

泸州市二〇二四年初中学业水平考试

数学试题

全卷分为第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，共4页。全卷满分120分。考试时间共120分钟。

注意事项：

1. 答题前，请考生务必在答题卡上正确填写自己的姓名、准考证号和座位号。考试结束，将试卷和答题卡一并交回。
2. 选择题每小题选出的答案须用2B铅笔在答题卡上把对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦擦净后，再选涂其它答案。非选择题须用0.5毫米黑色墨迹签字笔在答题卡上对应题号位置作答，在试卷上作答无效。

第Ⅰ卷（选择题 共36分）

一、选择题（本大题共12个小题，每小题3分，共36分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）。

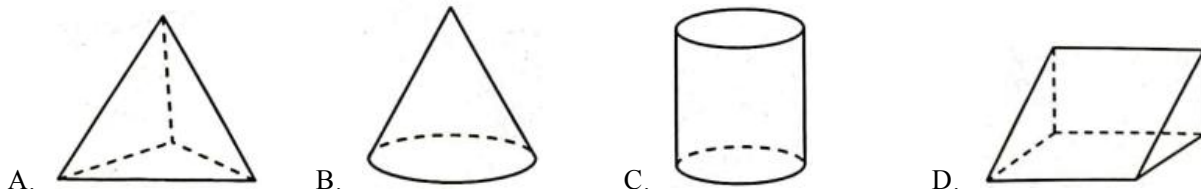
1. 下列各数中，无理数是（ ）

A. $-\frac{1}{3}$ B. 3.14 C. 0 D. π

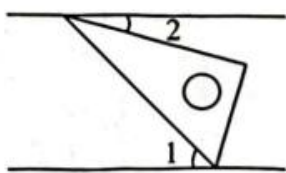
2. 第二十届中国国际酒业博览会于2024年3月21-24日在泸州市国际会展中心举办，各种活动带动消费2.6亿元，将数据260000000用科学记数法表示为（ ）

A. 2.6×10^7 B. 2.6×10^8 C. 2.6×10^9 D. 2.6×10^{10}

3. 下列几何体中，其三视图的主视图和左视图都为矩形的是（ ）



4. 把一块含 30° 角的直角三角板按如图方式放置于两条平行线间，若 $\angle 1 = 45^\circ$ ，则 $\angle 2 =$ （ ）



A. 10° B. 15° C. 20° D. 30°

5. 下列运算正确的是（ ）

A. $3a + 2a^3 = 5a^4$ B. $3a^2 \cdot 2a^3 = 6a^6$ C. $(-2a^3)^2 = 4a^6$ D. $4a^6 \div a^2 = 4a^3$

6. 已知四边形 $ABCD$ 是平行四边形，下列条件中，不能判定 $\square ABCD$ 为矩形的是（ ）

A. $\angle A = 90^\circ$ B. $\angle B = \angle C$ C. $AC = BD$ D. $AC \perp BD$

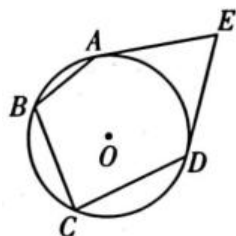
7. 分式方程 $\frac{1}{x-2} - 3 = \frac{2}{2-x}$ 的解是（ ）

- A. $x = -\frac{7}{3}$ B. $x = -1$ C. $x = \frac{5}{3}$ D. $x = 3$

8. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x + 1 - k = 0$ 无实数根，则函数 $y = kx$ 与函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象交点个数为 ()

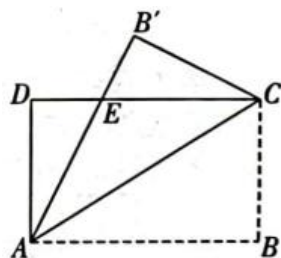
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

9. 如图， EA ， ED 是 $\odot O$ 的切线，切点为 A ， D ，点 B ， C 在 $\odot O$ 上，若 $\angle BAE + \angle BCD = 236^\circ$ ，则 $\angle E =$ ()



- A. 56° B. 60° C. 68° D. 70°

10. 宽与长的比是 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 的矩形叫做黄金矩形，黄金矩形给我们以协调、匀称的美感。如图，把黄金矩形 $ABCD$ 沿对角线 AC 翻折，点 B 落在点 B' 处， AB' 交 CD 于点 E ，则 $\sin \angle DAE$ 的值为 ()

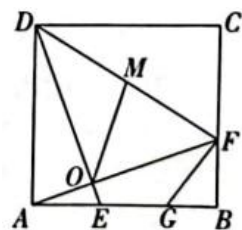


- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

11. 已知二次函数 $y = ax^2 + (2a-3)x + a-1$ (x 是自变量) 的图象经过第一、二、四象限，则实数 a 的取值范围为 ()

- A. $1 \leq a < \frac{9}{8}$ B. $0 < a < \frac{3}{2}$ C. $0 < a < \frac{9}{8}$ D. $1 \leq a < \frac{3}{2}$

12. 如图，在边长为 6 的正方形 $ABCD$ 中，点 E ， F 分别是边 AB ， BC 上的动点，且满足 $AE = BF$ ， AF 与 DE 交于点 O ，点 M 是 DF 的中点， G 是边 AB 上的点， $AG = 2GB$ ，则 $OM + \frac{1}{2}FG$ 的最小值是 ()



- A. 4 B. 5 C. 8 D. 10

第Ⅱ卷（非选择题 共 84 分）

注意事项：用 0.5 毫米黑色墨迹签字笔在答题卡上对应题号位置作答，在试卷上作答无效.

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 3 分，共 12 分）.

13. 函数 $y = \sqrt{x+2}$ 的自变量 x 的取值范围是_____.

14. 在一个不透明的盒子中装有 6 个白球，若干个黄球，它们除颜色不同外，其余均相同. 若从中随机摸出一个球是白球的概率是 $\frac{2}{3}$ ，则黄球的个数为_____.

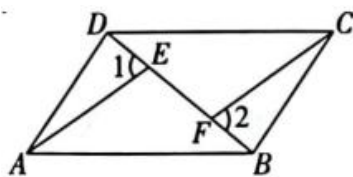
15. 已知 x_1, x_2 是一元二次方程 $x^2 - 3x - 5 = 0$ 的两个实数根，则 $(x_1 - x_2)^2 + 3x_1x_2$ 的值是_____.

16. 定义：在平面直角坐标系中，将一个图形先向上平移 a ($a > 0$) 个单位，再绕原点按逆时针方向旋转 θ 角度，这样的图形运动叫做图形的 $\rho(a, \theta)$ 变换. 如：点 $A(2, 0)$ 按照 $\rho(1, 90^\circ)$ 变换后得到点 A' 的坐标为 $(-1, 2)$ ，则点 $B(\sqrt{3}, -1)$ 按照 $\rho(2, 105^\circ)$ 变换后得到点 B' 的坐标为_____.

三、本大题共 3 个小题，每小题 6 分，共 18 分.

17. 计算： $|\sqrt{3}| + (\pi - 2024)^0 - 2\sin 60^\circ + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$.

18. 如图，在 $\square ABCD$ 中， E, F 是对角线 BD 上的点，且 $DE = BF$. 求证： $\angle 1 = \angle 2$.



19. 化简： $\left(\frac{y^2}{x} + x - 2y\right) \div \frac{x^2 - y^2}{x}$.

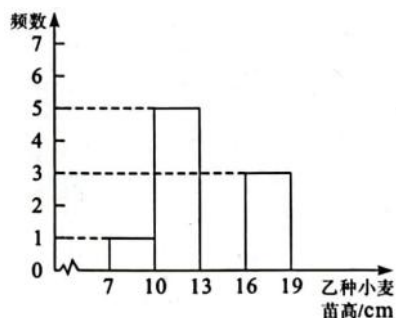
四、本大题共 2 个小题，每小题 7 分，共 14 分.

20. 某地两块试验田中分别栽种了甲、乙两种小麦，为了考察这两种小麦的长势，分别从中随机抽取 16 株麦苗，测得苗高（单位：cm）如下表.

甲	7	8	10	11	11	12	13	13	14	14	14	14	15	16	16	18
乙	7	10	13	11	18	12	13	13	10	13	13	14	15	16	11	17

将数据整理分析，并绘制成以下不完整的统计表格和频数分布直方图.

苗高分组	甲种小麦的频数
$7 \leq x < 10$	a
$10 \leq x < 13$	b
$13 \leq x < 16$	7
$16 \leq x < 19$	3



小麦种类	甲	乙
统计量		
平均数	12.875	12.875
众数	14	d
中位数	c	13
方差	8.65	7.85

根据所给出的信息，解决下列问题：

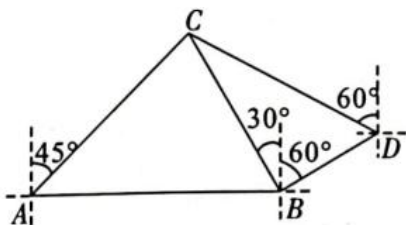
- (1) $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$, 并补全乙种小麦的频数分布直方图；
- (2) $c = \underline{\hspace{2cm}}$, $d = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- (3) 甲、乙两种小麦的苗高长势比较整齐的是 $\underline{\hspace{2cm}}$ (填甲或乙)；若从栽种乙种小麦的试验田中随机抽取 1200 株，试估计苗高在 $10 \leq x < 13$ (单位：cm) 的株数。

21. 某商场购进 A , B 两种商品，已知购进 3 件 A 商品比购进 4 件 B 商品费用多 60 元；购进 5 件 A 商品和 2 件 B 商品总费用为 620 元。

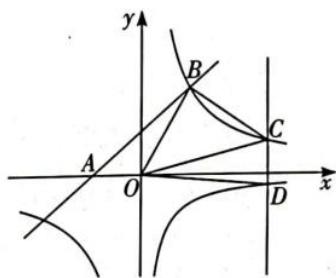
- (1) 求 A , B 两种商品每件进价各为多少元？
- (2) 该商场计划购进 A , B 两种商品共 60 件，且购进 B 商品的件数不少于 A 商品件数的 2 倍。若 A 商品按每件 150 元销售， B 商品按每件 80 元销售，为满足销售完 A , B 两种商品后获得的总利润不低于 1770 元，则购进 A 商品的件数最多为多少？

五、本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分。

22. 如图，海中有一个小岛 C ，某渔船在海中的 A 点测得小岛 C 位于东北方向上，该渔船由西向东航行一段时间后到达 B 点，测得小岛 C 位于北偏西 30° 方向上，再沿北偏东 60° 方向继续航行一段时间后到达 D 点，这时测得小岛 C 位于北偏西 60° 方向上。已知 A , C 相距 30n mile 。求 C , D 间的距离 (计算过程中的数据不取近似值)。



23. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y = kx + b$ 与 x 轴相交于点 $A(-2, 0)$ ，与反比例函数 $y = \frac{a}{x}$ 的图象相交于点 $B(2, 3)$ 。



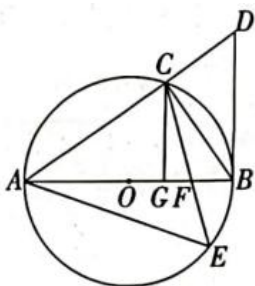
(1) 求一次函数和反比例函数的解析式；

(2) 直线 $x = m$ ($m > 2$) 与反比例函数 $y = \frac{a}{x}$ ($x > 0$) 和 $y = -\frac{2}{x}$ ($x > 0$) 的图象分别交于点 C , D , 且

$S_{\triangle OBC} = 2S_{\triangle OCD}$, 求点 C 的坐标.

六、本大题共 2 个小题，每小题 12 分，共 24 分.

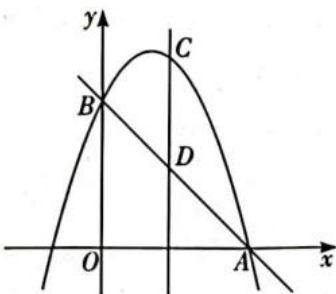
24. 如图， $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接三角形， AB 是 $\odot O$ 的直径，过点 B 作 $\odot O$ 的切线与 AC 的延长线交于点 D , 点 E 在 $\odot O$ 上， $AC = CE$, CE 交 AB 于点 F .



(1) 求证: $\angle CAE = \angle D$;

(2) 过点 C 作 $CG \perp AB$ 于点 G , 若 $OA = 3$, $BD = 3\sqrt{2}$, 求 FG 的长.

25. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ 经过点 $A(3, 0)$, 与 y 轴交于点 B , 且关于直线 $x = 1$ 对称.



(1) 求该抛物线的解析式;

(2) 当 $-1 \leq x \leq t$ 时, y 的取值范围是 $0 \leq y \leq 2t - 1$, 求 t 的值;

(3) 点 C 是抛物线上位于第一象限的一个动点, 过点 C 作 x 轴的垂线交直线 AB 于点 D , 在 y 轴上是否存在点 E , 使得以 B, C, D, E 为顶点的四边形是菱形? 若存在, 求出该菱形的边长; 若不存在, 说明理由.