

2012 年长沙市中考数学试卷及参考答案

一、选择题（在下列各题的四个选项中，只有一项是符合题意的。请在答题卡中填涂符合题意的选项。本题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. -相反数是（ ）

- A. $\frac{1}{3}$ B. -3 C. $-\frac{1}{3}$ D. 3

2. 下列平面图形中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（ ）



A.



B.



C.



D

3. 甲、乙两学生在军训打靶训练中，打靶的总次数相同，且所中环数的平均数也相同，但甲的成绩比乙的成绩稳定，那么两者的方差的大小关系是（ ）

- A. $S_{\text{甲}}^2 < S_{\text{乙}}^2$ B. $S_{\text{甲}}^2 > S_{\text{乙}}^2$ C. $S_{\text{甲}}^2 = S_{\text{乙}}^2$ D. 不能确定

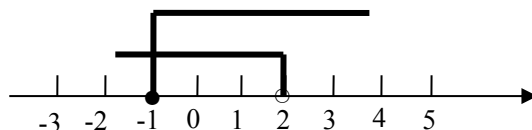
4. 一个不等式组的解集在数轴上表示出来如图所示，则下列符合条件的不等式组为（ ）

A. $\begin{cases} x > 2 \\ x \leq -1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x < 2 \\ x > -1 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x < 2 \\ x \geq -1 \end{cases}$

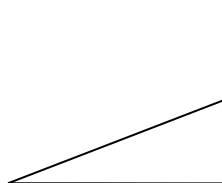
D. $\begin{cases} x < 2 \\ x \leq -1 \end{cases}$



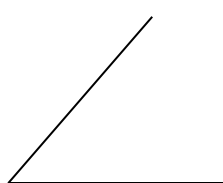
5. 下列四边形中，对角线一定不相等的是（ ）

- A. 正方形 B. 矩形 C. 等腰梯形 D. 直角梯形

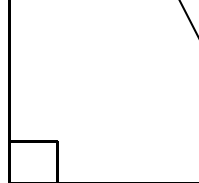
6. 下列四个角中，最有可能与 70° 角互补的是（ ）



A



B

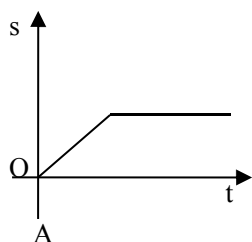


C

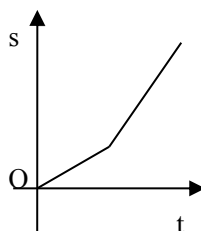


D

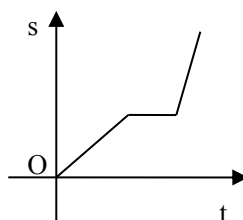
7. 小明骑自行车上学,开始以正常速度匀速行驶,但行至中途时,自行车出了故障,只好停下来修车,车修好后,因怕耽误上课,他比修车前加快了速度继续匀速行驶,下面是行驶路程 s (m) 关于时间 t (min) 的函数图象,那么符合小明行驶情况的大致图象是（ ）



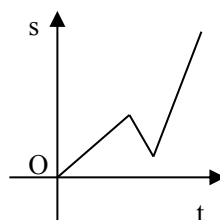
A



B



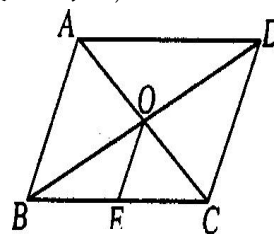
C



D

8.如图,菱形 ABCD 中,对角线 AC 与 BD 相交于点 O, OE//DC 且交 BC 于 E, AD=6cm,则 OE 的长为 ()

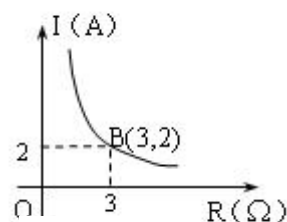
- A、6cm B、4cm
C、3cm D、2cm



第 8 题

9. 某闭合电路中, 电源的电压为定值, 电流 I (A) 与电阻 R (Ω) 成反比例. 如图表示的是该电路中电流 I 与电阻 R 之间函数关系的图像, 则用电阻 R 表示电流 I 的函数解析式为 ()

- A. $I = \frac{2}{R}$ B. $I = \frac{3}{R}$
C. $I = \frac{6}{R}$ D. $I = -\frac{6}{R}$



第 9 题图

10. 现有 3 cm, 4 cm, 7 cm, 9 cm 长的四根木棒, 任取其中三根组成一个三角形, 那么可以组成的三角形的个数是 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

二、填空题 (本题共 8 个小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

11. 已知函数关系式: $y = \sqrt{x-1}$, 则自变量 x 的取值范围是_____

12. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 45^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, 则外角 $\angle ACD =$ _____度.

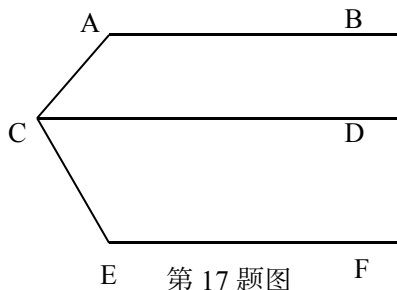
13. 若实数 a, b 满足: $|3a-1| + b^2 = 0$, 则 $a^b =$ _____.

14. 如果一次函数 $y = mx + 3$ 的图象经过第一、二、四象限, 则 m 的取值范围是_____

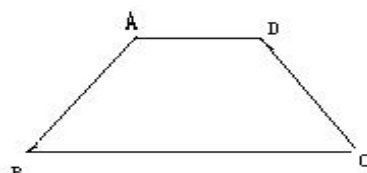
15. 任意抛掷一枚硬币, 则“正面朝上”是_____事件

16. 在半径为 1cm 的圆中, 圆心角为 120° 的扇形的弧长是_____cm;

17. 如图, $AB \parallel CD \parallel EF$, 那么 $\angle BAC + \angle ACE + \angle CEF =$ _____度;



第 17 题图



第 18 题图

18. 如图, 等腰梯形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, $AB = AD = 2$, $\angle B = 60^\circ$, 则 BC 的长为_____;

三、解答题: (本题共 2 个小题, 每小题 6 分, 共 12 分)

19. (6分) 计算: $(\frac{1}{2})^{-1} + 2\sin 30^\circ - \sqrt{9}$

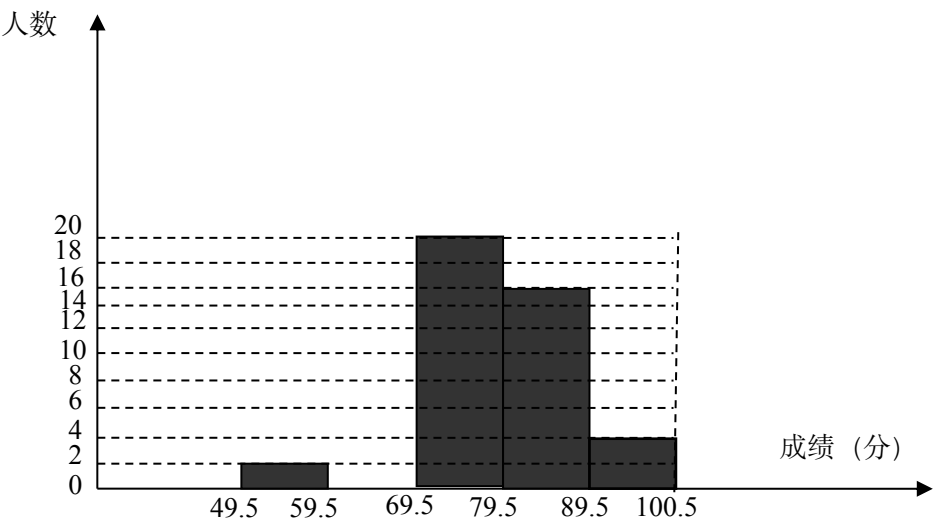
20. (6分) 先化简,再求值: $\frac{a^2 - 2ab + b^2}{a^2 - b^2} + \frac{b}{a + b}$, 其中 $a = -2, b = 1$ 。

四. 解答题: (本题共 2 个小题, 每小题 8 分, 共 16 分)

21. 某班数学科代表小华对本班上期期末考试数学成绩 (成绩取整数, 满分为 100 分) 作了统计分析, 绘制成如下频数、频率统计表和频数分布直方图, 请你根据图表提供的信息, 解答下列问题:

根据上述信息, 完成下列问题:

- (1) 频数、频率统计表中, $a =$ _____; $b =$ _____;
- (2) 请将频数分布直方图补充完整;
- (3) 小华在班上任选一名同学, 该同学成绩不低于 80 分的概率是多少?



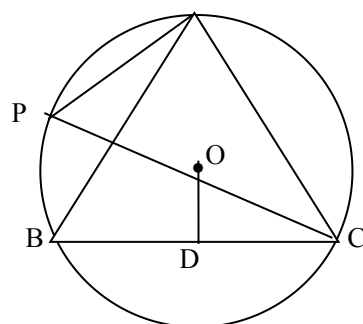
第 21 题图

分 组	49.5 ~ 59.5	59.5 ~ 69.5	69.5 ~ 79.5	79.5 ~ 89.5	89.5 ~ 100.5	合 计
频 数	2	a	20	16	4	50
频 率	0.04	0.16	0.40	0.32	b	1

22. 如图, A,P,B,C 是半径为 8 的 $\odot O$ 上的四点, 且满足 $\angle BAC = \angle APC = 60^\circ$

(1) 求证: $\triangle ABC$ 是等边三角形;

(2) 求圆心 O 到 BC 的距离 OD;



第 22 题图

五、解答题 (本题共 2 个小题, 每小题 9 分, 共 18 分)

23. 以“开放崛起, 绿色发展”为主题的第七届“中博会”已于 2012 年 5 月 20 日在湖南长沙圆满落幕, 作为东道主的湖南省一共签订了境外与省外境内投资合作项目共 348 个, 其中境外投资合作项目个数的 2 倍比省内境外投资合作项目多 51 个。

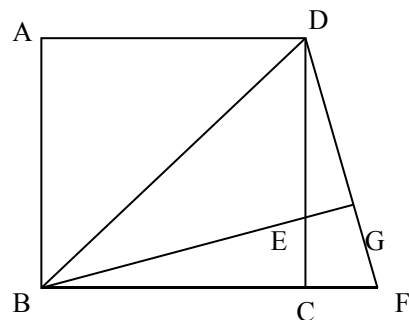
(1) 求湖南省签订的境外, 省外境内的投资合作项目分别有多少个?

(2) 若境外、省内境外投资合作项目平均每个项目引进资金分别为 6 亿元, 7.5 亿元, 求在这次“中博会”中, 东道湖南省共引进资金多少亿元?

24. 如图, 已知正方形 ABCD 中, BE 平分 $\angle DBC$ 且交 CD 边与点 E, 将 $\triangle BCE$ 绕点 C 顺时针旋转到 $\triangle DCF$ 的位置, 并延长 BE 交 DF 于点 G

(1) 求证: $\triangle BDG \sim \triangle DEG$;

(2) 若 $EG \cdot BG = 4$, 求 BE 的长。



五、解答题（本题共 2 个小题，每小题 10 分，共 20 分）

25. 在长株潭建设两型社会的过程中，为推进节能减排，发展低碳经济，我市某公司以 25 万元购得某项节能产品的生产技术后，再投入 100 万元购买生产设备，进行该产品的生产加工。已知生产这种产品的成本价为每件 20 元。经过市场调研发现，该产品的销售单价定在 25 元到 30 元之间较为合理，并且该产品的年销售量 y （万件）与销售单价 x （元）之间的

函数关系式为：
$$y = \begin{cases} 40 - x(25 \leq x \leq 30) \\ 25 - 0.5x(30 < x \leq 35) \end{cases}$$

（年获利=年销售收入-生产成本-投资成本）

- (1) 当销售单价定为 28 元时，该产品的年销售量为多少万件？
- (2) 求该公司第一年的年获利 W （万元）与销售单价 x （元）之间的函数关系式，并说明投资的第一年，该公司是盈利还是亏损？若盈利，最大利润是多少？若亏损，最小亏损是多少？
- (3) 第二年，该公司决定给希望工程捐款 Z 万元，该项捐款由两部分组成：一部分为 10 万元的固定捐款；另一部分则为每销售一件产品，就抽出一元钱作为捐款。若除去第一年的最大获利（或最小亏损）以及第二年的捐款后，到第二年年底，两年的总盈利不低于 67.5 万元，请你确定此时销售单价的范围；

26. 如图半径分别为 m, n ($0 < m < n$) 的两圆 $\odot O_1$ 和 $\odot O_2$ 相交于 P, Q 两点, 且点 $P(4, 1)$, 两圆同时与两坐标轴相切, $\odot O_1$ 与 x 轴, y 轴分别切于点 M , 点 N , $\odot O_2$ 与 x 轴, y 轴分别切于点 R , 点 H .

(1) 求两圆的圆心 O_1, O_2 所在直线的解析式;

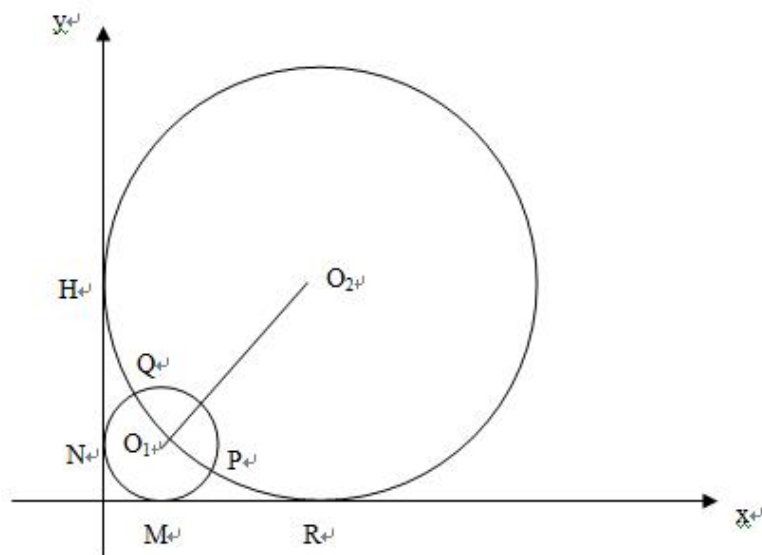
(2) 求两圆的圆心 O_1, O_2 之间的距离 d ;

(3) 令四边形 PO_1QO_2 的面积为 S_1 ,
四边形 $RM O_1O_2$ 的面积为 S_2 .

试探究: 是否存在一条经过 P, Q 两点、
开口向下, 且在 x 轴上截得的线段长

为 $\frac{|S_1 - S_2|}{\sqrt{2d}}$ 的抛物线? 若存在, 亲、请

求出此抛物线的解析式; 若不存在,
请说明理由。



2012 年长沙市中考数学试卷答案

1. D 2. A 3. A 4. C 5. D 6. D 7. C 8. C 9. C 10. B

11. $x \geq 1$ 12. 105 13. 1 14. $m < 0$ 15. 随机 16. $\frac{2}{3}\pi$ 17. 360 18. 4

19. 0

$$20. \frac{a}{a+b} \quad 2$$

21. (1) $a=8$ $b=0.08$

(2) 图略

(3) 40%

22. (1) 略

(2) $OD=4$

23. (1) 境外投资合作项目为 133 个, 省外境内投资合作项目为 215 个。

(2) $133 \times 6 + 215 \times 7.5 = 2410.5$ (亿元)

24. (1) 略

(2) $BE=4$

25. (1) 当 $x=28$ 时, $y=40-28=12$ (万件)

(2)

1° 当 $25 \leq x \leq 30$ 时, $W=(40-x)(x-20)-25-100=-x^2+60x-925=-(x-30)^2-25$

故当 $x=30$ 时, W 最大为 -25, 及公司最少亏损 25 万;

2° 当 $30 < x \leq 35$ 时, $W=(25-0.5x)(x-20)-25-100=-\frac{1}{2}x^2+35x-625=-\frac{1}{2}(x-35)^2-12.5$

故当 $x=35$ 时, W 最大为 -12.5, 及公司最少亏损 12.5 万;

对比 1°, 2° 得, 投资的第一年, 公司亏损, 最少亏损是 12.5 万;

(3)

1° 当 $25 \leq x \leq 30$ 时, $W=(40-x)(x-20-1)-12.5-10=-x^2+61x-862.5$

令 $W=67.5$, 则 $-x^2+61x-862.5=67.5$ 化简得: $x^2-61x+930=0$ $x_1=30; x_2=31$

结合函数图像可知: 当两年的总盈利不低于 67.5 万元, $25 \leq x \leq 30$;

2° 当 $30 < x \leq 35$ 时, $W=(25-0.5x)(x-20-1)-12.5-10=-\frac{1}{2}x^2+35.5x-547.5$

令 $W=67.5$, 则 $-\frac{1}{2}x^2+35.5x-547.5=67.5$ 化简得: $x^2-71x+1230=0$

$x_1=30; x_2=41$,

结合函数图像可知, 此时, 当两年的总盈利不低于 67.5 万元, $30 < x \leq 35$;

26. (1) 由题意可知, 两圆的圆心都在第一、三象限的角平分线上, 故所求解析式为:

$$y=x$$

(2) $\because O_1(m,m), O_2(n,n) (m < n)$, 两圆的半径分别为 m, n ,

$$\therefore O_1P=m, O_2P=n, \text{由题意及勾股定理得: } \begin{cases} (m-1)^2 + (4-m)^2 = m^2 \\ (n-1)^2 + (n-4)^2 = n^2 \end{cases}$$

解得: $m=5-2\sqrt{2}, n=5+2\sqrt{2}$ 故 $d=O_1O_2=\sqrt{2}(m-n)=\sqrt{2} \times 4\sqrt{2}=8$

(也可构造一元二次方程, 利用韦达定理求解)

(3) 方法 1: $\because P(4,1)$, 根据对称性, $Q(1,4)$, 故 $PQ=3\sqrt{2}, \therefore PQ \perp O_1O_2$;

$$\therefore S_1 = \frac{1}{2}PQ \cdot O_1O_2 = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times 8 = 12\sqrt{2}, S_2 = \frac{1}{2}(m+n)(n-m) = 20\sqrt{2}$$

$$\text{故 } \frac{|s_1 - s_2|}{\sqrt{2}d} = \frac{|12\sqrt{2} - 20\sqrt{2}|}{\sqrt{2} \times 8} = 1; \because P(4,1), \text{即 } P \text{ 到 } y \text{ 轴的距离}=4, P \text{ 又在 } x \text{ 轴上}$$

方, 故当抛物线开口向下时, 且过 P,Q 两点时, 抛物线在 x 轴上截得的距离不可能为 1, 故不存在这样的抛物线;

$$\text{方法 2: 同上求出 } \frac{|s_1 - s_2|}{\sqrt{2}d} = 1, \text{ 设抛物线与 } x \text{ 轴的两个交点坐标分别为}$$

$$(x_1, 0), (x_2, 0);$$

则 $|x_1 - x_2| = 1$, 设抛物线解析式为 $y = ax^2 + bx + c$, 于是有:

$$\begin{cases} 16a + 4b + c = 1 \\ a + b + c = 4 \\ \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = 1 \end{cases}$$

$$\text{解得: } 8a^2 - 10a + 1 = 0, \text{ 求得 } a = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{8} > 0, \text{ 与题意矛盾,}$$

故不存在这样的抛物线;