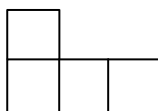
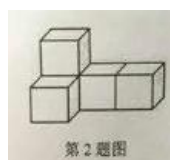


2020 年甘肃省兰州市中考数学真题及答案

一、选择题(本大题共 12 小题, 每小题 4 分, 共 48 分)

1. -2020 的绝对值是(C).

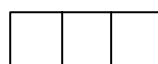
2. 如图是有 5 个完全相同的小正方形组成的几何体, 则该几何体的主视图是(A).



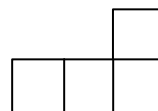
A.



B.



C.



D.

3. 据中国电子商务研究中心 (100EC. CN) 发布《2020 年度中国共享经济发展报告》显示, 截止 2020 年 12 月, 共有 190 家共享经济平台获得 1159. 56 亿元投资. 数据 1159. 56 亿元用科学计数法可表示为 (C)

A. 1159.56×10^8 元 B. 11.5956×10^{10} 元

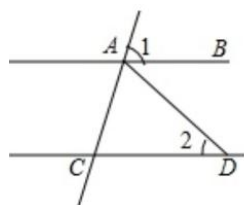
C. 1.15956×10^{11} 元 D. 1.15956×10^8 元

4. 下列二次根式中, 是最简二次根式的是(B).

A. $\sqrt{18}$ B. $\sqrt{13}$ C. $\sqrt{27}$ D. $\sqrt{12}$

5 如图, $AB \parallel CD$, $AD = CD$, $\angle 1 = 65^\circ$ 则 $\angle 2$ 的度数是 (A)

A. 50° B. 60° C. 65° D. 70°



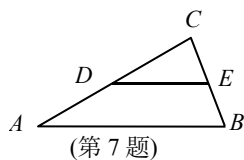
6. 下列计算正确的是 (D)

A. $2a \cdot 3a = 5ab$ B. $a^3 \cdot a^4 = a^{12}$

C. $(-3a^2b)^2 = 6a^4b^2$ D. $a^5 \div a^3 + a^2 = 2a^2$

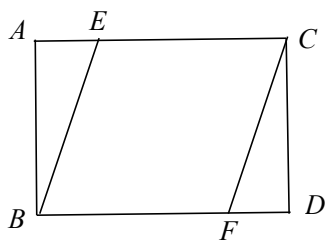
7. 如图, 边长为 4 的等边 $\triangle ABC$ 中, D、E 分别是 AB、AC 的中点, 则 $\triangle ADE$ 的面积是 (A)

A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ D. $2\sqrt{3}$



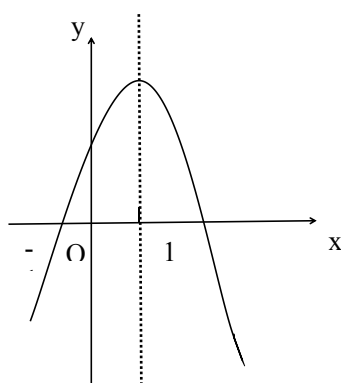
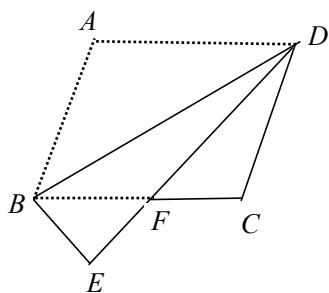
8. 如图, 矩形 ABCD 中, $AB = 3$, $BC = 4$, $BE \parallel DF$ 且 BE 与 DF 之间的距离为 3, 则 AE 的长度是 (C)

- A. $\sqrt{7}$ B. $\frac{3}{8}$ C. $\frac{7}{8}$ D. $\frac{5}{8}$



9. 如图, 将 $\square ABCD$ 沿对角线 BD 折叠, 使点 A 落在点 E 处, 交 BC 于点 F. 若 $\angle ABD = 48^\circ$, $\angle CFD = 40^\circ$, 则 $\angle E$ 为 (B)

- A. 102° B. 112° C. 122° D. 92°



第 11 题图

10. 关于 x 的分式方程 $\frac{2x+a}{x+1} = 1$ 的解为负数, 则 a 的取值范围为 (D)

- A. $a > 1$ B. $a < 1$ C. $a < 1$ 且 $a \neq -2$ D. $a > 1$ 且 $a \neq 2$

D. 解析: 化简得 $x = a - 1 < 0$ ($x \neq -1$) 即 $a > 1$ 且 $a \neq 2$.

11. 如图, 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图像如图所示, 有下列 5 个结论:

- ① $abc > 0$; ② $b - a > c$;
③ $4a + 2b + c > 0$; ④ $3a > -c$; ⑤ $a + b > m(am + b)$ ($m \neq 1$ 的实数). 其中正确的结论有

(B)

A.①②③ B.②③⑤ C.②③④ D.③④⑤

B.解析: 开口向下, $a < 0$, 与 y 轴交点在上方, $c > 0$, $x_1' + x_2 = -\frac{b}{a} > 0$, 即 $b > 0$, 故 $abc < 0$;

$x = -1$ 时, $y = a - b + c < 0$, 故 $b - a > c$; $x = 2$ 时, $y = 4a + 2b + c < 0$; $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$ 是 2 到 3 之间的

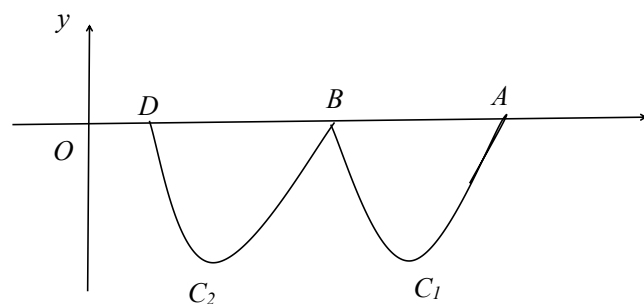
的数 $x - 1$ 到 0 之间的数 > -3 , 故 $3a < -c$; ⑤式化解得, $am^2 + bm - (a + b) < 0$,

$(m^2 - 1)a + (m - 1)b < 0$, 无论 m 大于 1 还是 ≤ 1 , 该式总成立, 故⑤成立, 即答案为 B.

12. 如图, 抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 - 7x + \frac{45}{2}$ 与 x 轴的交于点 A、B, 把抛物线在 x 轴即其下方的

部分记作 C_1 , 将 C_1 向左平移得 C_2 , C_2 与 x 轴的交于点 B、D. 若直线 $y = \frac{1}{2}x + m$ 与 C_1 、 C_2

共有三个不同的交点, 则 m 的取值范围是 (C)



A. $-\frac{45}{8} < m < -\frac{5}{2}$ B. $-\frac{29}{8} < m < -\frac{1}{2}$

C. $-\frac{29}{8} < m < -\frac{5}{2}$ D. $-\frac{45}{8} < m < -\frac{1}{2}$

C.解析: 在 $y = \frac{1}{2}x^2 - 7x + \frac{45}{2}$ 中, 令 $y = 0$, 解得 $x_1 = 9, x_2 = 5$, $\therefore$ 点 A、B 的坐标分别为 (9,

0), (5, 0). $\therefore C_2$ 是由 C_1 向左平移得到的, $\therefore$ 点 D 的坐标为 (1, 0), C_2 对应的函数解析

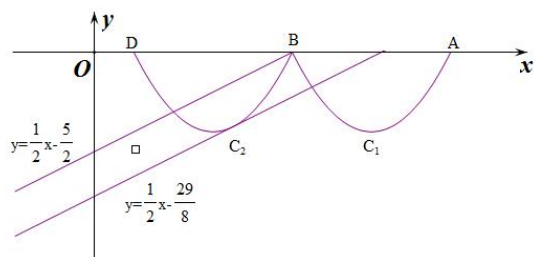
式为 $y = \frac{1}{2}(x - 3)^2 - 2 = \frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{5}{2}$ ($1 \leq x \leq 5$). 当直线 $y = \frac{1}{2}x + m$ 与 C_2 相切时, 可知

关于 x 的一元二次方程 $\frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{5}{2} = \frac{1}{2}x + m$ 有两个相等的实数根, 即方程 $x^2 - 7x + 5 -$

$2m = 0$ 有两个相等的实数根, $\therefore \Delta = (-7)^2 - 4 \times 1 \times (5 - 2m) = 0$, 解得 $m = -\frac{29}{8}$. 当

直线 $y = \frac{1}{2}x + m$ 过点 B 时, 可得 $0 = \frac{1}{2} \times 5 + m$, 解得 $m = -\frac{5}{2}$. 如图, 故当 $-\frac{29}{8} < m < -\frac{5}{2}$,

直线 $y = \frac{1}{2}x + m$ 与 C_1, C_2 共有 3 个不同的交点.



二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 3 分，共 24 分.

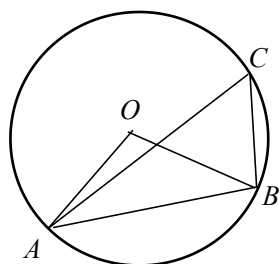
13. 因式分解： $x^2y - y^3 =$ _____.

$y(x+y)(x-y)$

14. 不等式组 $\begin{cases} 2(x+1) > 5x-7 \\ \frac{4}{3}x+3 > 1-\frac{2}{3}x \end{cases}$ 的解集为_____.

$-1 < x < 3$.

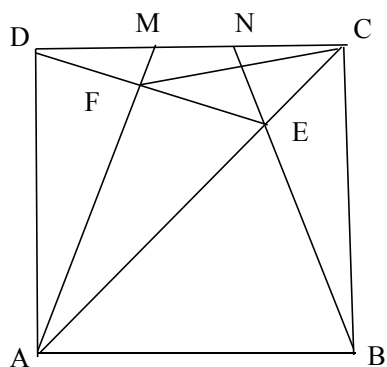
15. 如图， $\triangle ABC$ 的外接圆 O 的半径为 3， $\angle C = 55^\circ$ ，则劣弧 AB 的长是_____.



$\frac{11}{2}\pi$.

13. 如图， M, N 是正方形 $ABCD$ 的边 CD 上的两个动点，满足 $AM = BN$ ，连接 AB 交 BN 于点 E ，连接 DE 交 AM 于点 F ，连接 CF ，若正方形的边长为 6，则线段 CF 的最小值是

_____.



第 16 题图

$$3\sqrt{5}-3$$

三、解答题 (本大题共 11 小题, 满分 102 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (5 分) 计算: $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} + (\pi-3)^0 + |1-\sqrt{2}| + \tan 45^\circ$.

解: 原式 $= 4 + 1 - (\sqrt{2} - 1) + 1 = 7 - \sqrt{2}$.

18. 解方程: $3x^2 - 2x - 2 = 0$.

解: 移项, 得 $3x^2 - 2x = 2$,

配方, 得 $3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{7}{3}$,

解得 $x_1 = \frac{1+\sqrt{7}}{3}$, $x_2 = \frac{1-\sqrt{7}}{3}$.

19. 先化简, 再求值: $\left(x - \frac{3x-4}{x-1}\right) \div \frac{x-2}{x-1}$, 其中 $x = \frac{1}{2}$.

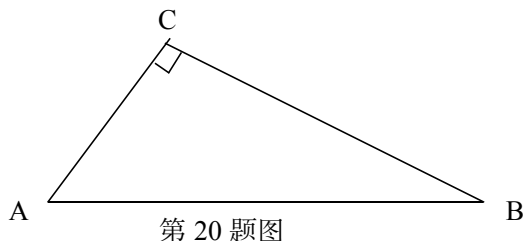
解: 原式 $= \frac{x^2 - 4x + 4}{x-1} \cdot \frac{x-1}{x-2} = x+2$, 代入 $x = \frac{1}{2}$ 得原式 $= \frac{5}{2}$.

20. (6 分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中.

(1) 利用尺度作图, 在 BC 边上求作一点 P, 使得点 P 到 AB 的距离 (PD 的长) 等于 PC 的长;

(2) 利用尺规作图, 作出 (1) 中的线段 PD.

(要求: 尺规作图, 不写作法, 保留作图痕迹, 并把作图痕迹用黑色签字笔描黑)



第 20 题图

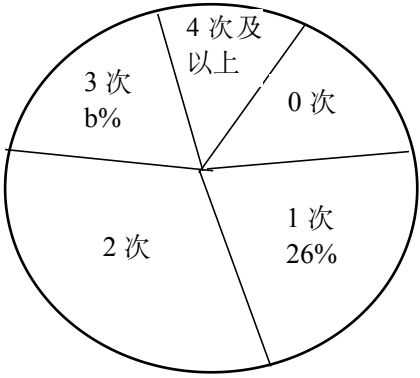
解: $\angle A$ 的角平分线作法. 作图略.

21. (7 分) 学校开展“书香校园”活动以来, 受到同学们的广泛帮助, 学校为了解全校学生课外阅读的情况, 随机调查了部分学生在一周内借阅图书的次数, 并制成如图不完整的统计图表.

学生借阅图书的次数统计表

借阅图书 的次数	0 次	1 次	2 次	3 次	4 次及 以上
人数	7	13	a	10	3

学生借阅图书的次数统计图



请你根据统计图表中的信息, 解答下列问题:

- (1) $a =$ _____, $b =$ _____;
- (2) 该调查统计数据的中位数是 _____, 众数是 _____;
- (3) 请计算扇形统计图中的“3 次”所对应的圆心角的度数;
- (4) 若该校共有 2000 名学生, 根据调查结果, 统计该校学生在一周内借阅图书“4 次及以上”的人数.

解:(1)17, 20%. $a = 13 \div 26\% - 7 - 13 - 10 - 3 = 17$, $b = 10 \div (13 \div 26\%) = 20\%$;

(2)10,10. 由中位数和众数的定义即可得; (3) 72° . $360^\circ \times 20\% = 72^\circ$;

(4) 120 人. $2000 \times \frac{3}{50} = 120$ (人)

22. (7 分) 在一个不透明的布袋里装有 4 个标有 1, 2, 3, 4 的小球, 它们的形状是、大小

完全相同. 李强从布袋里随机取出一个小球, 记下数字为 x , 王芳在剩下的 3 个小球中随机取出一个小球, 记下数字为 y , 这样就确定了点 M 的坐标 (x, y) .

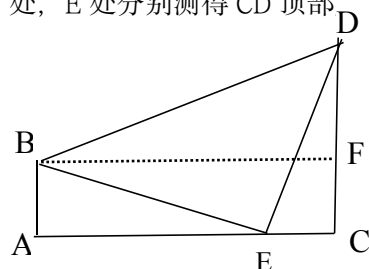
- (1) 画树状图或列表, 写出点 M 所有可能的坐标;
- (2) 求点 $M(x, y)$ 在函数 $y = x + 1$ 的图像上的概率.

解: (1)

x	1	1	1	2	2	2	3	3	3	4	4	4
y	2	3	4	1	3	4	1	2	4	1	2	3

- (2) $\frac{1}{4}$. 解: 一共 12 个点坐标, 有三个点坐标在上面.

23. (7 分) 如图, 斜坡 BE , 坡顶 B 到水平地面的距离 AB 为 3 米, 坡底 AE 为 18 米, 在 B 处, E 处分别测得 CD 顶部 D 的仰角为 30° , 60° . 求 CD 的高度. (结果保留根号)



解: 过 B 点作 CD 的垂线, 垂足为 F , 设 $CD = x$ 米, 则

$$DF = (x - 3) \text{ (米)}, BF = AC, BF = \frac{DE}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3}x \text{ (米)}, AC = AE + CE$$

$$= 18 + CD \cdot \tan 30^\circ = 18 + \frac{\sqrt{3}}{3}x, \text{ 即 } \sqrt{3}x = 18 + \frac{\sqrt{3}}{3}x,$$

解得, $x = 9\sqrt{3}$, 即 CD 长为 $9\sqrt{3}$ 米.

24. (7 分) 某商家销售一款商品, 进价每件 80 元, 售价每件 145 元, 每天销售 40 件, 每销售一件需支付给商家管理费 5 元, 未来一个月 (按 30 天计算), 这款商品将开展“每天降价 1 元”的促销活动, 即从第一天起每天的单价均比前一天降 1 元, 通过市场调查发现, 该商品单价每降 1 元, 每天的销售量增加 2 件, 设第 x 天 ($1 \leq x \leq 30$, 且 x 为整数) 的销量为

y 件.

(1) 直接写出 y 与 x 的函数关系式;

(2) 设第 x 天的利润为 w 元, 试求出 w 与 x 之间的函数关系式, 并求出哪一天的利润最大? 最大利润是多少元?

解: (1) $y = 38 + 2x$; 解析: $y = 40 + 2(x - 1) = 2x + 38$;

$$(2) w = (2x + 38)[145 - 80 - 5 - (x - 1)] = -2(x - 21)^2 + 2041$$

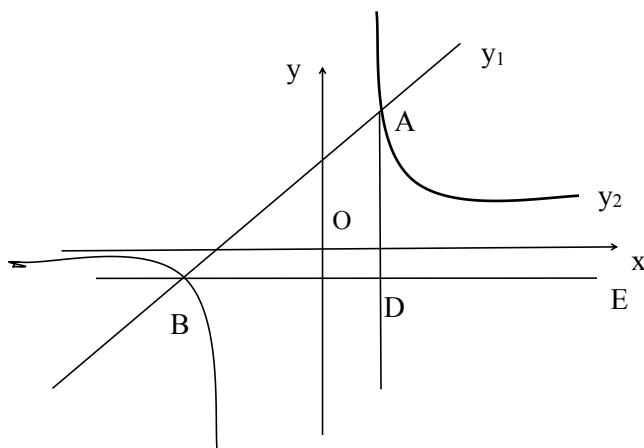
故 $x = 21$ 时, w 值最大, 为 2041 元, 即第 21 天时, 利润最大, 最大利润为 2041 元.

25. (8 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 一次函数 $y_1 = ax + b$ 的图像与反比例函数 $y_2 = \frac{k}{x}$ 的图像交于点 A (1, 2) 和 B (-2, m).

(1) 求一次函数和反比例函数的表达式;

(2) 请直接写出 $y_1 > y_2$ 时, x 的取值范围;

(3) 过点 B 做 $BE \parallel x$ 轴, $AD \perp BE$ 于点 D, 点 C 是直线 BE 上一点, 若 $AC = 2CD$, 求点 C 的坐标.



第 25 题图

解: (1) $y_1 = x + 1$; $y_2 = \frac{2}{x}$; 解析: 代入点坐标即可;

(2) $(-2, 0) \cup (1, +\infty)$; 解析: 观察图像可知;

(3) C 点的坐标为 $(1 + \sqrt{3}, -1)$ 和 $(1 - \sqrt{3}, -1)$; 解析: 易知 D (1, -1), 设 C 点坐标为 (x, -1), 故 $AC = \sqrt{(x-1)^2 + 3^2}$, $BC = |x-1|$, 由 $AC = 2BC$ 可知, $AC^2 = 4BC^2$, 即 $(x-1)^2 + 3^2 = 4(x-1)^2$, 解得 $x_1 = 1 + \sqrt{3}$, $x_2 = 1 - \sqrt{3}$, 故 C 点的坐标为

$(1+\sqrt{3}, -1)$ 和 $(1-\sqrt{3}, -1)$.

26. (8分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 过点 C 作 $CD \parallel AB$, E 是 AC 的中点, 连接 DE 并延长, 交 AB 于点 F , 交 CB 的延长线于点 G . 连接 AD 、 CF .

(1) 求证: 四边形 $AFCD$ 是平行四边形;

(2) 若 $GB = 3$, $BC = 6$, $BF = \frac{3}{2}$, 求 AB 的长.

证明 (1)

$\because E$ 是 AC 的中点

$\therefore AE = CE$

$\because AF \parallel CD$

$\therefore \angle FAE = \angle DCE$

又 $\angle AEF = \angle CED$

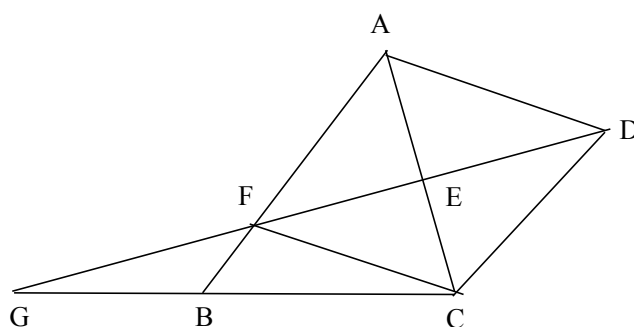
$AE = CE$

$\therefore \triangle AEF \cong \triangle CED (ASA)$

$\therefore AF = CD$

又 $AF \parallel CD$

$\therefore$ 四边形 $AFCD$ 是平行四边形.



第 26 题图

(2)

$\because BF \parallel CD$

易得 $\triangle GBF \sim \triangle GCD$

$\therefore \frac{GB}{GC} = \frac{BF}{CD}$

代入数值, 可得 $CD = \frac{9}{2}$,

又 $AF = CD = \frac{9}{2}$,

$\therefore AB = AF + BF = 6$

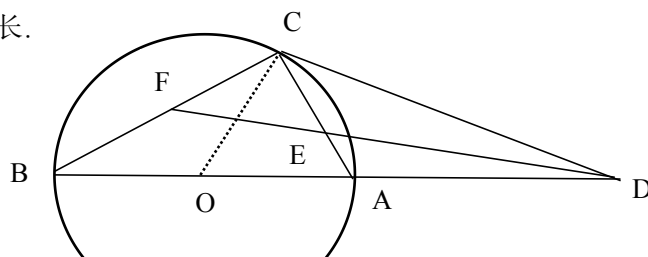
即 AB 的长为 6.

27. (9分) 如图, AB 为圆 O 的直径, C 为圆 O 上的一点, D 为 BA 延长线上的一点, $\angle ACD = \angle B$.

(1) 求证: DC 为圆 O 的切线;

(2) 线段 DF 分别交 AC , BC 于点 E , F , 且 $\angle CEF = 45^\circ$, 圆 O 的半径为 5, $\sin B = \frac{3}{5}$,

求 CF 的长.



(1) 连接 OC ,

$$\because OB = OC$$

$$\therefore \angle OBC = \angle OCB$$

$\because AB$ 是圆 O 的直径

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ$$

$$\therefore \angle OCA + \angle OCB = 90^\circ$$

$$\therefore \angle DAC + \angle OCA = 90^\circ$$

$$\therefore OC \perp CD$$

$\therefore CD$ 是圆 O 的切线.

(2) 解析: 由 $\angle CEF = 45^\circ$, $\angle ACB = 90^\circ$, 可知, $\angle CFE = \angle CEF = 45^\circ$, 即 $CF = CE$. 由 $\sin B = \frac{3}{5}$, 可得 $AC = 6$, 由勾股定理得, $BC = 8$, 设 $CF = CE = x$, 由 $\angle CDE = \angle BDF$, $\angle ECD$

$= \angle FBD$, 可知, $\triangle CED$ 相似于 $\triangle BFD$, 即 $\frac{BF}{CE} = \frac{FD}{CD} = \frac{8-x}{x}$ ①, 由 $\angle CFD = \angle AED$, $\angle$

$EDA = \angle FDC$, 可知 $\triangle CFD$ 相似于 $\triangle AED$, 即 $\frac{CF}{AE} = \frac{FD}{ED} = \frac{x}{6-x}$ ②, 联立①②得, $x = \frac{24}{7}$,

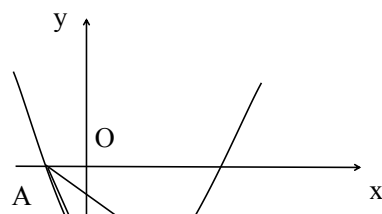
即 CF 的长为 $\frac{24}{7}$.

28. (12 分) 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx - 4$ 经过 $A(-3, 6)$, $B(5, -4)$ 两点, 与 y 轴交于点 C , 连接 AB , AC , BC .

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 求证: AB 平分 $\angle CAO$;

(3) 抛物线的对称轴上是否存在点 M , 使得 $\triangle ABM$ 是以 AB 为直角边的直角三角形. 若存



在，求出点 M 的坐标；若不存在，说明理由.

解: (1) 将 A, B 两点的坐标分别代入,

$$\text{得} \begin{cases} 9a - 3b - 4 = 0, \\ 25a + 5b - 4 = -4, \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = \frac{1}{6}, \\ b = -\frac{5}{6}, \end{cases}$$

故抛物线的表达式为 $y = \frac{1}{6}x^2 - \frac{5}{6}x - 4$.

(2) 证明: 设直线 AB 的表达式为 $y = kx + b'$,

$$\text{则} \begin{cases} -3k + b' = 0, \\ 5k + b' = -4, \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = -\frac{1}{2}, \\ b' = -\frac{3}{2}, \end{cases}$$

故直线 AB 的表达式为 $y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$.

设直线 AB 与 y 轴的交点为点 D, 则点 D 的坐标为 $(0, -\frac{3}{2})$.

易得点 C 的坐标为 $(0, -4)$,

则由勾股定理, 可得 $AC = \sqrt{[0 - (-3)]^2 + (-4 - 0)^2} = 5$.

设点 B 到直线 AC 的距离为 h,

$$\text{则 } \frac{1}{2}h \times AC = \frac{1}{2} \times CD \times 3 + \frac{1}{2} \times CD \times 5,$$

解得 $h = 4$.

易得点 B 到 x 轴的距离为 4,

故 AB 平分 $\angle CAO$.

(3) 存在.

易得抛物线的对称轴为直线 $x = \frac{5}{2}$,

设点 M 的坐标为 $(\frac{5}{2}, m)$.

由勾股定理, 得 $AB^2 = [5 - (-3)]^2 + (-4 - 0)^2 = 80$, $AM^2 = [\frac{5}{2} - (-3)]^2 + (m - 0)^2 = \frac{121}{4} + m^2$,

$$BM^2 = (\frac{5}{2} - 5)^2 + [m - (-4)]^2 = m^2 + 8m + \frac{89}{4}.$$

当 AM 为该直角三角形的斜边时,

$$\text{有 } AM^2 = AB^2 + BM^2, \text{ 即 } \frac{121}{4} + m^2 = 80 + m^2 + 8m + \frac{89}{4},$$

解得 $m = -9$,

故此时点 M 的坐标为 $(\frac{5}{2}, -9)$.

当 BM 为该直角三角形的斜边时,

$$\text{有 } BM^2 = AB^2 + AM^2, \text{ 即 } m^2 + 8m + \frac{89}{4} = 80 + \frac{121}{4} + m^2,$$

解得 $m = 11$,

故此时点 M 的坐标为 $(\frac{5}{2}, 11)$.

综上所述, 点 M 的坐标为 $(\frac{5}{2}, -9)$ 或 $(\frac{5}{2}, 11)$.