

2022 年江苏南通数学标卷标答

注意事项:

考生在答题前请认真阅读本注意事项:

1. 本试卷共 6 页, 满分为 150 分, 考试时间为 120 分钟。考试结束后, 请将本试卷和答题卡一并交回。
2. 答题前, 请务必将自己的姓名、考试证号用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔填写在试卷及答题卡上指定的位置。
3. 答案必须按要求填涂、书写在答题卡上, 在试卷、草稿纸上答题一律无效。

一、选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 在每小题给出的四个选项中, 恰有一项是符合题目要求的, 请将正确选项的字母代号填涂在答题卡相应位置上)

1. 若气温零上 2°C 记作 $+2^{\circ}\text{C}$, 则气温零下 3°C 记作 ()

A. -3°C B. -1°C C. $+1^{\circ}\text{C}$ D. $+5^{\circ}\text{C}$

【答案】A

【解析】

【分析】根据气温是零上 2°C 记作 $+2^{\circ}\text{C}$, 则可以表示出气温是零下 3°C , 从而可以解答本题.

【详解】解: $\because$ 气温是零上 2°C 记作 $+2^{\circ}\text{C}$,

$\therefore$ 气温是零下 3°C 记作 -3°C .

故选: A.

【点睛】本题考查正数和负数, 解题的关键是明确正数和负数在题中表示的含义.

2. 下面由北京冬奥会比赛项目图标组成的四个图形中, 可看作轴对称图形的是 ()



【答案】D

【解析】

【分析】根据如果一个图形沿一条直线折叠, 直线两旁的部分能够互相重合, 这个图形叫做轴对称图形, 这条直线叫做对称轴进行分析即可.

【详解】解: A. 不是轴对称图形, 故本选项不合题意;

B. 不是轴对称图形, 故本选项不合题意;

C. 不是轴对称图形, 故本选项不合题意;

D. 是轴对称图形, 故本选项符合题意.

故选: D.

【点睛】此题主要考查了轴对称图形, 关键是正确确定对称轴位置.

3. 沪渝蓉高铁是国家中长期铁路网规划“八纵八横”之沿江高铁通道的主通道, 其中南通段总投资约390000000000元, 将390000000000用科学记数法表示为()

- A. 3.9×10^{11} B. 0.39×10^{11} C. 3.9×10^{10} D. 39×10^9

【答案】C

【解析】

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同, 当原数绝对值 ≥ 10 时, n 是正整数.

【详解】解: 由题意可知:

$$390000000000 = 3.9 \times 10^{10},$$

故选: C

【点睛】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

4. 用一根小木棒与两根长分别为3cm, 6cm的小木棒组成三角形, 则这根小木棒的长度可以为()

- A. 1cm B. 2cm C. 3cm D. 4cm

【答案】D

【解析】

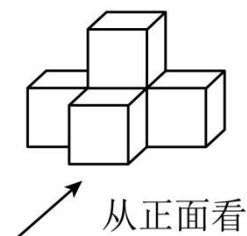
【分析】设第三根木棒的长为 x cm, 再根据三角形的三边关系得出 x 取值范围即可.

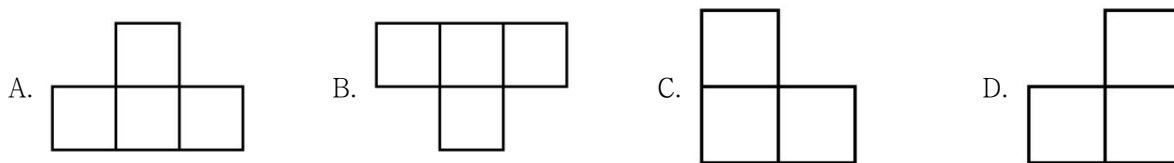
【详解】解: 设第三根木棒的长为 x cm, 则 $6-3 < x < 6+3$, 即 $3 < x < 9$. 观察选项, 只有选项D符合题意.

故选: D.

【点睛】本题考查的是三角形的三边关系, 即三角形任意两边之和大于第三边; 任意两边之差小于第三边.

5. 如图是中5个相同的正方体搭成的立体图形, 则它的主视图为()





【答案】 A

【解析】

【分析】 根据主视图的意义，从正面看该组合体所得到的图形进行判断即可.

【详解】 解：从正面看该组合体，所看到的图形与选项 A 中的图形相同，
故选： A.

【点睛】 本题考查简单组合体的主视图，理解视图的意义，掌握三视图的画法是正确判断的前提.

6. 李师傅家的超市今年 1 月盈利 3000 元， 3 月盈利 3630 元. 若从 1 月到 3 月， 每月盈利的平均增长率都相同， 则这个平均增长率是 ()

- A. 10.5% B. 10% C. 20% D. 21%

【答案】 B

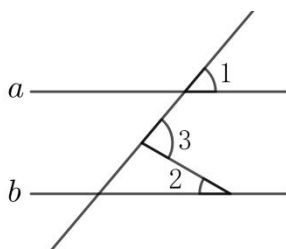
【解析】

【分析】 设每月盈利的平均增长率为 x ， 根据今年 1 月盈利 3000 元， 3 月盈利 3630 元， 即可得出关于 x 的一元二次方程， 解之取其正值即可得出结论.

【详解】 解： 设每月盈利的平均增长率为 x ，
依题意， 得： $3000(1+x)^2 = 3630$ ，
解得： $x_1 = 0.1 = 10\%$ ， $x_2 = -2.1$ (不合题意， 舍去).
故选： B.

【点睛】 本题考查了一元二次方程的应用， 找准等量关系， 正确列出一元二次方程是解题的关键.

7. 如图， $a \parallel b$ ， $\angle 3 = 80^\circ$ ， $\angle 1 - \angle 2 = 20^\circ$ ， 则 $\angle 1$ 的度数是 ()



- A. 30° B. 40° C. 50° D. 80°

【答案】 C

【解析】

【分析】 根据平行线的性质和三角形外角的性质可得 $\angle 1 + \angle 2 = 80^\circ$ ， 结合 $\angle 1 - \angle 2 = 20^\circ$ ， 两式相加即可

求出 $\angle 1$.

【详解】解：如图， $\because a \parallel b$,

$$\therefore \angle 4 = \angle 1,$$

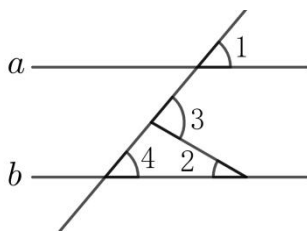
$$\therefore \angle 3 = \angle 4 + \angle 2 = \angle 1 + \angle 2 = 80^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 - \angle 2 = 20^\circ,$$

$$\therefore 2\angle 1 = 100^\circ,$$

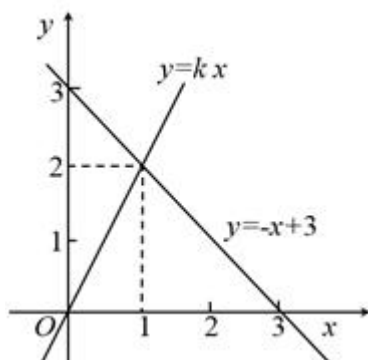
$$\therefore \angle 1 = 50^\circ,$$

故选：C.



【点睛】本题考查了平行线的性质，三角形外角的性质，求出 $\angle 1 + \angle 2 = 80^\circ$ 是解题的关键.

8. 根据图像，可得关于 x 的不等式 $kx > -x + 3$ 的解集是 ()



A. $x < 2$

B. $x > 2$

C. $x < 1$

D. $x > 1$

【答案】D

【解析】

【分析】写出直线 $y = kx$ 在直线 $y = -x + 3$ 上方所对应的自变量的范围即可.

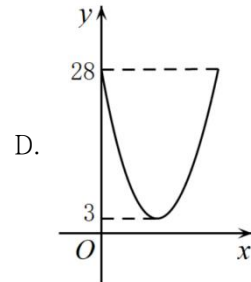
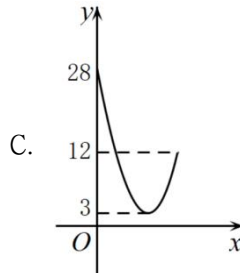
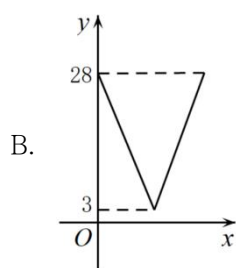
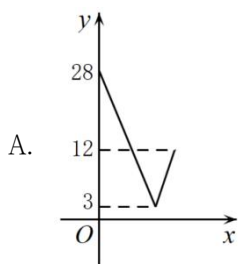
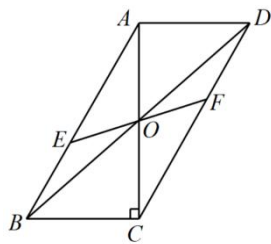
【详解】解：根据图象可得：不等式 $kx > -x + 3$ 的解集为： $x > 1$.

故选：D.

【点睛】本题考查了一次函数与一元一次不等式，根据两个函数的交点坐标及图象确定不等式的解集是解题的关键.

9. 如图，在 $\square ABCD$ 中，对角线 AC, BD 相交于点 O ， $AC \perp BC, BC = 4, \angle ABC = 60^\circ$ ，若 EF 过点 O

且与边 AB, CD 分别相交于点 E, F , 设 $BE = x, OE^2 = y$, 则 y 关于 x 的函数图像大致为 ()

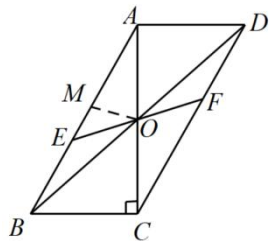


【答案】C

【解析】

【分析】过点 O 向 AB 作垂线, 交 AB 于点 M , 根据含有 30° 角的直角三角形性质以及勾股定理可得 AB 、 AC 的长, 再结合平行四边形的性质可得 AO 的长, 进而求出 OM 、 AM 的长, 设 $BE = x$, 则 $EM = 5 - x$, 然后利用勾股定理可求出 y 与 x 的关系式, 最后根据自变量的取值范围求出函数值的范围, 即可做出判断.

【详解】解: 如图过点 O 向 AB 作垂线, 交 AB 于点 M ,



$$\because AC \perp BC, \angle ABC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 30^\circ,$$

$$\because BC = 4,$$

$$\therefore AB = 8, AC = 4\sqrt{3},$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AO = \frac{1}{2}AC = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore OM = \frac{1}{2}AO = \sqrt{3},$$

$$\therefore AM = \sqrt{AO^2 - OM^2} = 3,$$

设 $BE = x, OE^2 = y$, 则 $EM = AB - AM - EM = 8 - 3 - x = 5 - x$,

$$\because OE^2 = OM^2 + EM^2,$$

$$\therefore y = (x - 5)^2 + 3,$$

$$\because 0 \leq x \leq 8,$$

$$\therefore 3 \leq y \leq 12.$$

故选: C.

【点睛】此题主要考查了平行四边形的性质、勾股定理、含有 30° 角的直角三角形的性质以及二次函数图象等知识, 解题关键是求解函数解析式和函数值的范围.

10. 已知实数 m, n 满足 $m^2 + n^2 = 2 + mn$, 则 $(2m - 3n)^2 + (m + 2n)(m - 2n)$ 的最大值为 ()

- A. 24 B. $\frac{44}{3}$ C. $\frac{16}{3}$ D. -4

【答案】B

【解析】

【分析】先将所求式子化简为 $10 - 7mn$, 然后根据 $(m + n)^2 = m^2 + n^2 + 2mn \geq 0$ 及 $m^2 + n^2 = 2 + mn$ 求出 $mn \geq -\frac{2}{3}$, 进而可得答案.

【详解】解: $(2m - 3n)^2 + (m + 2n)(m - 2n)$

$$= 4m^2 - 12mn + 9n^2 + m^2 - 4n^2$$

$$= 5m^2 - 12mn + 5n^2$$

$$= 5(2 + mn) - 12mn$$

$$= 10 - 7mn;$$

$$\because (m + n)^2 = m^2 + n^2 + 2mn \geq 0, \quad m^2 + n^2 = 2 + mn,$$

$$\therefore 2 + mn + 2mn \geq 0,$$

$$\therefore 3mn \geq -2,$$

$$\therefore mn \geq -\frac{2}{3},$$

$$\therefore 10 - 7mn \leq \frac{44}{3},$$

$$\therefore (2m - 3n)^2 + (m + 2n)(m - 2n) \text{ 的最大值为 } \frac{44}{3},$$

故选: B.

【点睛】本题考查了完全平方公式、平方差公式的应用, 不等式的性质, 正确对所求式子化简并求出 mn 的取值范围是解题的关键.

二、填空题 (本人题共 8 小题, 第 11 ~ 12 题每小题 3 分, 第 13 ~ 18 题每小题 4 分, 共 30 分. 不需写出解答过程, 请把答案直接填写在答题卡相应位置上)

11. 为了了解“双减”背景下全国中小学生完成课后作业的时间情况, 比较适合调查方式是_____ (填“全面调查”或“抽样调查”).

【答案】抽样调查

【解析】

【分析】根据普查得到的调查结果比较准确, 但所费人力、物力和时间较多, 而抽样调查得到的调查结果比较近似进行判断.

【详解】解: 为了了解“双减”背景下全国中小学生完成课后作业的时间情况, 比较适合调查方式是抽样调查,

故答案为: 抽样调查.

【点睛】本题考查了抽样调查和全面调查的区别, 选择普查还是抽样调查要根据所要考查的对象的特征灵活选用, 一般来说, 对于具有破坏性的调查、无法进行普查、普查的意义或价值不大, 应选择抽样调查, 对于精确度要求高的调查, 事关重大的调查往往选用普查.

12. 分式 $\frac{2}{x-2}$ 有意义, 则 x 应满足的条件是_____.

【答案】 $x \neq 2$

【解析】

【分析】根据分式有意义的条件是分母不为 0 得出不等式, 求解即可.

【详解】解: 分式 $\frac{2}{x-2}$ 有意义, 即 $x-2 \neq 0$,

$\therefore x \neq 2$,

故答案为: $x \neq 2$.

【点睛】本题考查分式有意义的条件, 牢记分式有意义的条件是分式的分母不为 0.

13. 《九章算术》中记载: “今有共买羊, 人出五, 不足四十五; 人出七, 余三. 问人数、羊价各几何?” 其大意是: 今有人合伙买羊, 若每人出 5 钱, 还差 45 钱; 若每人出 7 钱, 多余 3 钱. 问人数、羊价各是多少? 若设人数为 x , 则可列方程为_____.

【答案】 $5x+45=7x-3$

【解析】

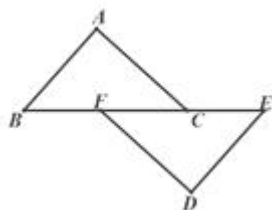
【分析】根据“若每人出 5 钱，还差 45 钱；若每人出 7 钱，多余 3 钱”，即可得出关于 x 的方程，此题得解.

【详解】解：依题意，得： $5x+45=7x-3$.

故答案为： $5x+45=7x-3$.

【点睛】本题考查了由实际问题抽象出一元一次方程，找准等量关系，正确列出方程是解题的关键.

14. 如图，点 B、F、C、E 在一条直线上， $AB \parallel ED$ ， $AC \parallel FD$ ，要使 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，还需添加一个条件是_____。（只需添一个）



【答案】 $BC=EF$ 或 $AB=DE$ 或 $AC=DF$ （填一个）

【解析】

【分析】根据全等三角形的判定定理进行添加即可.

【详解】解： $\because AB \parallel ED$ ， $AC \parallel FD$ ，

$$\therefore \angle B = \angle E, \quad \angle ACB = \angle DFE,$$

$\therefore$ 任意添加一组对应边相等即可证明 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$,

故可添加 $BC=EF$ 或 $AB=DE$ 或 $AC=DF$,

故答案为 $BC=EF$ 或 $AB=DE$ 或 $AC=DF$ （填一个）.

【点睛】本题主要考查对全等三角形的判定，平行线的性质等知识点的理解和掌握，熟练地运用全等三角形的判定定理进行证明是解此题的关键，是一个开放型的题目，比较典型.

15. 根据物理学规律，如果不考虑空气阻力，以 40m/s 的速度将小球沿与地面成 30° 角的方向击出，小球的飞行高度 h （单位：m）与飞行时间 t （单位：s）之间的函数关系是 $h = -5t^2 + 20t$ ，当飞行时间 t 为_____s 时，小球达到最高点.

【答案】2

【解析】

【分析】将函数关系式转化为顶点式即可求解.

【详解】根据题意，有 $h = -5t^2 + 20t = -5(t-2)^2 + 20$ ，

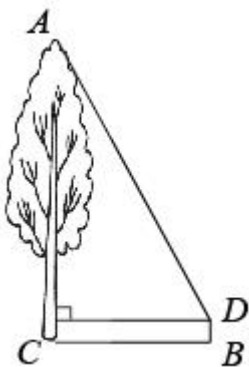
当 $t = 2$ 时， h 有最大值.

故答案为：2.

【点睛】本题考查二次函数解析式的相互转化及应用，解决本题的关键是熟练二次函数解析式的特点及应

用.

16. 如图, B 为地面上一点, 测得 B 到树底部 C 的距离为 10m , 在 B 处放置 1m 高的测角仪 BD , 测得树顶 A 的仰角为 60° , 则树高 AC 为_____m (结果保留根号).

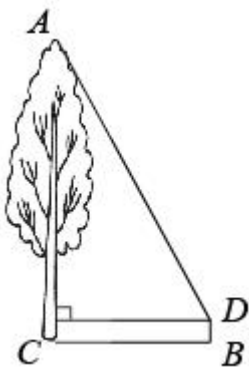


【答案】 $10\sqrt{3}+1$

【解析】

【分析】 在 $Rt\triangle ADE$ 中, 利用 $\tan \angle ADE = \frac{AE}{DE} = \frac{AE}{10} = \sqrt{3}$, 求出 $AE = 10\sqrt{3}$, 再加上 1m 即为 AC 的长.

【详解】 解: 过点 D 作 $DE \perp AC$ 交于点 E , 如图:



则四边形 $BCED$ 是矩形,

$\therefore BC = DE, BD = CE$,

由题意可知: $\angle ADE = 60^\circ, DE = BC = 10\text{m}$,

在 $Rt\triangle ADE$ 中, $\tan \angle ADE = \frac{AE}{DE} = \frac{AE}{10} = \sqrt{3}$,

$\therefore AE = 10\sqrt{3}$,

$\therefore AE + EC = (10\sqrt{3} + 1)\text{m}$,

故答案为: $10\sqrt{3} + 1$

【点睛】 本题考查了解直角三角形，解直角三角形的应用—仰角俯角问题，要求学生能借助仰角构造直角三角形并解直角三角形.

17. 平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $A(m, 6m), B(3m, 2n), C(-3m, -2n)$ 是函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 图象上的三点. 若 $S_{\triangle ABC} = 2$ ，则 k 的值为_____.

【答案】 $\frac{3}{4}$

【解析】

【分析】 由点 A 、 B 、 C 的坐标可知 $k = 6m^2 > 0$ ， $m = n$ ，点 B 、 C 关于原点对称，求出直线 BC 的解析式，不妨设 $m > 0$ ，如图，过点 A 作 x 轴的垂线交 BC 于 D ，根据 $S_{\triangle ABC} = 2$ 列式求出 m^2 ，进而可得 k 的值.

【详解】 解： $\because$ 点 $A(m, 6m), B(3m, 2n), C(-3m, -2n)$ 是函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 图象上的三点，

$$\therefore k = 6m^2 > 0, \quad k = 6mn,$$

$$\therefore m = n,$$

$$\therefore B(3m, 2m), \quad C(-3m, -2m),$$

$\therefore$ 点 B 、 C 关于原点对称，

$\therefore$ 设直线 BC 的解析式为 $y = kx (k \neq 0)$ ，

代入 $B(3m, 2m)$ 得： $2m = 3mk$ ，

$$\text{解得： } k = \frac{2}{3},$$

$\therefore$ 直线 BC 的解析式为 $y = \frac{2}{3}x$ ，

不妨设 $m > 0$ ，如图，过点 A 作 x 轴的垂线交 BC 于 D ，

$$\text{把 } x = m \text{ 代入 } y = \frac{2}{3}x \text{ 得： } y = \frac{2}{3}m,$$

$$\therefore D \left(m, \frac{2}{3}m \right),$$

$$\therefore AD = 6m - \frac{2}{3}m = \frac{16}{3}m,$$

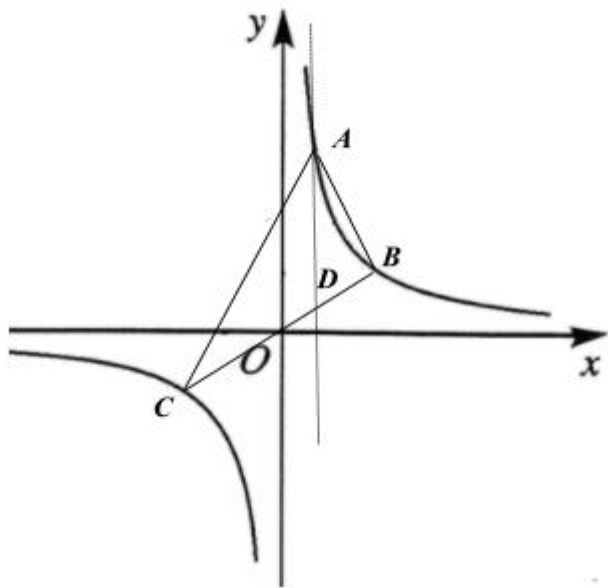
$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times \frac{16}{3}m \cdot (3m + 3m) = 2,$$

$$\therefore m^2 = \frac{1}{8},$$

$$\therefore k = 6m^2 = 6 \times \frac{1}{8} = \frac{3}{4},$$

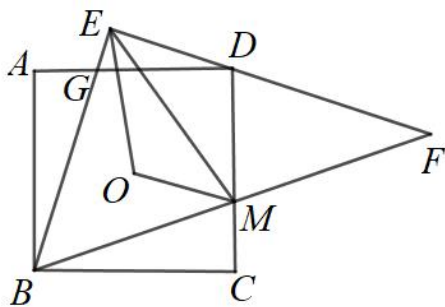
而当 $m < 0$ 时, 同样可得 $k = \frac{3}{4}$,

故答案为: $\frac{3}{4}$.



【点睛】本题考查了反比例函数与几何综合, 中心对称的性质, 待定系数法求函数解析式, 熟练掌握反比例函数的图象和性质, 学会利用数形结合的数学思想解答是解题的关键.

18. 如图, 点 O 是正方形 $ABCD$ 的中心, $AB = 3\sqrt{2}$. $Rt\triangle BEF$ 中, $\angle BEF = 90^\circ$, EF 过点 D , BE, BF 分别交 AD, CD 于点 G, M , 连接 OE, OM, EM . 若 $BG = DF$, $\tan \angle ABG = \frac{1}{3}$, 则 $\triangle OEM$ 的周长为 _____.



【答案】 $3 + 3\sqrt{5}$

【解析】

【分析】连接 BD , 则 BD 过正方形 $ABCD$ 的中心点 O , 作 $FH \perp CD$ 于点 H , 解直角三角形可得 $BG = 2\sqrt{5}$, $AG = \frac{1}{3}AB$, 然后证明 $\triangle ABG \cong \triangle HFD$ (AAS), 可得 $DH = AG = \frac{1}{3}AB = \frac{1}{3}CD$, $BC = HF$, 进而可证 $\triangle BCM \cong \triangle FHM$ (AAS), 得到 $MH = MC = \frac{1}{3}CD$, $BM = FM$, 然后根据等腰三角形三线合一求出 $DF = FM$,

则 $BG = DF = FM = BM = 2\sqrt{5}$, 再根据直角三角形斜边中线的性质和三角形中位线定理分别求出 OM 、 EM 和 OE 即可解决问题.

【详解】解: 如图, 连接 BD , 则 BD 过正方形 $ABCD$ 的中心点 O , 作 $FH \perp CD$ 于点 H ,

$$\because AB = 3\sqrt{2}, \quad \tan \angle ABG = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \tan \angle ABG = \frac{AG}{AB} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore AG = \frac{1}{3}AB = \sqrt{2},$$

$$\therefore BG = \sqrt{AG^2 + AB^2} = 2\sqrt{5},$$

$$\because \angle BEF = 90^\circ, \quad \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EGD + \angle EDG = 90^\circ, \quad \angle EDG + \angle HDF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EGD = \angle HDF$$

$$\because \angle AGB = \angle EGD,$$

$$\therefore \angle AGB = \angle HDF,$$

$$\text{在 } \triangle ABG \text{ 和 } \triangle HFD \text{ 中, } \begin{cases} \angle A = \angle DHF = 90^\circ \\ \angle AGB = \angle HDF \\ BG = DF \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABG \cong \triangle HFD \quad (\text{AAS}),$$

$$\therefore AG = DH, \quad AB = HF,$$

$$\because \text{在正方形 } ABCD \text{ 中, } AB = BC = CD = AD, \quad \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore DH = AG = \frac{1}{3}AB = \frac{1}{3}CD, \quad BC = HF,$$

$$\text{在 } \triangle BCM \text{ 和 } \triangle FHM \text{ 中, } \begin{cases} \angle C = \angle FHM = 90^\circ \\ \angle BMC = \angle FMH \\ BC = FH \end{cases},$$

$$\therefore \triangle BCM \cong \triangle FHM \quad (\text{AAS}),$$

$$\therefore MH = MC = \frac{1}{3}CD, \quad BM = FM,$$

$$\therefore DH = MH,$$

$$\because FH \perp CD,$$

$$\therefore DF = FM,$$

$$\therefore BG = DF = FM = BM = 2\sqrt{5},$$

$$\therefore BF = 4\sqrt{5},$$

$\because M$ 是 BF 中点, O 是 BD 中点, $\triangle BEF$ 是直角三角形,

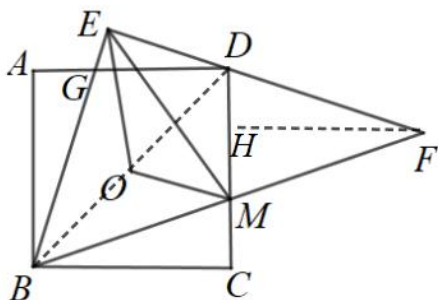
$$\therefore OM = \frac{1}{2}DF = \sqrt{5}, \quad EM = \frac{1}{2}BF = 2\sqrt{5},$$

$$\because BD = \sqrt{2}AB = 6, \quad \triangle BED \text{ 是直角三角形,}$$

$$\therefore EO = \frac{1}{2}BD = 3,$$

$$\therefore \triangle OEM \text{ 的周长} = EO + OM + EM = 3 + \sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 3 + 3\sqrt{5},$$

故答案为: $3+3\sqrt{5}$.



【点睛】本题主要考查了正方形的性质，解直角三角形，勾股定理，全等三角形的判定和性质，等腰三角形的判定和性质，直角三角形斜边中线的性质以及三角形中位线定理，综合性较强，能够作出合适的辅助线，构造出全等三角形是解题的关键.

三、解答题 (本大题共 8 小题, 共 90 分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

19.

(1) 计算: $\frac{2a}{a^2-4} \cdot \frac{a-2}{a} + \frac{a}{a+2}$;

(2) 解不等式组:
$$\begin{cases} 2x-1 > x+1 \\ 4x-1 \geq x+8 \end{cases}$$

【答案】 (1) 1 (2) $x \geq 3$

【解析】

【分析】(1)首先利用平方差公式进行因式分解,再进行约分和加法运算,即可求得结果;

(2) 首先解每一个不等式, 再据此即可求得不等式组的解集.

【小问 1 详解】

$$\begin{aligned}
 \text{解: } & \frac{2a}{a^2-4} \cdot \frac{a-2}{a} + \frac{a}{a+2} \\
 &= \frac{2a}{(a+2)(a-2)} \cdot \frac{a-2}{a} + \frac{a}{a+2} \\
 &= \frac{2}{a+2} + \frac{a}{a+2} \\
 &= \frac{a+2}{a+2} \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

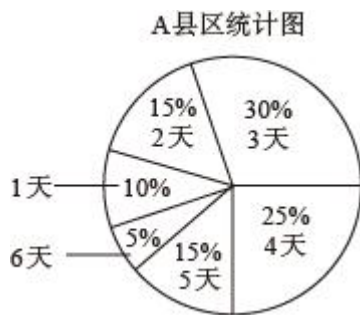
【小问 2 详解】

$$\text{解: } \begin{cases} 2x-1 > x+1 \text{ ①} \\ 4x-1 \geq x+8 \text{ ②} \end{cases}$$

由①解得 $x > 2$,由②解得 $x \geq 3$,所以, 原不等式组的解集为 $x \geq 3$.

【点睛】 本题考查了分式的混合运算, 求一元一次不等式组的解集, 熟练掌握和运用各运算法则和方法是解决本题的关键.

20. 为了了解八年级学生本学期参加社会实践活动的天数情况, A, B 两个县区分别随机抽查了 200 名八年级学生. 根据调查结果绘制了统计图表, 部分图表如下:



A, B 两个县区的统计表

	平均数	众数	中位数
A 县区	3.85	3	3
B 县区	3.85	4	2.5

(1) 若 A 县区八年级共有约 5000 名学生, 估计该县区八年级学生参加社会实践活动不少于 3 天的学生约为_____名;

(2) 请对 A, B 两个县区八年级学生参加社会实践活动的天数情况进行比较, 做出判断, 并说明理由.

【答案】(1) 3750

(2) 见详解

【解析】

【分析】(1) 根据 A 县区统计图得不小于三天的比例, 根据总数乘以比例即可得到答案;

(2) 根据平均数、中位数和众数的定义进行比较即可.

【小问 1 详解】

解: 根据 A 县区统计图得, 该县区八年级学生参加社会实践活动不少于 3 天的比例为:

$$30\% + 25\% + 15\% + 5\% = 75\%,$$

$\therefore$ 该县区八年级学生参加社会实践活动不少于 3 天的学生约为: $5000 \times 75\% = 3750$ 名,

故答案为: 3750;

【小问 2 详解】

$\therefore$ A 县区和 B 县区的平均活动天数均为 3.85 天,

$\therefore$ A 县区和 B 县区的平均活动天数相同;

$\therefore$ A 县区的中位数是 3, B 县区的中位数是 2.5,

$\therefore$ B 县区参加社会实践活动小于 3 天的人数比 A 县区多;

$\therefore$ A 县区的众数是 3, B 县区的众数是 4,

$\therefore$ A 县区参加社会实践人数最多的是 3 天, B 县区参加社会实践人数最多的是 4 天.

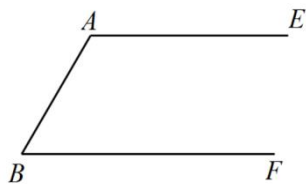
【点睛】本题考查数据统计、平均数、中位数和众数, 解题的关键是熟练掌握扇形统计图、平均数、中位数和众数的相关知识.

21. 【阅读材料】

老师的问题:

已知: 如图, $AE \parallel BF$.

求作: 菱形 $ABCD$, 使点 C, D 分别在 BF, AE 上.



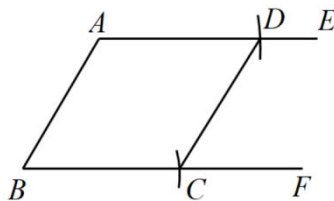
小明的作法:

(1) 以 A 为圆心, AB 长为半径画弧, 交 AE 于点 D ;

(2) 以 B 为圆心, AB 长为半径画弧, 交 BF 于点 C ;

(3) 连接 CD .

四边形 $ABCD$ 就是所求作的菱形,



【解答问题】

请根据材料中的信息, 证明四边形 $ABCD$ 是菱形.

【答案】见解析

【解析】

【分析】由作图可知 $AD = AB = BC$, 然后根据 $AE \parallel BF$ 可得四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 再由 $AD = AB$ 可得结论.

【详解】解: 由作图可知 $AD = AB = BC$,

$\therefore AE \parallel BF$, 即 $AD \parallel BC$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

又 $\because AD = AB$,

$\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 是菱形.

【点睛】本题考查了尺规作线段, 平行四边形的判定, 菱形的判定, 熟练掌握相关判定定理是解题的关键.

22. 不透明的袋子中装有红球、黄球、蓝球各一个, 这些球除颜色外无其他差别.

(1) 从袋子中随机摸出一个球, 摸到蓝球的概率是_____;

(2) 从袋子中随机摸出一个球后, 放回并摇匀, 再随机摸出一个球, 求两次摸到的球的颜色为“一红一黄”的概率.

【答案】(1) $\frac{1}{3}$

(2) $\frac{2}{9}$

【解析】

【分析】(1) 直接根据概率公式求解即可;

(2) 画出树状图得出所有等可能的情况数, 找出摸到“一红一黄”的情况数, 然后根据概率公式即可得出答案.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 不透明的袋子中共有 3 个球, 其中 1 个蓝球,

$\therefore$ 随机摸出一个球, 摸到蓝球的概率是 $\frac{1}{3}$,

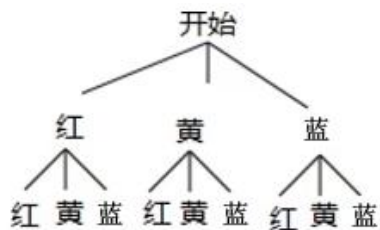
故答案为: $\frac{1}{3}$;

【小问 2 详解】

根据题意画树状图如下:

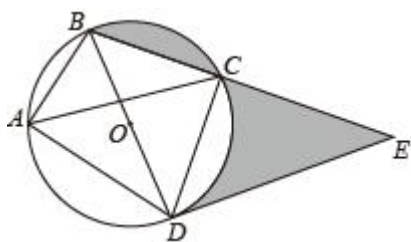
由图可知, 共有 9 种等可能的情况数, 其中摸到“一红一黄”的情况有 2 种,

则两次摸到的球的颜色为“一红一黄”的概率是 $\frac{2}{9}$.



【点睛】此题考查了列表法或树状图法求概率，概率公式的应用，如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件 A 出现 m 种结果，那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

23. 如图，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ， BD 为 $\odot O$ 的直径， AC 平分 $\angle BAD$ ， $CD = 2\sqrt{2}$ ，点 E 在 BC 的延长线上，连接 DE .



- (1) 求直径 BD 的长；
- (2) 若 $BE = 5\sqrt{2}$ ，计算图中阴影部分的面积.

【答案】(1) 4 (2) 6

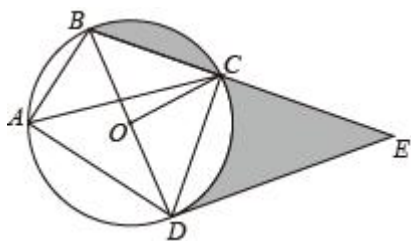
【解析】

【分析】(1) 设 OC 辅助线，利用直径、角平分线的性质得出 $\angle DAC$ 的度数，利用圆周角与圆心角的关系得出 $\angle COD$ 的度数，根据半径与直径的关系，结合勾股定理即可得出结论.

(2) 由 (1) 已知 $\angle COD = 90^\circ$ ， $OC = OD$ 得出 $\angle BDC$ 的度数，根据圆周角的性质结合 $\angle DAC = \angle BDC$ 得出 $S_1 = S_2$ ，再根据直径、等腰直角三角形的性质得出 BC 的值，进而利用直角三角形面积公式求出 $S_{\triangle ECD}$ ，由阴影部分面积 $= S_1 + S_3 = S_2 + S_3$ 可知 $S_{\triangle ECD}$ 即为所求.

【小问 1 详解】

解：如图所示，连接 OC ，



$\because BD$ 为 $\odot O$ 的直径， AC 平分 $\angle BAD$ ，

$$\therefore \angle BAD = 90^\circ, \quad \angle BAC = \angle DAC = \frac{1}{2} \angle BAD = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ, \quad OB = OD.$$

$$\therefore \angle COD = 90^\circ.$$

$$\because CD = 2\sqrt{2}, \quad OC = OD,$$

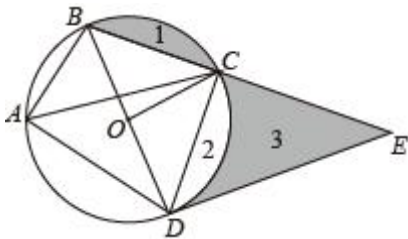
$$\therefore 2OD^2 = CD^2, \quad \text{即 } 2OD^2 = 8.$$

$$\therefore OD = 2.$$

$$\therefore BD = OD + OB = 2 + 2 = 4.$$

【小问 2 详解】

解：如图所示，设其中小阴影面积为 S_1 ，大阴影面积为 S_3 ，弦 CD 与劣弧 CD 所形成的面积为 S_2 ，



$\because$ 由 (1) 已知 $\angle COD = 90^\circ$, $\angle DAC = 45^\circ$, $OC = OD$, $BD = 4$,

$$\therefore \angle BDC = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle COD) = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ.$$

$$\because \angle DAC = \angle BDC,$$

$\therefore$ 弦 BC = 弦 CD , 劣弧 BC = 劣弧 CD .

$$\therefore S_1 = S_2.$$

$$\because BD \text{ 为 } \odot O \text{ 的直径, } CD = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore \angle BCD = \angle ECD = 90^\circ, \quad BC = CD = 2\sqrt{2}.$$

$$\because BE = 5\sqrt{2},$$

$$\therefore CE = BE - BC = 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}.$$

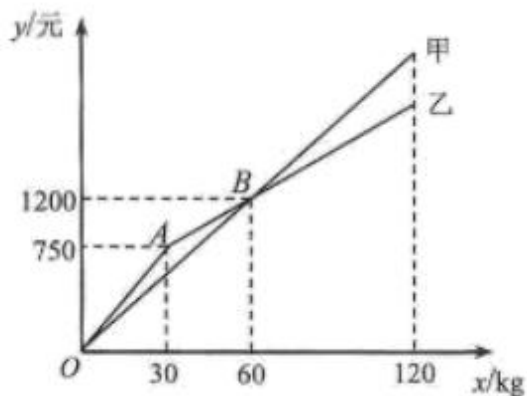
$$\therefore S_{\triangle ECD} = \frac{1}{2} CE \cdot CD = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 6.$$

$$\therefore S_{\text{阴影部分}} = S_1 + S_3 = S_2 + S_3 = S_{\triangle ECD} = 6.$$

【点睛】 本题考查圆的性质的理解与综合应用能力. 涉及对半径与直径的关系, 直径的性质, 圆周角与圆心角的关系, 圆周角的性质, 勾股定理, 直角三角形, 角平分线等知识点. 半径等于直径的一半; 直径所对的圆周角是直角; 在同圆或等圆中, 相等的弦所对的圆周角等于圆心角的一半; 在同圆或等圆中, 圆周角相等 = 弧相等 = 弦相等. 一个直角三角中, 两个直角边边长的平方加起来等于斜边长的平方. 恰当借助

辅助线, 灵活运用圆周角的性质建立等式关系是解本题的关键.

24. 某水果店购进甲、乙两种苹果的进价分别为 8 元/kg、12 元/kg, 这两种苹果的销售额 y (单位: 元) 与销售量 x (单位: kg) 之间的关系如图所示.



- (1) 写出图中点 B 表示的实际意义;
- (2) 分别求甲、乙两种苹果销售额 y (单位: 元) 与销售量 x (单位: kg) 之间的函数解析式, 并写出 x 的取值范围;
- (3) 若不计损耗等因素, 当甲、乙两种苹果的销售量均为 a kg 时, 它们的利润和为 1500 元. 求 a 的值.

【答案】 (1) 当销售量为 60kg 时, 甲、乙两种苹果的销售额相等

$$(2) \quad y = 20x \quad (0 \leq x \leq 120), \quad y = \begin{cases} 25x & (0 \leq x \leq 30) \\ 15x + 300 & (30 < x \leq 120) \end{cases}$$

(3) 80

【解析】

【分析】 (1) 结合图象可知: B 点表示的意义为: 当销售量为 60kg 时, 甲、乙两种苹果的销售额相等;

(2) 利用待定系数法求函数解析式即可;

(3) 分别表示出甲的利润, 乙的利润, 再根据甲、乙两种苹果的销售量均为 a kg 时, 它们的利润和为 1500 元建立方程求解即可.

【小问 1 详解】

解: 由图可知:

B 表示的实际意义: 当销售量为 60kg 时, 甲、乙两种苹果的销售额相等.

【小问 2 详解】

解: 由图可知: $y = kx + b$ 过 $(0, 0)$, $(60, 1200)$,

设甲种苹果销售额 y (单位: 元) 与销售量 x (单位: kg) 之间的函数解析式为: $y = kx$,

$$\therefore 60k = 1200, \text{ 解得: } k = 20,$$

$\therefore$ 甲种苹果销售额 y (单位: 元) 与销售量 x (单位: kg) 之间的函数解析式为: $y = 20x (0 \leq x \leq 120)$;

当 $0 \leq x \leq 30$ 时, 乙函数图象过 $(0, 0)$, $(30, 750)$,

设乙两种苹果销售额 y (单位: 元) 与销售量 x (单位: kg) 之间的函数解析式为: $y = mx$, 利用待定系数法得: $30m = 750$, 解得: $m = 25$,

$$\therefore y = 25x;$$

当 $30 < x \leq 120$ 时, 乙函数图象过 $(60, 1200)$, $(30, 750)$,

设乙两种苹果销售额 y (单位: 元) 与销售量 x (单位: kg) 之间的函数解析式为: $y = ax + c$, 利用待定

$$\text{系数法得: } \begin{cases} 30a + c = 750 \\ 60a + c = 1200 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} a = 15 \\ c = 300 \end{cases},$$

$$\therefore y = 15x + 300;$$

综上所述: 乙两种苹果销售额 y (单位: 元) 与销售量 x (单位: kg) 之间的函数解析式为

$$y = \begin{cases} 25x (0 \leq x \leq 30) \\ 15x + 300 (30 < x \leq 120) \end{cases};$$

【小问 3 详解】

解: 甲的利润为: $20x - 8x = 12x$,

$$\text{乙的利润为: } \begin{cases} 25x - 12x = 13x (0 \leq x \leq 30) \\ 15x + 300 - 12x = 3x + 300 (30 < x \leq 120) \end{cases}$$

$\therefore$ 当 $0 \leq a \leq 30$ 时,

甲乙的利润和为: $12a + 13a = 1500$, 解得 $a = 60$ (舍去);

当 $30 < a \leq 120$ 时,

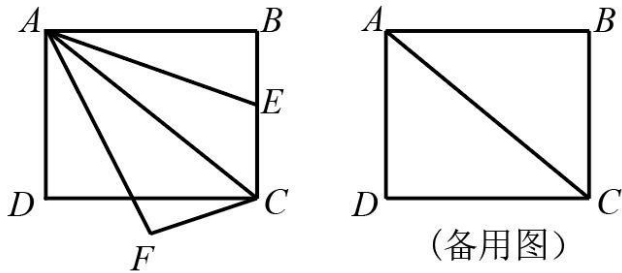
甲乙的利润和为: $3a + 300 + 12a = 1500$, 解得 $a = 80$;

$\therefore$ 当甲、乙两种苹果的销售量均为 80kg 时, 它们的利润和为 1500 元.

【点睛】 本题考查一次函数图象的实际应用, 解题的关键是掌握待定系数法求解析式, 结合图象获取有用信息.

25. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 4$, $AD = 3$, 点 E 在折线 BCD 上运动, 将 AE 绕点 A 顺时针旋转得到 AF ,

旋转角等于 $\angle BAC$ ，连接 CF 。



- (1) 当点 E 在 BC 上时，作 $FM \perp AC$ ，垂足为 M ，求证 $AM = AB$ ；
- (2) 当 $AE = 3\sqrt{2}$ 时，求 CF 的长；
- (3) 连接 DF ，点 E 从点 B 运动到点 D 的过程中，试探究 DF 的最小值。

【答案】(1) 见详解 (2) $\sqrt{3}$

(3) $\frac{3}{5}$

【解析】

【分析】(1) 证明 $\triangle ABE \cong \triangle AMF$ 即可得证。

(2) 借助 $\triangle ABE \cong \triangle AMF$ ，在 $Rt\triangle CMF$ 中求解。

(3) 分别讨论当点 E 在 BC 和 CD 上时，点 F 所在位置不同， DF 的最小值也不同，综合比较取最小即可。

【小问1详解】

如图所示，

由题意可知， $\angle AMF = \angle B = 90^\circ$ ， $\angle BAC = \angle EAF$ ，

$\therefore \angle BAE = \angle MAF$ ，

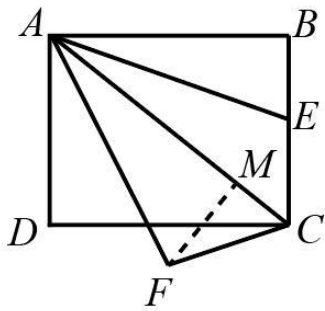
由旋转性质知： $AE = AF$ ，

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle AMF$ 中，

$$\begin{cases} \angle B = \angle AMF \\ \angle BAE = \angle MAF, \\ AE = AF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle AMF$ ，

$\therefore AM = AB$ 。



【小问 2 详解】

在 $Rt\triangle ABE$ 中, $AB = 4$, $AE = 3\sqrt{2}$,

则 $BE = \sqrt{AE^2 - AB^2} = \sqrt{2}$,

在 $Rt\triangle ABC$ 中, $AB = 4$, $BC = 3$,

则 $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 5$,

由 (1) 可得, $MF = BE = \sqrt{2}$,

在 $Rt\triangle CMF$ 中, $MF = \sqrt{2}$, $CM = AC - AM = 5 - 4 = 1$,

则 $CF = \sqrt{MF^2 + CM^2} = \sqrt{3}$,

故 CF 的长为 $\sqrt{3}$.

【小问 3 详解】

如图 1 所示, 当点 E 在 BC 边上时, 过点 D 作 $DH \perp FM$ 于点 H ,

由 (1) 知, $\angle AMF = 90^\circ$,

故点 F 在射线 MF 上运动, 且点 F 与点 H 重合时, DH 的值最小.

在 $\triangle CMJ$ 与 $\triangle CDA$ 中,

$$\begin{cases} \angle CMJ = \angle ADC \\ \angle MCJ = \angle ACD \end{cases},$$

$$\therefore Rt\triangle CMJ \sim Rt\triangle CDA,$$

$$\therefore \frac{CM}{CD} = \frac{MJ}{AD} = \frac{CJ}{AC},$$

$$\text{即} \therefore \frac{1}{4} = \frac{MJ}{3} = \frac{CJ}{5},$$

$$\therefore MJ = \frac{3}{4}, \quad CJ = \frac{5}{4},$$

$$DJ = CD - CJ = 4 - \frac{5}{4} = \frac{11}{4},$$

在 $\triangle CMJ$ 与 $\triangle DHJ$ 中,

$$\begin{cases} \angle CMJ = \angle DHJ \\ \angle CJM = \angle DJH \end{cases},$$

$$\therefore Rt\triangle CMJ \sim Rt\triangle DHJ,$$

$$\therefore \frac{CM}{DH} = \frac{CJ}{DJ},$$

$$\text{即 } \frac{1}{DH} = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{11}{4}},$$

$$DH = \frac{11}{5},$$

故 DF 的最小值 $\frac{11}{5}$;

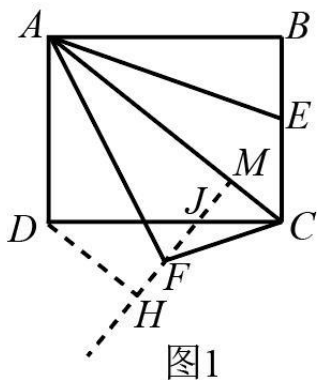


图1

如图 2 所示, 当点 E 在线段 CD 上时, 将线段 AD 绕点 A 顺时针旋转 $\angle BAC$ 的度数, 得到线段 AR , 连接 FR ,

过点 D 作 $DQ \perp AR$, $DK \perp FR$,

由题意可知, $\angle DAE = \angle RAF$,

在 $\triangle ARF$ 与 $\triangle ADE$ 中,

$$\begin{cases} AD = AR \\ \angle DAE = \angle RAF, \\ AE = AF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle ARF,$$

$$\therefore \angle ARF = \angle ADE = 90^\circ,$$

故点 F 在 RF 上运动, 当点 F 与点 K 重合时, DF 的值最小;

由于 $DQ \perp AR$, $DK \perp FR$, $\angle ARF = 90^\circ$,

故四边形 $DQRK$ 是矩形;

$$\therefore DK = QR,$$

$$\therefore AQ = AD \cdot \cos \angle BAC = 3 \times \frac{4}{5} = \frac{12}{5},$$

$$\because AR = AD = 3,$$

$$\therefore DK = QR = AR - AQ = 3 - \frac{12}{5} = \frac{3}{5},$$

故此时 DF 的最小值为 $\frac{3}{5}$;

由于 $\frac{3}{5} < \frac{11}{5}$, 故 DF 的最小值为 $\frac{3}{5}$.

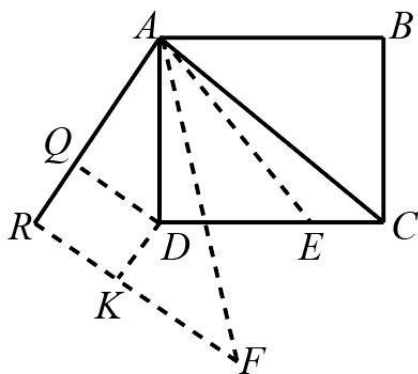


图2

【点睛】 本题考查矩形的性质、全等三角形的判定和性质、相似三角形的性质和判定、勾股定理、解直角三角形，解决本题的关键是各性质定理的综合应用.

26. 定义：函数图像上到两坐标轴的距离都不大于 $n(n \geq 0)$ 的点叫做这个函数图像的“ n 阶方点”. 例如，

点 $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ 是函数 $y = x$ 图像的“ $\frac{1}{2}$ 阶方点”；点 $(2, 1)$ 是函数 $y = \frac{2}{x}$ 图像的“2 阶方点”.

(1) 在① $\left(-2, -\frac{1}{2}\right)$ ；② $(-1, -1)$ ；③ $(1, 1)$ 三点中，是反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 图像的“1 阶方点”的有_____

(填序号)；

(2) 若 y 关于 x 的一次函数 $y = ax - 3a + 1$ 图像的“2 阶方点”有且只有一个，求 a 的值；

(3) 若 y 关于 x 的二次函数 $y = -(x - n)^2 - 2n + 1$ 图像的“ n 阶方点”一定存在，请直接写出 n 的取值范围.

【答案】 (1) ②③ (2) 3 或 -1；

(3) $\frac{1}{4} \leq n \leq 1$

【解析】

【分析】(1) 根据“ n 阶方点”的定义逐个判断即可；

(2) 如图作正方形，然后分 $a > 0$ 和 $a < 0$ 两种情况，分别根据“2 阶方点”有且只有一个判断出所经过的点的坐标，代入坐标求出 a 的值，并舍去不合题意的值即可得；

(3) 由二次函数解析式可知其顶点坐标在直线 $y = -2x + 1$ 上移动，作出简图，由函数图象可知，当二次函数图象过点 $(n, -n)$ 和点 $(-n, n)$ 时为临界情况，求出此时 n 的值，由图象可得 n 的取值范围.

【小问 1 详解】

解：∵ 点 $\left(-2, -\frac{1}{2}\right)$ 到 x 轴的距离为 2，大于 1，

∴ 不是反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 图象的“1 阶方点”，

∵ 点 $(-1, -1)$ 和点 $(1, 1)$ 都在反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象上，且到两坐标轴的距离都不大于 1，

∴ $(-1, -1)$ 和 $(1, 1)$ 是反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 图象的“1 阶方点”，

故答案为：②③；

【小问 2 详解】

如图作正方形，四个顶点坐标分别为 $(2, 2)$ ， $(-2, 2)$ ， $(-2, -2)$ ， $(2, -2)$ ，

当 $a > 0$ 时，若 y 关于 x 的一次函数 $y = ax - 3a + 1$ 图象的“2 阶方点”有且只有一个，

则 $y = ax - 3a + 1$ 过点 $(-2, 2)$ 或 $(2, -2)$ ，

把 $(-2, 2)$ 代入 $y = ax - 3a + 1$ 得： $2 = -2a - 3a + 1$ ，解得： $a = -\frac{1}{5}$ (舍去)；

把 $(2, -2)$ 代入 $y = ax - 3a + 1$ 得： $-2 = 2a - 3a + 1$ ，解得： $a = 3$ ；

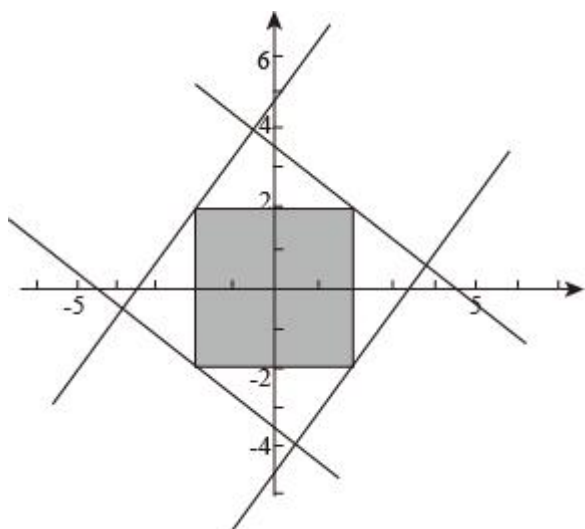
当 $a < 0$ 时，若 y 关于 x 的一次函数 $y = ax - 3a + 1$ 图象的“2 阶方点”有且只有一个，

则 $y = ax - 3a + 1$ 过点 $(2, 2)$ 或 $(-2, -2)$ ，

把 $(2, 2)$ 代入 $y = ax - 3a + 1$ 得： $2 = 2a - 3a + 1$ ，解得： $a = -1$ ；

把 $(-2, -2)$ 代入 $y = ax - 3a + 1$ 得： $-2 = -2a - 3a + 1$ ，解得： $a = \frac{3}{5}$ (舍去)；

综上， a 的值为 3 或 -1；



【小问3详解】

$\therefore$ 二次函数 $y = -(x-n)^2 - 2n + 1$ 图象的顶点坐标为 $(n, -2n + 1)$,

$\therefore$ 二次函数 $y = -(x-n)^2 - 2n + 1$ 图象的顶点坐标在直线 $y = -2x + 1$ 上移动,

$\therefore y$ 关于 x 的二次函数 $y = -(x-n)^2 - 2n + 1$ 图象的“ n 阶方点”一定存在,

$\therefore$ 二次函数 $y = -(x-n)^2 - 2n + 1$ 的图象与以顶点坐标为 (n, n) , $(-n, n)$, $(-n, -n)$, $(n, -n)$ 的正方形有交点,

如图, 当 $y = -(x-n)^2 - 2n + 1$ 过点 $(n, -n)$ 时,

将 $(n, -n)$ 代入 $y = -(x-n)^2 - 2n + 1$ 得: $-n = -(n-n)^2 - 2n + 1$,

解得: $n = 1$,

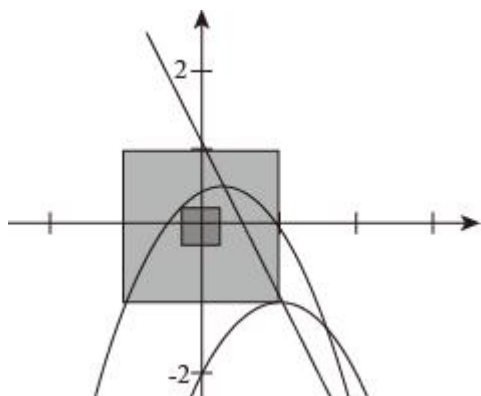
当 $y = -(x-n)^2 - 2n + 1$ 过点 $(-n, n)$ 时,

将 $(-n, n)$ 代入 $y = -(x-n)^2 - 2n + 1$ 得: $n = -(-n-n)^2 - 2n + 1$,

解得: $n = \frac{1}{4}$ 或 $n = -1$ (舍去),

由图可知, 若 y 关于 x 的二次函数 $y = -(x-n)^2 - 2n + 1$ 图象的“ n 阶方点”一定存在, n 的取值范围为:

$$\frac{1}{4} \leq n \leq 1.$$



【点睛】 本题考查了新定义，反比例函数图象上点的坐标特点，一次函数的图象和性质，二次函数的图象和性质，正确理解“ n 阶方点”的几何意义，熟练掌握数形结合思想的应用是解题的关键.

