

巴中市 2023 年初中学业水平考试暨高中阶段学校招生考试

数学试卷

(全卷满分 150 分，120 分钟完卷)

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号、座位号分别填写在试卷、答题卡规定的位置上。
2. 选择题填涂时，必须使用 2B 铅笔按规范填涂；非选择题必须使用 0.5 毫米黑色墨迹签字笔作答；作图题可先用铅笔绘出，确认后再用 0.5 毫米黑色墨迹签字笔描清楚。
3. 必须在题目所指示的答题卡的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效，在试题卷上答题无效。考试结束后，考生将本试卷和答题卡一并交回。
4. 不允许使用计算器进行运算，凡无精确度要求的题目，结果均保留准确值。

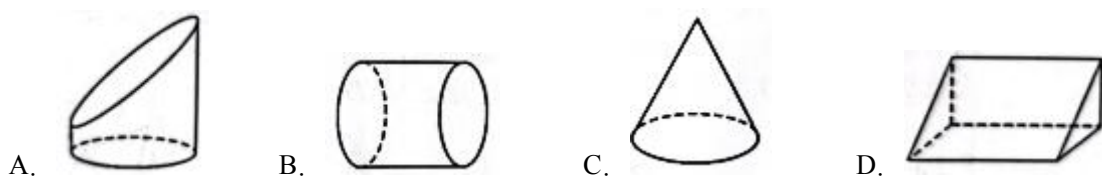
第 I 卷 选择题 (共 48 分)

一、选择题 (本大题共 12 个小题，每小题 4 分，共 48 分。在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是正确的，请使用 2B 铅笔将答题卡上对应题号的答案标号涂黑)

1. 下列各数为无理数的是 ()

- A. 0.618 B. $\frac{22}{7}$ C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt[3]{-27}$

2. 下列图形中为圆柱的是 ()



3. 下列运算正确的是 ()

- A. $x^2 + x^3 = x^5$ B. $\sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{6}$ C. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$ D. $|m| = m$

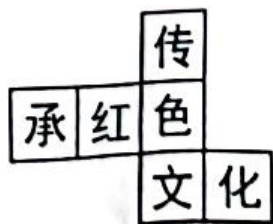
4. 下列说法正确的是 ()

- A. 多边形的外角和为 360° B. $6a^2b - 2ab^2 = 2ab(3a - 2b)$
C. $525000 = 5.25 \times 10^3$ D. 可能性很小的事情是不可能发生的

5. 一次函数 $y = (k-3)x + 2$ 的函数值 y 随 x 增大而减小，则 k 的取值范围是 ()

- A. $k > 0$ B. $k < 0$ C. $k > 3$ D. $k < 3$

6. 某同学学习了正方体的表面展开图后，在如图所示的正方体的表面展开图上写下了“传承红色文化”六个字，还原成正方体后，“红”的对面是 ()

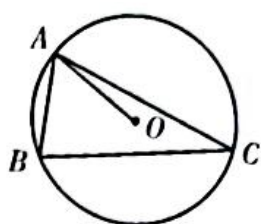


- A. 传 B. 承 C. 文 D. 化

7. 若 x 满足 $x^2 + 3x - 5 = 0$ ，则代数式 $2x^2 + 6x - 3$ 的值为 ()

- A. 5 B. 7 C. 10 D. -13

8. 如图， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆，若 $\angle C = 25^\circ$ ，则 $\angle BAO =$ ()

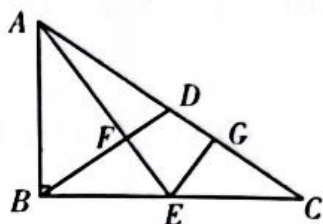


- A. 25° B. 50° C. 60° D. 65°

9. 某学校课后兴趣小组在开展手工制作活动中，美术老师要求用 14 张卡纸制作圆柱体包装盒，准备把这些卡纸分成两部分，一部分做侧面，另一部分做底面. 已知每张卡纸可以裁出 2 个侧面，或者裁出 3 个底面，如果 1 个侧面和 2 个底面可以做成一个包装盒，这些卡纸最多可以做成包装盒的个数为 ()

- A. 6 B. 8 C. 12 D. 16

10. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $AB = 6\text{cm}$ ， $BC = 8\text{cm}$ ， D 、 E 分别为 AC 、 BC 中点，连接 AE 、 BD 相交于点 F ，点 G 在 CD 上，且 $DG : GC = 1 : 2$ ，则四边形 $DFEG$ 的面积为 ()



- A. 2cm^2 B. 4cm^2 C. 6cm^2 D. 8cm^2

11. 我国南宋时期数学家杨辉于 1261 年写下的《详解九章算法》，书中记载的图表给出了 $(a+b)^n$ 展开式的系数规律.

$$1 \qquad (a+b)^0 = 1$$

$$1 \quad 1 \qquad (a+b)^1 = a+b$$

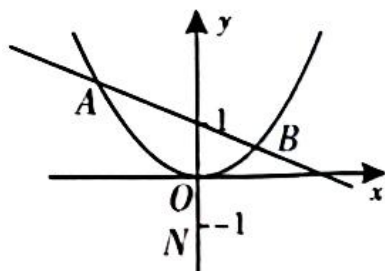
$$1 \quad 2 \quad 1 \qquad (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$1 \quad 3 \quad 3 \quad 1 \quad (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

当代数式 $x^4 - 12x^3 + 54x^2 - 108x + 81$ 的值为 1 时，则 x 的值为 ()

- A. 2 B. -4 C. 2 或 4 D. 2 或 -4

12. 在平面直角坐标系中，直线 $y = kx + 1$ 与抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 交于 A 、 B 两点，设 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ ，则下列结论正确的个数为 ()



- ① $x_1 \cdot x_2 = -4$ ② $y_1 + y_2 = 4k^2 + 2$
 ③当线段 AB 长取最小值时，则 $\triangle AOB$ 的面积为 2 ④若点 $N(0, -1)$ ，则 $AN \perp BN$
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

第 II 卷 非选择题 (共 102 分)

二、填空题 (本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分、将正确答案直接写在答题卡相应的位置上)

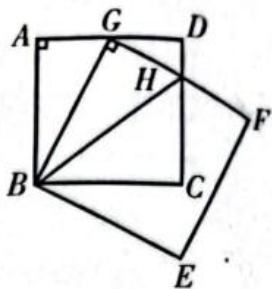
13. 在 $0, \left(-\frac{1}{3}\right)^2, -\pi, -2$ 四个数中，最小的实数是_____.

14. 已知 a 为正整数，点 $P(4, 2-a)$ 在第一象限中，则 $a =$ _____.

15. 这组数据 1, 3, 5, 2, 8, 13 的中位数是_____.

16. 关于 x 的分式方程 $\frac{x+m}{x-2} + \frac{1}{2-x} = 3$ 有增根，则 $m =$ _____.

17. 如图，已知正方形 $ABCD$ 和正方形 $BEFG$ ，点 G 在 AD 上， GF 与 CD 交于点 H ， $\tan \angle ABG = \frac{1}{2}$ ，正方形 $ABCD$ 的边长为 8，则 BH 的长为_____.



18. 规定：如果两个函数的图象关于 y 轴对称，那么称这两个函数互为“Y 函数”. 例如：函数 $y = x + 3$ 与 $y = -x + 3$ 互为“Y 函数”. 若函数 $y = \frac{k}{4}x^2 + (k-1)x + k-3$ 的图象与 x 轴只有一个交点，则它的“Y 函数”图象与 x 轴的交点坐标为_____.

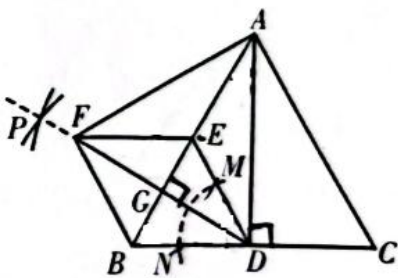
三、解答题（本大题共 7 个小题，共 84 分. 请将解答过程写在答题卡相应的位置上）

19. (1) (5 分) 计算： $|3 - \sqrt{12}| + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} - 4\sin 60^\circ + (\sqrt{2})^2$.

(2) (5 分) 求不等式组 $\begin{cases} 5x-1 < 3(x+1) & \text{①} \\ \frac{x+1}{2} \geq \frac{2x+1}{5} & \text{②} \end{cases}$ 的解集.

(3) (6 分) 先化简，再求值 $\left(\frac{1}{x+1} + x-1\right) \div \frac{x^2}{x^2+2x+1}$ ，其中 x 的值是方程 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 的根.

20. (10 分) 如图，已知等边 $\triangle ABC$ ， $AD \perp BC$ ， E 为 AB 中点. 以 D 为圆心，适当长为半径画弧，交 DE 于点 M ，交 DB 于点 N ，分别以 M 、 N 为圆心，大于 $\frac{1}{2}MN$ 为半径画弧，两弧交于点 P ，作射线 DP 交 AB 于点 G . 过点 E 作 $EF \parallel BC$ 交射线 DP 于点 F ，连接 BF 、 AF .

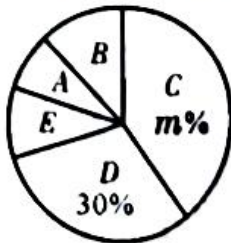


(1) 求证：四边形 $BDEF$ 是菱形.

(2) 若 $AC = 4$ ，求 $\triangle AFD$ 的面积.

21. (10 分) 2023 年全国教育工作会议提出要把开展读书活动作为一件大事来抓，引导学生爱读书，读好书，善读书. 某校为了推进这项工作，对全校学生一周内平均读书时间进行抽样调查，将调查结果的数据分成 A、B、C、D、E 五个等级并绘制成表格和扇形统计图如下.

每个等级人数扇形统计图



等级	周平均读书时间 t : (单位: 小时)	人数
A	$0 \leq t < 1$	4

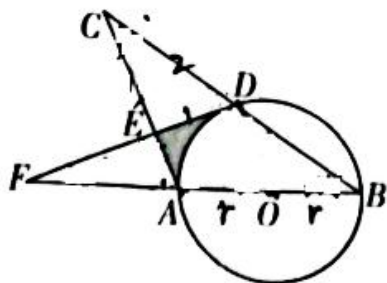
B	$1 \leq t < 2$	a
C	$2 \leq t < 3$	20
D	$3 \leq t < 4$	15
E	$t \geq 4$	5

(1) 求统计图表中 $a =$ _____, $m =$ _____.

(2) 已知该校共有 2800 名学生, 试估计该校每周读书时间至少 3 小时的人数为 _____.

(3) 该校每月末从每个班读书时间在 E 等级的学生中选取 2 名学生参加读书心得交流会, 九年级某班共有 3 名男生 1 名女生的读书时间在 E 等级, 现从这 4 名学生中选取 2 名参加交流会, 用画树状图或列表的方法求该班恰好选出 1 名男生 1 名女生参加交流会的概率.

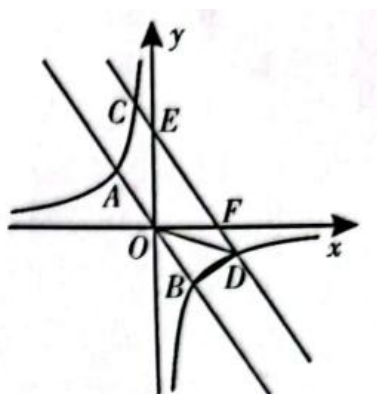
22. (10 分) 如图, 已知等腰 $\triangle ABC$, $AB = AC$, 以 AB 为直径作 $\odot O$ 交 BC 于点 D , 过 D 作 $DF \perp AC$ 于点 E , 交 BA 延长线于点 F .



(1) 求证: DF 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 若 $CE = \sqrt{3}$, $CD = 2$, 求图中阴影部分的面积 (结果用 π 表示)

23. (12 分) 如图, 正比例函数 $y = kx (k \neq 0)$ 与反比例函数 $y = \frac{m}{x} (m \neq 0)$ 的图象交于 A 、 B 两点, A 的横坐标为 -4 , B 的纵坐标为 -6 .



(1) 求反比例函数的表达式.

(2) 观察图象, 直接写出不等式 $kx < \frac{m}{x}$ 的解集.

(3) 将直线 AB 向上平移 n 个单位, 交双曲线于 C 、 D 两点, 交坐标轴于点 E 、 F , 连接 OD 、 BD , 若 $\triangle OBD$ 的面积为 20, 求直线 CD 的表达式.

24. (12 分) 综合与实践.

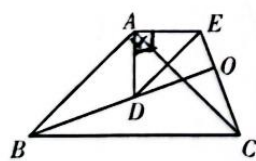


图1

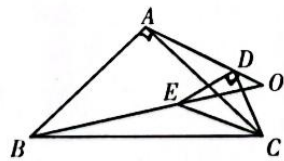


图2

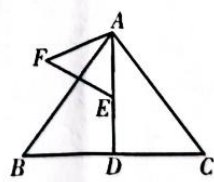


图3

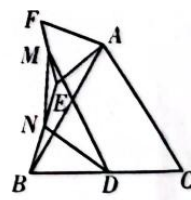


图4

(1) 提出问题. 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 中, $\angle BAC = \angle DAE = 90^\circ$, 且 $AB = AC$, $AD = AE$, 连接 BD , 连接 CE 交 BD 的延长线于点 O .

① $\angle BOC$ 的度数是_____. ② $BD : CE =$ _____.

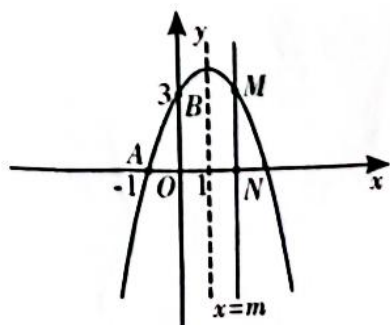
(2) 类比探究. 如图 2, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEC$ 中, $\angle BAC = \angle EDC = 90^\circ$, 且 $AB = AC$, $DE = DC$, 连接 AD 、 BE 并延长交于点 O .

① $\angle AOB$ 的度数是_____. ② $AD : BE =$ _____.

(3) 问题解决. 如图 3, 在等边 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$ 于点 D , 点 E 在线段 AD 上 (不与 A 重合), 以 AE 为边在 AD 的左侧构造等边 $\triangle AEF$, 将 $\triangle AEF$ 绕着点 A 在平面内顺时针旋转任意角度. 如图 4, M 为 EF 的中点, N 为 BE 的中点.

①试说明 $\triangle MND$ 为等腰三角形. ②求 $\angle MND$ 的度数.

25. (14 分) 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 经过点 $A(-1, 0)$ 和 $B(0, 3)$, 其顶点的横坐标为 1.



(1) 求抛物线的表达式.

(2) 若直线 $x = m$ 与 x 轴交于点 N , 在第一象限内与抛物线交于点 M , 当 m 取何值时, 使得 $AN + MN$ 有最大值, 并求出最大值.

(3) 若点 P 为抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的对称轴上一动点, 将抛物线向左平移 1 个单位长度后, Q 为平移后抛物线上一动点. 在 (2) 的条件下求得的点 M , 是否能与 A 、 P 、 Q 构成平行四边形? 若能构成, 求出 Q 点坐标; 若不能构成, 请说明理由.

巴中市 2023 年高中阶段教育学校招生统一考试

数学参考答案及评分意见

一、选择题 (本大题共 12 个小题, 每小题 4 分, 共 48 分)

1-5. CBBAD 6-10. DBDCB 11-12. CC

二、填空题 (本大题共 6 个小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

13. $-\pi$ 14. 1 15. 4 16. -1 17. 10

18. $C(3,0)$ 或 $C(4,0)$ (全对才给分)

三、解答题 (本大题共 7 个小题, 共 84 分)

19. (1) 解: 原式 $= 2\sqrt{3} - 3 + 3 - 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 2$ 2 分

$$= 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 2$$

$$= 2$$
 5 分

(2) 解: 由不等式①得: $x < 2$ 1 分

由不等式②得: $x \geq -3$ 2 分

$\therefore$ 原不等式组的解集为: $-3 \leq x < 2$ 5 分

(3) 解: 原式 $= \left(\frac{1}{x+1} + \frac{x^2-1}{x+1} \right) \times \frac{(x+1)^2}{x^2}$ 1 分

$$= \frac{x^2}{x+1} \times \frac{(x+1)^2}{x^2}$$

$$= x+1$$
 3 分

解方程 $x^2 - 2x - 3 = 0$

得 $\therefore x_1 = 3 \quad x_2 = -1$ 4 分

$$\therefore x^2(x+1)^2 \neq 0$$

$$\therefore x \neq 0 \quad x \neq -1$$

$$\therefore x = 3$$
 5 分

$$\therefore \text{原式} = 3+1$$
 5 分

$$= 4$$
 6 分

20. 解: (1) $\because$ 等边 $\triangle ABC$ $AD \perp BC$

$\therefore D$ 是 BC 中点,

$\because E$ 是 AB 中点

$\therefore \triangle BED$ 是等边三角形

$$\therefore BE = BD = DE$$

$\because$ 由尺规作图可知 DF 平分 $\angle EDB$

$$\therefore \angle EDF = \angle FDB$$

$$\because EF \parallel BC$$

$$\therefore \angle EFD = \angle FDB$$

$$\therefore \angle EFD = \angle EDF$$

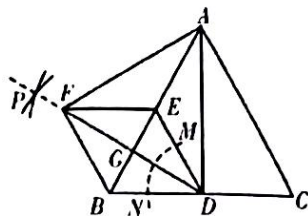
$$\therefore EF = ED$$

$$\therefore EF \underline{\underline{\parallel}} BD$$

∴ 四边形 $BDEF$ 是平行四边形 3 分

$$\therefore DE = BD$$

$\therefore$ 四边形 $BDEF$ 是菱形 5 分



(2) $\because$ 等边 $\triangle ABC$ $AD \perp BC$

$$\therefore \angle C = 60^\circ \quad \angle ADC = 90^\circ \quad \angle BAD = 30^\circ$$

$$\therefore AC = 4$$

$$\therefore AD = \sin 60^\circ AC$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4$$

$$= 2\sqrt{3}$$

7 分

$\therefore$ 四边形 $BDEF$ 是菱形

$$\therefore AG \perp FD \quad FG = GD$$

$$\therefore \text{Rt } \triangle AGD \quad \angle BAD = 30^\circ$$

$$\therefore DG = \frac{1}{2}AD = \sqrt{3} \quad AG = \sqrt{3} \quad DG = 3$$

$$\therefore FD = 2\sqrt{3}$$

$$\therefore S_{\triangle AFD} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 3$$

$$= 3\sqrt{3}$$

10 分

21. (1) $a = 6, \quad m = 40$

4 分

(2) 1120

6 分

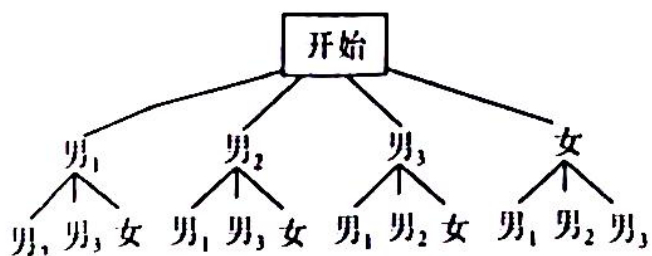
(3) 用 A 、 B 、 C 分别表示 3 男，用 a 分别表示 1 女. 设事件 M 为：恰好抽到一男一女用列表法分析如下：

	A	B	C	a
A		(A, B)	(A, C)	(A, a)
B	(B, A)		(B, C)	(B, a)

C	(C, A)	(C, B)		(C, a)
a	(a, A)	(a, B)	(a, C)	

8 分

用树状图分析如下：



8 分

所有等可能出现的结果总数为 12 个，事件 M 所含的结果数为 6 个

$$\therefore P(M) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$\therefore$ 恰好抽到一男一女概率为 $\frac{1}{2}$

10 分

22. 证明：(1) 连接 OD

$$\because AB = AC$$

$$\therefore \angle B = \angle C$$

1 分

$$\text{又} \because OB = OD$$

$$\therefore \angle B = \angle ODB$$

$$\therefore \angle ODB = \angle C$$

$$\therefore AC \parallel OD$$

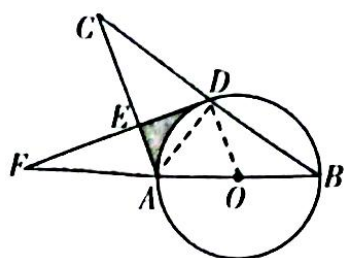
2 分

$$\because DF \perp AC$$

$$\therefore OD \perp DF$$

$\therefore DF$ 是 $\odot O$ 的切线.

3 分



(2) 连接 AD ，设 $\odot O$ 半径为 r

在 $Rt\triangle CED$ 中 $\because CE = \sqrt{3}, CD = 2$

$$\therefore ED^2 = CD^2 - CE^2$$

$$= 2^2 - (\sqrt{3})^2$$

$$=1$$

4 分

$$\because \cos \angle C = \frac{CE}{CD} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \angle C = 30^\circ$$

$$\therefore \angle B = 30^\circ$$

$$\therefore \angle AOD = 60^\circ$$

5 分

$$\because AC \parallel OD \quad O \text{ 为 } AB \text{ 的中点.}$$

$$\therefore OD \text{ 是 } \triangle ABC \text{ 的中位线}$$

$$\therefore D \text{ 是 } BC \text{ 中点}$$

$$\therefore CD = BD = 2$$

$$\because AB \text{ 是 } \odot O \text{ 的直径.}$$

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ$$

$$\therefore AD = \frac{1}{2} AB = r$$

6 分

$$\because AD^2 + BD^2 = AB^2$$

$$\therefore r^2 + 2^2 = (2r)^2$$

$$\therefore r = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

7 分

$$\therefore AE = AC - CE$$

$$= AB - \sqrt{3}$$

$$= 2 \times \frac{2\sqrt{3}}{3} - \sqrt{3}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{3}$$

8 分

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{梯形} AODE} - S_{\text{扇形} AOB}$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{2\sqrt{3}}{3} \right) \times 1 - \frac{60}{360} \pi \left(\frac{2\sqrt{3}}{3} \right)^2$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{2\pi}{9} \quad (\text{或者 } \frac{9\sqrt{3} - 4\pi}{18})$$

10 分

23. 解:

$$(1) \because \text{直线 } y = kx \text{ 双曲线交于 } A、B$$

$$\therefore A、B \text{ 关于原点对称}$$

$$\because x_A = -4 \quad y_B = -6$$

$$\therefore A(-4, 6) \quad B(4, -6) \quad 1 \text{ 分}$$

$$\because A(-4, 6) \text{ 在双曲线 } y = \frac{m}{x} (m \neq 0) \text{ 上}$$

$$\therefore m = -24$$

$$\therefore \text{反比例函数的表达式为 } y = -\frac{24}{x} \quad 3 \text{ 分}$$

$$(2) \quad -4 < x < 0 \quad 5 \text{ 分}$$

$$\text{或 } x > 4 \quad 7 \text{ 分}$$

(3) 方法一：连接 BE ，作 $BG \perp y$ 轴

$$\because A(-4, 6) \text{ 在直线 } y = kx \text{ 上}$$

$$\therefore k = -\frac{3}{2}$$

$$\therefore \text{直线 } AB \text{ 的表达式为 } y = -\frac{3}{2}x \quad 8 \text{ 分}$$

$$\because CD \parallel AB$$

$$\therefore S_{\triangle OBD} = S_{\triangle OBE} = 20$$

$$\because B(4, -6)$$

$$\therefore BG = 4$$

$$\therefore S_{\triangle OBE} = \frac{1}{2}OE \cdot BG = 20$$

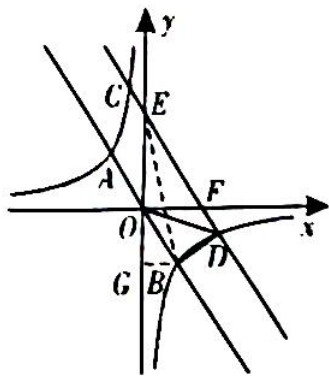
$$\therefore OE = 10$$

$$\therefore E(0, 10) \quad 10 \text{ 分}$$

$$\because CD \parallel AB$$

$$\therefore k_{AB} = k_{CD} = -\frac{3}{2}$$

$$\therefore \text{直线 } CD \text{ 的表达式为 } y = -\frac{3}{2}x + 10 \quad 12 \text{ 分}$$



方法二:

连接 BF ，作 $BH \perp x$ 轴

$\because A(-4, 6)$ 在直线 $y = kx$ 上

$$\therefore k = -\frac{3}{2}$$

$\therefore$ 直线 AB 的表达式为 $y = -\frac{3}{2}x$

$\because CD \parallel AB$

$$\therefore S_{\triangle OBD} = S_{\triangle OBF} = 20$$

$\because B(4, -6)$

$$\therefore \frac{1}{2}OF \cdot 6 = 20$$

$$\therefore OF = \frac{20}{3}$$

$$\therefore F\left(\frac{20}{3}, 0\right)$$

$\because CD \parallel AB$

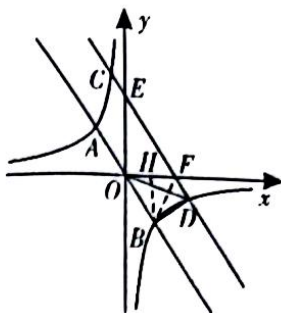
$\therefore$ 设直线 CD 的表达式为 $y = -\frac{3}{2}x + b$

$\because F$ 在直线 CD 上

$$\therefore -\frac{3}{2} \times \frac{20}{3} + b = 0$$

$$\therefore b = 10$$

$\therefore$ 直线 CD 的表达式为 $y = -\frac{3}{2}x + 10$



24. (1) ① $\angle BOC$ 的度数是 90° . ② $BD:CE = 1:1$.

2 分

(2) ① $\angle AOB$ 的度数是 45° 上. ② $AD:BE = 1:\sqrt{2}$ (写成 $\sqrt{2}:2$ 给分)

4 分

(3) ①解: 连接 BF 、 CE , 延长 CE 交 MN 于点 P , 交 BF 于点 O

$\because$ 在等边 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$ 于点 D ,

$\therefore D$ 为 BC 的中点

又 $\because M$ 为 EF 的中点, N 为 BE 的中点

5 分

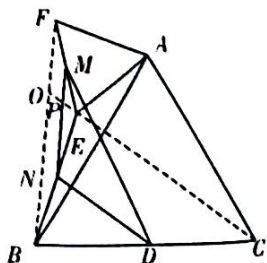
$\therefore MN$ 、 ND 分别是在 $\triangle BEF$ 、 $\triangle BCE$ 的中位线

$$\therefore MN = \frac{1}{2}BF, DN = \frac{1}{2}EC$$

$\because \angle FAE = \angle BAC = 60^\circ$

$\therefore \angle FAE + \angle EAB = \angle BAC + \angle EAB$

$\therefore \angle FAB = \angle EAC$



在 $\triangle ACE$ 和 $\triangle ABF$ 中

$$\begin{cases} AF = AE \\ \angle FAB = \angle EAC \\ AB = AC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ACE \cong \triangle ABF$,

$\therefore BF = EC$

$\therefore MN = DN$

$\therefore \triangle MND$ 为等腰三角形.

8 分

②

$\because \triangle ACE \cong \triangle ABF$

$\therefore \angle ACE = \angle ABF$, 易知 $\angle BOC = 60^\circ$

$$\text{又} \because \angle FOC = \angle FBC + \angle OCB$$

$$= \angle ABF + \angle ABC + \angle OCB$$

$$= \angle ACE + \angle ABC + \angle OCB$$

$$= \angle ABC + \angle ACB$$

$$= \angle FOC = 120^\circ$$

10 分

$$\text{又} \because BF \parallel MN, \text{ 即 } CP \parallel DN$$

$$\therefore \angle MND = \angle MPE = \angle FOC = 120^\circ$$

12 分

25. 解: (1) $\because$ 抛物线的顶点横坐标为 1

$$\therefore \text{对称轴为 } x = 1$$

$$\because A(-1, 0)$$

$$\therefore \text{与 } x \text{ 轴另一交点为 } (3, 0)$$

分

$$\therefore \text{设抛物线为 } y = a(x+1)(x-3)$$

$$\because B(0, 3)$$

$$\therefore a = -1$$

$$\therefore y = -(x+1)(x-3)$$

$$\therefore \text{抛物线的表达式为 } y = -x^2 + 2x + 3$$

(2) $\because M$ 在抛物线上

$$\therefore \text{设 } M(m, -m^2 + 2m + 3)$$

$\because M$ 在第一象限

$$\therefore MN = -m^2 + 2m + 3 \quad AN = m + 1$$

$$\therefore AN + MN = -m^2 + 2m + 3 + m + 1$$

$$= -m^2 + 3m + 4$$

5 分

$$\because 0 < m < 3$$

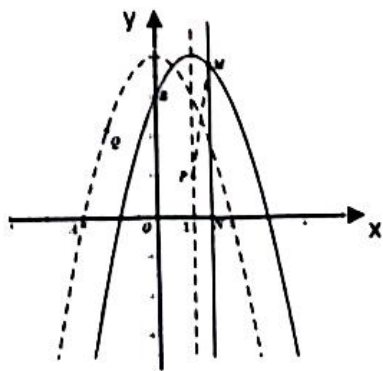
$$\therefore \text{当 } m = \frac{3}{2} \text{ 时, } AN + MN \text{ 有最大值为 } \frac{25}{4}$$

8 分

(3) 由 (1) 知, $y = -x^2 + 2x + 3$ 向左平移后的抛物线为 $y = -x^2 + 4$

$$\text{由 (2) 知 } M\left(\frac{3}{2}, \frac{15}{4}\right), A(-1, 0)$$

设 $P(1, y_P), Q(x_Q, y_Q)$, 假设存在以 A, P, Q, M 为顶点的平行四边形.



①当以 AM 为对角线时,

$\because$ 平行四边形对角线互相平分

$$\therefore \frac{x_A + x_P}{2} = \frac{x_Q + x_M}{2}, \text{ 即 } \frac{-1 + \frac{3}{2}}{2} = \frac{1 + x_Q}{2}$$

$$\therefore x_Q = -\frac{1}{2}$$

$\because Q$ 在抛物线 $y = -x^2 + 4$ 上

$$\therefore y_Q = \frac{15}{4}$$

$$\therefore Q \text{ 的坐标为 } \left(-\frac{1}{2}, \frac{15}{4}\right)$$

10 分

②当以 AQ 为对角线时

$$\text{同理可得 } \frac{x_A + x_P}{2} = \frac{x_Q + x_M}{2}, \text{ 即 } \frac{-1 + x_Q}{2} = \frac{1 + \frac{3}{2}}{2}$$

$$\therefore x_Q = \frac{17}{2} \text{ 则 } y_Q = -\frac{33}{4}$$

$$\therefore Q \text{ 的坐标为 } \left(\frac{7}{2}, -\frac{33}{4}\right)$$

12 分

③当以 AP 为对角线时

$$\frac{x_A + x_P}{2} = \frac{x_Q + x_M}{2}, \text{ 即 } \frac{-1 + 1}{2} = \frac{x_Q + \frac{3}{2}}{2}$$

$$\therefore x_Q = -\frac{3}{2} \text{ 则 } y_Q = \frac{7}{4}$$

$$\therefore Q \text{ 的坐标为 } \left(-\frac{3}{2}, \frac{7}{4}\right)$$

综上所述: 存在以 A 、 P 、 Q 、 M 为顶点的平行四边形.

$$Q \text{ 的坐标为 } Q_1\left(-\frac{1}{2}, \frac{15}{4}\right), Q_2\left(\frac{7}{2}, -\frac{33}{4}\right), Q_3\left(-\frac{3}{2}, \frac{7}{4}\right)$$

14 分

