

宜宾市 2022 年初中学业水平考试暨高中阶段学校招生考试

数学

一、选择题：本大题共 12 个小题，每小题 4 分，共 48 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将正确选项填涂在答题卡对应题目上。

1. 4 的平方根是 ()

- A. 2 B. -2 C. ± 2 D. 16

2. 如图是由 5 个相同的正方体搭成的几何体，从正面看，所看到的图形是 ()



- A. B. C. D.

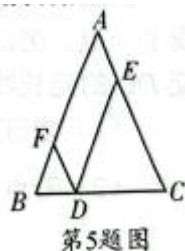
3. 下列计算不正确的是 ()

- A. $a^3 + a^3 = 2a^6$ B. $(-a^3)^2 = a^6$ C. $a^3 \div a^2 = a$ D. $a^2 \cdot a^3 = a^5$

4. 某校在中国共产主义青年团成立 100 周年之际，举行了歌咏比赛，七位评委对某个选手的打分分别为：91，88，95，93，97，95，94. 这组数据的众数和中位数分别是 ()

- A. 94，94 B. 95，95 C. 94，95 D. 95，94

5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 5$ ， D 是 BC 上的点， $DF \parallel AB$ 交 AC 于点 E ， $DE \parallel AC$ 交 AB 于点 F ，那么四边形 $AEDF$ 的周长是 ()



- A. 5 B. 10 C. 15 D. 20

6. 2020 年 12 月 17 日，我国嫦娥五号返回器携带着月球样本玄武岩成功着陆地球。2021 年 10 月 19 日，中国科学院发布了一项研究成果：中国科学家测定，嫦娥五号带回的玄武岩形成的年龄为 20.30 ± 0.04 亿年。用科学记数法表示此玄武岩形成的年龄最小的为 () (单位：年)

- A. 2.034×10^8 B. 2.034×10^9 C. 2.026×10^8 D. 2.026×10^9

7. 某家具厂要在开学前赶制 540 套桌凳，为了尽快完成任务，厂领导合理调配，加强第一线人力，使每天完成的桌凳比原计划多 2 套，结果提前 3 天完成任务。问原计划每天完成多少套桌凳？设原计划每天完成 x 套桌凳，则所列方程正确的是 ()

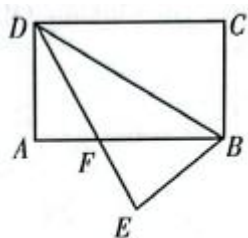
- A. $\frac{540}{x-2} - \frac{540}{x} = 3$ B. $\frac{540}{x+2} - \frac{540}{x} = 3$ C. $\frac{540}{x} - \frac{540}{x+2} = 3$

D. $\frac{540}{x} - \frac{540}{x-2} = 3$

8. 若关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + 2x - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $a \neq 0$ B. $a > -1$ 且 $a \neq 0$ C. $a \geq -1$ 且 $a \neq 0$ D. $a > -1$

9. 如图, 在矩形纸片 $ABCD$ 中, $AB = 5$, $BC = 3$, 将 $\triangle BCD$ 沿 BD 折叠到 $\triangle BED$ 位置, DE 交 AB 于点 F , 则 $\cos \angle ADF$ 的值为 ()



第9题图

- A. $\frac{8}{17}$ B. $\frac{7}{15}$ C. $\frac{15}{17}$ D. $\frac{8}{15}$

10. 已知 m 、 n 是一元二次方程 $x^2 + 2x - 5 = 0$ 的两个根, 则 $m^2 + mn + 2m$ 的值为 ()

- A. 0 B. -10 C. 3 D. 10

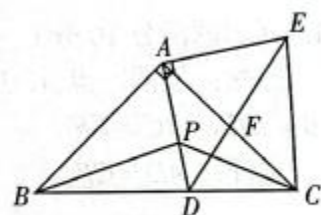
11. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴交于点 $A(-2, 0)$ 、 $B(4, 0)$, 若以 AB 为直径的圆与在 x 轴下方的抛物线有交点, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $a \geq \frac{1}{3}$ B. $a > \frac{1}{3}$ C. $0 < a < \frac{1}{3}$ D. $0 < a \leq \frac{1}{3}$

12. 如图, $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 都是等腰直角三角形, $\angle BAC = \angle DAE = 90^\circ$, 点 D 是 BC 边上的动点 (不与点 B 、 C 重合), DE 与 AC 交于点 F , 连结 CE . 下列结论: ① $BD = CE$;

② $\angle DAC = \angle CED$; ③若 $BD = 2CD$, 则 $\frac{CF}{AF} = \frac{4}{5}$; ④在 $\triangle ABC$ 内存在唯一一点 P , 使

得 $PA + PB + PC$ 的值最小, 若点 D 在 AP 的延长线上, 且 AP 的长为 2, 则 $CE = 2 + \sqrt{3}$. 其中含所有正确结论的选项是 ()



第12题图

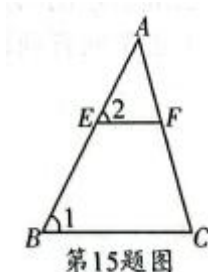
- A. ①②④ B. ①②③ C. ①③④ D. ①②③④

二、填空题: 本大题共 6 个小题, 每小题 4 分, 共 24 分. 请把答案直接填在答题卡对应题中横线上.

13. 分解因式: $x^3 - 4x = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 不等式组 $\begin{cases} 3-2x \geq 5, \\ \frac{x+2}{2} > -1 \end{cases}$ 的解集为_____.

15. 如图, $\triangle ABC$ 中, 点 E 、 F 分别在边 AB 、 AC 上, $\angle 1 = \angle 2$. 若 $BC = 4$, $AF = 2$, $CF = 3$, 则 $EF =$ _____.



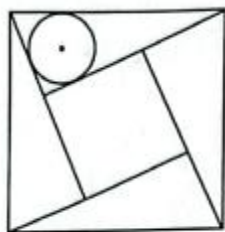
第15题图

16. 《数学九章》是中国南宋时期杰出数学家秦九韶的著作, 书中提出了已知三角形三边 a 、 b 、 c 求面积的公式, 其求法是: “以小斜幂并大斜幂减中斜幂, 余半之, 自乘于上, 以小斜幂乘大斜幂减上, 余四约之, 为实. 一为从隅, 开平方得积.” 若把以上这段文字写成公式,

即为 $S = \sqrt{\frac{1}{4} \left[c^2 a^2 - \left(\frac{c^2 + a^2 - b^2}{2} \right)^2 \right]}$. 现有周长为 18 的三角形的三边满足

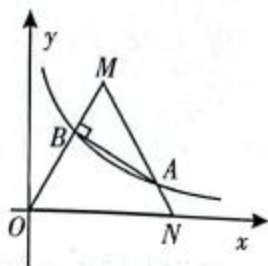
$a:b:c = 4:3:2$, 则用以上给出的公式求得这个三角形的面积为_____.

17. 我国古代数学家赵爽的“弦图”是由四个全等的直角三角形和一个小正方形拼成的一个大正方形 (如图所示). 若直角三角形的内切圆半径为 3, 小正方形的面积为 49, 则大正方形的面积为_____.



第17题图

18. 如图, $\triangle OMN$ 是边长为 10 的等边三角形, 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象与边 MN 、 OM 分别交于点 A 、 B (点 B 不与点 M 重合). 若 $AB \perp OM$ 于点 B , 则 k 的值为_____.



第18题图

三、解答题: 本大题共 7 个小题, 共 78 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

19. (本题满分 10 分)

计算：

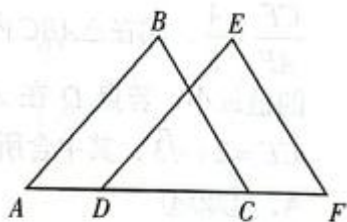
$$(1) \sqrt{12} - 4\sin 30^\circ + |\sqrt{3} - 2|;$$

$$(2) \left(1 - \frac{1}{a+1}\right) \div \frac{a}{a^2-1}.$$

20. (本题满分 10 分)

已知：如图，点 A 、 D 、 C 、 F 在同一直线上， $AB \parallel DE$ ， $\angle B = \angle E$ ， $BC = EF$ 。

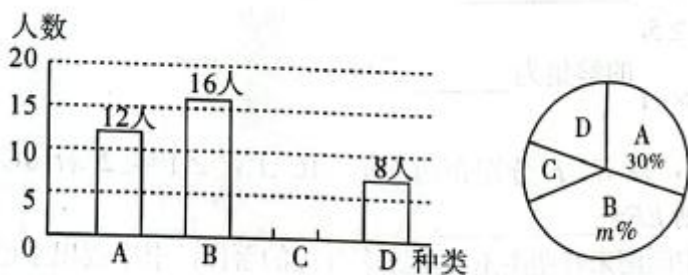
求证： $AD = CF$ 。



第20题图

21. (本题满分 10 分)

在 4 月 23 日世界读书日来临之际，为了解某校九年级 (1) 班同学们的阅读爱好，要求所有同学从 4 类书籍中 (A: 文学类; B: 科幻类; C: 军事类; D: 其他类)，选择一类自己最喜欢的书籍进行统计。根据统计结果，绘制了如图所示的两幅不完整的统计图。根据图中信息回答问题：



第21题图

(1) 求九年级 (1) 班的人数并补全条形统计图；

(2) 在扇形统计图中，求 m 的值；

(3) 如果选择 C 类书籍的同学中有 2 名女同学，其余为男同学，现要在选择 C 类书籍的同学中选取两名同学去参加读书交流活动，请你用画树状图或列表的方法求出恰好是一男一女同学去参加读书交流活动的概率。

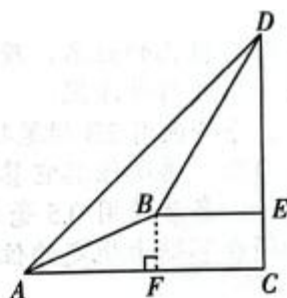
22. (本题满分 10 分)

宜宾东楼始建于唐代，重建于宜宾建城 2200 周年之际的 2018 年，新建成的东楼 (如图 1) 成为长江首城会客厅、旅游休闲目的地、文化地标打卡地。某数学小组为测量东楼的高度，在梯步 A 处 (如图 2) 测得楼顶 D 的仰角为 45° ，沿坡比为 7: 24 的斜坡 AB 前行 25 米到达平台 B 处，测得楼顶 D 的仰角为 60° ，求东楼的高度 DE。 (结果精确到 1 米。参考数据：

$$\sqrt{3} \approx 1.7, \sqrt{2} \approx 1.4)$$



第22题图1

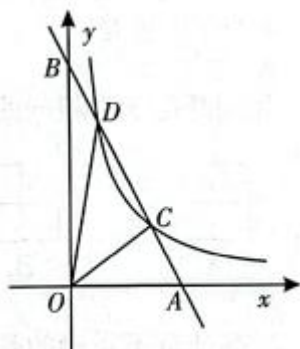


第22题图2

23. (本题满分 12 分)

如图，一次函数 $y = ax + b$ 的图象与 x 轴交于点 $A(4, 0)$ ，与 y 轴交于点 B ，与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象交于点 C 、 D 。若 $\tan \angle BAO = 2$ ， $BC = 3AC$ 。

- (1) 求一次函数和反比例函数的表达式；
- (2) 求 $\triangle OCD$ 的面积。

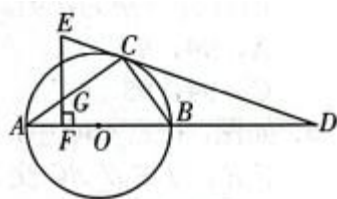


第23题图

24. (本题满分 12 分)

如图，点 C 是以 AB 为直径的 $\odot O$ 上一点，点 D 是 AB 的延长线上一点，在 OA 上取一点 F ，过点 F 作 AB 的垂线交 AC 于点 G ，交 DC 的延长线于点 E ，且 $EG = EC$ 。

- (1) 求证： DE 是 $\odot O$ 的切线；
- (2) 若点 F 是 OA 的中点， $BD = 4$ ， $\sin \angle D = \frac{1}{3}$ ，求 EC 的长。



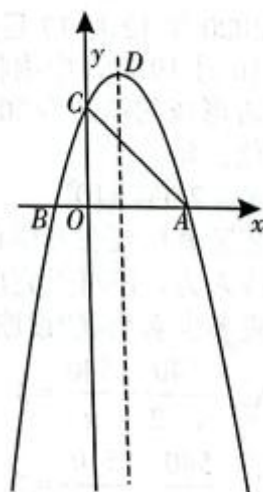
第24题图

25. (本题满分 14 分)

如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 $A(3, 0)$ 、 $B(-1, 0)$ 两点，与 y 轴交于点 $C(0, 3)$ ，其顶点为点 D ，连结 AC 。

- (1) 求这条抛物线所对应的二次函数的表达式及顶点 D 的坐标；
- (2) 在抛物线的对称轴上取一点 E ，点 F 为抛物线上一动点，使得以点 A 、 C 、 E 、 F 为顶点、 AC 为边的四边形为平行四边形，求点 F 的坐标；

(3) 在 (2) 的条件下, 将点 D 向下平移 5 个单位得到点 M , 点 P 为抛物线的对称轴上一动点, 求 $PF + \frac{3}{5}PM$ 的最小值.



第25题图

宜宾市 2022 年初中学业水平考试暨高中阶段学校招生考试 数学学科参考答案与评分细则

一、选择题: 共 12 个小题, 每题 4 分, 共 48 分.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
C	D	A	D	B	D	C	B	C	A	A	B

二、填空题: 包括 6 个题, 每小题 4 分, 共 24 分.

13. $x(x-2)(x+2)$; 14. $-4 < x \leq -1$; 15. $\frac{8}{5}$;

16. $3\sqrt{15}$; 17. 289; 18. $9\sqrt{3}$

三、解答题: (共 7 个大题, 第 19、20、21、22 题每题 10 分, 第 23、24 题每题 12 分, 第 25 题 14 分, 共 78 分).

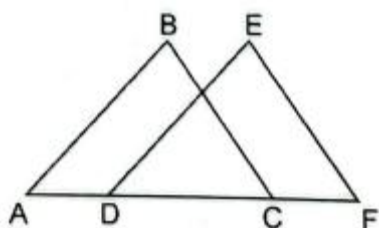
19. 解: (1) 原式 $= 2\sqrt{3} - 4 \times \frac{1}{2} + 2 - \sqrt{3} = \sqrt{3}$

(2) 原式 $= \left(\frac{a+1}{a+1} - \frac{1}{a+1} \right) \cdot \frac{a^2-1}{a} = \frac{a}{a+1} \cdot \frac{(a+1)(a-1)}{a} = a-1$

20. 证明: $\because AB \parallel DE, \therefore \angle A = \angle EDF,$

在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 中,
$$\begin{cases} \angle A = \angle EDF, \\ \angle B = \angle E, \\ BC = EF. \end{cases}$$

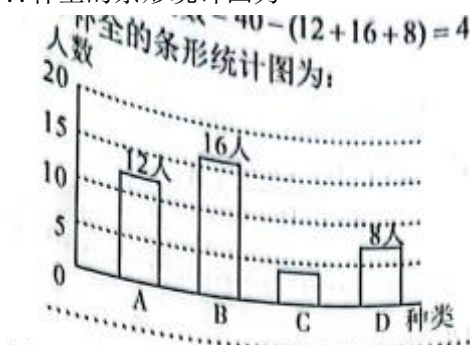
$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF (AAS), \therefore AC = DF, \therefore AC - DC = DF - DC, \therefore AD = CF.$



21. 解：(1) 九(1)班人数： $12 \div 30\% = 40$ (人)，

$\therefore$ C类的人数 $= 40 - (12 + 16 + 8) = 4$ (人)，

$\therefore$ 补全的条形统计图为：



(2) $m\% = \frac{16}{40} \times 100\% = 40\%$, $\therefore m = 40$,

(3) (方法一) 画树状图：



所有机会均等的结果有 12 种，其中一男一女的机会会有 8 种，

$$\therefore P_{(\text{一男一女})} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}.$$

(方法二) 列表：

	女 ₁	女 ₂	男 ₁	男 ₂
女 ₁		女 ₁ 女 ₂	女 ₁ 男 ₁	女 ₁ 男 ₂
女 ₂	女 ₂ 女 ₁		女 ₂ 男 ₁	女 ₂ 男 ₂
男 ₁	男 ₁ 女 ₁	男 ₁ 女 ₂		男 ₁ 男 ₂
男 ₂	男 ₂ 女 ₁	男 ₂ 女 ₂	男 ₂ 男 ₁	

所有机会均等的结果有 12 种，其中一男一女的机会会有 8 种，

$$\therefore P_{(\text{一男一女})} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}.$$

22. 解：在 $Rt\triangle ABF$ 中， $i = 7:24$ ， $AB = 25$ ，

设 $BF = 7a$ ，则 $AF = 24a$ ，由 $AF^2 + BF^2 = AB^2$ ，得 $(24a)^2 + (7a)^2 = 25^2$ ，

解得： $a = 1$ ， $\therefore BF = 7$ ， $AF = 24$

又设 $BE = x$ ，则 $FC = BE = x$ ， $CE = BF = 7$

在 $Rt\triangle BDE$ 中， $\angle DBE = 60^\circ$ ，则 $DE = \sqrt{3}BE = \sqrt{3}x$ ，

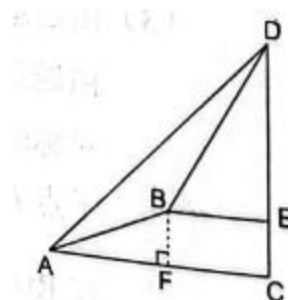
$\therefore DC = DE + EC = \sqrt{3}x + 7$ ，

在 $Rt\triangle ACD$ 中， $\angle DAC = 45^\circ$ ，则 $AC = DC$ ，

$\therefore AF + FC = 24 + x$ ， $\therefore 24 + x = \sqrt{3}x + 7$ ，

解得： $x = \frac{17}{2}(1 + \sqrt{3})$ ， $\therefore DE = \sqrt{3}x = \frac{17}{2} \times 3 + \frac{17}{2} \sqrt{3} \approx 40$ 。

$\therefore$ 求得东楼的高度为 40m。



23. 解：(1) 在 $Rt\triangle AOB$ 中， $\therefore \tan \angle BAO = 2$ ， $\therefore BO = 2OA$ ，

$\therefore A(4,0)$ ， $\therefore B(0,8)$ ， $\therefore A、B$ 两点在函数 $y = ax + b$ 上，

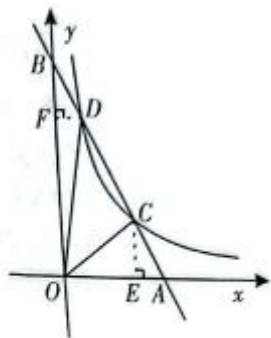
$\therefore a = -2$ ， $b = 8$ ， $\therefore y = -2x + 8$

设 $C(x_1, y_1)$ ，过点 C 作 $CE \perp x$ 轴，垂足为 E ，则 $CE \parallel BO$ ， $\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{CE}{BO}$ ，

又 $\therefore BC = 3AC$ ， $\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{CE}{BO} = \frac{1}{4}$ ，

即 $\frac{CE}{8} = \frac{1}{4}$ ， $CE = 2$ ，即 $y_1 = 2$ ， $\therefore -2x_1 + 8 = 2$ ， $\therefore x_1 = 3$ ，

$\therefore C(3,2)$ $\therefore k = x_1 y_1 = 3 \times 2 = 6$ ， $\therefore y = \frac{6}{x}$ ；



(2) 解方程组 $\begin{cases} y = -2x + 8 \\ y = \frac{6}{x} \end{cases}$ ，得 $\begin{cases} x_1 = 1 \\ y_1 = 6 \end{cases}$ ， $\begin{cases} x_2 = 3 \\ y_2 = 2 \end{cases}$

$$\therefore C(2,3), \quad D(1,6)$$

把点 $A(3,0)$, $C(0,3)$ 代入得: $k=-1$, $b=3$,

$\therefore$ 直线 AC 解析式为: $y=-x+3$, 过点 F 作 $FG \perp DE$ 于点 G ,

$\therefore$ 以 A 、 C 、 E 、 F 四点为顶点的四边形是以 AC 为边的平行四边形, $\therefore AC \parallel EF$,

又 $\because OA \parallel FG \quad \therefore \angle OAC = \angle GFE$

$\therefore \triangle OAC \cong \triangle GFE \quad \therefore OA = GF = 3$,

设 F 点的坐标为 $(m, -m^2 + 2m + 3)$,

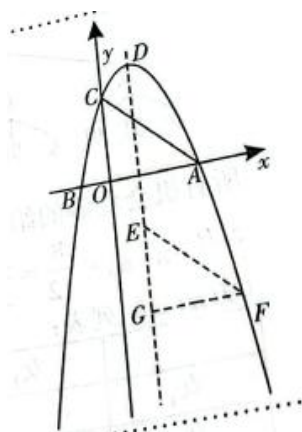
则 G 点的坐标为 $(1, -m^2 + 2m + 3)$,

$\therefore FG = |m-1| = 3$, $\therefore m = -2$ 或 $m = 4$, 当 $m = -2$ 时, $-m^2 + 2m + 3 = -5$

$\therefore F_1(-2, -5)$

当 $m = 4$ 时, $-m^2 + 2m + 3 = -5$

$\therefore F_2(4, -5) \quad \therefore F(-2, -5)$ 或 $F(4, -5)$;



(3) 由题意, 得点 M 的坐标为 $(1, -1)$,

由题意知: 点 $F_1(4, -5)$ 与点 $F_2(-2, -5)$ 关于对称轴 $x=1$ 对称, 连结 F_1F_2 , 对称轴于点 H , 连结 F_1M 、 F_2M , 过点 F_2 作 $F_2N \perp F_1M$ 于点 N , 交对称轴于点 P , 则 $MH = 4$, $HF_1 = 3$, $MF_1 = 5$.

在 $Rt\triangle MHF_1$ 中, $\sin \angle HMF_1 = \frac{F_1H}{MF_1} = \frac{3}{5}$, 则在 $Rt\triangle MPN$ 中, $\sin \angle HMF_1 = \frac{PN}{PM} = \frac{3}{5}$

$\therefore PN = \frac{3}{5}PM$ 又 $\because PF_2 = PF_1$

$\therefore PF + \frac{3}{5}PM = PF_1 + PN = F_2N$ 为最小值, 又 $\because S_{\triangle MF_1F_2} = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = \frac{1}{2} \times 5 \cdot F_2N$,

$\therefore F_2N = \frac{24}{5}$, $\therefore$ 求得 $PF + \frac{3}{5}PM$ 的最小值为 $\frac{24}{5}$.

