

哈尔滨市 2012 年初中升学考试

一、选择题(每小题 3 分. 共计 30 分)

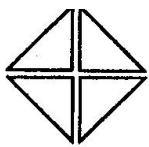
1. -2 的绝对值是().

- (A) $-\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) 2 (D) -2

2. 下列运算中, 正确的是().

- (A) $a^3 \cdot a^4 = a^{12}$ (B) $(a^3)^4 = a^{12}$ (C) $a + a^4 = a^5$ (D) $(a+b)(a-b) = a^2 + b^2$

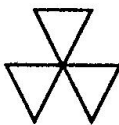
3. 下列图形是中心对称图形的是().



(A)



(B)



(C)



(D)

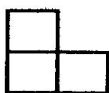
4. 如图所示的几何体是由六个小正方体组合而成的, 它的左视图是().



(A)



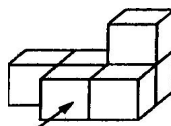
(B)



(C)



(D)



正面
(第 4 题图)

5. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 4$, $AB = 5$, 则 $\sin B$ 的值是().

- (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{4}{5}$

6. 在 10 个外观相同的产品中, 有 2 个不合格产品. 现从中任意抽取 1 个进行检测, 抽到不合格产品的概率是().

- (A) $\frac{1}{10}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C) $\frac{2}{5}$ (D) $\frac{4}{5}$

7. 如果反比例函数 $y = \frac{k-1}{x}$ 的图象经过点 $(-1, -2)$, 则 k 的值是().

- (A) 2 (B) -2 (C) -3 (D) 3

8. 将抛物线 $y = 3x^2$ 向左平移 2 个单位, 再向下平移 1 个单位, 所得抛物线为().

- (A) $y = 3(x+2)^2 - 1$ (B) $y = 3(x-2)^2 + 1$ (C) $y = 3(x-2)^2 - 1$ (D) $y = 3(x+2)^2 + 1$

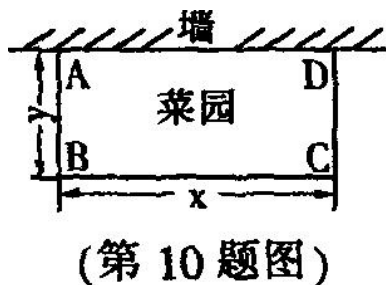
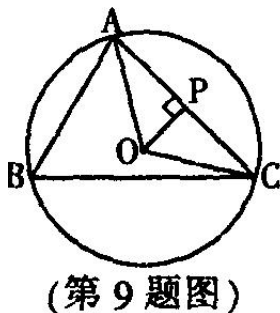
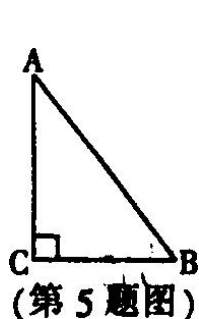
9. 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, $\angle B = 60^\circ$, $OP \perp AC$ 于点 P , $OP = 2\sqrt{3}$, 则 $\odot O$ 的半径为().

- (A) $4\sqrt{3}$ (B) $6\sqrt{3}$ (C) 8 (D) 12

10. 李大爷要围成一个矩形菜园, 菜园的一边利用足够长的墙, 用篱笆围成的另外三边总长应恰好为 24 米. 要围成的菜园是如图所示的矩形 $ABCD$. 设 BC 边的长为 x 米, AB 边的长为 y 米, 则 y 与 x 之间的函数关系式是().

(A) $y = -2x + 24 (0 < x < 12)$ (B) $y = -\frac{1}{2}x + 12 (0 < x < 24)$

(C) $y = 2x - 24 (0 < x < 12)$ (D) $y = \frac{1}{2}x - 12 (0 < x < 24)$



二、填空题(每小题 3 分, 共计 30 分)

11. 把 16 000 000 用科学记数法表示为_____

12. 在函数 $y = \frac{1}{x-5}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____

13. 化简: $\sqrt{9} =$ _____

14. 把多项式 $a^3 - 2a^2 + a$ 分解因式的结果是_____

15. 不等式组的 $\begin{cases} 2x-1 > 0 \\ x-1 < 1 \end{cases}$ 解集是 _____

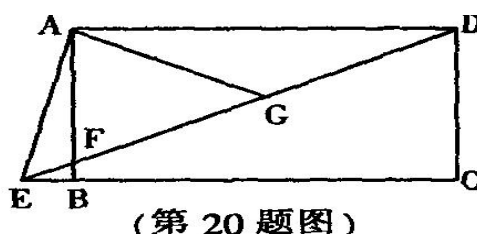
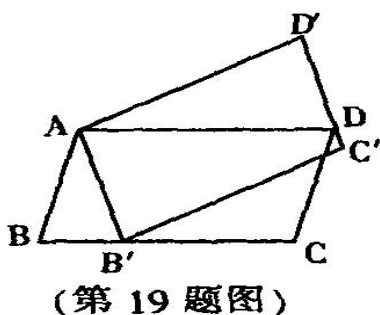
16. 一个等腰三角形静的两边长分别为 5 或 6, 则这个等腰三角形的周长是_____.

17. 一个圆锥的母线长为 4, 侧面积为 8π , 则这个圆锥的底面圆的半径是_____.

18. 方程 $\frac{1}{x-1} = \frac{3}{2x+3}$ 的解是_____

19. 如图, 平行四边形 ABCD 绕点 A 逆时针旋转 30° , 得到平行四边形 $AB'C'D'$ (点 B' 与点 B 是对应点, 点 C' 与点 C 是对应点, 点 D' 与点 D 是对应点), 点 B' 恰好落在 BC 边上, 则 $\angle C =$ _____ 度.

20. 如图. 四边形 ABCD 是矩形, 点 E 在线段 CB 的延长线上, 连接 DE 交 AB 于点 F, $\angle AED = 2\angle CED$, 点 G 是 DF 的中点, 若 $BE = 1$, $AG = 4$, 则 AB 的长为_____



三、解答题(其中 21~24 题各 6 分, 25~26 题各 8 分, 27~28 题各 10 分, 共计 60 分)

21. (本题 6 分)

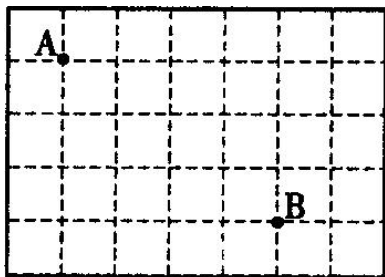
先化简, 再求代数式 $(\frac{1}{x} + \frac{x+1}{x}) \div \frac{x+2}{x^2+x}$ 的值, 其中 $x = \cos 30^\circ + \frac{1}{2}$

22. (本题 6 分) ?

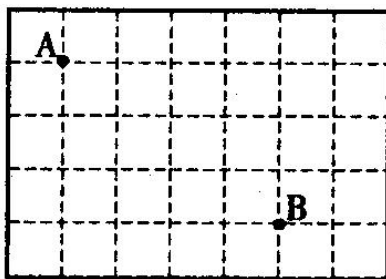
图 1、图 2 是两张形状、大小完全相同的方格纸, 方格纸中的每个小正方形的边长均为 1. 点 A 和点 B 在小正方形的顶点上.

(1)在图 1 中画出 $\triangle ABC$ (点 C 在小正方形的顶点上), 使 $\triangle ABC$ 为直角三角形(画一个即可);

(2)在图 2 中画出 $\triangle ABD$ (点 D 在小正方形的顶点上), 使 $\triangle ABD$ 为等腰三角形(画一个即可);



(图 1)

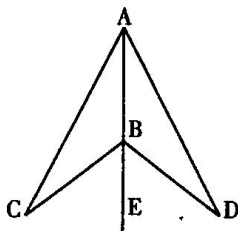


(图 2)

(第 22 题图)

23. (本题 6 分)如图, 点 B 在射线 AE 上, $\angle CAE = \angle DAE$, $\angle CBE = \angle ADBE$.

求证: $AC = AD$.



(第 23 题图)

24. (本题 6 分)

小磊要制作一个三角形的钢架模型, 在这个三角形中, 长度为 x (单位: cm)的边与这条边上的高之和为 40 cm, 这个三角形的面积 S (单位: cm^2)随 x (单位: cm)的变化而变化.

(1)请直接写出 S 与 x 之间的函数关系式(不要求写出自变量 x 的取值范围);

(2)当 x 是多少时, 这个三角形面积 S 最大?最大面积是多少?

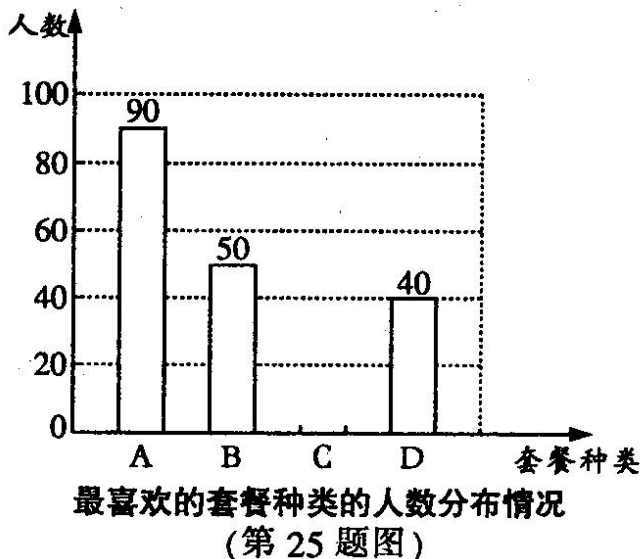
【参考公式: 当 $x = -\frac{b}{2a}$ 时, 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 有最小(大)值 $\frac{4ac - b^2}{4a}$ 】

25. (本题 8 分)

虹承中学为做好学生“午餐工程”工作, 学校工作人员搭配了 A, B, C, D 四种不同种类的套餐, 学校决定围绕“在 A, B, C, D 四种套餐中, 你最喜欢的套餐种类是什么?(必选且只选一种)”的问题, 在全校范围内随机抽取部分学生进行问卷调查, 将调查问适当整理后绘制成如图所示的不完整的条形统计图, 其中最喜欢 D 种套餐的学生占被抽取人数的 20%.

请你根据以上信息解答下列问题:

- (1)在这次调查中, 一共抽取了多少名学生?
- (2)通过计算, 补全条形统计图;
- (3)如果全校有 2 000 名学生, 请你估计全校学生中最喜欢 B 种套餐的学生有多少名?



26. (本题 8 分)

同庆中学为丰富学生的校园生活, 准备从军跃体育用品商店一次性购买若干个足球和篮球(每个足球的价格相同, 每个篮球的价格相同), 若购买 3 个足球和 2 个篮球共需 310 元, 购买 2 个足球和 5 个篮球共需 500 元.

- (1)购买一个足球、一个篮球各需多少元?
- (2)根据同庆中学的实际情况, 需从军跃体育用品商店一次性购买足球和篮球共 96 个, 要求购买足球和篮球的总费用不超过 5 720 元, 这所中学最多可以购买多少个篮球?

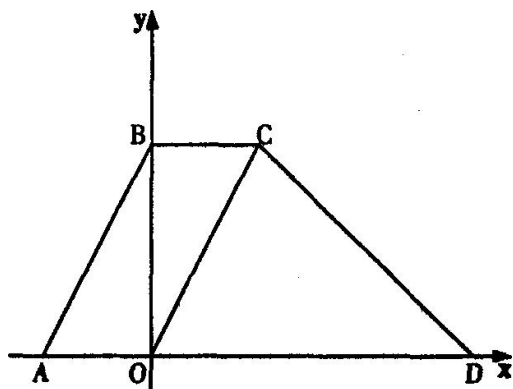
27. (本题 10 分)

如图, 在平面直角坐标系中, 点 O 为坐标原点, 直线 $y=2x+4$ 交 x 轴于点 A, 交 y 轴于点 B, 四边形 ABCO 是平行四边形, 直线 $y=-x+m$ 经过点 C, 交 x 轴于点 D.

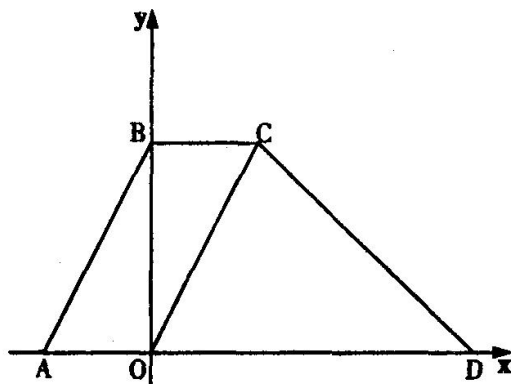
- (1)求 m 的值;
- (2)点 P(0, t)是线段 OB 上的一个动点(点 P 不与 O, B 两点重合), 过点 P 作 x 轴的平行线, 分别交 AB, OC, DC

于点 E, F, G. 设线段 EG 的长为 d, 求 d 与 t 之间的函数关系式(直接写出自变量 t 的取值范围);

(3)在(2)的条件下, 点 H 是线段 OB 上一点, 连接 BG 交 OC 于点 M, 当以 OG 为直径的圆经过点 M 时, 恰好使 $\angle BFH = \angle ABO$. 求此时 t 的值及点 H 的坐标.



(第 27 题图)



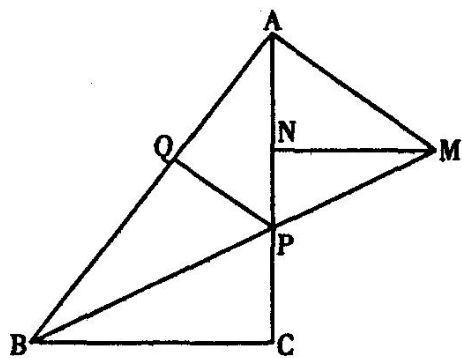
(第 27 题备用图)

28. (本题 10 分)

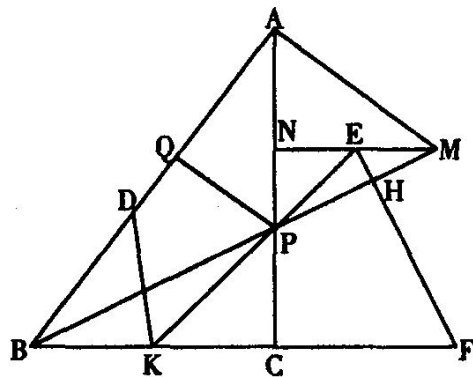
已知: 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 点 P 是线段 AC 上一点, 过点 A 作 AB 的垂线, 交 BP 的延长线于点 M, $MN \perp AC$ 于点 N, $PQ \perp AB$ 于点 Q, $AO = MN$.

(1)如图 1, 求证: $PC = AN$;

(2)如图 2, 点 E 是 MN 上一点, 连接 EP 并延长交 BC 于点 K, 点 D 是 AB 上一点, 连接 DK, $\angle DKE = \angle ABC$, $EF \perp PM$ 于点 H, 交 BC 延长线于点 F, 若 $NP = 2$, $PC = 3$, $CK : CF = 2 : 3$, 求 DQ 的长.



(图 1)



(图 2)

(第 28 题图)

哈尔滨市 2012 年初中升学考试

一、选择题:

1.C; 2.B; 3.A; 4.C; 5.D; 6. B; 7. 8. A; 9. A; 10. B.

二、填空题: 11. 1.6×10^7 ; 12. $x \neq 5$; 13. 3; 14. $a(a-1)^2$; 15. $\frac{1}{2} < x < 2$; 16. 16 或 17; 17. 2;

18. $x=6$; 19. 105; 20. $\sqrt{15}$.

三、解答题:

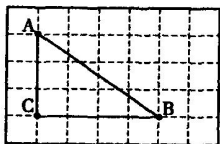
21. 解: 原式 = $\frac{x+2}{x} \cdot \frac{x^2+x}{x+2} = \frac{x+2}{x} \cdot \frac{x(x+1)}{x+2} = x+1$ 2分

$\because x = \sqrt{3} \cos 30^\circ + \frac{1}{2} = \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2$ 2分

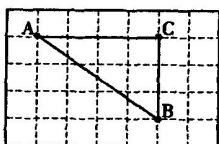
$\therefore$ 原式 = $2+1=3$ 2分

22. (1) 正确画图(参考图 1~图 4 画出一个即可).....3 分

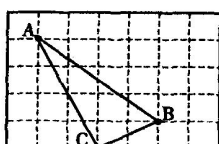
(2) 正确画图(参考图 5~图 8 画出一个即可).....3 分



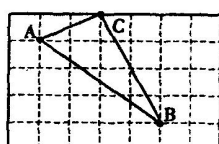
(图 1)



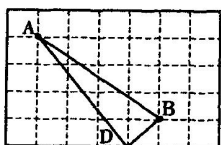
(图 2)



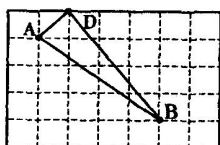
(图 3)



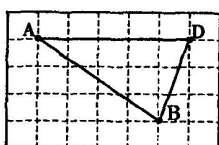
(图 4)



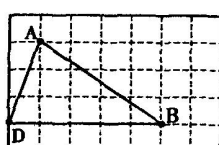
(图 5)



(图 6)



(图 7)



(图 8)

23. 证明: $\because \angle ABC + \angle CBE = 180^\circ$ $\angle ABD + \angle DBE = 180^\circ$
 $\angle CBE = \angle DBE$ $\therefore \angle ABC = \angle ABD$ 2分

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ABD$ 中

$$\begin{cases} \angle CAE = \angle DAE \\ AB = AB \\ \angle ABC = \angle ABD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ABD$ 3分 $\therefore AC = AD$ 1分

(1) $S = -\frac{1}{2}x^2 + 20x$ 2分

(2)

方法一 解: $\because a = -\frac{1}{2} < 0$ $\therefore S$ 有最大值

$\therefore$ 当 $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{20}{2 \times (-\frac{1}{2})} = 20$ 时2分

$$S \text{ 有最大值为 } \frac{4ac-b^2}{4a} = \frac{4 \times (-\frac{1}{2}) \times 0 - 20^2}{4 \times (-\frac{1}{2})} = 200 \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$\therefore$ 当 x 为 20cm 时 三角形面积最大 最大面积是 200cm^2

方法二 解： $\because a = -\frac{1}{2} < 0 \therefore S$ 有最大值

$$\therefore \text{当 } x = -\frac{b}{2a} = -\frac{20}{2 \times (-\frac{1}{2})} = 20 \text{ 时} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$S \text{ 有最大值为: } S = -\frac{1}{2} \times 20^2 + 20 \times 20 = 200 \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$\therefore$ 当 x 为 20cm 时 三角形面积最大 最大面积是 200cm^2

25.(1)解: $40 \div 20\% = 200$ (名) $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

$\therefore$ 在这次调查中,一共抽取了 200 名学生

(2)解: $200 - 90 - 50 - 40 = 20$ (名) $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

正确画图 $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

(3)

方法一 解: $2000 \times \frac{50}{200} = 500$ (名) $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

$\therefore$ 估计全校最喜欢 B 种套餐的学生有 500 名 $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

方法二 解: $\frac{50}{200} \times 100\% = 25\% \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

$$2000 \times 25\% = 500 \text{ (名)} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$\therefore$ 估计全校最喜欢 B 种套餐的学生有 500 名 $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

26.(1)解: 设购买一个足球需要 x 元, 购买一个篮球需要 y 元. 根据题意 得

$$\begin{cases} 3x + 2y = 310 \\ 2x + 5y = 500 \end{cases} \dots\dots\dots 2 \text{ 分} \quad \text{解得} \begin{cases} x = 50 \\ y = 80 \end{cases} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$\therefore$ 购买一个足球需要 50 元, 购买一个篮球需要 80 元.

(2)

方法一 解: 设购买 a 个篮球, 则购买 $(96 - a)$ 个足球.

$$80a + 50(96 - a) \leq 5720 \dots\dots\dots 2 \text{ 分} \quad a \leq 30\frac{2}{3} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$\because a$ 为整数 $\therefore a$ 最多是 30 $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

$\therefore$ 这所中学最多可以购买 30 个篮球.

方法二 解: 设购买 n 个足球, 则购买 $(96 - n)$ 个篮球.

$$50n + 80(96 - n) \leq 5720 \dots\dots\dots 2 \text{ 分} \quad n \geq 65\frac{1}{3} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

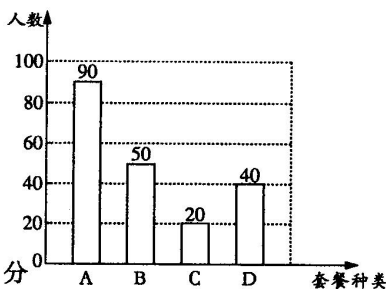
$\because n$ 为整数 $\therefore n$ 最少是 66 $96 - 66 = 30 \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

$\therefore$ 这所中学最多可以购买 30 个篮球.

27.(1)

方法一 解: 如图 27-1 $\because y = 2x + 4$ 交 x 轴和 y 轴于 A, B $\therefore A(-2, 0) \quad B(0, 4)$

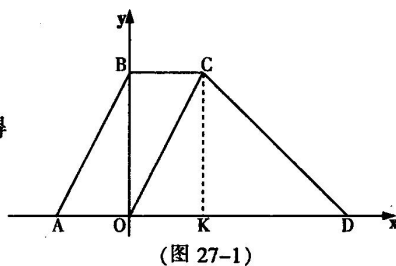
$\therefore OA = 2 \quad OB = 4 \quad \therefore$ 四边形 ABCO 是平行四边形



最喜欢的套餐种类的人数分布情况

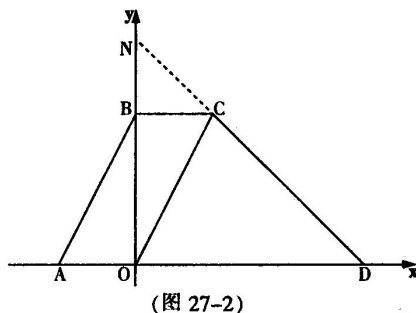
(第 25 题图)

$\therefore BC = OA = 2$ 过点 C 作 $CK \perp x$ 轴于 K
 则四边形 BOKC 是矩形
 $\therefore OK = BC = 2 \quad CK = OB = 4$
 $\therefore C(2, 4) \dots\dots\dots 1$ 分 代入 $y = -x + m$ 得
 $4 = -2 + m \quad \therefore m = 6 \dots\dots\dots 1$ 分



方法二 解: 如图 27-2

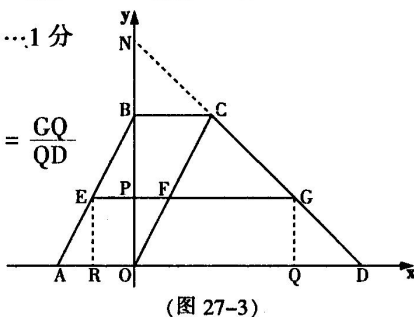
$\therefore y = 2x + 4$ 交 x 轴和 y 轴于 A, B
 $\therefore A(-2, 0) \quad B(0, 4) \quad \therefore OA = 2 \quad OB = 4$
 延长 DC 交 y 轴于点 N
 $\therefore y = -x + m$ 交 x 轴和 y 轴于 D, N
 $\therefore D(m, 0) \quad N(0, m) \quad \therefore OD = ON$
 $\therefore \angle ODN = \angle OND = 45^\circ$
 $\therefore$ 四边形 ABCO 是平行四边形
 $\therefore BC \parallel AO \quad BC = OA = 2$
 $\therefore \angle NCB = \angle ODN = \angle OND = 45^\circ$
 $\therefore NB = BC = 2 \dots\dots\dots 1$ 分
 $\therefore ON = NB + OB = 2 + 4 = 6 \quad \therefore m = 6 \dots\dots\dots 1$ 分



(2)

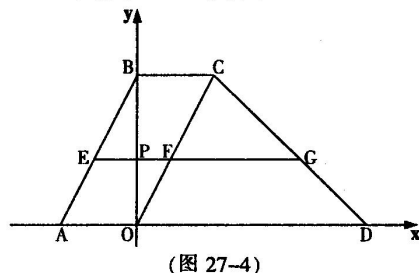
方法一 解: 如图 27-3 延长 DC 交 y 轴于 N 分别过点 E, G 作 x 轴的垂线 垂足分别是 R, Q 则四边形 ERQG、四边形 POQG、四边形 ERQP 是矩形

$\therefore ER = PO = GQ = t \quad \therefore \tan \angle BAO = \frac{ER}{AR} = \frac{OB}{OA} \quad \therefore \frac{t}{AR} = \frac{4}{2}$
 $\therefore AR = \frac{1}{2}t \dots\dots\dots 1$ 分
 $\therefore y = -x + 6$ 交 x 轴和 y 轴于 D, N
 $\therefore OD = ON = 6 \quad \therefore \angle ODN = 45^\circ \quad \therefore \tan \angle ODN = \frac{GQ}{QD}$
 $\therefore DQ = t \dots\dots\dots 1$ 分
 又 $\therefore AD = AO + OD = 2 + 6 = 8$
 $\therefore EG = RQ = 8 - \frac{1}{2}t - t = 8 - \frac{3}{2}t$
 $\therefore d = -\frac{3}{2}t + 8 \dots\dots\dots 1$ 分 $(0 < t < 4) \dots\dots\dots 1$ 分



方法二 解: 如图 27-4 $\therefore EG \parallel AD \quad P(0, t) \quad \therefore$ 设 $E(x_1, t) \quad G(x_2, t)$

把 $E(x_1, t)$ 代入 $y = 2x + 4$ 得 $t = 2x_1 + 4$
 $\therefore x_1 = \frac{t}{2} - 2 \dots\dots\dots 1$ 分
 把 $G(x_2, t)$ 代入 $y = -x + 6$ 得 $t = -x_2 + 6$
 $\therefore x_2 = 6 - t \dots\dots\dots 1$ 分
 $\therefore d = EG = x_2 - x_1 = (6 - t) - (\frac{t}{2} - 2)$
 $\therefore d = -\frac{3}{2}t + 8 \dots\dots\dots 1$ 分 $(0 < t < 4) \dots\dots\dots 1$ 分



方法一 解: 如图 27-5 $\because$ 四边形 ABCO 是平行四边形 $\therefore AB \parallel OC \therefore \angle ABO = \angle BOC$

$C = \frac{1}{2}$

.....1分

1分

$$\therefore EP = 2 - \frac{t}{2} \quad \therefore PG = d - EP = 6 - t \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$
 $\therefore \angle OMG = 90^\circ \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$
$$\therefore \angle BGP = \angle BOC$$

$$\therefore \tan \angle BGP = \frac{BP}{PG} = \tan \angle BOC = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{4-t}{6-t} = \frac{1}{2} \quad \text{解得 } t = 2 \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore \frac{BH}{BF} = \frac{BF}{BO} \quad \text{即 } BF^2 = BH \cdot BO \quad \because OP = 2 \quad \therefore PF = 1 \quad BP = 2$$

$$\therefore BF = \sqrt{BP^2 + PF^2} = \sqrt{5} \quad \therefore 5 = BH \times 4 \quad \therefore BH = \frac{5}{4} \quad \therefore HO = 4 - \frac{5}{4} = \frac{11}{4}$$

$$\therefore H(0, \frac{11}{4}) \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

方法二 解: 如图 27-6 $\because$ 四边形 ABCO 是平行四边形 $\therefore AB \parallel OC \therefore \angle ABO = \angle BOC$

$$\therefore BP = 4 - t \quad \therefore \tan \angle ABO = \frac{EP}{BP} = \tan \angle BOC = \frac{1}{2} \quad \therefore EP = 2 - \frac{t}{2}$$

∴ 以 OG 为直径的圆经过点 M

 $\therefore \angle OMG = 90^\circ \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$
$$\therefore \angle BGP = \angle BOC$$

$$\therefore \tan \angle BGP = \frac{BP}{PG} = \tan \angle BOC = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{4-t}{6-t} = \frac{1}{2} \quad \text{解得 } t = 2 \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore OP = 2 \quad BP = 4 - t = 2 \quad \therefore PF = 1 \quad \therefore OF = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} = BF$$
$$\therefore \angle OBF = \angle BOC = \angle BFH = \angle ABO \quad \therefore BH = HF \quad \text{过点 } H \text{ 作 } HT \perp BF \text{ 于点 } T$$

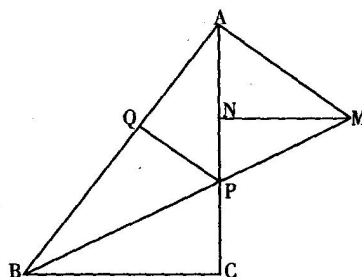
$$\therefore BT = \frac{1}{2}BF = \frac{\sqrt{5}}{2} \quad \therefore BH = \frac{BT}{\cos \angle OBF} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{2}}{\frac{2}{\sqrt{5}}} = \frac{5}{4}$$

$$\therefore \text{OH} = 4 - \frac{5}{4} = \frac{11}{4} \quad \therefore \text{H}(0, \frac{11}{4}) \dots\dots\dots 1 \text{分}$$

方法三解: 如图 27-7 $\because OA = 2 \quad OB = 4 \quad \therefore$ 由勾股定理得 $AB = 2\sqrt{5}$

$$\therefore \text{P(0,t)} \quad \therefore \text{BP} = 4 - t \quad \therefore \cos \angle \text{ABO} = \frac{\text{BP}}{\text{BE}} = \frac{4 - t}{\text{BE}} = \frac{\text{OB}}{\text{AB}} = \frac{4}{2\sqrt{5}}$$

$$\therefore BE = \frac{\sqrt{5}}{2}(4 - t) \dots\dots\dots 14$$



(2)

方法一解: 如图 28-3 $\because NP = 2 \quad PC = 3 \quad \therefore$ 由(1)知 $PC = AN = 3$

$$\therefore AP = NC = 5 \quad AC = 8 \quad \therefore AM = AP = 5$$

$$\therefore AQ = MN = \sqrt{AM^2 - AN^2} = 4 \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore \angle PAQ = \angle AMN \quad \angle ACB = \angle ANM = 90^\circ$$

$$\therefore \angle ABC = \angle MAN$$

$$\therefore \tan \angle ABC = \tan \angle MAN = \frac{MN}{AN} = \frac{4}{3}$$

$$\therefore \tan \angle ABC = \frac{AC}{BC} \quad \therefore BC = 6 \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore NE \parallel KC \quad \therefore \angle PEN = \angle PKC \quad \text{又} \because \angle ENP = \angle KCP$$

$$\therefore \triangle PNE \sim \triangle PCK \quad \therefore \frac{NE}{CK} = \frac{NP}{PC} \quad \therefore CK : CF = 2 : 3 \quad \text{设 } CK = 2k \quad \text{则 } CF = 3k$$

$$\therefore \frac{NE}{2k} = \frac{2}{3} \quad NE = \frac{4}{3}k \quad \text{过 } N \text{ 作 } NT \parallel EF \text{ 交 } CF \text{ 于 } T \quad \text{则四边形 } NTFE \text{ 是平行四边形}$$

$$\therefore NE = TF = \frac{4}{3}k \quad \therefore CT = CF - TF = 3k - \frac{4}{3}k = \frac{5}{3}k$$

$$\therefore EF \perp PM \quad \therefore \angle BFH + \angle HBF = 90^\circ = \angle BPC + \angle HBF \quad \therefore \angle BPC = \angle BFH$$

$$\therefore EF \parallel NT \quad \therefore \angle NTC = \angle BFH = \angle BPC$$

$$\therefore \tan \angle NTC = \tan \angle BPC = \frac{BC}{PC} = 2 \quad \therefore \tan \angle NTC = \frac{NC}{CT} = 2$$

$$\therefore CT = \frac{5}{3}k = \frac{5}{2} \quad \therefore k = \frac{3}{2} \dots\dots\dots 1 \text{ 分} \quad \therefore CK = 2 \times \frac{3}{2} = 3 \quad BK = BC - CK = 3$$

$$\therefore \angle PKC + \angle DKE = \angle ABC + \angle BDK \quad \angle DKE = \angle ABC \quad \therefore \angle BDK = \angle PKC$$

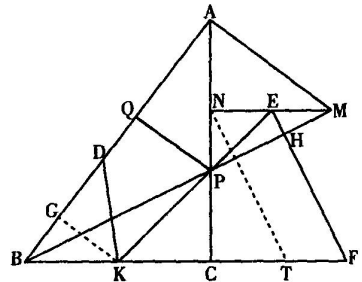
$$\tan \angle PKC = \frac{PC}{KC} = 1 \quad \therefore \tan \angle BDK = 1 \quad \text{过 } K \text{ 作 } KG \perp BD \text{ 于 } G$$

$$\therefore \tan \angle BDK = 1 \quad \tan \angle ABC = \frac{4}{3} \quad \therefore \text{设 } GK = 4n \quad \text{则 } BG = 3n \quad GD = 4n$$

$$\therefore BK = 5n = 3 \quad \therefore n = \frac{3}{5} \quad \therefore BD = 4n + 3n = 7n = \frac{21}{5} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 10 \quad AQ = 4 \quad \therefore BQ = AB - AQ = 6$$

$$\therefore DQ = BQ - BD = 6 - \frac{21}{5} = \frac{9}{5} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$



(图 28-3)

方法二解: 如图 28-4 $\because NP = 2 \quad PC = 3 \quad \therefore$ 由(1)知 $AN = PC = 3$

$$\therefore AP = NC = 5 \quad AC = 8 \quad \therefore AM = AP = 5 \quad \therefore AQ = MN = \sqrt{AM^2 - AN^2} = 4 \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore NM \parallel BC \quad \therefore \angle NMP = \angle PBC$$

$$\text{又} \because \angle MNP = \angle BCP \quad \therefore \triangle MNP \sim \triangle BCP$$

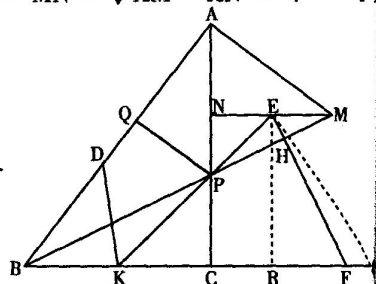
$$\therefore \frac{MN}{BC} = \frac{NP}{PC} \quad \therefore \frac{4}{BC} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore BC = 6 \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

作 $ER \perp CF$ 于 R 则四边形 $NERC$ 是矩形

$$\therefore ER = NC = 5 \quad NE = CR$$

$$\therefore \angle BHF = \angle BCP = 90^\circ$$



(图 28-4)

$$\therefore \angle EFR = 90^\circ - \angle HBF \quad \angle BPC = 90^\circ - \angle HBF$$

$$\therefore \angle EFR = \angle BPC \quad \therefore \tan \angle EFR = \tan \angle BPC \quad \therefore \frac{ER}{RF} = \frac{BC}{PC} \quad \text{即} \quad \frac{5}{RF} = \frac{6}{3}$$

$$\therefore RF = \frac{5}{2} \quad \therefore NE \parallel KC \quad \therefore \angle NEP = \angle PKC$$

$$\text{又} \because \angle ENP = \angle KCP \quad \therefore \triangle NEP \sim \triangle CKP \quad \therefore \frac{NE}{KC} = \frac{NP}{PC} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore CK : CF = 2 : 3 \quad \text{设} CK = 2k \quad CF = 3k$$

$$\therefore NE = CR = \frac{4}{3}k \quad CR = CF - RF = 3k - \frac{5}{2} \quad \therefore 3k - \frac{5}{2} = \frac{4}{3}k$$

$$\therefore k = \frac{3}{2} \dots\dots\dots 1 \text{分} \quad \therefore CK = 3 \quad CR = 2 \quad \therefore BK = 3$$

$$\text{在} CF \text{的延长线上取点} G \quad \text{使} \angle EGR = \angle ABC \quad \therefore \tan \angle EGR = \tan \angle ABC$$

$$\therefore \frac{ER}{RG} = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{3} \quad \therefore RG = \frac{3}{4}ER = \frac{15}{4} \quad EG = \sqrt{ER^2 + RG^2} = \frac{25}{4}$$

$$KG = KC + CR + RG = \frac{35}{4} \quad \therefore \angle DKE + \angle EKC = \angle ABC + \angle BDK$$

$$\angle ABC = \angle DKE \quad \therefore \angle BDK = \angle EKC \quad \therefore \triangle BDK \sim \triangle GKE \quad \therefore \frac{BD}{KG} = \frac{BK}{EG}$$

$$\therefore BD \cdot EG = BK \cdot KG \quad \therefore BD \times \frac{25}{4} = 3 \times \frac{35}{4} \quad \therefore BD = \frac{21}{5} \dots\dots\dots 1 \text{分}$$

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 10 \quad AQ = 4 \quad \therefore BQ = AB - AQ = 6$$

$$\therefore DQ = BQ - BD = 6 - \frac{21}{5} = \frac{9}{5} \dots\dots\dots 1 \text{分}$$

法三 解: 如图 28-5 $\therefore NP = 2 \quad PC = 3 \quad \therefore$ 由(1)知 $AN = PC = 3$

$$\therefore AP = NC = 5 \quad AC = 8 \quad \therefore AM = AP = 5 \quad \therefore AQ = MN = \sqrt{AM^2 - AN^2} = 4 \dots\dots 1 \text{分}$$

$$\therefore NM \parallel BC \quad \therefore \angle EMH = \angle PBC \quad \angle PEN = \angle PKC$$

$$\text{又} \because \angle PNE = \angle PCK \quad \therefore \triangle PNE \sim \triangle PCK \quad \triangle PNM \sim \triangle PCB$$

$$\therefore \frac{NE}{CK} = \frac{PN}{PC} \quad \frac{MN}{BC} = \frac{PN}{PC} \quad \therefore CK : CF = 2 : 3 \quad \text{设} CK = 2k \text{ 则 } CF = 3k$$

$$\therefore \frac{NE}{2k} = \frac{2}{3} \quad \frac{4}{3k} = \frac{2}{3} \quad \therefore NE = \frac{4}{3}k \quad BC = 6 \dots\dots\dots 1 \text{分}$$

$$\therefore BF = 6 + 3k \quad ME = MN - NE = 4 - \frac{4}{3}k$$

$$\tan \angle ABC = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{3} \quad BP = \sqrt{PC^2 + BC^2} = 3\sqrt{5}$$

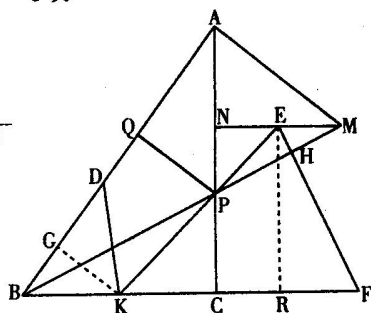
$$\therefore \sin \angle EMH = \sin \angle PBC = \frac{PC}{BP} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\therefore EF \perp PM \quad \therefore FH = BF \sin \angle PBC = \frac{\sqrt{5}}{5}(6 + 3k)$$

$$EH = EM \sin \angle EMH = \frac{\sqrt{5}}{5}(4 - \frac{4}{3}k)$$

过 E 作 $ER \perp BF$ 于 R 则四边形 NCRE 是矩形 $\therefore ER = NC = 5$

$$\therefore \angle RFE + \angle REF = \angle RFE + \angle PBC = 90^\circ \quad \therefore \angle REF = \angle PBC$$



(图 28-5)

$$\therefore \tan \angle REF = \tan \angle PBC = \frac{1}{2} \quad \therefore \tan \angle REF = \frac{RF}{RE} \quad \therefore RF = \frac{5}{2}$$

$$\therefore EF = \sqrt{ER^2 + RF^2} = \frac{5\sqrt{5}}{2} \quad \therefore EH + FH = EF$$

$$\therefore \frac{\sqrt{5}}{5} (4 - \frac{4}{3}k) + \frac{\sqrt{5}}{5} (6 + 3k) = \frac{5\sqrt{5}}{2} \quad \therefore k = \frac{3}{2} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore CK = 2 \times \frac{3}{2} = 3 \quad BK = BC - CK = 3$$

$$\therefore \angle PKC + \angle DKE = \angle ABC + \angle BDK \quad \angle DKE = \angle ABC \quad \therefore \angle BDK = \angle PKC$$

$$\therefore \tan \angle PKC = 1 \quad \therefore \tan \angle BDK = 1 \quad \text{过 K 作 } KG \perp BD \text{ 于 G}$$

$$\therefore \tan \angle BDK = 1 \quad \tan \angle ABC = \frac{4}{3}$$

$$\therefore \text{设 } GK = 4n \quad \text{则 } BG = 3n \quad GD = 4n \quad \therefore BK = 5n = 3 \quad \therefore n = \frac{3}{5}$$

$$\therefore BD = 4n + 3n = 7n = \frac{21}{5} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 10 \quad AQ = 4 \quad \therefore BQ = AB - AQ = 6$$

$$\therefore DQ = BQ - BD = 6 - \frac{21}{5} = \frac{9}{5} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$