

哈尔滨市 2008 年初中升学考试

数学试卷

考生须知:

本试卷分第 I 卷和第 II 卷两部分. 第 I 卷为选择题, 满分 30 分. 第 II 卷为填空题和解答题, 满分 90 分. 本试卷共 28 道试题, 满分 120 分, 考试时间为 120 分钟.

八区各学校的考生, 请按照《哈尔滨市 2008 年初中升学考试选择题答题卡》上的要求做选择题 (1~10 小题, 每小题只有一个正确答案). 每小题选出正确答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 否则无效. 填空题第 16 题和第*16 小题为考生根据所学内容任选其一作答.

县 (市) 学校的考生, 请把选择题 (1~10 小题, 每小题只有一个正确答案) 中各题表示正确答案的字母填在题后相应的括号内. 填空题第 16 小题和第*16 小题为考生根据所学内容任选其一作答.

(第 4 题图)

第 I 卷 选择题 (共 30 分涂卡)

一、选择题 (每小题 3 分, 共计 30 分)

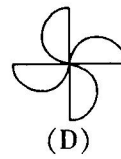
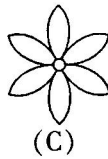
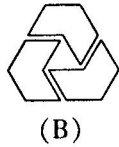
1. 哈市 4 月份某天的最高气温是 5°C , 最低气温是 -3°C , 那么这天的温差 (最高气温减最低气温) 是 ().

- (A) -2°C (B) 8°C (C) -8°C (D) 2°C

2. 下列运算中, 正确的是 ().

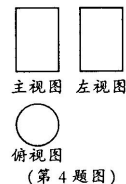
- (A) $x^2 + x^2 = x^4$ (B) $x^2 \div x = x^2$ (C) $x^3 - x^2 = x$ (D) $x \cdot x^2 = x^3$

3. 在下列图形中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ().



4. 右图是某一几何体的三视图, 则这个几何体是 ().

- (A) 圆柱体 (B) 圆锥体
(C) 正方体 (D) 球体



5. 9 的平方根是 ().

- (A) 3 (B) ± 3 (C) -3 (D) 81

6. 某商店出售下列四种形状的地砖: ①正三角形; ②正方形; ③正五边形; ④正六边形. 若只选购其中一种地砖镶嵌地面, 可供选择的地板共有 ().

- (A) 4 种 (B) 3 种 (C) 2 种 (D) 1 种

7. 如图, 圆锥形烟囱帽的底面直径为 80cm , 母线长为 50cm , 则这样的烟囱帽的侧面积是 ().

- (A) $4000\pi\text{cm}^2$ (B) $3600\pi\text{cm}^2$
(C) $2000\pi\text{cm}^2$ (D) $1000\pi\text{cm}^2$

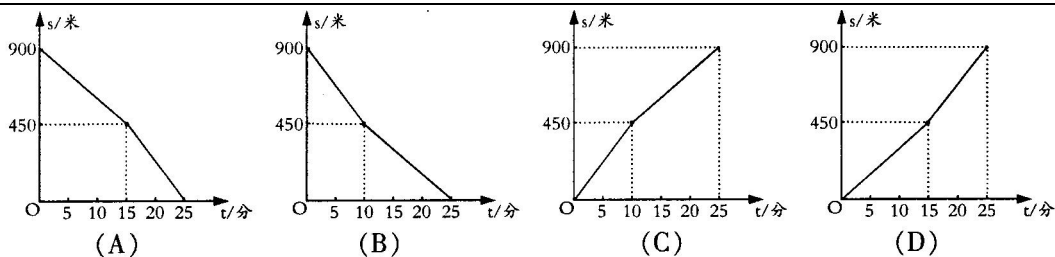


(第 7 题图)

8. 已知反比例函数 $y = \frac{k-2}{x}$ 的图象位于第一、第三象限, 则 k 的取值范围是 ().

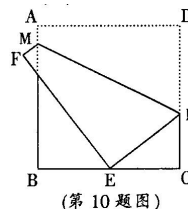
- (A) $k > 2$ (B) $k \geq 2$ (C) $k \leq 2$ (D) $k < 2$

9. 小亮每天从家去学校上学行走的路程为 900 米, 某天他从家去上学时以每分 30 米的速度行走了 450 米, 为了不迟到他加快了速度, 以每分 45 米的速度行走完剩下的路程, 那么小亮行走过的路程 S (米) 与他行走的时间 t (分) 之间的函数关系用图象表示正确的是 ().



10. 如图，将边长为 8cm 的正方形纸片 ABCD 折叠，使点 D 落在 BC 边中点 E 处，点 A 落在点 F 处，折痕为 MN，则线段 CN 的长是 ()。

(A) 3cm (B) 4cm
(C) 5cm (D) 6cm



(第 10 题图)

第 II 卷 非选择题 (共 90 分)

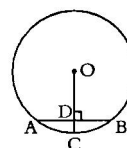
二、填空题 (每小题 3 分，共计 24 分)

11. 太阳的半径约是 69660 千米，用科学记数法表示 (保留 3 个有效数字) 约是_____千米。

12. 函数 $y = \frac{x}{x-1}$ 的自变量 x 的取值范围是_____。

13. 把多项式 $2mx^2 - 4mxy + 2my^2$ 分解因式的结果是_____。

14. 如图，AB 为 $\odot O$ 的弦， $\odot O$ 的半径为 5， $OC \perp AB$ 于点 D，交 $\odot O$ 于点 C，且 $CD = 1$ ，则弦 AB 的长是_____。



(第 14 题图)

15. 一个袋子中装有 6 个球，其中 4 个黑球 2 个白球，这些球除颜色外，形状、大小、质地等完全相同。搅匀后，在看不到球的条件下，随机从这个袋子中摸出一个球为白球的概率是_____。

16. 2008 年 7 月 1 日是星期二，那么 2008 年 7 月 16 日是星期_____。

- *16. 若 $x = 1$ 是一元二次方程 $x^2 + x + c = 0$ 的一个解，则 $c^2 =$ _____。

17. 观察下列图形：



它们是按一定规律排列的，依照此规律，第 20 个图形共有_____个★。

18. 已知菱形 ABCD 的边长是 6，点 E 在直线 AD 上， $DE = 3$ ，连接 BE 与对角线 AC 相交于点 M，则 $\frac{MC}{AM}$ 的值是_____。

三、解答题 (其中 19-22 题各 5 分，23-25 题各 6 分，26 题 8 分，27-28 题各 10 分，共 66 分)

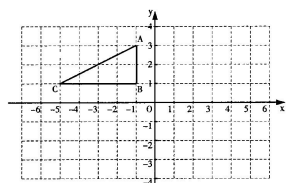
19. (本题 5 分)

先化简，再求代数式 $(1 - \frac{3}{x+2}) \div \frac{x^2-1}{x+2}$ 的值，其中 $x = 4\sin 45^\circ - 2\cos 60^\circ$ 。

20. (本题 5 分)

$\triangle ABC$ 在平面直角坐标系中的位置如图所示。

- (1) 将 $\triangle ABC$ 向右平移 6 个单位得到 $\triangle A_1B_1C_1$ ，请画出 $\triangle A_1B_1C_1$ ；并写出点 C_1 的坐标；
(2) 将 $\triangle ABC$ 绕原点 O 旋转 180° 得到 $\triangle A_2B_2C_2$ ，请画出 $\triangle A_2B_2C_2$ 。



(第 20 题图)

21. (本题 5 分)

小李想用篱笆围成一个周长为 60 米的矩形场地，矩形面积 S (单位：平方米) 随矩形一边长 x (单位：米) 的变化而变化.

(1) 求 S 与 x 之间的函数关系式，并写出自变量 x 的取值范围；

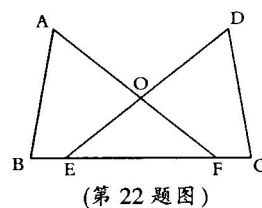
(2) 当 x 是多少时，矩形场地面积 S 最大？最大面积是多少？

(参考公式：二次函数 $y = ax^2 + bx + c = 0$ ，当 $x = -\frac{b}{2a}$ 时， $y_{\text{最大(小)值}} = \frac{4ac - b^2}{4a}$)

22. (本题 5 分)

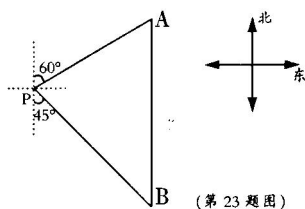
已知：如图，B、E、F、C 四点在同一条直线上， $AB = DC$ ， $BE = CF$ ， $\angle B = \angle C$.

求证： $OA = OD$.



23. (本题 6 分)

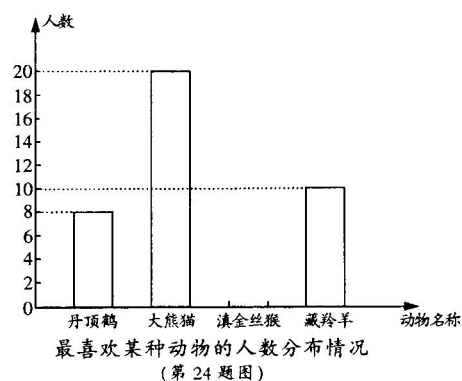
如图，一艘轮船位于灯塔 P 的北偏东 60° 方向，与灯塔 P 的距离为 80 海里的 A 处，它沿正南方向航行一段时间后，到达位于灯塔 P 的南偏东 45° 方向上的 B 处. 求此时轮船所在的 B 处与灯塔 P 的距离 (结果保留根号).



24. (本题 6 分)

哈尔滨市某中学为了解该校学生对四种国家一级保护动物的喜爱情况，围绕“在丹顶鹤、大熊猫、滇金丝猴、藏羚羊四种国家一级保护动物中，你最喜欢哪一种动物？(只写一种)”这一问题，在全校范围内随机抽取部分同学进行问卷调查. 甲同学根据调查结果计算得知：最喜欢丹顶鹤的学生人数占被抽取人数的 16%；乙同学根据调查结果绘制成如下不完整的条形统计图. 请你根据甲、乙两位同学提供的信息解答下列问题：

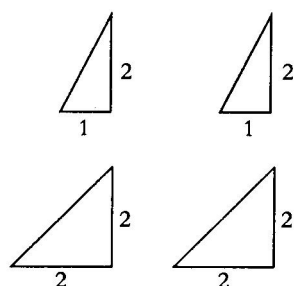
- (1) 在这次调查中，一共抽取了多少名学生？
- (2) 补全条形统计图的空缺部分；
- (3) 如果全校有 1200 名学生，请你估计全校最喜欢滇金丝猴的学生有多少名？



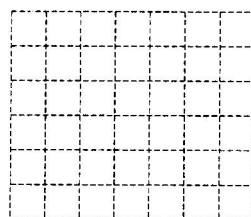
25. (本题 6 分)

如图所示，有两种形状不同的直角三角形纸片各两块，其中一种纸片的两条直角边长分别为 1 和 2，另一种纸片的两条直角边长都为 2。图 a、图 b、图 c 是三张形状、大小完全相同的方格纸，方格纸中的每个小正方形的边长均为 1。请用三种方法将图中所给四块直角三角形纸片拼成平行四边形（非矩形），每种方法要把图中所给的四块直角三角形纸片全部用上，互不重叠且不留空隙，三种方法所拼得的平行四边形（非矩形）的周长互不相等，并把你所拼得的图形按实际大小画在图 a、图 b、图 c 的方格纸上。

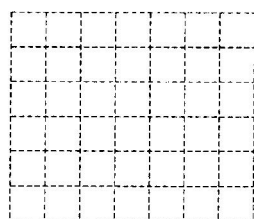
- 要求：(1) 所画图形各顶点必须与方格纸中的小正方形顶点重合。
(2) 画图时，要保留四块直角三角形纸片的拼接痕迹。



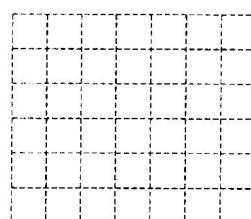
(第 25 题图)



(图 a)



(图 b)



(图 c)

26. (本题 8 分)

荣昌公司要将本公司 100 吨货物运往某地销售，经与春晨运输公司协商，计划租用甲、乙两种型号的汽车共 6 辆，用这 6 辆汽车一次将货物全部运走，其中每辆甲型汽车最多能装该种货物 16 吨，每辆乙型汽车最多能装该种货物 18 吨。已知租用 1 辆甲型汽车和 2 辆乙型汽车共需费用 2500 元；租用 2 辆甲型汽车和 1 辆乙型汽车共需费用 2450 元，且同一种型号汽车每辆租车费用相同。

- (1) 求租用一辆甲型汽车、一辆乙型汽车的费用分别是多少元？
- (2) 若荣昌公司计划此次租车费用不超过 5000 元，通过计算求出该公司有几种租车方案？请你设计出来，并求出最低的租车费用。

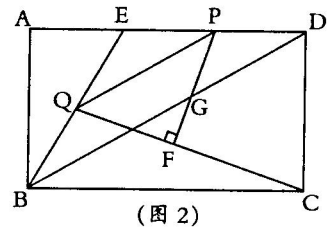
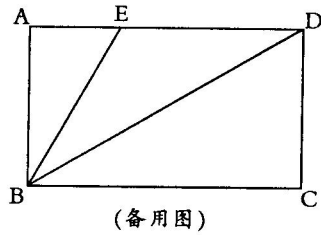
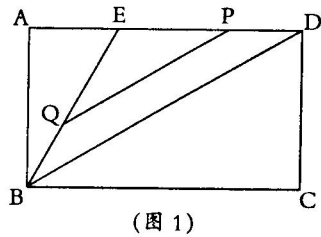
27. (本题 10 分)

在矩形 $ABCD$ 中, 点 E 是 AD 边上一点, 连接 BE , 且 $\angle ABE = 30^\circ$, $BE = DE$, 连接 BD . 点 P 从点 E 出发沿射线 ED 运动, 过点 P 作 $PQ \parallel BD$ 交直线 BE 于点 Q .

(1) 当点 P 在线段 ED 上时 (如图 1), 求证: $BE = PD + \frac{\sqrt{3}}{3} PQ$;

(2) 若 $BC = 6$, 设 PQ 长为 x , 以 P 、 Q 、 D 三点为顶点所构成的三角形面积为 y , 求 y 与 x 的函数关系式 (不要求写出自变量 x 的取值范围);

(3) 在②的条件下, 当点 P 运动到线段 ED 的中点时, 连接 QC , 过点 P 作 $PF \perp QC$, 垂足为 F , PF 交对角线 BD 于点 G (如图 2), 求线段 PG 的长.



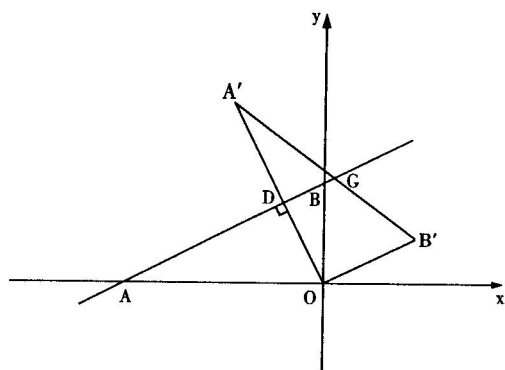
28. (本题 10 分)

如图，在平面直角坐标系中，直线 $y = \frac{1}{2}x + \sqrt{5}$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 A 、 B 两点，将 $\triangle ABO$ 绕原点 O 顺时针旋转得到 $\triangle A'B'O$ ，并使 $OA' \perp AB$ ，垂足为 D ，直线 AB 与线段 $A'B'$ 相交于点 G 。动点 E 从原点 O 出发，以 1 个单位/秒的速度沿 x 轴正方向运动，设动点 E 运动的时间为 t 秒。

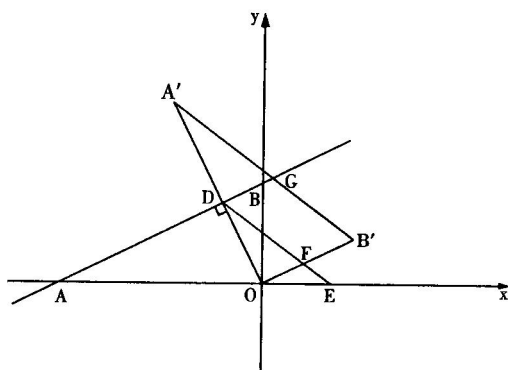
(1) 求点 D 的坐标；

(2) 连接 DE ，当 DE 与线段 OB' 相交，交点为 F ，且四边形 $DFB'G$ 是平行四边形时，(如图 2) 求此时线段 DE 所在的直线的解析式；

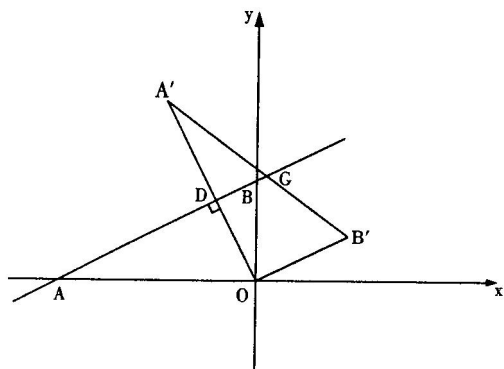
(3) 若以动点为 E 圆心，以 $2\sqrt{5}$ 为半径作 $\odot E$ ，连接 $A'E$ ， t 为何值时， $\tan \angle EA'B' = \frac{1}{8}$ ？并判断此时直线 $A'O$ 与 $\odot E$ 的位置关系，请说明理由。



(图 1)



(图 2)



(第 28 题备用图)

哈尔滨市 2008 年初中升学考试 数学试题参考答案及评分标准

一、单项选择题: 1. B; 2. D; 3. C; 4. A; 5. B; 6. B; 7. C; 8. A; 9. D; 10. A.

二、填空题: 11. 6.96×10^5 ; 12. $x \neq 1$; 13. $2m(x-y)^2$; 14. 6; 15. $\frac{1}{3}$; 16. 三; *16. 4;
17. 60; 18. 2 或 $\frac{2}{3}$.

三、解答题:

19. 解: 原式 $= \frac{x+2-3}{x+2} \cdot \frac{x+2}{(x+1)(x-1)} = \frac{1}{x+1}$ 2 分

$\therefore x = 4\sin 45^\circ - 2\cos 60^\circ = 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 2 \times \frac{1}{2} = 2\sqrt{2} - 1$ 2 分

$\therefore$ 原式 $= \frac{1}{2\sqrt{2}-1+1} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$ 1 分

20. (1) 正确画出图 2 分 $C_1(1, 1)$ 1 分; (2) 正确画出图 2 分

21. 解: (1) 根据题意, 得 $S = \frac{60-2x}{2} \cdot x = -x^2 + 30x$ 1 分

自变量 x 的取值范围是 $0 < x < 30$ 1 分

(2) $\because a = -1 < 0 \therefore S$ 有最大值 1 分 $\therefore x = -\frac{b}{2a} = -\frac{30}{2 \times (-1)} = 15$ 1 分

$S_{\text{最大}} = \frac{4ac-b^2}{4a} = \frac{-30^2}{4 \times (-1)} = 225$ 1 分 $\therefore$ 当 $x = 15$ 时 $S_{\text{最大}} = 225$

答: 当 x 为 15 米时, 才能使矩形场地面积最大, 最大面积是 225 平方米.

22. 证明: $\because BE = CF \therefore BE + EF = EF + CF \therefore BF = CE$ 1 分

在 $\triangle ABF$ 与 $\triangle DCE$ 中 $\begin{cases} AB = DC \\ \angle B = \angle C \\ BF = CE \end{cases} \therefore \triangle ABF \cong \triangle DCE$ 2 分

$\therefore AF = DE \quad \angle AFB = \angle DEC \therefore OF = OE$ 1 分

$\therefore AF - OF = DE - OE \therefore OA = OD$ 1 分

23. 解: 过点 P 作 $PC \perp AB$ 垂足为 C 1 分 则 $\angle APC = 30^\circ \quad \angle BPC = 45^\circ \quad AP = 80$

在 $Rt\triangle APC$ 中 $\cos \angle APC = \frac{PC}{PA}$ 1 分 $PC = PA \cdot \cos \angle APC = 40\sqrt{3}$ 1 分

在 $Rt\triangle PCB$ 中 $\cos \angle BPC = \frac{PC}{PB}$ 1 分 $PB = \frac{PC}{\cos \angle BPC} = \frac{40\sqrt{3}}{\cos 45^\circ} = 40\sqrt{6}$ 1 分

$\therefore$ 当轮船位于灯塔 P 南偏东 45° 方向时轮船与灯塔 P 的距离是 $40\sqrt{6}$ 海里 1 分

答: 当轮船位于灯塔 P 南偏东 45° 方向时轮船与灯塔 P 的距离是 $40\sqrt{6}$ 海里

24. 解: (1) $8 \div 16\% = 50$ (名) 2 分 答: 在这次调查中, 一共抽取了 50 名学生.

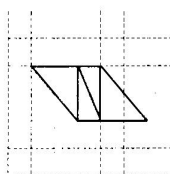
(2) $50 - 8 - 20 - 10 = 12$ (名) 1 分 补全图形(略) 1 分

(3) 在抽取的学生中, 最喜欢滇金丝猴的人数占被抽取人数的百分比为 $\frac{12}{50} \times 100\% = 24\%$ 1 分

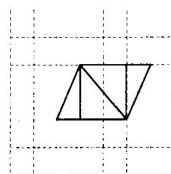
由样本估计总体得全校最喜欢滇金丝猴的学生约有 $1200 \times 24\% = 288$ (名) 1 分

答: 估计全校最喜欢滇金丝猴的学生约有 288 名.

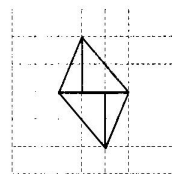
25. 3 种拼法各 2 分



(图 a)



(图 b)



(图 c)

26. 解:(1)设租用一辆甲型汽车的费用是 x 元,租用一辆乙型汽车的费用是 y 元.

由题意得 $\begin{cases} x+2y=2500 \\ 2x+y=2450 \end{cases}$ 2分 解得 $\begin{cases} x=800 \\ y=850 \end{cases}$ 1分

答:租用一辆甲型汽车的费用是 800 元,租用一辆乙型汽车的费用是 850 元.

(2)设租用甲型汽车 z 辆,则租用乙型汽车 $(6-z)$ 辆.

由题意得 $\begin{cases} 16z+18(6-z) \geq 100 \\ 800z+850(6-z) \leq 5000 \end{cases}$ 2分 解得 $2 \leq z \leq 4$ 1分

由题意知, z 为整数 $\therefore z=2$ 或 $z=3$ 或 $z=4$

$\therefore$ 共有 3 种方案,分别是:

方案一:租用甲型汽车 2 辆,租用乙型汽车 4 辆;方案二:租用甲型汽车 3 辆,租用乙型汽车 3 辆;方案三:租用甲型汽车 4 辆,租用乙型汽车 2 辆.1分

方案一的费用是 $800 \times 2 + 850 \times 4 = 5000$ (元);方案二的费用是 $800 \times 3 + 850 \times 3 = 4950$ (元);方案三的费用是 $800 \times 4 + 850 \times 2 = 4900$ (元)

$5000 > 4950 > 4900$ 所以最低运费是 4900 元.1分

答:共有 3 种方案,分别是:方案一:租用甲型汽车 2 辆,租用乙型汽车 4 辆;方案二:租用甲型汽车 3 辆,租用乙型汽车 3 辆;方案三:租用甲型汽车 4 辆,租用乙型汽车 2 辆.最低运费是 4900 元.

27. (1) 证明: $\because \angle A = 90^\circ \quad \angle ABE = 30^\circ \quad \therefore \angle AEB = 60^\circ$

$\because EB = ED \quad \therefore \angle EBD = \angle EDB = 30^\circ$

$\because PQ \parallel BD \quad \therefore \angle EQP = \angle EBD \quad \angle EPQ = \angle EDB$

$\therefore \angle EPQ = \angle EQP = 30^\circ \quad \therefore EQ = EP$ 1分

过点 E 作 $EM \perp QP$ 垂足为 M $\therefore PQ = 2PM$

$\because \angle EPM = 30^\circ \quad \therefore PM = \frac{\sqrt{3}}{2} PE \quad \therefore PE = \frac{\sqrt{3}}{3} PQ$ 1分

$\because BE = DE = PD + PE \quad \therefore BE = PD + \frac{\sqrt{3}}{3} PQ$ 1分

(2) 解:由题意知 $AE = \frac{1}{2} BE \quad \therefore DE = BE = 2AE$

$\because AD = BC = 6 \quad \therefore AE = 2 \quad DE = BE = 4$ 1分

当点 P 在线段 ED 上时(如图 1)

过点 Q 作 $QH \perp AD$ 于点 H $QH = \frac{1}{2} PQ = \frac{1}{2} x$

由(1)得 $PD = BE - \frac{\sqrt{3}}{3} PQ = 4 - \frac{\sqrt{3}}{3} x \quad \therefore y = \frac{1}{2} PD \cdot QH = -\frac{\sqrt{3}}{12} x^2 + x$ 1分

当点 P 在线段 ED 的延长线上时(如图 2) 过点 Q 作 $QH' \perp DA$ 交 DA 延长线于点 H' $\therefore QH' = \frac{1}{2} x$

过点 E 作 $EM' \perp PQ$ 于点 M' 同理可得 $EP = EQ = \frac{\sqrt{3}}{3} PQ \quad \therefore BE = \frac{\sqrt{3}}{3} PQ - PD$

$\therefore PD = \frac{\sqrt{3}}{3} x - 4 \quad y = \frac{1}{2} PD \cdot QH' = \frac{\sqrt{3}}{12} x^2 - x$ 1分

(3) 解:连接 PC 交 BD 于点 N(如图 3) $\because$ 点 P 是线段 ED 中点

$\therefore EP = PD = 2 \quad \therefore PQ = 2\sqrt{3} \quad \because DC = AB = AE \cdot \tan 60^\circ = 2\sqrt{3}$

$\therefore PC = \sqrt{PD^2 + DC^2} = 4 \quad \therefore \cos \angle DPC = \frac{PD}{PC} = \frac{1}{2} \quad \therefore \angle DPC = 60^\circ$

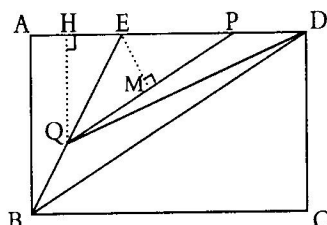
$\therefore \angle QPC = 180^\circ - \angle EPQ - \angle DPC = 90^\circ$ 1分

$\because PQ \parallel BD \quad \therefore \angle PND = \angle QPC = 90^\circ \quad \therefore PN = \frac{1}{2} PD = 1$ 1分

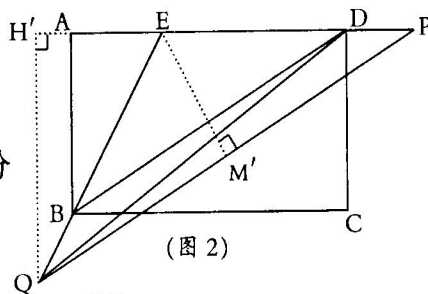
$QC = \sqrt{PQ^2 + PC^2} = 2\sqrt{7} \quad \because \angle PGN = 90^\circ - \angle FPC \quad \angle PCF = 90^\circ - \angle FPC$

$\therefore \angle PGN = \angle PCF$ 1分 $\therefore \angle PNG = \angle QPC = 90^\circ \quad \therefore \triangle PNG \sim \triangle QPC$

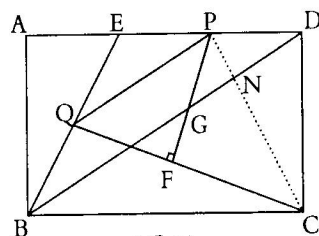
$\therefore \frac{PG}{QC} = \frac{PN}{PQ} \quad \therefore PG = \frac{1}{2\sqrt{3}} \times 2\sqrt{7} = \frac{\sqrt{21}}{3}$ 1分



(图 1)



(图 2)



(图 3)

28. 解: (1) 由题意知 $A(-2\sqrt{5}, 0)$ $B(0, \sqrt{5})$

$$\therefore OA=2\sqrt{5} \quad OB=\sqrt{5} \quad \therefore AB=\sqrt{(2\sqrt{5})^2+(\sqrt{5})^2}=5$$

$$\because OD \perp AB \quad \therefore \frac{1}{2}OA \cdot OB = \frac{1}{2}AB \cdot OD$$

$$\therefore OD = \frac{2\sqrt{5} \times \sqrt{5}}{5} = 2 \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

过点 D 作 $DH \perp x$ 轴于点 H (如图 1)

$$\because \angle BAO + \angle ADH = \angle ODH + \angle ADH = 90^\circ$$

$$\therefore \angle ODH = \angle BAO \quad \therefore \tan \angle ODH = \tan \angle BAO = \frac{1}{2} \quad \therefore DH = 2OH$$

$$\text{设 } OH=a \quad \text{则 } DH=2a \quad \therefore a^2 + 4a^2 = 4 \quad \therefore a = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\therefore OH = \frac{2\sqrt{5}}{5} \quad DH = \frac{4\sqrt{5}}{5} \quad \therefore D(-\frac{2\sqrt{5}}{5}, \frac{4\sqrt{5}}{5}) \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

(2) 设 DE 与 y 轴交于点 M (如图 2)

$$\because \text{四边形 } DFB'G \text{ 是平行四边形} \quad \therefore DF \parallel B'G \quad \therefore \angle 1 = \angle A'$$

$$\text{又 } \because \angle AOD + \angle 2 = \angle AOD + \angle OAD = 90^\circ \quad \therefore \angle BAO = \angle 2$$

$$\therefore \angle BAO = \angle A' \quad \therefore \angle 1 = \angle 2 \quad \therefore DM = OM \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore \angle 3 + \angle 1 = 90^\circ \quad \angle 4 + \angle 2 = 90^\circ \quad \therefore \angle 3 = \angle 4$$

$$\therefore BM = DM \quad \therefore BM = OM$$

$$\therefore \text{点 } M \text{ 是 } OB \text{ 中点} \quad \therefore M(0, \frac{\sqrt{5}}{2}) \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

设线段 DE 所在直线解析式为 $y=kx+b$

$$\text{把 } M(0, \frac{\sqrt{5}}{2}) \quad D(-\frac{2\sqrt{5}}{5}, \frac{4\sqrt{5}}{5}) \text{ 代入 } y=kx+b$$

$$\text{得 } \begin{cases} \frac{\sqrt{5}}{2} = b \\ \frac{4\sqrt{5}}{5} = -\frac{2\sqrt{5}}{5}k + b \end{cases} \quad \text{解得 } \begin{cases} k = -\frac{3}{4} \\ b = \frac{\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

$$\therefore \text{线段 DE 所在直线的解析式为 } y = -\frac{3}{4}x + \frac{\sqrt{5}}{2} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

(3) 设直线 $A'B'$ 交 x 轴于点 N (如图 3) 过点 A' 作 $A'K \perp x$ 轴于点 K

$$\because \angle AOD = \angle A'OK \quad \angle ADO = \angle A'KO = 90^\circ \quad OA = OA' = 2\sqrt{5}$$

$$\therefore \triangle AOD \cong \triangle A'OK \quad \therefore OK = 2 \quad \therefore A'K = 4 \quad \therefore A'(-2, 4)$$

$$\text{过点 } B' \text{ 作 } B'T \perp y \text{ 轴于点 } T \quad \text{同理 } \triangle OBD \cong \triangle B'OT \quad \therefore B'(2, 1)$$

$$\text{设直线 } A'B' \text{ 的解析式为 } y = k_1x + b_1 \quad \therefore \begin{cases} 1 = 2k_1 + b_1 \\ 4 = -2k_1 + b_1 \end{cases} \quad \text{解得 } \begin{cases} k_1 = -\frac{3}{4} \\ b_1 = \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\therefore \text{直线 } A'B' \text{ 的解析式为 } y = -\frac{3}{4}x + \frac{5}{2} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

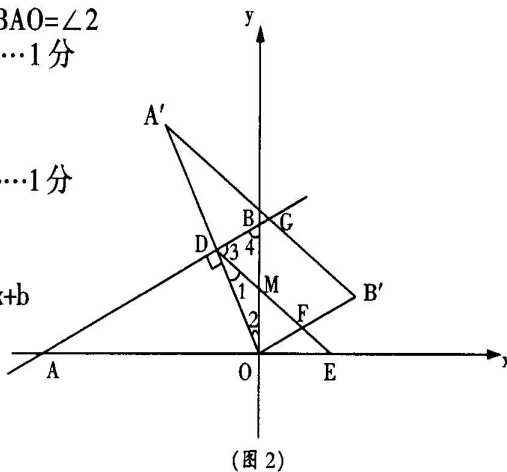
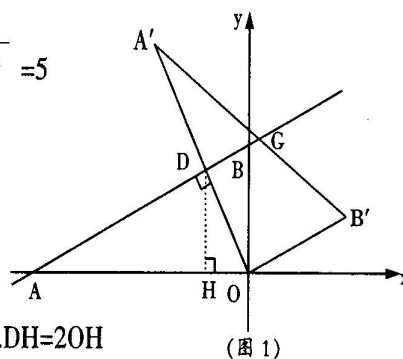
$$\therefore N(\frac{10}{3}, 0) \quad \therefore KN = \frac{16}{3} \quad \therefore A'N = \sqrt{A'K^2 + KN^2} = \frac{20}{3}$$

当 E 点在 N 点左侧点 E_1 位置时 过点 E_1 作 $E_1Q_1 \perp A'N$ 于点 Q_1

$$\therefore \tan \angle A'NK = \frac{A'K}{KN} = \frac{3}{4} \quad \therefore \text{设 } E_1Q_1 = 3m \quad \text{则 } Q_1N = 4m$$

$$\text{又 } \because \tan \angle E_1A'B' = \frac{1}{8} \quad \therefore A'Q_1 = 24m \quad \therefore 28m = \frac{20}{3}$$

$$\therefore m = \frac{5}{21} \quad \therefore E_1N = \frac{25}{21} \quad \therefore OE_1 = ON - E_1N = \frac{15}{7} \quad \text{此时 } t = \frac{15}{7} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$



过点 E_1 作 $E_1S_1 \perp A'O$ 于点 S_1 $\because \sin \angle E_1OS_1 = \sin \angle A'OK$

$$\therefore \frac{E_1S_1}{OE_1} = \frac{A'K}{OA'} \quad \therefore E_1S_1 = \frac{4}{2\sqrt{5}} \times \frac{15}{7} = \frac{6\sqrt{5}}{7}$$

$\therefore \odot E$ 的半径为 $2\sqrt{5}$ 而 $\frac{6\sqrt{5}}{7} < 2\sqrt{5}$

$\therefore \odot E_1$ 与直线 $A'O$ 相交1 分

当 E 点在 N 点右侧点 E_2 位置时

过点 E_2 作 $E_2Q_2 \perp A'N$ 于点 Q_2

同理 $OE_2 = 5$ 此时 $t = 5$ 1 分

过点 E_2 作 $E_2S_2 \perp A'O$ 于点 S_2

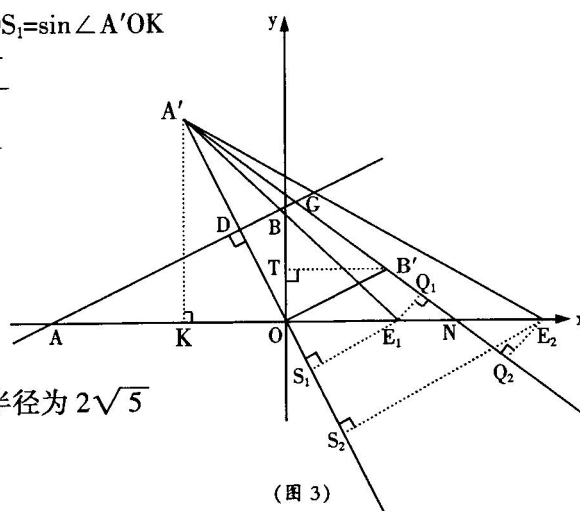
同理 $E_2S_2 = \frac{4}{2\sqrt{5}} \times 5 = 2\sqrt{5}$ $\therefore \odot E$ 的半径为 $2\sqrt{5}$

$\therefore \odot E_2$ 与直线 $A'O$ 相切1 分

$\therefore$ 当 $t = \frac{15}{7}$ 或 $t = 5$ 时, $\tan \angle EA'B' = \frac{1}{8}$;

当 $t = \frac{15}{7}$ 时直线 $A'O$ 与 $\odot E$ 相交, 当 $t = 5$ 时直线 $A'O$ 与 $\odot E$ 相切.

(以上各题如有不同解法并且正确, 请按相应步骤给分)



(图 3)