

济南市 2021 年九年级学业水平考试

(考试时间：120 分钟 满分：150 分)

第 I 卷 (选择题 共 48 分)

一、选择题 (本大题共 12 个小题，每小题 4 分，共 48 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。)

1. 9 的算术平方根是 ()

A. -3

B. ± 3

C. 3

D. $\sqrt{3}$

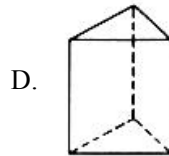
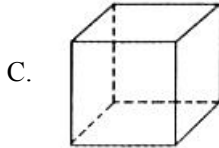
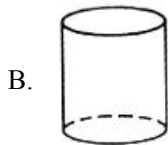
【答案】C

【解析】

【详解】试题分析：9 的算术平方根是 3，
故选 C.

考点：算术平方根.

2. 下列几何体中，其俯视图与主视图完全相同的是 ()



【答案】C

【解析】

【分析】俯视图是指从上面往下看，主视图是指从前面往后面看，根据定义逐一分析即可求解.

【详解】解：选项 A：俯视图是圆，主视图是三角形，故选项 A 错误；

选项 B：俯视图是圆，主视图是长方形，故选项 B 错误；

选项 C：俯视图是正方形，主视图是正方形，故选项 C 正确；

选项 D：俯视图是三角形，主视图是长方形，故选项 D 错误.

故答案为：C.

【点睛】本题考查了视图，主视图是指从前面往后面看，俯视图是指从上面往下看，左视图是指从左边往右边看，熟练三视图的概念即可求解.

3. 2021 年 5 月 15 日，我国“天问一号”探测器在火星成功着陆. 火星具有和地球相近的环境，与地球最近时候的距离约 55000000km. 将数字 55000000 用科学记数法表示为 ()

A. 0.55×10^8

B. 5.5×10^7

C. 5.5×10^6

D. 55×10^6

【答案】B

【解析】

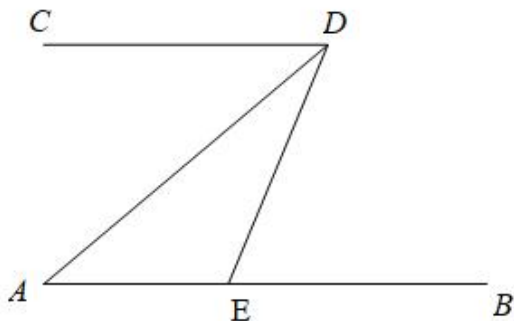
【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数。确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同。

【详解】解：将 55000000 用科学记数法表示为 5.5×10^7 。

故选：B。

【点睛】此题考查科学记数法的表示方法。熟练掌握科学记数法的表示形式并正确确定 a 及 n 的值是解题的关键。

4. 如图， $AB \parallel CD$ ， $\angle A = 30^\circ$ ， DA 平分 $\angle CDE$ ，则 $\angle DEB$ 的度数为（ ）



A. 45°

B. 60°

C. 75°

D. 80°

【答案】B

【解析】

【分析】由题意易得 $\angle CDA = \angle A = 30^\circ$ ，然后根据角平分线的定义可得 $\angle CDE = 60^\circ$ ，进而根据平行线的性质可求解。

【详解】解： $\because AB \parallel CD$ ， $\angle A = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle CDA = \angle A = 30^\circ$ ， $\angle CDE = \angle DEB$ ，

$\because DA$ 平分 $\angle CDE$ ，

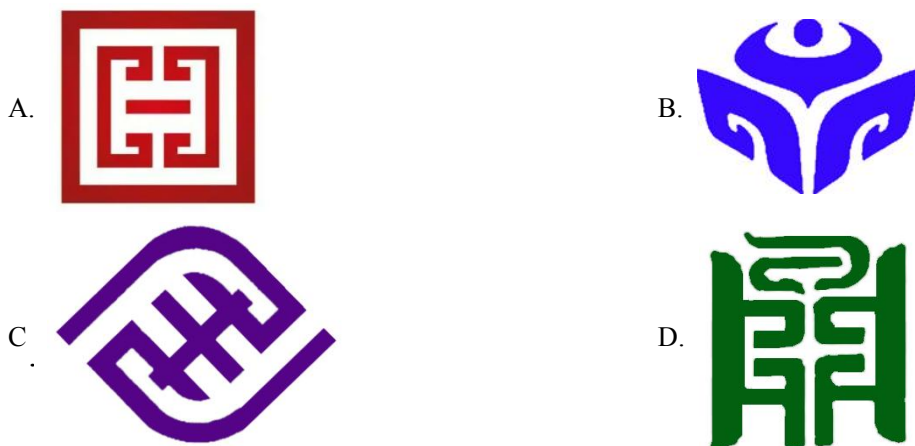
$\therefore \angle CDE = 2\angle CDA = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle DEB = 60^\circ$ ；

故选 B。

【点睛】本题主要考查平行线的性质及角平分线的定义，熟练掌握平行线的性质及角平分线的定义是解题的关键。

5. 以下是我国部分博物馆标志的图案，其中既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）



【答案】A

【解析】

【分析】根据中心对称图形和轴对称图形的概念逐项分析即可，轴对称图形：平面内，一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够完全重合的图形. 中心对称图形：在平面内，把一个图形绕着某个点旋转 180° ，如果旋转后的图形能与原来的图形重合，那么这个图形叫做中心对称图形.

【详解】A.既是轴对称图形又是中心对称图形,故该选项符合题意;

B.是轴对称图形，但不是中心对称图形,故该选项不符合题意;

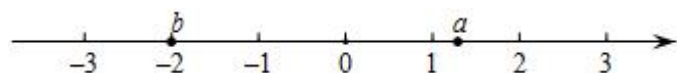
C.不是轴对称图形，但是中心对称图形,故该选项不符合题意;

D.既不是轴对称图形也不是中心对称图形,故该选项不符合题意.

故选 A.

【点睛】本题考查了中心对称图形与轴对称图形的概念：轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合；中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180° 度后两部分重合，掌握中心对称图形与轴对称图形的概念是解题的关键.

6. 实数 a ， b 在数轴上的对应点的位置如图所示，则下列结论正确的是（ ）



A. $a+b>0$

B. $-a>b$

C. $a-b<0$

D. $-b<a$

【答案】B

【解析】

【分析】根据数轴可得 $1<a<2, b=-2$ ，由此可排除选项.

【详解】解：由数轴可得 $1<a<2, b=-2$ ，

$\therefore a+b<0$ ，故 A 选项错误； $-a>b$ ，故 B 选项正确； $a-b>0$ ，故 C 选项错误； $-b>a$ ，故 D 选项错误；

故选 B.

【点睛】 本题主要考查数轴及实数的运算，熟练掌握数轴上数的表示及实数的运算是解题的关键.

7. 计算 $\frac{m^2}{m-1} - \frac{2m-1}{m-1}$ 的结果是 ()

A. $m+1$

B. $m-1$

C. $m-2$

D. $-m-2$

【答案】 B

【解析】

【分析】 根据分式的减法法则可直接进行求解.

【详解】 解: $\frac{m^2}{m-1} - \frac{2m-1}{m-1} = \frac{m^2-2m+1}{m-1} = \frac{(m-1)^2}{m-1} = m-1;$

故选 B.

【点睛】 本题主要考查分式的减法运算，熟练掌握分式的减法运算是解题的关键.

8. 某学校组织学生到社区开展公益宣传活动，成立了“垃圾分类”“文明出行”“低碳环保”三个宣传队，如果小华和小丽每人随机选择参加其中一个宣传队，则她们恰好选到同一个宣传队的概率是 ()

A. $\frac{1}{9}$

B. $\frac{1}{6}$

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{2}{3}$

【答案】 C

【解析】

【分析】 根据题意，用列表法求出概率即可.

【详解】 根据题意，设三个宣传队分别为 A, B, C 列表如下：

小华\小丽	A	B	C
A	A A	A B	A C
B	B A	B B	B C
C	C A	C B	C C

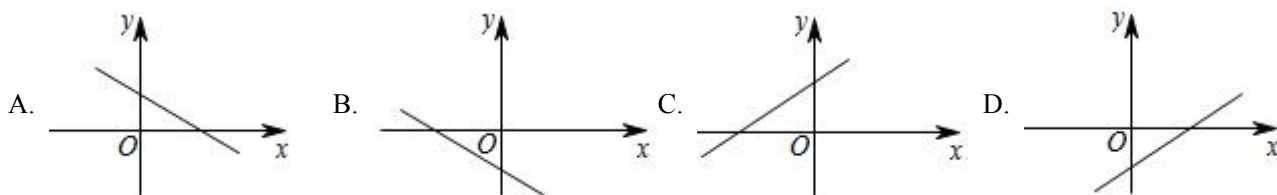
总共由 9 种等可能情况，她们恰好选择同一个宣传队的情况有 3 种，

则她们恰好选到同一个宣传队的概率是 $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

故选 C

【点睛】 本题考查了用列表法求概率，掌握列表法求概率是解题的关键. 列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果数，概率=所求情况数与总情况数之比.

9. 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 图象的两个分支分别位于第一、三象限，则一次函数 $y = kx - k$ 的图象大致是 ()



【答案】D

【解析】

【分析】根据题意可得 $k > 0$ ，进而根据一次函数图像的性质可得 $y = kx - k$ 的图象的大致情况.

【详解】∵ 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 图象的两个分支分别位于第一、三象限，

$$\therefore k > 0$$

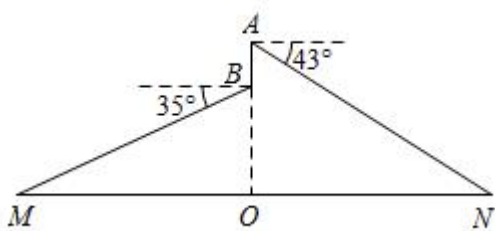
∴ 一次函数 $y = kx - k$ 的图象与 y 轴交于负半轴，且经过第一、三、四象限.

观察选项只有 D 选项符合.

故选 D

【点睛】本题考查了反比例函数的性质，一次函数图像的性质，根据已知求得 $k > 0$ 是解题的关键.

10. 无人机低空遥感技术已广泛应用于农作物监测. 如图，某农业特色品牌示范基地用无人机对一块试验田进行监测作业时，在距地面高度为 135m 的 A 处测得试验田右侧出界 N 处俯角为 43° ，无人机垂直下降 40m 至 B 处，又测得试验田左侧边界 M 处俯角为 35° ，则 M，N 之间的距离为 (参考数据: $\tan 43^\circ \approx 0.9$, $\sin 43^\circ \approx 0.7$, $\cos 35^\circ \approx 0.8$, $\tan 35^\circ \approx 0.7$, 结果保留整数) ()



- A. 188m
B. 269m
C. 286m
D. 312m

【答案】C

【解析】

【分析】根据题意易得 $OA \perp MN$ ， $\angle N = 43^\circ$ ， $\angle M = 35^\circ$ ， $OA = 135\text{m}$ ， $AB = 40\text{m}$ ，然后根据三角函数可进行求解.

【详解】解：由题意得： $OA \perp MN$ ， $\angle N = 43^\circ$ ， $\angle M = 35^\circ$ ， $OA = 135\text{m}$ ， $AB = 40\text{m}$ ，

$$\therefore OB = OA - AB = 95\text{m},$$

$$\therefore ON = \frac{OA}{\tan \angle N} = \frac{135}{0.9} = 150\text{m}, \quad OM = \frac{OB}{\tan \angle M} = \frac{95}{0.7} \approx 136\text{m},$$

$$\therefore MN = OM + ON = 286\text{m};$$

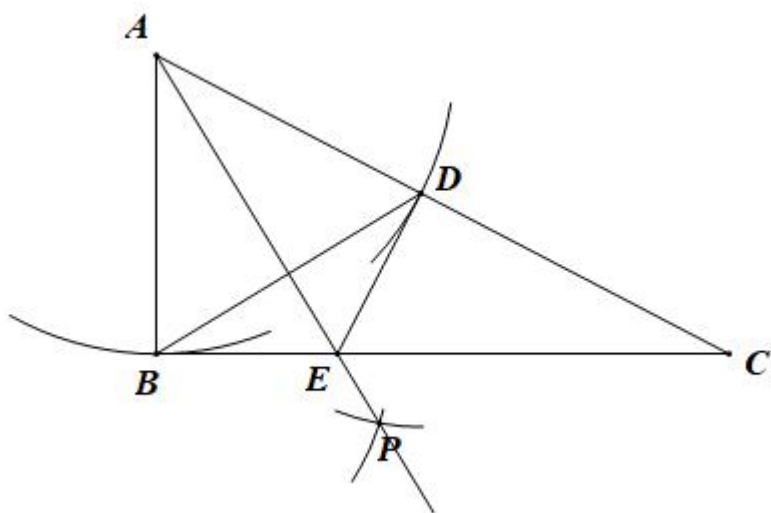
故选 C.

【点睛】 本题主要考查解直角三角形的应用，熟练掌握三角函数是解题的关键.

11. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\angle C = 30^\circ$ ，以点 A 为圆心，以 AB 的长为半径作弧交 AC 于点 D，

连接 BD，再分别以点 B，D 为圆心，大于 $\frac{1}{2}BD$ 的长为半径作弧，两弧交于点 P，作射线 AP 交 BC 于点 E，

连接 DE，则下列结论中不正确的是（ ）



A. $BE = DE$

B. DE 垂直平分线段 AC

C. $\frac{S_{\triangle EDC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

D. $BD^2 = BC \cdot BE$

【答案】 C

【解析】

【分析】 由题中作图方法易证 AP 为线段 BD 的垂直平分线，点 E 在 AP 上，所以 $BE = DE$ ，再根据， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\angle C = 30^\circ$ 得到 $\triangle ABD$ 是等边三角形，由“三线合一”得 AP 平分 $\angle BAC$ ，则

$\angle PAC = \angle C = 30^\circ$ ， $AE = CE$ ，且 30° 角所对的直角边等于斜边的一半，故 $AB = AD = \frac{1}{2}AC$ ，所以 DE

垂直平分线段 AC，证明 $\triangle EDC \sim \triangle ABC$ 可得 $\frac{ED}{AB} = \frac{CD}{BC}$ 即可得到结论.

【详解】 由题意可得： $AD = AB$ ，点 P 在线段 BD 的垂直平分线上

$\because AD = AB$, $\therefore$ 点 A 在线段 BD 的垂直平分线上

$\therefore AP$ 为线段 BD 的垂直平分线

$\because$ 点 E 在 AP 上, $\therefore BE = DE$, 故 A 正确;

$\because \angle ABC = 90^\circ$, $\angle C = 30^\circ$,

$\therefore \angle BAC = 60^\circ$ 且 $AB = AD = \frac{1}{2} AC$

$\therefore \triangle ABD$ 为等边三角形且 $AD = CD$

$\therefore AB = AD = BD$,

$\therefore AP$ 平分 $\angle BAC$

$\therefore \angle EAC = \frac{1}{2} \angle BAC = 30^\circ$,

$\therefore AE = EC$,

$\therefore ED$ 垂直平分 AC , 故 B 正确;

$\because \angle ECD = \angle ACB = 30^\circ$, $\angle EDC = \angle ABC = 90^\circ$,

$\therefore \triangle EDC \sim \triangle ABC$,

$\therefore \frac{ED}{AB} = \frac{CD}{BC} = \frac{AB}{BC} = \frac{1}{\sqrt{3}}$,

$\therefore \frac{S_{\triangle EDC}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{1}{3}$, 故 C 错误;

$\because ED = BE$, $AB = CD = BD$

$\therefore \frac{BE}{BD} = \frac{BD}{BC}$,

$\therefore BD^2 = BC \cdot BE$, 故 D 正确

故选 C.

【点睛】 本题考查 30° 角的直角三角形的性质、线段垂直平分线的判定和性质, 相似三角形的判定和性质, 掌握这些基础知识为解题关键.

12. 新定义: 在平面直角坐标系中, 对于点 $P(m, n)$ 和点 $P'(m, n')$, 若满足 $m \geq 0$ 时, $n' = n - 4$; $m < 0$ 时, $n' = -n$, 则称点 $P'(m, n')$ 是点 $P(m, n)$ 的限变点. 例如: 点 $P_1(2, 5)$ 的限变点是 $P'_1(2, 1)$, 点 $P_2(-2, 3)$ 的限变点是 $P'_2(-2, -3)$. 若点 $P(m, n)$ 在二次函数 $y = -x^2 + 4x + 2$ 的图象上, 则当 $-1 \leq m \leq 3$ 时, 其限变点 P' 的纵坐标 n' 的取值范围是 ()

A. $-2 \leq n' \leq 2$

B. $1 \leq n' \leq 3$

C. $1 \leq n' \leq 2$

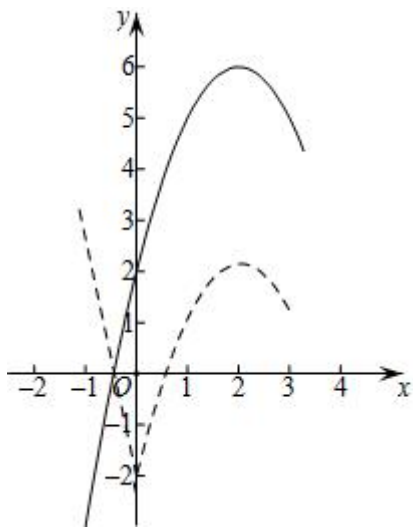
D. $-2 \leq n' \leq 3$

【答案】D

【解析】

【分析】根据题意，当 $0 \leq x \leq 3$ 时， $y = -x^2 + 4x + 2$ 的图象向下平移 4 个单位，当 $-1 \leq x < 0$ 时， $y = -x^2 + 4x + 2$ 的图象关于 x 轴对称，据此即可求得其限变点 P' 的纵坐标 n' 的取值范围，作出函数图像，直观的观察可得到 n' 的取值范围

【详解】 $\because$ 点 $P(m, n)$ 在二次函数 $y = -x^2 + 4x + 2$ 的图象上，则当 $-1 \leq m \leq 3$ 时，其限变点 P' 的图像即为图中虚线部分，如图，



当 $0 \leq m \leq 3$ 时， $y = -x^2 + 4x + 2$ 的图象向下平移 4 个单位，当 $-1 \leq m < 0$ 时， $y = -x^2 + 4x + 2$ 的图象关于 x 轴对称，

从图可知函数的最大值是当 $m = -1$ 时， n' 取得最大值 3，

最小值是当 $m = 0$ 时， n' 取得最小值 -2，

$\therefore -2 \leq n' \leq 3$.

故选 D.

【点睛】本题考查了新定义，二次函数的最值问题，分段讨论函数的最值，可以通过函数图像辅助求解，理解新定义，画出函数图像是解题的关键.

第Ⅱ卷（非选择题 共 102 分）

二、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 4 分，共 24 分，直接填写答案.）

13. 因式分解： $a^2 - 9 = \underline{\hspace{2cm}}$

【答案】 $(a+3)(a-3)$

【解析】

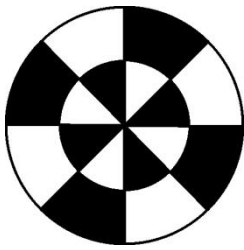
【分析】 a^2-9 可以写成 a^2-3^2 ，符合平方差公式的特点，利用平方差公式分解即可.

【详解】解： $a^2-9=(a+3)(a-3)$ ，

故答案为： $(a+3)(a-3)$.

点评： 本题考查了公式法分解因式，熟记平方差公式的结构特点是解题的关键.

14. 如图，在两个同心圆中，四条直径把大圆分成八等份，若往圆面投掷飞镖，则飞镖落在黑色区域的概率是_____.



【答案】 $\frac{1}{2}$ ## 0.5

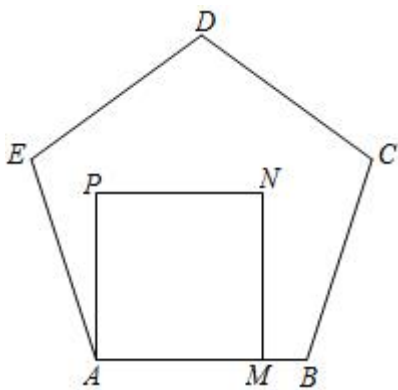
【解析】

【详解】解： $\because$ 两个同心圆被等分成八等份，飞镖落在每一个区域的机会是均等的，其中白色区域的面积占了其中的四等份，

$$\therefore P(\text{飞镖落在白色区域}) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

故答案为： $\frac{1}{2}$.

15. 如图，正方形 $AMNP$ 的边 AM 在正五边形 $ABCDE$ 的边 AB 上，则 $\angle PAE =$ _____ $^\circ$.



【答案】 18

【解析】

【分析】 由正方形的性质及正五边形的内角可直接进行求解.

【详解】解： $\because$ 四边形 $AMNP$ 是正方形，五边形 $ABCDE$ 是正五边形，

$$\therefore \angle EAB = \frac{(5-2) \times 180^\circ}{5} = 108^\circ, \angle PAB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle PAE = \angle EAB - \angle PAB = 18^\circ;$$

故答案为 18.

【点睛】 本题主要考查正多边形的性质，熟练掌握正多边形的定义是解题的关键.

16. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + x - a = 0$ 的一个根是 2，则另一个根是_____.

【答案】 -3

【解析】

【分析】 由题意可把 $x=2$ 代入一元二次方程进行求解 a 的值，然后再进行求解方程的另一个根.

【详解】 解： 由题意把 $x=2$ 代入一元二次方程 $x^2 + x - a = 0$ 得：

$$2^2 + 2 - a = 0, \text{ 解得： } a = 6,$$

$$\therefore \text{原方程为 } x^2 + x - 6 = 0,$$

$$\text{解方程得： } x_1 = 2, x_2 = -3,$$

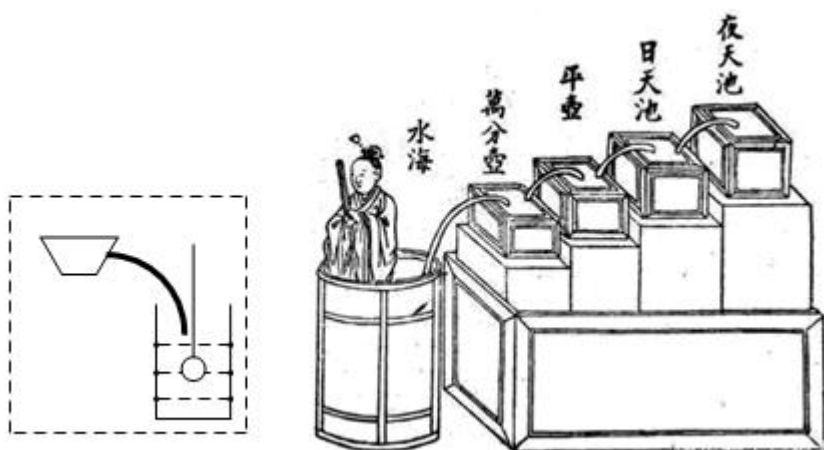
$\therefore$ 方程的另一个根为 -3;

故答案为 -3.

【点睛】 本题主要考查一元二次方程的解及其解法，熟练掌握一元二次方程的解及其解法是解题的关键.

17. 漏刻是我国古代的一种计时工具. 据史书记载，西周时期就已经出现了漏刻，这是中国古代人民对函数思想的创造性应用. 小明同学依据漏刻的原理制作了一个简单的漏刻计时工具模型, 研究中发现水位 $h(\text{cm})$ 是时间 $t(\text{min})$ 的一次函数，下表是小明记录的部分数据，其中有一个 h 的值记录错误，请排除后利用正确的数据确定当 h 为 8cm 时，对应的时间 t 为_____ min .

$t(\text{min})$	...	1	2	3	5	...
$h(\text{cm})$	...	2.4	2.8	3.4	4	...



【答案】15

【解析】

【分析】由题意及表格数据可知记录错误的数据为当 $t=3$ 时， $h=3.4$ ，然后设水位 $h(\text{cm})$ 与时间 $t(\text{min})$ 的函数解析式为 $h=kt+b$ ，进而把 $t=2$ ， $h=2.8$ 和 $t=5$ ， $h=4$ 代入求解即可。

【详解】解：由表格可得：当 $t=1$ ， $h=2.4$ 时，当 $t=2$ ， $h=2.8$ 时，当 $t=5$ ， $h=4$ 时，时间每增加一分钟，水位就上升 0.4cm ，由此可知错误的数据为当 $t=3$ 时， $h=3.4$ ，

设水位 $h(\text{cm})$ 与时间 $t(\text{min})$ 的函数解析式为 $h=kt+b$ ，把 $t=2$ ， $h=2.8$ 和 $t=5$ ， $h=4$ 代入得：

$$\begin{cases} 2k+b=2.8 \\ 5k+b=4 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} k=0.4 \\ b=2 \end{cases},$$

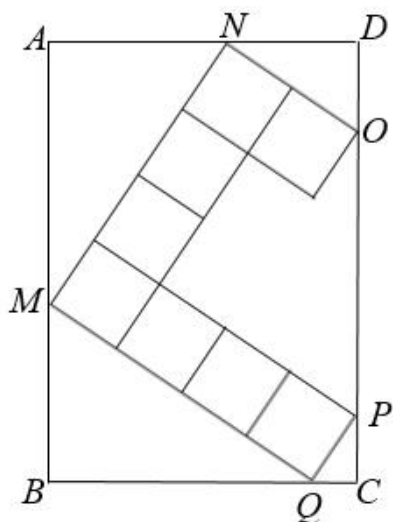
$\therefore$ 水位 $h(\text{cm})$ 与时间 $t(\text{min})$ 的函数解析式为 $h=0.4t+2$ ，

$\therefore$ 当 $h=8$ 时，则有 $8=0.4t+2$ ，解得： $t=15$ ，

故答案为 15.

【点睛】本题主要考查一次函数的应用，熟练掌握一次函数的应用是解题的关键。

18. 如图, 一个由 8 个正方形组成的“C”型模板恰好完全放入一个矩形框内, 模板四周的直角顶点 M , N , O , P , Q 都在矩形 $ABCD$ 的边上, 若 8 个小正方形的面积均为 1, 则边 AB 的长为_____.



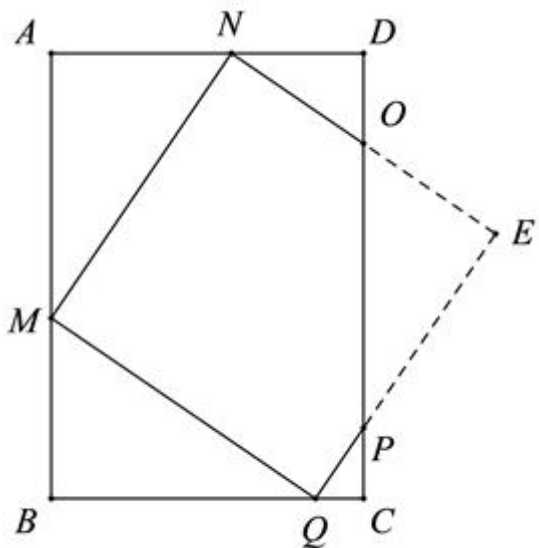
【答案】 $\frac{20}{13}\sqrt{13}$

【解析】

【分析】如图，延长 NO, QP 交于点 E ，连接 OE, PE ，根据题意求得 OP 的长，设 $MB = a, AM = b$ ，先证明 $\triangle AMN \cong \triangle BQM$ ，再证明 $\triangle AMN \sim \triangle DNO$ ， $\triangle PQC \sim \triangle QMB$ ，分别求出矩形的四边，根据矩形对边相等列方程组求得 a, b 的值，进而求得 AB 的值.

【详解】 $\because$ 小正方形的面积为 1，则小正方形的边长为 $\sqrt{1} = 1$ ，

如图，延长 NO, QP 交于点 E ，连接 OE, PE ，



$\because MN = MQ = 4, \angle ONM = \angle NMQ = \angle MQP = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 $MNEQ$ 是正方形，

$$\because NO = 2, PQ = 1,$$

$$\therefore OE = 4 - NO = 2, PE = 4 - PQ = 4 - 1 = 3,$$

$$OP = \sqrt{OE^2 + PE^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$$

$$\text{设 } MB = a, AM = b,$$

$$\because \text{四边形 } ABCD \text{ 是矩形},$$

$$\therefore \angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ,$$

$$\because \angle NMQ = \angle A = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AMN + \angle BMQ = 90^\circ, \angle AMN + \angle ANM = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ANM = \angle BMQ,$$

$$\because \angle A = \angle B, \quad MN = MQ,$$

$$\therefore \triangle AMN \cong \triangle BQM,$$

$$\therefore AN = BM = a, \quad BQ = AM = b,$$

$$\because \angle MNO = \angle A = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ANM + \angle DNO = 90^\circ, \angle AMN + \angle ANM = 90^\circ$$

$$\therefore \angle DNO = \angle AMN$$

$$\because \angle A = \angle D$$

$$\therefore \triangle AMN \sim \triangle DNO$$

$$\therefore \frac{DN}{AM} = \frac{DO}{AN} = \frac{NO}{MN} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore DO = \frac{1}{2} AN = \frac{1}{2} a, \quad DN = \frac{1}{2} AM = \frac{1}{2} b$$

$$\because \angle MQP = \angle C = \angle D = 90^\circ$$

$$\therefore \angle MQB + \angle BMQ = \angle MQB + \angle PQC = 90^\circ$$

$$\therefore \angle PQC = \angle QMB$$

$$\therefore \triangle PQC \sim \triangle QMB$$

$$\therefore \frac{PQ}{MQ} = \frac{QC}{MB} = \frac{PC}{QB} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore PC = \frac{1}{4}QB = \frac{1}{4}b, QC = \frac{1}{4}MB = \frac{1}{4}a$$

$$\therefore AB = DC$$

$$\therefore DO + OP + PC = AB$$

$$\text{即 } \frac{1}{2}a + \sqrt{13} + \frac{1}{4}b = a + b \quad ①$$

$$\therefore AD = BC$$

$$a + \frac{b}{2} = b + \frac{1}{4}a \quad ②$$

$$\text{联立} \begin{cases} \frac{1}{2}a + \sqrt{13} + \frac{1}{4}b = a + b \\ a + \frac{b}{2} = b + \frac{1}{4}a \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = \frac{12\sqrt{13}}{13} \\ b = \frac{24\sqrt{13}}{39} \end{cases}$$

$$\therefore AB = a + b = \frac{20}{13}\sqrt{13}$$

$$\text{故答案为: } \frac{20}{13}\sqrt{13}$$

【点睛】本题考查了矩形的性质，正方形的性质，全等三角形的性质与判定，相似三角形的性质与判定，解二元一次方程组，勾股定理，综合运用以上知识是解题的关键.

三、解答题（本大题共 9 个小题，共 78 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）

$$19. \text{ 计算: } \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} + (\pi - 1)^0 + |-3| - 2 \tan 45^\circ.$$

【答案】6

【解析】

【分析】根据负指数幂、零次幂及三角函数值可进行求解.

【详解】解：原式 = $4 + 1 + 3 - 2 \times 1 = 6$.

【点睛】本题主要考查负指数幂、零次幂及特殊三角函数值，熟练掌握负指数幂、零次幂及特殊三角函数值是解题的关键.

$$20. \text{ 解不等式组: } \begin{cases} 3(x-1) \geq 2x-5, ① \\ 2x < \frac{x+3}{2}, ② \end{cases} \text{ 并写出它的所有整数解.}$$

【答案】 $-2 \leq x < 1$; $-2, -1, 0$

【解析】

【分析】分别解不等式①，②，进而求得不等式组的解集，根据不等式组的解集写出所有整数解即可．

$$\text{【详解】} \begin{cases} 3(x-1) \geq 2x-5, \text{①} \\ 2x < \frac{x+3}{2}, \text{②} \end{cases}$$

解不等式①得： $x \geq -2$

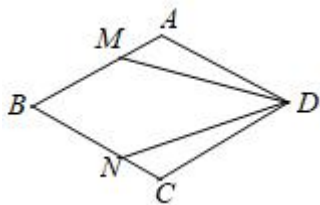
解不等式②得： $x < 1$

$\therefore$ 不等式组的解集为： $-2 \leq x < 1$

它的所有整数解为： $-2, -1, 0$

【点睛】本题考查了解一元一次不等式组，求不等式组的整数解，正确的计算是解题的关键．

21. 如图，在菱形 $ABCD$ 中，点 M 、 N 分别在 AB 、 CB 上，且 $\angle ADM = \angle CDN$ ，求证： $BM = BN$ ．



【答案】见解析

【解析】

【分析】菱形 $ABCD$ 中，四边相等，对角相等，结合已知条件 $\angle ADM = \angle CDN$ ，可利用三角形全等进行证明，得到 $AM = CN$ ，再线段之差相等即可得证．

【详解】 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形

$$\therefore BA = BC, DA = DC, \angle A = \angle C$$

在 $\triangle AMD$ 和 $\triangle CND$ 中

$$\begin{cases} \angle A = \angle C \\ DA = DC \\ \angle ADM = \angle CDN \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AMD \cong \triangle CND \text{ (ASA)}$$

$$\therefore AM = CN$$

$$\because BA = BC$$

$$\therefore BA - AM = BC - CN$$

$$\text{即 } BM = BN.$$

【点睛】本题考查了三角形全等的证明，菱形的性质，根据题意找准三角形证明的条件，利用角边角进行

三角形全等的证明是解题的关键.

22. 为倡导绿色健康节约的生活方式,某社区开展“减少方便筷使用,共建节约型社区”活动.志愿者随机抽取了社区内 50 名居民,对其 5 月份方便筷使用数量进行了调查,并对数据进行了统计整理,以下是部分数据和不完整的统计图表:

方便筷使用数量在 $5 \leq x < 15$ 范围内的数据:

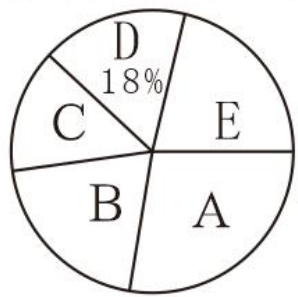
5, 7, 12, 9, 10, 12, 8, 8, 10, 11, 6, 9, 13, 6, 12, 8, 7.

不完整的统计图表:

方便筷使用数量统计表

组别	使用数量 (双)	频数
A	$0 \leq x < 5$	14
B	$5 \leq x < 10$	
C	$10 \leq x < 15$	
D	$15 \leq x < 20$	a
E	$x \geq 20$	10
合		50

方便筷使用数量占比统计图



请结合以上信息回答下列问题:

- (1) 统计表中的 $a =$ _____;
- (2) 统计图中 E 组对应扇形的圆心角为 _____ 度;
- (3) C 组数据的众数是 _____; 调查的 50 名居民 5 月份使用方便筷数量的中位数是 _____;
- (4) 根据调查结果, 请你估计该社区 2000 名居民 5 月份使用方便筷数量不少于 15 双的人数.

【答案】 (1) 9; (2) 72; (3) 12, 10; (4) 该社区 2000 名居民 5 月份使用方便筷数量不少于 15 双的人数

为 760 名.

【解析】

【分析】(1) 根据扇形统计图可知 D 组所占百分比, 然后问题可求解;

(2) 由统计表可得 E 组人数为 10 人, 然后可得 E 组所占的百分比, 然后问题可求解;

(3) 由题意可把在 $5 \leq x < 15$ 范围内的数据从小到大排列, 进而可得 C 组数据的众数及中位数;

(4) 根据题意可得 50 名被调查的人中不少于 15 双的人数所占的百分比, 然后问题可求解.

【详解】解: (1) 由统计图可得: $a = 50 \times 18\% = 9$;

故答案为 9;

(2) 由统计图可得 E 组对应扇形的圆心角为 $360^\circ \times \frac{10}{50} = 72^\circ$;

故答案为 72;

(3) 由题意可把在 $5 \leq x < 15$ 范围内的数据从小到大排列为: 5、6、6、7、7、8、8、8、9、9、10、10、11、12、12、12、13;

$\therefore$ 在 C 组 ($10 \leq x < 15$) 数据的众数是 12;

调查的 50 名居民 5 月份使用方便筷数量的中位数是第 25 和第 26 名的平均数, 即为 $\frac{10+10}{2} = 10$;

故答案为 12, 10;

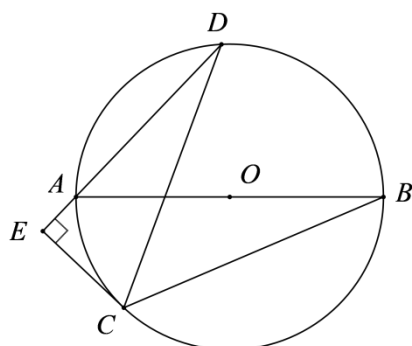
(4) 由题意得:

$$2000 \times \frac{9+10}{50} = 760 \text{ (名)};$$

答: 该社区 2000 名居民 5 月份使用方便筷数量不少于 15 双的人数为 760 名.

【点睛】本题主要考查中位数、众数及扇形统计图, 熟练掌握中位数、众数及扇形统计图是解题的关键.

23. 已知: 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C, D 是 $\odot O$ 上两点, 过点 C 的切线交 DA 的延长线于点 E , $DE \perp CE$, 连接 CD, BC .



(1) 求证: $\angle DAB = 2\angle ABC$;

(2) 若 $\tan \angle ADC = \frac{1}{2}$, $BC = 4$, 求 $\odot O$ 的半径.

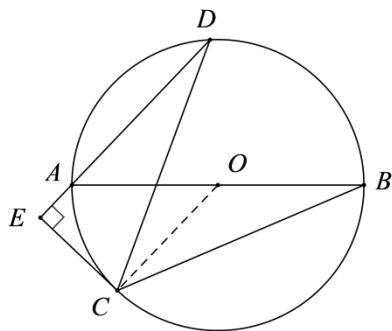
【答案】(1) 见解析；(2) $\sqrt{5}$

【解析】

【分析】(1) 连接 OC ，根据切线的性质，已知条件可得 $DE \parallel OC$ ，进而根据平行线的性质可得 $\angle DAB = \angle AOC$ ，根据圆周角定理可得 $\angle AOC = 2\angle ABC$ ，等量代换即可得证；

(2) 连接 AC ，根据同弧所对的圆周角相等，可得 $\angle D = \angle B$ ，进而根据正切值以及已知条件可得 AC 的长，勾股定理即可求得 AB ，进而即可求得圆的半径.

【详解】(1) 连接 OC ，如图，



$\because EC$ 是 $\odot O$ 的切线，

$\therefore OC \perp CE$ ，

$\because DE \perp CE$ ，

$\therefore OC \parallel DE$ ，

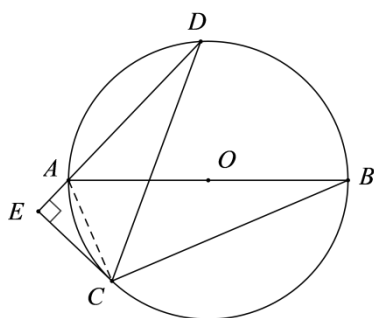
$\therefore \angle DAB = \angle AOC$ ，

$\because \widehat{AC} = \widehat{AC}$ ，

$\therefore \angle AOC = 2\angle ABC$ ，

$\therefore \angle DAB = 2\angle ABC$.

(2) 连接 AC



$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$ ，

$$\therefore \widehat{AC} = \widehat{AC},$$

$$\therefore \angle ADC = \angle ABC,$$

$$\therefore \tan \angle ADC = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \tan \angle ABC = \frac{1}{2} = \frac{AC}{BC},$$

$$\therefore BC = 4,$$

$$\therefore AC = 2,$$

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5},$$

$$\therefore AO = \frac{1}{2}AB = \sqrt{5}.$$

即 $\odot O$ 的半径为 $\sqrt{5}$.

【点睛】 本题考查了切线的性质，圆周角定理，正切的定义，同弧所对的圆周角相等，勾股定理，理解题意添加辅助线是解题的关键.

24. 端午节吃粽子是中华民族的传统习俗. 某超市节前购进了甲、乙两种畅销口味的粽子. 已知购进甲种粽子的金额是 1200 元，购进乙种粽子的金额是 800 元，购进甲种粽子的数量比乙种粽子的数量少 50 个，甲种粽子的单价是乙种粽子单价的 2 倍.

(1) 求甲、乙两种粽子的单价分别是多少元？

(2) 为满足消费者需求，该超市准备再次购进甲、乙两种粽子共 200 个，若总金额不超过 1150 元，问最多购进多少个甲种粽子？

【答案】 (1) 乙种粽子的单价为 4 元，则甲种粽子的单价为 8 元； (2) 最多购进 87 个甲种粽子

【解析】

【分析】 (1) 设乙种粽子的单价为 x 元，则甲种粽子的单价为 $2x$ 元，然后根据“购进甲种粽子的金额是 1200 元，购进乙种粽子的金额是 800 元，购进甲种粽子的数量比乙种粽子的数量少 50 个”可列方程求解；

(2) 设购进 m 个甲种粽子，则购进乙种粽子为 $(200-m)$ 个，然后根据 (1) 及题意可列不等式进行求解.

【详解】 解： (1) 设乙种粽子的单价为 x 元，则甲种粽子的单价为 $2x$ 元，由题意得：

$$\frac{1200}{2x} + 50 = \frac{800}{x},$$

解得： $x = 4$,

经检验 $x = 4$ 是原方程的解，

答： 乙种粽子的单价为 4 元，则甲种粽子的单价为 8 元.

(2) 设购进 m 个甲种粽子，则购进乙种粽子为 $(200-m)$ 个，由 (1) 及题意得：

$$8m + 4(200 - m) \leq 1150,$$

解得： $m \leq 87.5$,

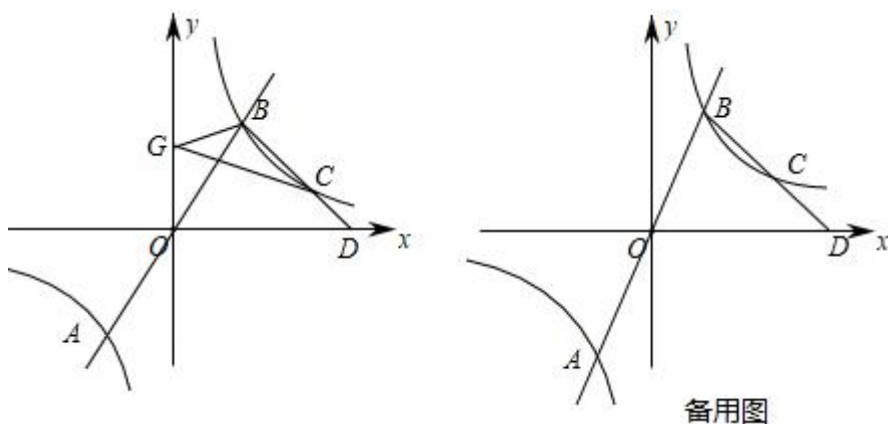
$\because m$ 为正整数,

$\therefore m$ 的最大值为 87;

答：最多购进 87 个甲种粽子.

【点睛】 本题主要考查分式及一元一次不等式的应用，熟练掌握分式方程的解法及一元一次不等式的解法是解题的关键.

25. 如图，直线 $y = \frac{3}{2}x$ 与双曲线 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 交于 A, B 两点，点 A 的坐标为 $(m, -3)$ ，点 C 是双曲线第一象限分支上的一点，连接 BC 并延长交 x 轴于点 D ，且 $BC = 2CD$.



(1) 求 k 的值并直接写出点 B 的坐标;

(2) 点 G 是 y 轴上的动点，连接 GB, GC ，求 $GB + GC$ 的最小值;

(3) P 是坐标轴上的点， Q 是平面内一点，是否存在点 P, Q ，使得四边形 $ABPQ$ 是矩形？若存在，请求出所有符合条件的点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.

【答案】 (1) $k = 6, B(2, 3)$; (2) $2\sqrt{17}$; (3) $P(\frac{13}{2}, 0)$ 或 $(0, \frac{13}{3})$.

【解析】

【分析】 (1) 根据直线 $y = \frac{3}{2}x$ 经过点 $A(m, -3)$ ，可求出点 $A(-2, -3)$ ，因为点 A 在 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 图象上，可求出 k ，根据点 A 和点 B 关于原点对称，即可求出点 B ;

(2) 先根据 $BC = 2CD$ 利用相似三角形的性质求出点 C ，再根据对称性求出点 B 关于 y 轴的对称点 B' ，连接 $B'C$ ，即 $B'C$ 的长度是 $GB + GC$ 的最小值;

(3) 先作出图形，分情况讨论，利用相似三角形的性质求解即可.

【详解】 (1) 解：因为直线 $y = \frac{3}{2}x$ 经过点 $A(m, -3)$,

$$\text{所以 } -3 = \frac{3}{2} \times m,$$

$$\text{所以 } m = -2,$$

$$\text{所以点 } A(-2, -3),$$

$$\text{因为点 } A \text{ 在 } y = \frac{k}{x} (k \neq 0) \text{ 图象上,}$$

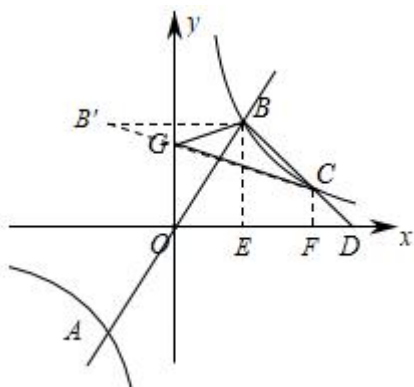
$$\text{所以 } k = -2 \times (-3) = 6,$$

$$\text{因为 } y = \frac{3}{2}x \text{ 与双曲线 } y = \frac{k}{x} (k \neq 0) \text{ 交于 } A, B \text{ 两点,}$$

$$\text{所以点 } A \text{ 和点 } B \text{ 关于原点对称,}$$

$$\text{所以点 } B(2, 3);$$

(2) 过点 B, C 分别作 $BE \perp x$ 轴, $CF \perp x$ 轴, 作 B 关于 y 轴对称点 B' , 连接 $B'C$,



$$\text{因为 } BE \perp x \text{ 轴, } CF \perp x \text{ 轴,}$$

$$\text{所以 } BE \parallel CF,$$

$$\text{所以 } \triangle BED \sim \triangle CFD,$$

$$\text{所以 } \frac{BE}{CF} = \frac{BD}{CD},$$

$$\text{因为 } BC = 2CD,$$

$$\text{所以 } \frac{BE}{CF} = \frac{BD}{CD} = \frac{3}{1},$$

$$\text{因为 } B(2, 3),$$

$$\text{所以 } BE = 3,$$

$$\text{所以 } CF = 1,$$

$$\text{所以 } C \text{ 点纵坐标是 } 1,$$

$$\text{将 } y_C = 1 \text{ 代入 } y = \frac{6}{x} \text{ 可得: } x = 6,$$

$$\text{所以点 } C(6, 1),$$

$$\text{又因为点 } B' \text{ 是点 } B \text{ 关于 } y \text{ 轴对称的点,}$$

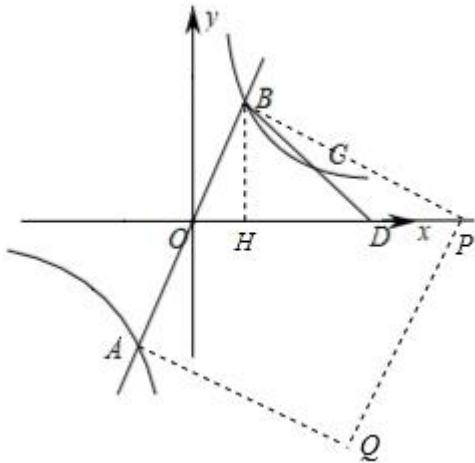
所以点 $B'(-2, 3)$,

$$\text{所以 } B'C = \sqrt{(-2-6)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{64+4} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17},$$

即 $GB + GC$ 的最小值是 $2\sqrt{17}$;

(3) 解: ①当点 P 在 x 轴上时,

当 $\angle ABP = 90^\circ$, 四边形 $ABPQ$ 是矩形时, 过点 B 作 $BH \perp x$ 轴,



因为 $\angle OBP = 90^\circ$, $BH \perp OP$,

所以 $\triangle OHB \sim \triangle BHP$,

$$\text{所以 } \frac{OH}{BH} = \frac{BH}{HP},$$

$$\text{所以 } BH^2 = OH \times HP,$$

$$\text{所以 } 3^2 = 2 \times HP,$$

$$\text{所以 } HP = \frac{9}{2},$$

$$\text{所以 } OP = \frac{13}{2},$$

$$\text{所以点 } P\left(\frac{13}{2}, 0\right);$$

②当点 P 在 y 轴上时,

当 $\angle ABP = 90^\circ$, 四边形 $ABPQ$ 是矩形时, 过点 B 作 $BH \perp y$ 轴,

②如图 3，当 B, E, F 三点共线时，连接 AE ，判断四边形 $AECF$ 的形状，并说明理由.

【答案】(1) $BE = \sqrt{2}AF$ ；(2) ① $BE = \sqrt{2}AF$ 成立，理由见解析；② 平行四边形，理由见解析；

【解析】

【分析】(1) 如图 1，证明 $AB \parallel EF$ ，由平行线分线段成比例可得 $\frac{FC}{EC} = \frac{AF}{BE}$ ，由 45° 的余弦值可得

$$BE = \sqrt{2}AF;$$

(2) ① 根据两边成比例，夹角相等，证明 $\triangle ABC \sim \triangle FEC$ ，即可得 $\frac{BE}{AF} = \frac{BC}{AC} = \sqrt{2}$ ；

② 如图 3，过 A 作 $AM \perp BC$ ，连接 MF ， AC, EF 交于点 N ，根据已知条件证明 $ED \parallel FM$ ，根据平行线分线段成比例可得 $BE = 2EF$ ，根据锐角三角函数以及①的结论可得 $AF = EC$ ，根据三角形内角和以及 $\triangle ABC \sim \triangle FEC$ 可得 $\angle AFE = \angle FEC$ ，进而可得 $AF \parallel EC$ ，即可证明四边形 $AECF$ 是平行四边形.

【详解】(1) 如图 1，

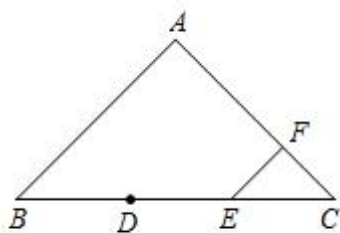


图1

$$\because \angle BAC = 90^\circ, AB = AC,$$

$$\therefore \angle B = \angle C = 45^\circ,$$

$\because \triangle CEF$ 是以 EC 为斜边等腰直角三角形，

$$\therefore \angle FEC = 45^\circ, \angle EFC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B = \angle FEC,$$

$$\therefore AB \parallel EF,$$

$$\therefore \frac{FC}{EC} = \frac{AF}{BE},$$

$$\because \cos C = \frac{FC}{EC} = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore \frac{AF}{BE} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

即 $BE = \sqrt{2}AF$;

(2) ① $BE = \sqrt{2}AF$ 仍然成立, 理由如下:

如图 2,

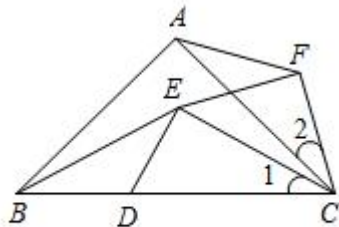


图2

$\because \angle BAC = 90^\circ, AB = AC,$

$\therefore \angle ABC = \angle ACB = 45^\circ,$

$\because \triangle CEF$ 是以 EC 为斜边等腰直角三角形,

$\therefore \angle FCE = 45^\circ, \angle EFC = 90^\circ,$

$\therefore \angle FCE = \angle ACB,$

$\therefore \cos \angle FCE = \cos \angle ACB,$

即 $\frac{FC}{EC} = \frac{AC}{BC} = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2},$

$\because \angle FCE = \angle ACB,$

$\therefore \angle 1 + \angle ACE = \angle 2 + \angle ACE,$

$\therefore \angle 1 = \angle 2,$

$\therefore \triangle FCA \sim \triangle ECB,$

$\therefore \frac{AF}{BE} = \frac{AC}{BC} = \frac{\sqrt{2}}{2},$

即 $BE = \sqrt{2}AF$;

② 四边形 $AECF$ 是平行四边形, 理由如下:

如图 3, 过 A 作 $AM \perp BC$, 连接 MF , AC, EF 交于点 N ,

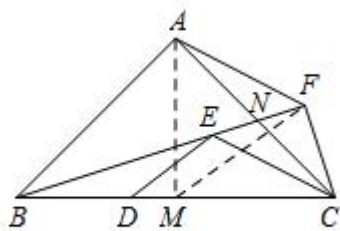


图3

$$\because \angle BAC = 90^\circ, \quad AB = AC,$$

$$\therefore BM = MC = \frac{1}{2}BC,$$

$$\because DB = DE,$$

$$\therefore \angle EBD = \angle DEB,$$

$$\therefore \angle EDC = 2\angle EBD,$$

$\because \triangle CEF$ 是以 EC 为斜边等腰直角三角形,

$$\therefore \angle EFC = 90^\circ,$$

$\because B, E, F$ 三点共线,

$$\because BM = MC,$$

$$\therefore MF = \frac{1}{2}BC = BM,$$

$$\therefore \angle FBC = \angle BFM,$$

$$\therefore \angle FMC = 2\angle FBC,$$

$$\therefore \angle FMC = \angle EDC,$$

$$\therefore ED \parallel FM,$$

$$\therefore \frac{BE}{EF} = \frac{BD}{DM},$$

$$\because BD = \frac{1}{3}BC,$$

$$\therefore DM = BM - BD = \frac{1}{2}BC - \frac{1}{3}BC = \frac{1}{6}BC,$$

$$\therefore \frac{BD}{DM} = \frac{2}{1},$$

$$\therefore \frac{BE}{EF} = \frac{BD}{DM} = \frac{2}{1},$$

$$\therefore BE = 2EF,$$

由①可知 $BE = \sqrt{2}AF$,

$$\therefore AF = \sqrt{2}EF,$$

$\because \triangle CEF$ 是以 EC 为斜边等腰直角三角形,

$$\therefore EF = FC, EC = \sqrt{2}EF,$$

$$\therefore AF = EC,$$

$$\because \triangle FCA \sim \triangle ECB,$$

$$\therefore \angle EBC = \angle FAC,$$

$$\because \angle BNC = \angle ANF,$$

$$\therefore \angle AFN = 180^\circ - \angle FAC - \angle ANF, \angle NCB = 180^\circ - \angle FBC - \angle BNC,$$

$$\therefore \angle AFN = \angle NCB,$$

$$\text{即 } \angle AFE = \angle ACB = 45^\circ,$$

$$\because \angle FEC = 45^\circ,$$

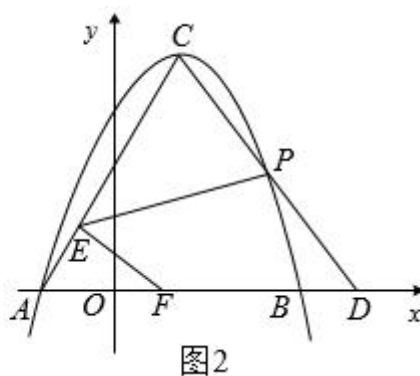
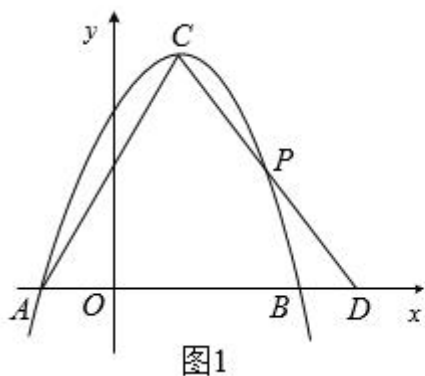
$$\therefore \angle AFE = \angle FEC,$$

$$\therefore AF \parallel EC,$$

$\therefore$ 四边形 $AECF$ 是平行四边形.

【点睛】 本题考查了等腰三角形性质，直角三角形斜边上的中线等于斜边，平行线分线段成比例，相似三角形的性质与判定，平行四边形的判定，熟练掌握平行线分线段成比例以及相似三角形的性质与判定是解题的关键.

27. 抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ 过点 $A(-1, 0)$, 点 $B(3, 0)$, 顶点为 C .



(1) 求抛物线的表达式及点 C 的坐标;

(2) 如图 1, 点 P 在抛物线上, 连接 CP 并延长交 x 轴于点 D , 连接 AC , 若 $\triangle DAC$ 是以 AC 为底的等腰三角形, 求点 P 的坐标;

(3) 如图 2, 在 (2) 的条件下, 点 E 是线段 AC 上 (与点 A, C 不重合) 的动点, 连接 PE , 作 $\angle PEF = \angle CAB$, 边 EF 交 x 轴于点 F , 设点 F 的横坐标为 m , 求 m 的取值范围.

【答案】(1) $y = -x^2 + 2x + 3$, $C(1, 4)$; (2) $P(\frac{7}{3}, \frac{20}{9})$; (3) $-1 < m \leq \frac{5}{4}$

【解析】

【分析】(1) 将 A, B 的坐标代入解析式，待定系数法求解析式即可，根据顶点在对称轴上，求得对称轴，代入解析式即可的顶点 C 的坐标；

(2) 设 $D(d, 0)$ ，根据 $\triangle DAC$ 是以 AC 为底的等腰三角形，根据 $AD = CD$ ，求得 D 点的坐标，进而求得 CD 解析式，联立二次函数解析式，解方程组即可求得 P 点的坐标；

(3) 根据题意，可得 $\triangle CEP \sim \triangle AFE$ ，设 $AE = n$ ，根据相似三角形的性质，线段成比例，可得 $m = -\frac{9}{20}(n^2 - 2\sqrt{5}n) - 1$ ，根据配方法可得 m 的最大值，根据点 E 是线段 AC 上（与点 A, C 不重合）的动点，可得 m 的最小值，即可求得 m 的范围。

【详解】(1) $\because$ 抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ 过点 $A(-1, 0)$ ，点 $B(3, 0)$ ，

$$\therefore \begin{cases} a - b + 3 = 0 \\ 9a + 3b + 3 = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases},$$

$$\therefore y = -x^2 + 2x + 3,$$

$$\therefore x = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2 \times (-1)} = 1, \text{ 代入 } y = -x^2 + 2x + 3,$$

$$\text{解得: } y = 4,$$

$$\therefore \text{顶点 } C(1, 4),$$

$$(2) \text{ 设 } D(d, 0),$$

$\because A(-1, 0), C(1, 4)$ ， $\triangle DAC$ 是以 AC 为底的等腰三角形，

$$\therefore AD = CD$$

$$\text{即 } \sqrt{(d+1)^2} = \sqrt{(d-1)^2 + 4^2}$$

$$\therefore (d+1)^2 = (d-1)^2 + 4^2$$

$$\text{解得 } d = 4$$

$$\therefore D(4, 0)$$

$$\therefore C(1, 4), D(4, 0)$$

设直线 CD 的解析式为 $y = kx + b$

$$\begin{cases} 4k + b = 0 \\ k + b = 4 \end{cases}$$

解得

$$\begin{cases} k = -\frac{4}{3} \\ b = \frac{16}{3} \end{cases}$$

$\therefore$ 直线 CD 的解析式为 $y = -\frac{4}{3}x + \frac{16}{3}$

$$\text{联立} \begin{cases} y = -\frac{4}{3}x + \frac{16}{3} \\ y = -x^2 + 2x + 3 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x_1 = \frac{7}{3} \\ y_1 = \frac{20}{9} \end{cases}, \begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = 4 \end{cases}$$

$\therefore P(\frac{7}{3}, \frac{20}{9})$

(3) $\because$ 点 F 的横坐标为 m , $A(-1, 0)$, $C(1, 4)$, $P(\frac{7}{3}, \frac{20}{9})$

$$\therefore AC = \sqrt{(1+1)^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}, \quad AF = m + 1$$

$$CP = \sqrt{(\frac{7}{3}-1)^2 + (\frac{20}{9}-4)^2} = \frac{20}{9}$$

设 $AE = n$, 则 $CE = 2\sqrt{5} - n$,

$\because \triangle DAC$ 是以 AC 为底的等腰三角形,

$$\therefore \angle DAC = \angle DCA$$

$$\because \angle PEF = \angle CAB = \angle EAF, \quad \angle CEF = \angle EAF + \angle AFE = \angle PEF + \angle CEP$$

$$\therefore \angle CEP = \angle AFE$$

$$\therefore \triangle CEP \sim \triangle AFE$$

$$\therefore \frac{AF}{CE} = \frac{AE}{CP}$$

$$\text{即 } \frac{m+1}{2\sqrt{5}-n} = \frac{n}{\frac{20}{9}}$$

$$\text{整理得 } m = -\frac{9}{20}(n^2 - 2\sqrt{5}n) - 1$$

$$m = -\frac{9}{20}(n - \sqrt{5})^2 + \frac{5}{4} \leq \frac{5}{4}$$

当 E 点与 C 点重合时， F 与 A 点重合，由题意，点 E 是线段 AC 上（与点 A ， C 不重合）的动点，

$$\because A(-1, 0)$$

$$\therefore m > -1$$

$$\therefore m \text{ 的取值范围为: } -1 < m \leq \frac{5}{4}.$$

【点睛】 本题考查了二次函数综合，相似三角形的性质与判定，待定系数法求一次函数解析式，待定系数法求解析式，等腰三角形的性质，二次函数的性质，综合运用以上知识是解题的关键.

【淘宝搜索店铺：中小学教辅资源店 微信：mlxt2022】