$，

∴ $\triangle COD$ 与 $\triangle ABO$ 不可能相似.

当点 D 落在 y 轴的负半轴上，

若 $\triangle COD \backsim \triangle AOB$，

则 $\frac{CO}{AO} = \frac{DO}{BO} = \frac{CD}{AB}$.

$\because CO = AO$，

$\therefore BO = DO = 2$，

$\therefore D(0,-2)$；

若 $\triangle COD \backsim \triangle BOA$，则 $\frac{OD}{OA} = \frac{OC}{OB}$.

$\because OA = CO = \sqrt{17}$，$BO = 2$，

$\therefore DO = \frac{17}{2}$，

$\therefore D\left(0,-\frac{17}{2}\right)$.

综上所述：点 D 的坐标为 $(0,-2)$、$\left(0,-\frac{17}{2}\right)$.

【点睛】这是一道关于一次函数和反比例函数的综合问题，考查了待定系数法求关系式，相似三角形的性质和判定等.

25. 如图 1 是一张圆凳的造型，已知这张圆凳的上、下底面圆的直径都是 30cm，高为 42.9cm．它被平行于上、下底面的平面所截得的横截面都是圆．小明画出了它的主视图，是由上、下底面圆的直径 AB 、CD 以及 $\overset{\frown}{AC}$ 、$\overset{\frown}{BD}$ 组成的轴对称图形，直线 l 为对称轴，点 M 、N 分别是 $\overset{\frown}{AC}$ 、$\overset{\frown}{BD}$ 的中点，如图 2，他又画出了 $\overset{\frown}{AC}$ 所在的扇形并度量出扇形的圆心角 $\angle AEC = 66°$，发现并证明了点 E 在 MN 上．请你继续完成

MN 长的计算.

参考数据：$\sin 66°\approx\frac{9}{10}$，$\cos 66°\approx\frac{2}{5}$，$\tan 66°\approx\frac{9}{4}$，$\sin 33°\approx\frac{11}{20}$，$\cos 33°\approx\frac{11}{13}$，$\tan 33°\approx\frac{13}{20}$.

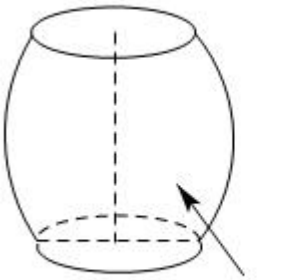


图1

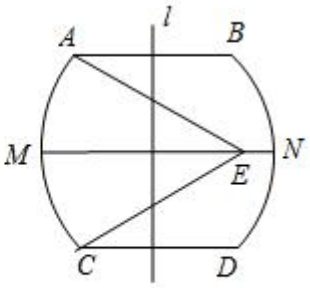


图2

【答案】42cm

【解析】

【分析】连接 AC，交 MN 于点 H．设直线 l 交 MN 于点 Q，根据圆周角定理可得 $\angle AEM=33°$，解 $Rt\triangle AEH$，得出 $\frac{13}{20}=\frac{\frac{429}{20}}{EH}$，进而求得 EM 的长，即可求解.

【详解】解：连接 AC，交 MN 于点 H．设直线 l 交 MN 于点 Q.

$\because M$ 是 $\overset{\frown}{AC}$ 的中点，点 E 在 MN 上，

$\therefore \angle AEM=\angle CEM=\frac{1}{2}\angle AEC=33°$.

在 $\triangle AEC$ 中，$\because EA=EC$，$\angle AEH=\angle CEH$，

$\therefore EH\perp AC$，$AH=CH$.

$\because$ 直线 l 是对称轴，

$\therefore AB\perp l$，$CD\perp l$，$MN\perp l$，

$\therefore AB\parallel CD\parallel MN$.

$\therefore AC\perp AB$.

$\therefore AC=42.9$，$AH=CH=\frac{429}{20}$.

在 $Rt\triangle AEH$ 中，$\sin\angle AEH=\frac{AH}{AE}$，

即 $\frac{11}{20}=\frac{\frac{429}{20}}{AE}$，

则 $AE=39$.

$\because \tan\angle AEH=\dfrac{AH}{HE}$,

即 $\dfrac{13}{20}=\dfrac{\frac{429}{20}}{EH}$,

则 $EH=33$.

$\therefore MH=6$.

$\because$该图形为轴对称图形，张圆凳的上、下底面圆的直径都是30cm,

$\therefore HQ=\dfrac{1}{2}AB=15$,

$\therefore MQ=MH+HQ=6+15=21$.

$\therefore MN=42(\text{cm})$.

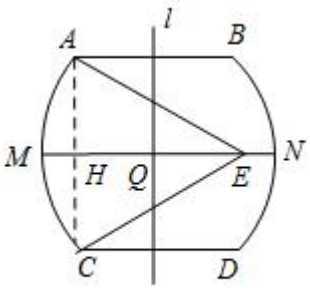


图2

【点睛】本题考查了圆周角定理，垂径定理，解直角三角形的实际应用，构造直角三角形是解题的关键.

26. 已知，点 E 、 F 、 G 、 H 分别在正方形 $ABCD$ 的边 AB 、 BC 、 CD 、 AD 上.

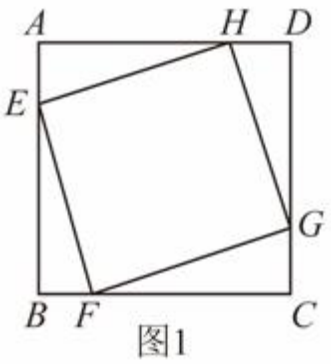


图1

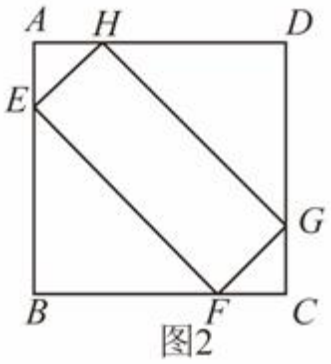


图2

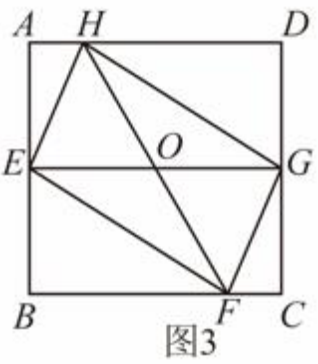


图3

(1) 如图 1，当四边形 $EFGH$ 是正方形时，求证： $AE+AH=AB$；

(2) 如图 2，已知 $AE=AH$ ， $CF=CG$，当 AE 、 CF 的大小有_____关系时，四边形 $EFGH$ 是矩形；

(3) 如图 3，$AE=DG$，EG 、FH 相交于点 O，$OE:OF=4:5$，已知正方形 $ABCD$ 的边长为 16，FH 长为 20，当 $\triangle OEH$ 的面积取最大值时，判断四边形 $EFGH$ 是怎样的四边形？证明你的结论.

【答案】(1) 见解析　　(2) $AE=CF$

(3) 平行四边形，证明见解析

【解析】

【分析】(1) 利用平行四边形的性质证得 $\angle BEF=\angle AHE$，根据角角边证明 $\triangle AEH\cong\triangle BFE$.

(2) 当 $AE=CF$，证得 $\triangle AEH\cong\triangle FCG$，$\triangle EBF$ 是等腰直角三角形，$\angle HEF=\angle EFG=90°$，即可证得四边形 $EFGH$ 是矩形.

(3) 利用正方形的性质证得 $AEGD$ 为平行四边形，过点 H 作 $HM\perp BC$，垂足为点 M，交 EG 于点 N，由平行线分线段成比例，设 $OE=4x$，$OF=5x$，$HN=h$，则可表示出 HN，从而把 $\triangle OEH$ 的面积用 x 的代数式表示出来，根据二次函数求出最大值，则可得 $OE=OG$，$OF=OH$，即可证得平行四边形.

【小问 1 详解】

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为正方形，

$\therefore\angle A=\angle B=90°$，

$\therefore\angle AEH+\angle AHE=90^{\circ}$.

$\because$ 四边形 $EFGH$ 为正方形，

$\therefore EH=EF$，$\angle HEF=90°$，

$\therefore\angle AEH+\angle BEF=90°$，

$\therefore\angle BEF=\angle AHE$.

在 $\triangle AEH$ 和 $\triangle BFE$ 中，

$\because\angle A=\angle B=90°$，$\angle AHE=\angle BEF$，$EH=FE$，

$\therefore\triangle AEH\cong\triangle BFE$.

$\therefore AH=BE$.

$\therefore AE+AH=AE+BE=AB$；

【小问 2 详解】

$AE=CF$；证明如下：

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为正方形，

$\therefore\angle A=\angle B=90°$，$AB=BC=AD=CD$，

$\because AE=AH$，$CF=CG$，$AE=CF$，

$\therefore AH=CG$，

$\therefore\triangle AEH\cong\triangle FCG$，

$\therefore EH=FG$.

$\because AE=CF$，

【中小学教辅资源店 微信：mlxt2022】

$\therefore AB-AE=BC-CF$，即 $BE=BF$，

$\therefore$ $\triangle EBF$ 是等腰直角三角形，

$\therefore \angle BEF=\angle BFE=45°$，

$\because AE=AH$，$CF=CG$，

$\therefore \angle AEH=\angle CFG=45°$，

$\therefore \angle HEF=\angle EFG=90°$，

$\therefore EH/\!/FG$，

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是矩形.

【小问 3 详解】

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为正方形，

$\therefore AB/\!/CD$.

$\because AE=DG$，$AE/\!/DG$，

$\therefore$ 四边形 $AEGD$ 为平行四边形.

$\therefore AD/\!/EG$.

$\therefore EG/\!/BC$.

过点 H 作 $HM\perp BC$，垂足为点 M，交 EG 于点 N，

$\therefore \dfrac{HN}{HM}=\dfrac{HO}{HF}$.

$\because OE:OF=4:5$，

设 $OE=4x$，$OF=5x$，$HN=h$，则 $\dfrac{h}{16}=\dfrac{20-5x}{20}$，

$\therefore h=4(4-x)$.

$\therefore S=\dfrac{1}{2}\cdot OE\cdot HN=\dfrac{1}{2}\cdot 4x\cdot 4(4-x)=-8(x-2)^2+32$.

$\therefore$ 当 $x=2$ 时，$\triangle OEH$ 的面积最大，

$\therefore OE=4x=8=\dfrac{1}{2}EG=OG$，$OF=5x=10=\dfrac{1}{2}HF=OH$，

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是平行四边形.

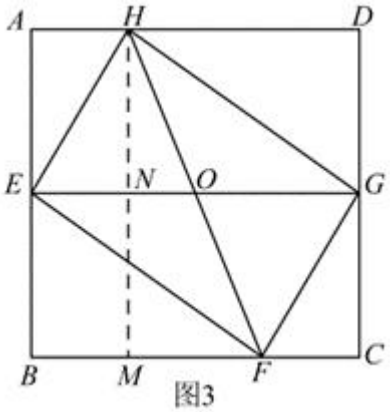


图3

【点睛】此题考查了正方形的性质，矩形的判定和平行四边形的性质与判定，平行线分线段成比例定理，全等三角形的判定与性质，等腰三角形的性质，二次函数的最值，有一定的综合性，解题的关键是熟悉这些知识并灵活运用.

27. 一次函数 $y=\frac{1}{2}x+1$ 的图像与 x 轴交于点 A，二次函数 $y=ax^2+bx+c\left(a\neq 0\right)$ 的图像经过点 A、原点 O 和一次函数 $y=\frac{1}{2}x+1$ 图像上的点 $B\left(m,\frac{5}{4}\right)$.

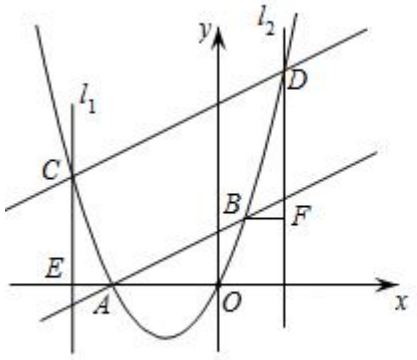


图1

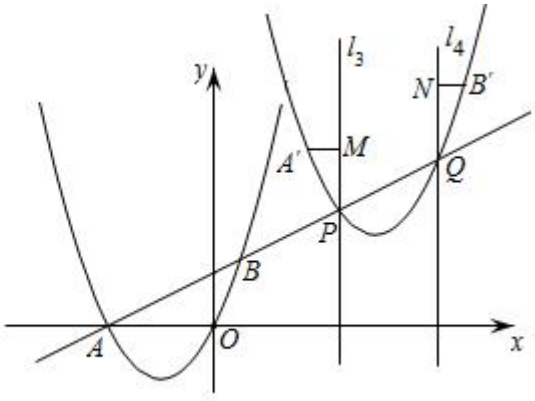


图2

(1) 求这个二次函数的表达式；

(2) 如图 1，一次函数 $y=\frac{1}{2}x+n\left(n>-\frac{9}{16},n\neq 1\right)$ 与二次函数 $y=ax^2+bx+c\left(a\neq 0\right)$ 的图像交于点 $C\left(x_1,y_1\right)$、$D\left(x_2,y_2\right)$（$x_1<x_2$），过点 C 作直线 $l_1\perp x$ 轴于点 E，过点 D 作直线 $l_2\perp x$ 轴，过点 B 作 $BF\perp l_2$ 于点 F.

①$x_1=$_____，$x_2=$_____（分别用含 n 的代数式表示）；

②证明：$AE=BF$；

(3) 如图 2，二次函数 $y=a\left(x-t\right)^2+2$ 的图像是由二次函数 $y=ax^2+bx+c\left(a\neq 0\right)$ 的图像平移后得到的，且与一次函数 $y=\frac{1}{2}x+1$ 的图像交于点 P、Q（点 P 在点 Q 的左侧），过点 P 作直线 $l_3\perp$ x 轴，过点 Q 作

直线$l_4 \perp x$轴，设平移后点A、B的对应点分别为A'、B'，过点A'作$A'M \perp l_3$于点M，过点B'作$B'N \perp l_4$于点N.

①$A'M$与$B'N$相等吗？请说明你的理由；

②若$A'M+3B'N=2$，求t的值.

【答案】(1) $y=x^2+2x$

(2) ①$\frac{-3-\sqrt{9+16n}}{4}$，$\frac{-3+\sqrt{9+16n}}{4}$；②见解析

(3) ①$A'M=B'N$，理由见解析；②3

【解析】

【分析】(1) 通过一次函数表达式可以求出A、B两点坐标，将A、B、C三点坐标代入二次函数表达式即可求解；

(2) ①通过联立关系式可得：$\frac{1}{2}x+n=x^2+2x$，利用公式法解一元二次方程，求出方程的解即可得到x_1,x_2的值；

②通过A（-2，0），$E(\frac{-3-\sqrt{9+16n}}{4},0)$即可求出$AE$的长度；

通过$B(\frac{1}{2},\frac{5}{4})$，$F(\frac{-3+\sqrt{9+16n}}{4},\frac{5}{4})$即可求出$BF$的长度；

(3) ①通过二次函数平移前后的表达式可以确定新二次函数的图像是由原二次函数的图像向右平移$(t+1)$个单位，向上平移3个单位得到的，从而可以得到：$A'(t-1,3)$，$B'\left(t+\frac{3}{2},\frac{17}{4}\right)$. 通过联立关系式可得：$(x-t)^2+2=\frac{1}{2}x+1$，利用公式法解一元二次方程，求出方程的解即可得到点P、点Q的横坐标，通过坐标即可表示出$A'M$、$B'N$的长度.

②由①可得$\frac{5-\sqrt{8t-15}}{4}=\frac{1}{2}$，求解即可.

【小问1详解】

令$y=0$，则$\frac{1}{2}x+1=0$，解得$x=-2$，

$\therefore A(-2,0)$，

将点 $B\left(m,\frac{5}{4}\right)$ 代入 $y=\frac{1}{2}x+1$ 中，解得 $m=\frac{1}{2}$，

∴点 B 的坐标为 $(\frac{1}{2},\frac{5}{4})$.

将 $A(-2,0)$，$B(\frac{1}{2},\frac{5}{4})$，$C(0,0)$ 代入 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 可得：

$$\begin{cases}4a-2b+c=0\\ \frac{1}{4}a+\frac{1}{2}b+c=\frac{5}{4}\\ c=0\end{cases}$$，解得：$\begin{cases}a=1\\ b=2\\ c=0\end{cases}$，

∴二次函数的表达式为 $y=x^2+2x$.

【小问 2 详解】

①∵一次函数 $y=\frac{1}{2}x+n\left(n>-\frac{9}{16},n\neq 1\right)$ 与二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 的图像交于点 $C(x_1,y_1)$、$D(x_2,y_2)$（$x_1<x_2$），

∴联立关系式得：$\frac{1}{2}x+n=x^2+2x$，

整理得：$x^2+\frac{3}{2}x-n=0$，

解得：$x_1=\frac{-\frac{3}{2}-\sqrt{\frac{9}{4}+4n}}{2}=\frac{-3-\sqrt{9+16n}}{4}$，$x_2=\frac{-\frac{3}{2}+\sqrt{\frac{9}{4}+4n}}{2}=\frac{-3+\sqrt{9+16n}}{4}$，

故答案为：$x_1=\frac{-3-\sqrt{9+16n}}{4}$，$x_2=\frac{-3+\sqrt{9+16n}}{4}$；

②当 $n>1$ 时，CD 位于 AB 的上方，∵$A(-2,0)$、$B\left(\frac{1}{2},\frac{5}{4}\right)$，

∴$AE=-2-\frac{-\frac{3}{2}-\sqrt{\frac{9}{4}+4n}}{2}=\frac{-\frac{5}{2}+\sqrt{\frac{9}{4}+4n}}{2}$，$BF=\frac{-\frac{3}{2}+\sqrt{\frac{9}{4}+4n}}{2}-\frac{1}{2}=\frac{-\frac{5}{2}+\sqrt{\frac{9}{4}+4n}}{2}$，

∴$AE=BF$，

当 $-\frac{9}{16}<n<1$ 时，CD 位于 AB 的下方，同理可证.

故可得：$AE=BF$；

【小问 3 详解】

方法一：

【中小学教辅资源店 微信：mlxt2022】

①∵二次函数 $y=x^2+2x$ 图像的顶点为 $(-1,-1)$，

二次函数 $y=(x-t)^2+2$ 的图像的顶点为 $(t,2)$，

∴新二次函数的图像是由原二次函数的图像向右平移 $(t+1)$ 个单位，向上平移 3 个单位得到的.

∴ $A(-2,0)$ 的对应点为 $A'(t-1,3)$，$B\left(\frac{1}{2},\frac{5}{4}\right)$ 的对应点为 $B'\left(t+\frac{3}{2},\frac{17}{4}\right)$，

联立关系式可得：$(x-t)^2+2=\frac{1}{2}x+1$，

整理得：$x^2-(2t+\frac{1}{2})x+t+1=0$，

$\triangle=\frac{8t-15}{4}$，

当 $t>\frac{15}{8}$ 时，解得：$x_P=\frac{4t+1-\sqrt{8t-15}}{4}$，$x_Q=\frac{4t+1+\sqrt{8t-15}}{4}$，

∴ $NB'=t+\frac{3}{2}-\frac{4t+1+\sqrt{8t-15}}{4}=\frac{5-\sqrt{8t-15}}{4}$，$AM'=\frac{4t+1-\sqrt{8t-15}}{4}-(t-1)=\frac{5-\sqrt{8t-15}}{4}$，

∴ $A'M=B'N$.

②∵ $A'M+3B'N=2$，$A'M=B'N$.

∴ $A'M=B'N=\frac{1}{2}$，

∴ $\frac{5-\sqrt{8t-15}}{4}=\frac{1}{2}$，

解得:$t=3$.

方法二:

①设 P、Q 平移前的对应点分别为 P'、Q'，则 $P'Q'\parallel PQ$.

则 $P'Q'\parallel AB$，

∵ A'、B' 平移前的对应点分别为 A、B，

由（2）②及平移的性质可知，$A'M=B'N$.

②∵ $A'M+3B'N=2$，

∴ $A'M=B'N=\frac{1}{2}$，

∵ $B\left(\frac{1}{2},\frac{5}{4}\right)$ 到 y 轴的距离为 $\frac{1}{2}$，点 O 是 y 轴与二次函数 $y=x^2+2x$ 的图像的交点，

∴平移后点O的对应点即为点Q.

∵二次函数$y=x^2+2x$图像的顶点为$(-1,-1)$,

二次函数$y=(x-t)^2+2$的图像的顶点为$(t,2)$,

∴新二次函数的图像是由原二次函数的图像向右平移$(t+1)$个单位，向上平移3个单位得到的.

∴$Q(t+1,3)$，将点Q的坐标代入$y=\frac{1}{2}x+1$中，解得$t=3$.

另解：

∵$A'M+3B'N=2$，∴$A'M=B'N=\frac{1}{2}$,

$B\left(\frac{1}{2},\frac{5}{4}\right)$的对应点为$B'\left(t+\frac{3}{2},\frac{17}{4}\right)$.

∵$B'N=\frac{1}{2}$，∴点Q的横坐标为$t+1$，代入$y=\frac{1}{2}x+1$，得$y=\frac{1}{2}t+\frac{3}{2}$.

∴$Q\left(t+1,\frac{1}{2}t+\frac{3}{2}\right)$. 将点$Q$的坐标代入$y=(x-t)^2+2$中，解得$t=3$.

【点睛】本题考查了待定系数法求二次函数表达式，联立关系式求交点坐标及利用点的坐标表示线段的长度，能够熟练掌握函数中表示线段长度的方法，求交点坐标的方法，熟练掌握用公式法解一元二次方程是解决本题的关键.

28. 操作探究题

（1）已知AC是半圆O的直径，$\angle AOB=\left(\frac{180}{n}\right)^\circ$（$n$是正整数，且$n$不是3的倍数）是半圆$O$的一个圆心角.

操作：如图1，分别将半圆O的圆心角$\angle AOB=\left(\frac{180}{n}\right)^\circ$（$n$取1、4、5、10）所对的弧三等分（要求：仅用圆规作图，不写作法，保留作图痕迹）；

【中小学教辅资源店 微信：mlxt2022】

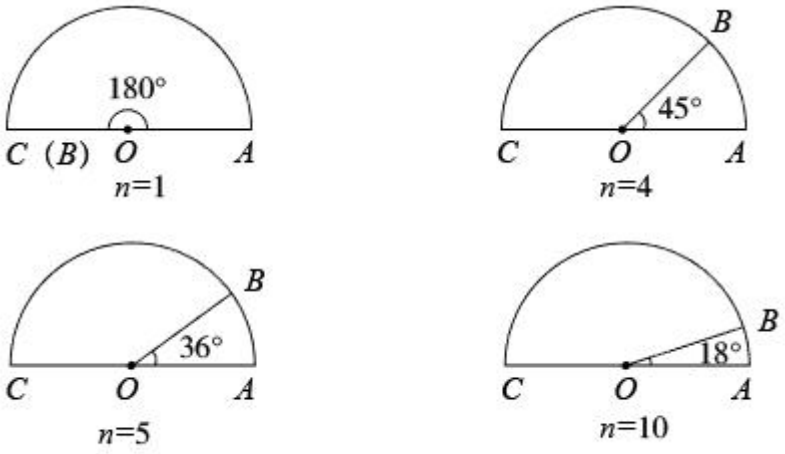


图1

从上面的操作我发现，就是利用60°、$\left(\frac{180}{11}\right)^\circ$所对的弧去找$\left(\frac{180}{11}\right)^\circ$的三分之一即$\left(\frac{60}{11}\right)^\circ$所对的弧.

交流：当$n=11$时，可以仅用圆规将半圆O的圆心角$\angle AOB=\left(\frac{180}{n}\right)^\circ$所对的弧三等分吗？

我发现了它们之间的数量关系是$4\times\left(\frac{180}{11}\right)^\circ-60^\circ=\left(\frac{60}{11}\right)^\circ$.

我再试试：当$n=28$时，$\left(\frac{180}{28}\right)^\circ$、$60^\circ$、$\left(\frac{60}{28}\right)^\circ$之间存在数量关系_____.

因此可以仅用圆规将半圆O的圆心角$\angle AOB=\left(\frac{180}{28}\right)^\circ$所对的弧三等分.

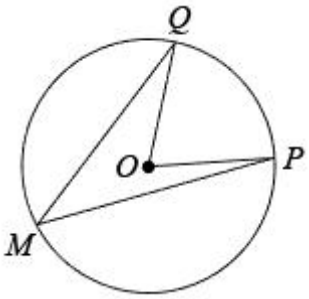
探究：你认为当n满足什么条件时，就可以仅用圆规将半圆O的圆心角$\angle AOB=\left(\frac{180}{n}\right)^\circ$所对的弧三等分？

说说你的理由.

(2) 如图 2，$\odot o$的圆周角$\angle PMQ=\left(\frac{270}{7}\right)^\circ$. 为了将这个圆的圆周 14 等分，请作出它的一条 14 等分弧$\overset{\frown}{CD}$

(要求：仅用圆规作图，不写作法，保留作图痕迹).

【中小学教辅资源店 微信：mlxt2022】



【答案】(1) 作图见解析；交流：$60°-9\times\left(\frac{180}{28}\right)°=\left(\frac{60}{28}\right)°$，或$19\times\left(\frac{180}{28}\right)°-2\times60°=\left(\frac{60}{28}\right)°$；

探究：正整数n（n不是 3 的倍数），理由见解析

(2) 作图见解析

【解析】

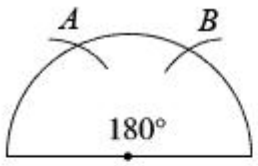
【分析】(1) 由操作可知，如果$(\frac{60}{n})°$可以用$60°$与$(\frac{180}{n})°$的线性表示，那么该圆弧就可以被三等分

(2) 将圆周 14 等分就是把$\angle PMQ=\left(\frac{270}{7}\right)°$所对的圆周角$\angle QOP$所对弧三等分即可,给出一种算法：

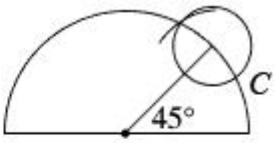
$180°-\frac{540°}{7}\times2=\frac{180°}{7}$

【小问 1 详解】

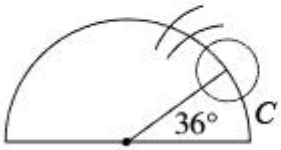
操作：



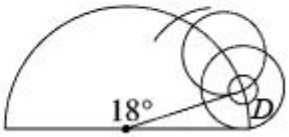
图中的A、B点即为三等分点



图中的C点即为三等分点



图中的C点即为三等分点



图中的D点即为三等分点

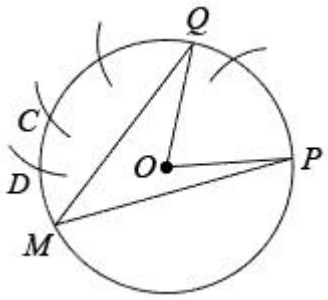
交流：$60°-9\times\left(\frac{180}{28}\right)°=\left(\frac{60}{28}\right)°$，或$19\times\left(\frac{180}{28}\right)°-2\times60°=\left(\frac{60}{28}\right)°$；

探究：设$60°-k\left(\frac{180}{n}\right)°=\left(\frac{60}{n}\right)°$，解得$n=3k+1$（$k$为非负整数）.

或设$k\left(\frac{180}{n}\right)°-60°=\left(\frac{60}{n}\right)°$，解得$n=3k-1$（$k$为正整数）.

所以对于正整数n（n不是3的倍数），都可以仅用圆规将半圆O的圆心角$\angle AOB=\left(\frac{180}{n}\right)°$所对的弧三等分；

【小问2详解】



【点睛】本题考查了用圆规作图的基本技能，需要准确理解题意，对于复杂图形的作图要学会将其转化成基本图形去作，本题第二问利用转化思想，转化为第一问的思路从而得以解决，这也是本题求解的关键.

【中小学教辅资源店 微信：mlxt2022】