

2021 年贵州省黔东南州中考数学试卷

一、选择题（每小题 4 分，10 个小题共 40 分。）

1. 2021 的相反数是（ ）

A. 2021

B. -2021

C. $\frac{1}{2021}$

D. $-\frac{1}{2021}$

2. 下列运算正确的是（ ）

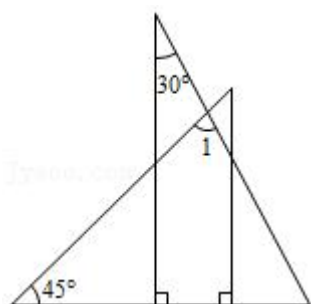
A. $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$

B. $a^3 \cdot a^2 = a^6$

C. $(a^3)^2 = a^6$

D. $a^2 - b^2 = (a - b)^2$

3. 将一副直角三角板按如图所示的方式放置，使用 30° 角的三角板的直角边和含 45° 角的三角板的直角边垂直，则 $\angle 1$ 的度数为（ ）



A. 45°

B. 60°

C. 70°

D. 75°

4. 一个不透明的袋子中装有 2 个白球和 3 个黑球，这些球除了颜色外无其他差别，从中摸出 3 个球，下列事件属于必然事件的是（ ）

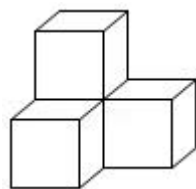
A. 至少有 1 个球是白色球

B. 至少有 1 个球是黑色球

C. 至少有 2 个球是白球

D. 至少有 2 个球是黑色球

5. 由 4 个棱长均为 1 的小正方形组成如图所示的几何体，这个几何体的表面积为（ ）



A. 18

B. 15

C. 12

D. 6

6. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - ax + 6 = 0$ 的一个根是 2，则 a 的值为（ ）

A. 2

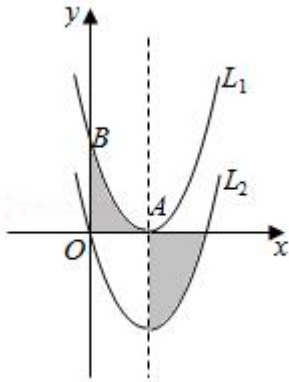
B. 3

C. 4

D. 5

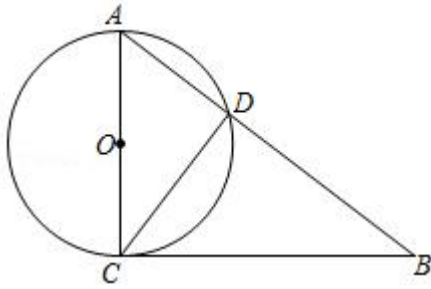
7. 如图，抛物线 $L_1: y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴只有一个公共点 $A(1, 0)$ ，与 y 轴交于点 $B(0, 2)$ ，虚线为其对称轴，若将抛物线向下平移两个单位长度得抛物线 L_2 ，则图中

两个阴影部分的面积和为（ ）



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

8. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 6$ ， $BC = 8$ ，若以 AC 为直径的 $\odot O$ 交 AB 于点 D ，则 CD 的长为（ ）

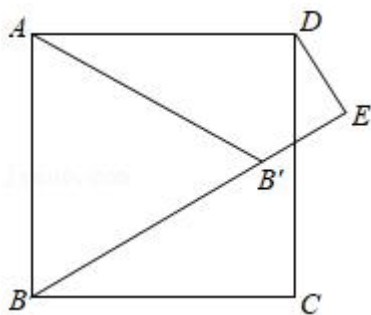


- A. $\frac{12}{5}$ B. $\frac{13}{5}$ C. $\frac{24}{5}$ D. 5

9. 已知直线 $y = -x + 1$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 A 、 B 两点，点 P 是第一象限内的点，若 $\triangle PAB$ 为等腰直角三角形，则点 P 的坐标为（ ）

- A. $(1, 1)$
 B. $(1, 1)$ 或 $(1, 2)$
 C. $(1, 1)$ 或 $(1, 2)$ 或 $(2, 1)$
 D. $(0, 0)$ 或 $(1, 1)$ 或 $(1, 2)$ 或 $(2, 1)$

10. 如图，在边长为 2 的正方形 $ABCD$ 中，若将 AB 绕点 A 逆时针旋转 60° ，使点 B 落在点 B' 的位置，连接 BB' ，过点 D 作 $DE \perp BB'$ ，交 BB' 的延长线于点 E ，则 $B'E$ 的长为（ ）



A. $\sqrt{3}-1$

B. $2\sqrt{3}-2$

C. $\frac{2}{3}\sqrt{3}$

D. $\frac{4}{3}\sqrt{3}$

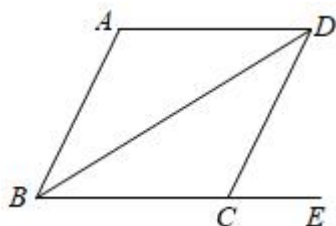
二、填空题（每个小题 3 分，10 个小题共 30 分）

11. 目前我国建成世界上规模最大的社会保障体系，截止 2020 年 12 月底，基本医疗保险覆盖超过 13 亿人，覆盖 94.6% 以上的人口．在这里，1300000000 用科学记数法表示为 _____．

12. 分解因式： $4ax^2 - 4ay^2 =$ _____．

13. 黔东南州某校金今年春季开展体操活动，小聪收集、整理了成绩突出的甲、乙两队队员（各 50 名）的身高得到：平均身高（单位： cm ）分别为： $\bar{x}_{\text{甲}} = 160$ ， $\bar{x}_{\text{乙}} = 162$ ．方差分别为： $S^2_{\text{甲}} = 1.5$ ， $S^2_{\text{乙}} = 2.8$ ．现要从甲、乙两队中选出身高比较整齐的一个队参加上一级的体操比赛，根据上述数据，应该选择 _____．（填写“甲队”或“乙队”）

14. 如图， BD 是菱形 $ABCD$ 的一条对角线，点 E 在 BC 的延长线上，若 $\angle ADB = 32^\circ$ ，则 $\angle DCE$ 的度数为 _____ 度．

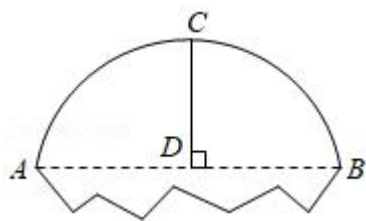


15. 已知在平面直角坐标系中， $\triangle AOB$ 的顶点分别为点 $A(2, 1)$ 、点 $B(2, 0)$ 、点 $O(0, 0)$ ，若以原点 O 为位似中心，相似比为 2，将 $\triangle AOB$ 放大，则点 A 的对应点的坐标为 _____．

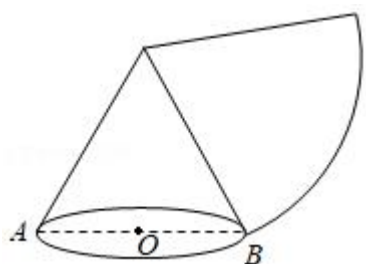
16. 不等式组 $\begin{cases} 5x+2 > 3(x-1) \\ \frac{1}{2}x-1 \leq 7-\frac{3}{2}x \end{cases}$ 的解集是 _____．

17. 小明很喜欢专研问题，一次数学杨老师拿来一个残缺的圆形瓦片（如图所示）让小明求瓦片所在圆的半径，小明连接瓦片弧线两端 AB ，量的弧 AB 的中心 C 到 AB 的距离 CD

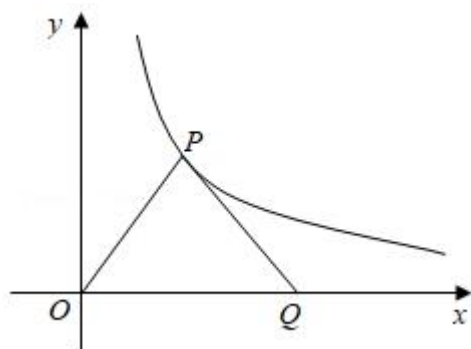
$= 1.6\text{cm}$, $AB = 6.4\text{cm}$, 很快求得圆形瓦片所在圆的半径为 _____ cm .



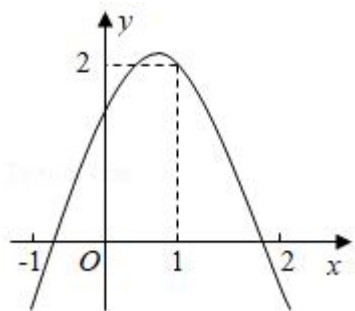
18. 如图, 要用一个扇形纸片围成一个无底盖的圆锥 (接缝处忽略不计), 若该圆锥的底面圆周长为 $20\pi\text{cm}$, 侧面积为 $240\pi\text{cm}^2$, 则这个扇形的圆心角的度数是 _____ 度.



- 19 如图, 若反比例函数 $y = \frac{\sqrt{3}}{x}$ 的图象经过等边三角形 POQ 的顶点 P , 则 $\triangle POQ$ 的边长为 _____.



- 20 如图, 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的函数图象经过点 $(1, 2)$, 且与 x 轴交点的横坐标分别为 x_1 、 x_2 , 其中 $-1 < x_1 < 0$, $1 < x_2 < 2$, 下列结论: ① $abc > 0$; ② $2a + b < 0$; ③ $4a - 2b + c > 0$; ④ 当 $x = m$ ($1 < m < 2$) 时, $am^2 + bm < 2 - c$; ⑤ $b > 1$, 其中正确的有 _____. (填写正确的序号)



三、解答题（6 个小题，共 80 分）

21 (1) 计算： $2\cos 30^\circ - 2^{-1} - \sqrt{12} - |\sqrt{3}-2| + (3.14-\pi)^0$;

(2) 先化简： $\frac{x^2+3x}{x^2-4x+4} \div \frac{x+3}{x-2} \cdot \frac{x^2-4}{x}$ ，然后 x 从 0、1、2 三个数中选一个你认为合适的数代入求值.

22 为庆祝中国共产党成立 100 周年，某校开展了“党在我心中”党史知识竞赛，竞赛得分为整数，王老师为了解竞赛情况，随机抽取了部分参赛学生的得分并进行整理，绘制成不完整的统计图表.

组别	成绩 x (分)	频数
A	$75.5 \leq x < 80.5$	6
B	$80.5 \leq x < 85.5$	14
C	$85.5 \leq x < 90.5$	m
D	$90.5 \leq x < 95.5$	n
E	$95.5 \leq x < 100.5$	p

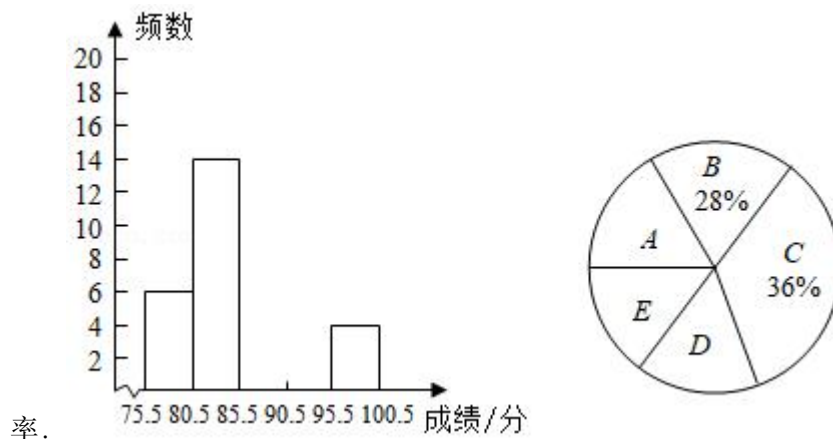
请你根据统计图表提供的信息解答下列问题：

(1) 上表中的 $m = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $n = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $p = \underline{\hspace{1cm}}$.

(2) 这次抽样调查的成绩的中位数落在哪个组？请补全频数分布直方图.

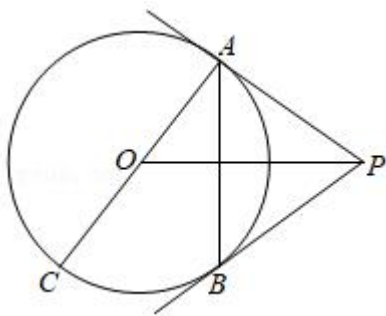
(3) 已知该校有 1000 名学生参赛，请估计竞赛成绩在 90 分以上的学生有多少人？

(4) 现要从 E 组随机抽取两名学生参加上级部门组织的党史知识竞赛， E 组中的小丽和小洁是一对好朋友，请用列表或画树状图的方法求出恰好抽到小丽和小洁的概率.



23 如图， PA 是以 AC 为直径的 $\odot O$ 的切线，切点为 A ，过点 A 作 $AB \perp OP$ ，交 $\odot O$ 于点 B .

(2) 若 $AB=6$, $\cos \angle PAB=\frac{3}{5}$, 求 PO 的长.



(1) 求 A 、 B 两种商品的进货单价分别是多少元?

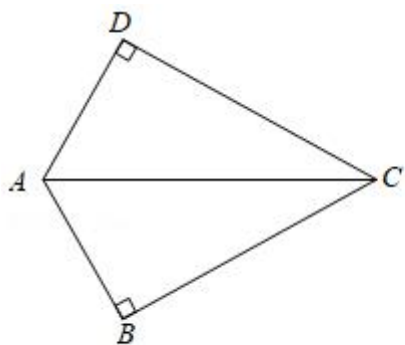
①设运往甲地的 A 商品为 x (件), 投资总运费为 y (元), 请写出 y 与 x 的函数关系式;

25 在四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 平分 $\angle BAD$.

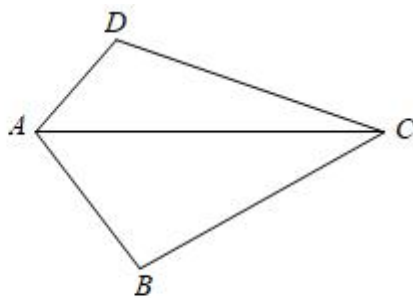
(1) 如图①, 若 $\angle BAD = 120^\circ$, $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$. 求证: $AD + AB = AC$;

(2) 如图②, 若 $\angle BAD = 120^\circ$, $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$.

②若 $AC = 10$, 求四边形 $ABCD$ 的面积.



图①



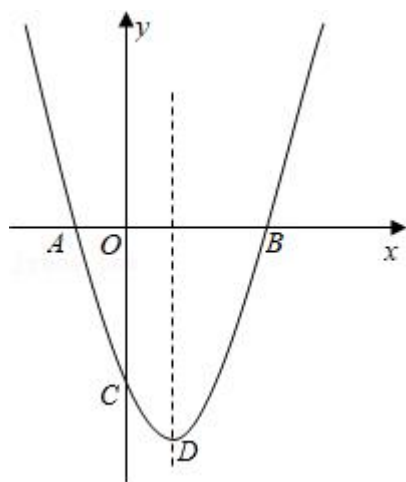
图②

26 如图，抛物线 $y = ax^2 - 2x + c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于 A 、 $B(3, 0)$ 两点，与 y 轴交于点 $C(0, -3)$ ，抛物线的顶点为 D 。

(1) 求抛物线的解析式；

(2) 点 P 在抛物线的对称轴上，点 Q 在 x 轴上，若以点 P 、 Q 、 B 、 C 为顶点， BC 为边的四边形为平行四边形，请直接写出点 P 、 Q 的坐标；

(3) 已知点 M 是 x 轴上的动点，过点 M 作 x 的垂线交抛物线于点 G ，是否存在这样的点 M ，使得以点 A 、 M 、 G 为顶点的三角形与 $\triangle BCD$ 相似，若存在，请求出点 M 的坐标；若不存在，请说明理由。



参考答案与试题解析

一. 选择题 (共 10 小题)

1. 2021 的相反数是 ()

A. 2021

B. - 2021

C. $\frac{1}{2021}$

D. $-\frac{1}{2021}$

【分析】只有符号不同的两个数互为相反数. 求一个数的相反数的方法就是在这个数的前边添加“-”.

【解答】解: 2021 的相反数是 - 2021,
故选: B.

2. 下列运算正确的是 ()

A. $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$

B. $a^3 \cdot a^2 = a^6$

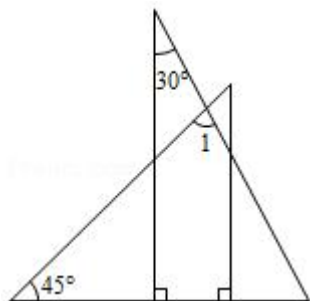
C. $(a^3)^2 = a^6$

D. $a^2 - b^2 = (a - b)^2$

【分析】根据合并同类二次根式判断 A, 根据同底数幂的乘法判断 B, 根据幂的乘方判断 C, 根据平方差公式判断 D.

【解答】解: A 选项, $\sqrt{2}$ 和 $\sqrt{3}$ 不是同类二次根式, 不能合并, 故该选项错误;
B 选项, 原式 = a^5 , 故该选项错误;
C 选项, 原式 = a^6 , 故该选项正确;
D 选项, $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$, 故该选项错误;
故选: C.

3. 将一副直角三角板按如图所示的方式放置, 使用 30° 角的三角板的直角边和含 45° 角的三角板的直角边垂直, 则 $\angle 1$ 的度数为 ()



A. 45°

B. 60°

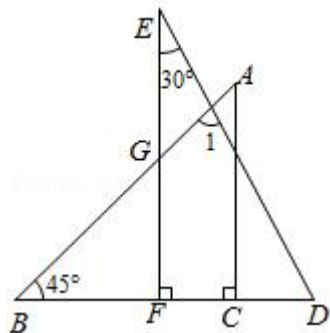
C. 70°

D. 75°

【分析】由三角板的特征可得 $\angle B = 45^\circ$, $\angle E = 30^\circ$, $\angle EFD = 90^\circ$, 利用三角形的外角的性质及对顶角的性质可求解 $\angle AGE$ 的度数, 再利用三角形外角的性质可求解 $\angle 1$ 的

度数.

【解答】解：由题意得 $\triangle ABC$ ， $\triangle DEF$ 为直角三角形， $\angle B = 45^\circ$ ， $\angle E = 30^\circ$ ， $\angle EFD = 90^\circ$ ，



$$\therefore \angle AGE = \angle BGF = 45^\circ,$$

$$\because \angle 1 = \angle E + \angle AGE,$$

$$\therefore \angle 1 = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ,$$

故选：D.

4. 一个不透明的袋子中装有 2 个白球和 3 个黑球，这些球除了颜色外无其他差别，从中摸出 3 个球，下列事件属于必然事件的是（ ）

- A. 至少有 1 个球是白色球 B. 至少有 1 个球是黑色球
C. 至少有 2 个球是白球 D. 至少有 2 个球是黑色球

【分析】根据必然事件、不可能事件、随机事件的概念解答.

【解答】解：至少有 1 个球是白球是随机事件，A 选项不正确；

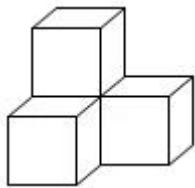
至少有 1 个球是黑球是必然事件，B 选项正确；

至少有 2 个球是白球是随机事件，C 选项不正确；

至少有 2 个球是黑球是随机事件，D 选项不正确；

故选：B.

5. 由 4 个棱长均为 1 的小正方形组成如图所示的几何体，这个几何体的表面积为（ ）



- A. 18 B. 15 C. 12 D. 6

【分析】几何体的表面积是几何体正视图，左视图，俯视图三个图形中，正方形的个数

的和的 2 倍.

【解答】解：正视图中正方形有 3 个；

左视图中正方形有 3 个；

俯视图中正方形有 3 个.

则这个几何体中正方形的个数是： $2 \times (3+3+3) = 18$ 个.

则几何体的表面积为 18cm^2 .

故选：A.

6. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - ax + 6 = 0$ 的一个根是 2，则 a 的值为 ()

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

【分析】根据关于 x 的一元二次方程 $x^2 - ax + 6 = 0$ 的一个根是 2，将 $x = 2$ 代入方程即可求得 a 的值.

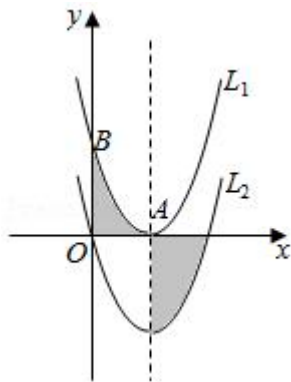
【解答】解：∵ 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - ax + 6 = 0$ 的一个根是 2，

$$\therefore 2^2 - 2a + 6 = 0,$$

解得 $a = 5$.

故选：D.

7. 如图，抛物线 $L_1: y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴只有一个公共点 $A(1, 0)$ ，与 y 轴交于点 $B(0, 2)$ ，虚线为其对称轴，若将抛物线向下平移两个单位长度得抛物线 L_2 ，则图中两个阴影部分的面积和为 ()



A. 1

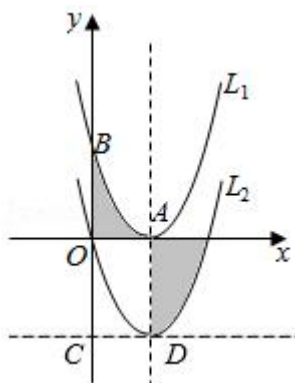
B. 2

C. 3

D. 4

【分析】根据题意可推出 $OB = 2$ ， $OA = 1$ ， $AD = OC = 2$ ，根据平移的性质及抛物线的对称性可知阴影部分的面积等于矩形 $OCDA$ 的面积，利用矩形的面积公式进行求解即可.

【解答】解：如图所示，



过抛物线 L_2 的顶点 D 作 $CD \parallel x$ 轴，与 y 轴交于点 C ，

则四边形 $OCDA$ 是矩形，

$\because$ 抛物线 $L_1: y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 与 x 轴只有一个公共点 $A(1, 0)$ ，与 y 轴交于点 $B(0, 2)$ ，

$\therefore OB = 2, OA = 1$ ，

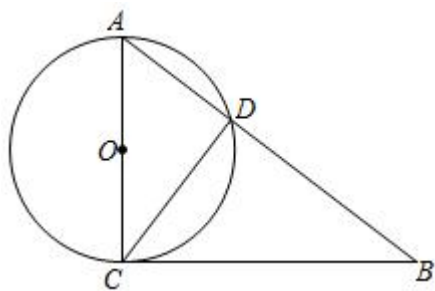
将抛物线 L_1 向下平移两个单位长度得抛物线 L_2 ，则 $AD = OC = 2$ ，

根据平移的性质及抛物线的对称性得到阴影部分的面积等于矩形 $OCDA$ 的面积，

$\therefore S_{\text{阴影部分}} = S_{\text{矩形 } OCDA} = OA \cdot AD = 1 \times 2 = 2$ 。

故选：B。

8. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 6$ ， $BC = 8$ ，若以 AC 为直径的 $\odot O$ 交 AB 于点 D ，则 CD 的长为（ ）



A. $\frac{12}{5}$

B. $\frac{13}{5}$

C. $\frac{24}{5}$

D. 5

【分析】由圆周角定理得到 $CD \perp AB$ ，所以利用勾股定理首先求得 AB 的长度；然后利用等面积法来求 CD 的长度即可。

【解答】解： $\because$ 以 AC 为直径的 $\odot O$ 交 AB 于点 D ，

$\therefore \angle ADC = 90^\circ$ ，即 $CD \perp AB$ 。

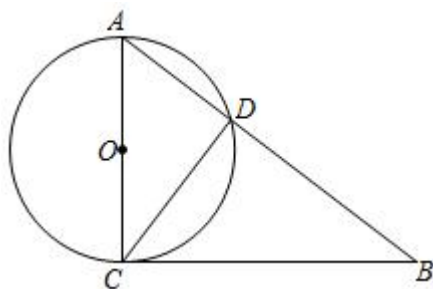
在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 6$ ， $BC = 8$ ，

则由勾股定理得到: $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$.

$$\therefore \frac{1}{2}AC \cdot BC = \frac{1}{2}AB \cdot CD, \text{ 即 } \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = \frac{1}{2} \times 10 \cdot CD.$$

$$\text{故 } CD = \frac{24}{5}.$$

故选: C.



9. 已知直线 $y = -x + 1$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 A 、 B 两点, 点 P 是第一象限内的点, 若 $\triangle PAB$ 为等腰直角三角形, 则点 P 的坐标为 ()

- A. (1, 1)
B. (1, 1) 或 (1, 2)
C. (1, 1) 或 (1, 2) 或 (2, 1)
D. (0, 0) 或 (1, 1) 或 (1, 2) 或 (2, 1)

【分析】 先根据一次函数解析式求出 A 、 B 两点的坐标, 然后根据已知条件, 进行分类讨论分别求出点 P 的坐标.

【解答】 解: 直线 $y = -x + 1$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 A 、 B 两点,

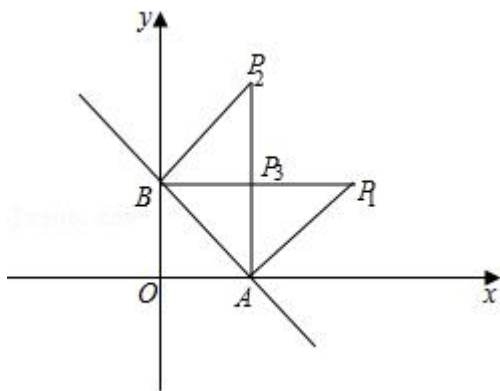
当 $y = 0$ 时, $x = 1$, 当 $x = 0$ 时, $y = 1$;

故 A 、 B 两点坐标分别为 $A(1, 0)$, $B(0, 1)$,

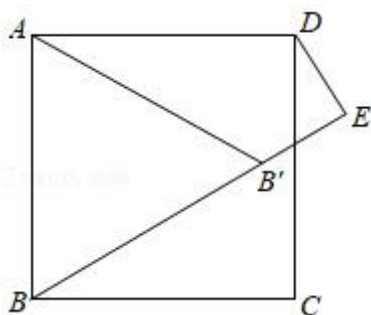
$\because$ 点 P 是第一象限内的点且 $\triangle PAB$ 为等腰直角三角形,

- ①当 $\angle PAB = 90^\circ$ 时, P 点坐标为 (2, 1);
②当 $\angle PBA = 90^\circ$ 时, P 点坐标为 (1, 2);
③当 $\angle APB = 90^\circ$ 时, P 点坐标为 (1, 1);

故选: C.



10. 如图，在边长为 2 的正方形 $ABCD$ 中，若将 AB 绕点 A 逆时针旋转 60° ，使点 B 落在点 B' 的位置，连接 BB' ，过点 D 作 $DE \perp BB'$ ，交 BB' 的延长线于点 E ，则 $B'E$ 的长为（ ）



- A. $\sqrt{3}-1$ B. $2\sqrt{3}-2$ C. $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ D. $\frac{4}{3}\sqrt{3}$

【分析】分别延长 AD 和 BE 交于点 F ，利用特殊角三角函数求出 EF 的长，根据 $\triangle ABB'$ 是等边三角形，求出 $B'E = BF - BB' - EF$ 即可。

【解答】解：分别延长 AD 和 BE 交于点 F ，

由题知， $AB = 2$ ， $\angle ABF = 60^\circ$ ，

$$\therefore BF = AB \div \cos 60^\circ = 2 \div \frac{1}{2} = 4, \quad AF = BF \cdot \cos 60^\circ = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}, \quad \angle F = 90^\circ - \angle ABF = 30^\circ,$$

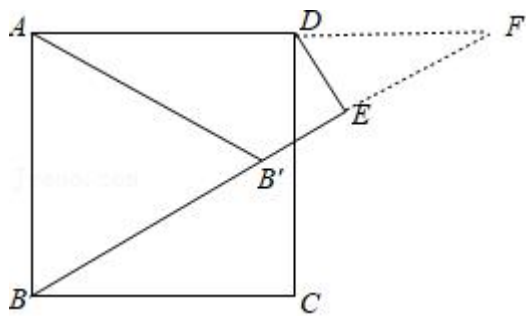
$$\therefore DF = AF - AD = 2\sqrt{3} - 2,$$

$$\therefore EF = DF \cdot \cos \angle F = (2\sqrt{3} - 2) \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3 - \sqrt{3},$$

由题知， $\triangle ABB'$ 是等边三角形，

$$\therefore B'E = BF - BB' - EF = 4 - 2 - (3 - \sqrt{3}) = \sqrt{3} - 1,$$

故选：A.



二. 填空题 (共 8 小题)

11. 目前我国建成世界上规模最大的社会保障体系, 截止 2020 年 12 月底, 基本医疗保险覆盖超过 13 亿人, 覆盖 94.6% 以上的人口. 在这里, 1300000000 用科学记数法表示为 1.3×10^9 .

【分析】 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 ≥ 10 时, n 是正整数.

【解答】 解: $1300000000 = 1.3 \times 10^9$.

故答案为: 1.3×10^9 .

12. 分解因式: $4ax^2 - 4ay^2 = \underline{4a(x-y)(x+y)}$.

【分析】 首先提取公因式 $4a$, 再利用平方差公式分解因式即可.

【解答】 解: $4ax^2 - 4ay^2 = 4a(x^2 - y^2)$
 $= 4a(x-y)(x+y)$.

故答案为: $4a(x-y)(x+y)$.

13. 黔东南州某校金今年春季开展体操活动, 小聪收集、整理了成绩突出的甲、乙两队队员 (各 50 名) 的身高得到: 平均身高 (单位: cm) 分别为: $\bar{x}_{甲} = 160$, $\bar{x}_{乙} = 162$. 方差分别为: $S_{甲}^2 = 1.5$, $S_{乙}^2 = 2.8$. 现要从甲、乙两队中选出身高比较整齐的一个队参加上一级的体操比赛, 根据上述数据, 应该选择 甲队. (填写 “甲队” 或 “乙队”)

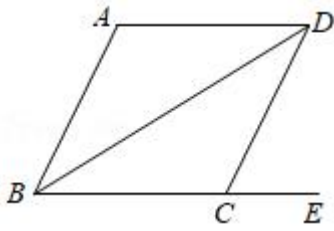
【分析】 根据方差的意义求解即可.

【解答】 解: $\because S_{甲}^2 = 1.5$, $S_{乙}^2 = 2.8$,
 $\therefore S_{甲}^2 < S_{乙}^2$,
 $\therefore$ 甲队身高比较整齐,

故答案为: 甲队.

14. 如图, BD 是菱形 $ABCD$ 的一条对角线, 点 E 在 BC 的延长线上, 若 $\angle ADB = 32^\circ$, 则

$\angle DCE$ 的度数为 64 度.



【分析】 根据菱形的性质可得 $BC = CD$, $AD \parallel BC$, 得到 $\angle CBD = \angle BDC = \angle ADB$, 利用外角性质可得.

【解答】 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 为菱形,

$$\therefore BC = CD, AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle CBD = \angle BDC, \angle CBD = \angle ADB = 32^\circ,$$

$$\therefore \angle CBD = \angle BDC = 32^\circ,$$

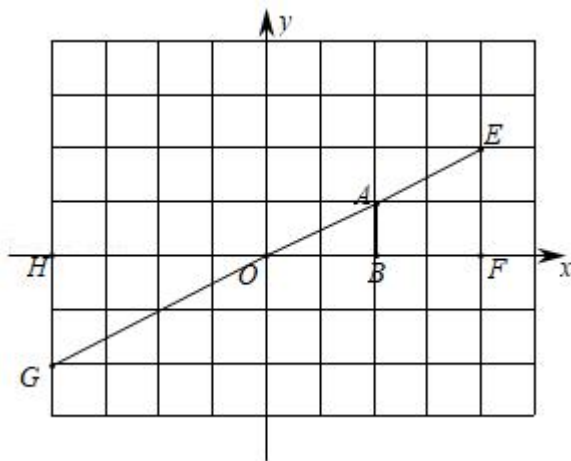
$$\therefore \angle DCE = \angle CBD + \angle BDC = 64^\circ,$$

故答案为: 64.

15. 已知在平面直角坐标系中, $\triangle AOB$ 的顶点分别为点 $A(2, 1)$ 、点 $B(2, 0)$ 、点 $O(0, 0)$, 若以原点 O 为位似中心, 相似比为 2, 将 $\triangle AOB$ 放大, 则点 A 的对应点的坐标为 $(4, 2)$ 或 $(-4, -2)$.

【分析】 根据位似变换的定义, 作出图形, 可得结论.

【解答】 解: 如图, 观察图象可知, 点 A 的对应点的坐标为 $(4, 2)$ 或 $(-4, -2)$.



16. 不等式组 $\begin{cases} 5x+2 > 3(x-1) \\ \frac{1}{2}x-1 \leq 7-\frac{3}{2}x \end{cases}$ 的解集是 $-\frac{5}{2} < x \leq 4$.

【分析】 分别求出各不等式的解集, 再求出其公共解集.

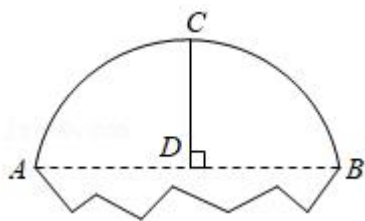
【解答】解：解不等式 $5x+2>3(x-1)$ ，得： $x>-\frac{5}{2}$ ，

解不等式 $\frac{1}{2}x-1\leq 7-\frac{3}{2}x$ ，得： $x\leq 4$ ，

则不等式组的解集为 $-\frac{5}{2}<x\leq 4$ ，

故答案为 $-\frac{5}{2}<x\leq 4$ ．

17. 小明很喜欢钻研问题，一次数学杨老师拿来一个残缺的圆形瓦片（如图所示）让小明求瓦片所在圆的半径，小明连接瓦片弧线两端 AB ，量的弧 AB 的中心 C 到 AB 的距离 $CD=1.6\text{cm}$ ， $AB=6.4\text{cm}$ ，很快求得圆形瓦片所在圆的半径为 4 cm ．



【分析】先根据垂径定理的推论得到 CD 过圆心， $AD=BD=3.2\text{cm}$ ，设圆心为 O ，连接 OA ，如图，设 $\odot O$ 的半径为 $R\text{cm}$ ，则 $OD=(R-1.6)\text{cm}$ ，利用勾股定理得到 $(R-1.6)^2+3.2^2=R^2$ ，然后解方程即可．

【解答】解： $\because C$ 点 $\widehat{AB}$ 的中点， $CD\perp AB$ ，

$\therefore CD$ 过圆心， $AD=BD=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times 6.4=3.2(\text{cm})$ ，

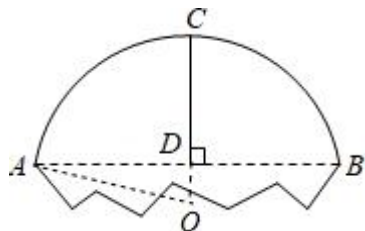
设圆心为 O ，连接 OA ，如图，

设 $\odot O$ 的半径为 $R\text{cm}$ ，则 $OD=(R-1.6)\text{cm}$ ，

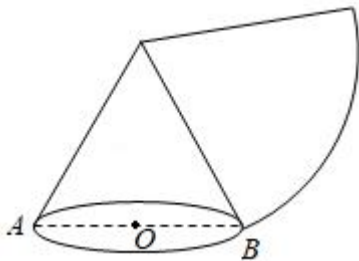
在 $\text{Rt}\triangle OAD$ 中， $(R-1.6)^2+3.2^2=R^2$ ，解得 $R=4(\text{cm})$ ，

所以圆形瓦片所在圆的半径为 4cm ．

故答案为 4．



18. 如图，要用一个扇形纸片围成一个无底盖的圆锥（接缝处忽略不计），若该圆锥的底面圆周长为 $20\pi\text{cm}$ ，侧面积为 $240\pi\text{cm}^2$ ，则这个扇形的圆心角的度数是 150 度．



【分析】根据扇形面积公式求出圆锥的母线长，再根据弧长公式计算，得到答案．

【解答】解：设圆锥的母线长为 $l\text{cm}$ ，扇形的圆心角为 n° ，

$\because$ 圆锥的底面圆周长为 $20\pi\text{cm}$ ，

$\therefore$ 圆锥的侧面展开图扇形的弧长为 $20\pi\text{cm}$ ，

由题意得： $\frac{1}{2} \times 20\pi \times l = 240\pi$ ，

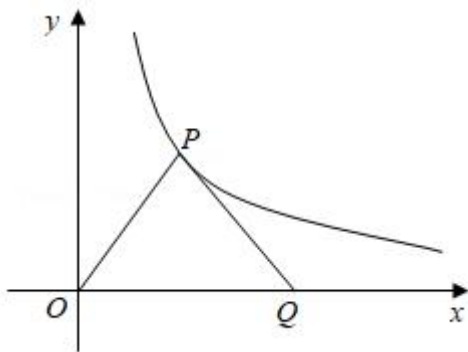
解得： $l = 24$ ，

则 $\frac{n\pi \times 24}{180} = 20\pi$ ，

解得， $n = 150$ ，即扇形的圆心角为 150° ，

故答案为：150．

19 如图，若反比例函数 $y = \frac{\sqrt{3}}{x}$ 的图象经过等边三角形 POQ 的顶点 P ，则 $\triangle POQ$ 的边长为 _____．



【考点】反比例函数图象上点的坐标特征；等边三角形的性质．

【专题】反比例函数及其应用；运算能力．

【答案】2．

【分析】如图，过点 P 作 x 轴的垂线于 M ，设 $P(a, \frac{\sqrt{3}}{a})$ ，则 $OM = a$ ， $PM = \frac{\sqrt{3}}{a}$ ，根据等边三角形三线合一的性质得： $OQ = OP = 2a$ ，在 $\text{Rt}\triangle OPM$ 中，根据勾股定理求得 $PM = \sqrt{3}a$ ，从而得到方程 $\frac{\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3}a$ ，解得 $a = 1$ ，所以 $\triangle POQ$ 的边长为 $OQ = 2a = 2$ ．

【解答】解：如图，过点 P 作 x 轴的垂线于 M ，

$\because \triangle POQ$ 为等边三角形，

$$\therefore OP = OQ, OM = QM = \frac{1}{2}OQ,$$

设 $P(a, \frac{\sqrt{3}}{a})$,

$$\text{则 } OM = a, OQ = OP = 2a, PM = \frac{\sqrt{3}}{a},$$

在 $\text{Rt}\triangle OPM$ 中，

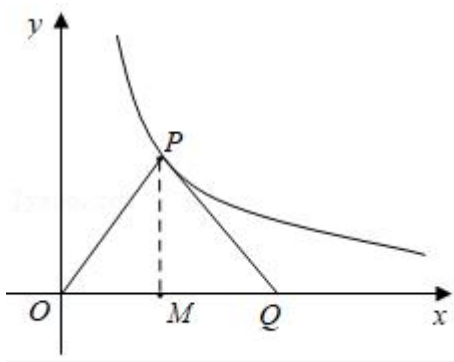
$$PM = \sqrt{OP^2 - OM^2} = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = \sqrt{3}a,$$

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3}a,$$

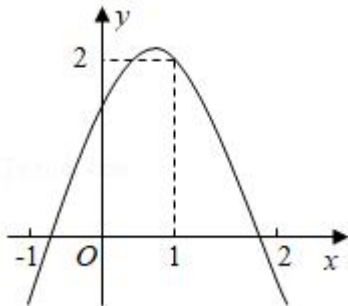
$$\therefore a = 1 \text{ (负值舍去)},$$

$$\therefore OQ = 2a = 2,$$

故答案为：2.



- 20 如图，二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的函数图象经过点 $(1, 2)$ ，且与 x 轴交点的横坐标分别为 x_1 、 x_2 ，其中 $-1 < x_1 < 0$ ， $1 < x_2 < 2$ ，下列结论：① $abc > 0$ ；② $2a + b < 0$ ；③ $4a - 2b + c > 0$ ；④当 $x = m$ ($1 < m < 2$) 时， $am^2 + bm < 2 - c$ ；⑤ $b > 1$ ，其中正确的有 ____。（填写正确的序号）



【考点】二次函数图象与系数的关系；二次函数图象上点的坐标特征；抛物线与 x 轴的交点.

【专题】二次函数图象及其性质；推理能力.

【答案】②④⑤.

【分析】根据二次函数的开口方向、对称轴、与 x 轴、 y 轴的交点坐标以及过特殊点时系数 a 、 b 、 c 满足的关系等知识进行综合判断即可.

【解答】解：抛物线开口向下， $a < 0$ ，对称轴在 y 轴的右侧， a 、 b 异号，因此 $b > 0$ ，与 y 轴的交点在正半轴， $c > 0$ ，

所以 $abc < 0$ ，故①错误；

对称轴在 $0 \sim 1$ 之间，于是有 $0 < -\frac{b}{2a} < 1$ ，又 $a < 0$ ，所以 $2a+b < 0$ ，故②正确；

当 $x = -2$ 时， $y = 4a - b + c < 0$ ，故③错误；

当 $x = m$ ($1 < m < 2$) 时， $y = am^2 + bm + c < 2$ ，所以 $am^2 + bm < 2 - c$ ，故④正确；

当 $x = -1$ 时， $y = a - b + c < 0$ ，当 $x = 1$ 时， $y = a + b + c = 2$ ，所以 $-2b < -2$ ，即 $b > 1$ ，故⑤正确；

综上所述，正确的结论有：②④⑤，

故答案为：②④⑤.

21 (1) 计算： $2\cos 30^\circ - 2^{-1} - \sqrt{12} - |\sqrt{3}-2| + (3.14-\pi)^0$ ；

(2) 先化简： $\frac{x^2+3x}{x^2-4x+4} \div \frac{x+3}{x-2} \cdot \frac{x^2-4}{x}$ ，然后 x 从 0、1、2 三个数中选一个你认为合适的数代入求值.

【考点】实数的运算；分式的化简求值；零指数幂；负整数指数幂；特殊角的三角函数值.

【专题】计算题；分式；运算能力.

【答案】(1) $-\frac{3}{2}$;

(2) $x+2$, 3.

【分析】(1) 根据实数的运算，零指数幂，负整数指数幂，特殊角的三角函数值进行计算即可；

(2) 根据分式的化简求值即可得结果.

【解答】解：(1) 原式 = $2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} - 2\sqrt{3} - (2-\sqrt{3}) + 1 = -\frac{3}{2}$;

(2) 原式 = $\frac{x(x+3)}{(x-2)^2} \cdot \frac{x-2}{x+3} \cdot \frac{(x+2)(x-2)}{x}$

$$=x+2,$$

$\therefore x$ 取 0 或 2 时, 原式无意义,

$\therefore x$ 只能取 1,

当 $x=1$ 时, 原式 $=3$.

22 为庆祝中国共产党建党 100 周年, 某校开展了“党在我心中”党史知识竞赛, 竞赛得分为整数, 王老师为了解竞赛情况, 随机抽取了部分参赛学生的得分并进行整理, 绘制成不完整的统计图表.

组别	成绩 x (分)	频数
A	$75.5 \leq x < 80.5$	6
B	$80.5 \leq x < 85.5$	14
C	$85.5 \leq x < 90.5$	m
D	$90.5 \leq x < 95.5$	n
E	$95.5 \leq x < 100.5$	p

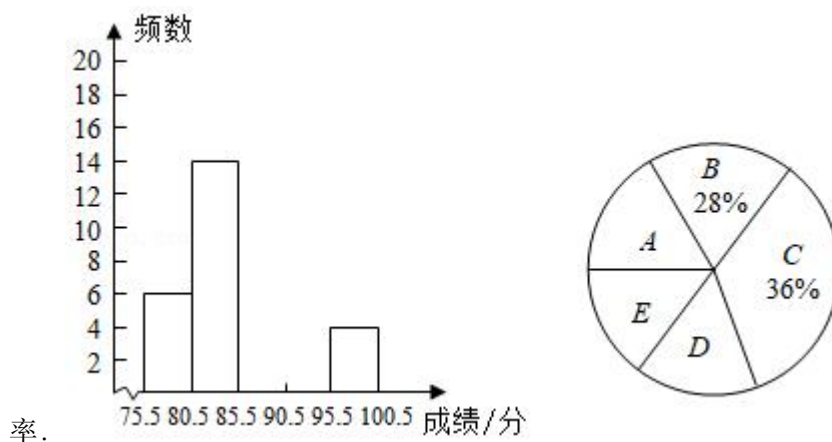
请你根据统计图表提供的信息解答下列问题:

(1) 上表中的 $m = \underline{\quad}$, $n = \underline{\quad}$, $p = \underline{\quad}$.

(2) 这次抽样调查的成绩的中位数落在哪个组? 请补全频数分布直方图.

(3) 已知该校有 1000 名学生参赛, 请估计竞赛成绩在 90 分以上的学生有多少人?

(4) 现要从 E 组随机抽取两名学生参加上级部门组织的党史知识竞赛, E 组中的小丽和小洁是一对好朋友, 请用列表或画树状图的方法求出恰好抽到小丽和小洁的概率.



【考点】全面调查与抽样调查; 用样本估计总体; 频数(率)分布表; 频数(率)分布直方图; 加权平均数; 中位数; 列表法与树状图法.

【专题】统计的应用；概率及其应用；数据分析观念；推理能力.

【答案】(1) 18, 8, 4;

(2) C 组, 图形见解析;

(3) 240 人;

(4) 18, 8, 4;

【分析】(1) 由 B 组的人数和所占百分比求出抽取的学生人数, 即可解决问题;

(2) 由中位数的定义求出中位数落在 C 组, 再由 (1) 的结果补全频数分布直方图即可;

(3) 由该校参赛人数乘以竞赛成绩在 90 分以上的学生所占的比例即可;

(4) 画树状图, 共有 12 种等可能的结果, 其中恰好抽到小丽和小洁的结果有 2 种, 再由概率公式求解即可.

【解答】解: (1) 抽取的学生人数为: $14 \div 28\% = 50$ (人),

$$\therefore m = 50 \times 36\% = 18,$$

由题意得: $p = 4$,

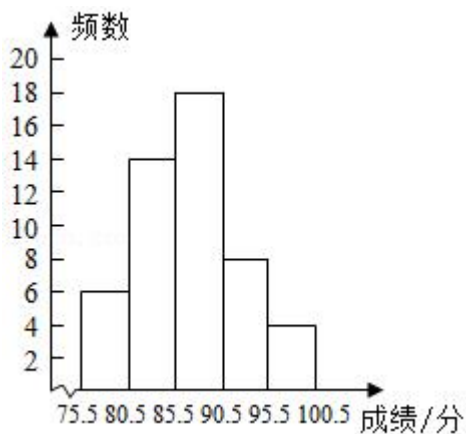
$$\therefore n = 50 - 6 - 14 - 18 - 4 = 8,$$

故答案为: 18, 8, 4;

$$(2) \because p+n+m = 4+8+18 = 30,$$

$\therefore$ 这次调查成绩的中位数落在 C 组;

补全频数分布直方图如下:

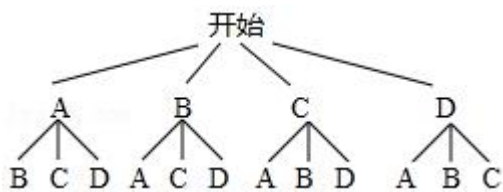


$$(3) 1000 \times \frac{8+4}{50} = 240 \text{ (人)},$$

即估计竞赛成绩在 90 分以上的学生有 240 人;

(4) 将“小丽”和“小洁”分别记为: A、B, 另两个同学分别记为: C、D

画树状图如下:



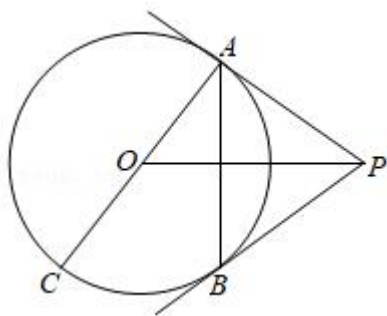
共有 12 种等可能的结果，其中恰好抽到小丽和小洁的结果有 2 种，

$\therefore$ 恰好抽到小丽和小洁的概率为： $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

23 如图， PA 是以 AC 为直径的 $\odot O$ 的切线，切点为 A ，过点 A 作 $AB \perp OP$ ，交 $\odot O$ 于点 B 。

(1) 求证： PB 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 若 $AB = 6$ ， $\cos \angle PAB = \frac{3}{5}$ ，求 PO 的长。



【考点】勾股定理；垂径定理；圆周角定理；切线的判定与性质；解直角三角形。

【专题】证明题；与圆有关的位置关系；运算能力；推理能力。

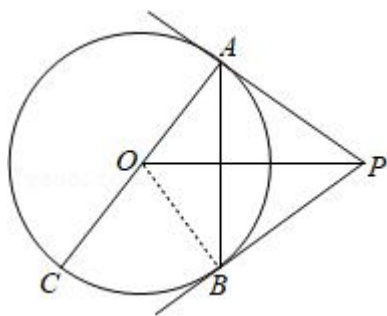
【答案】(1) 证明过程见解析；

(2) $\frac{25}{4}$ 。

【分析】(1) 连接 OB ，证明 $\triangle PAO \cong \triangle PBO$ (SAS)，由全等三角形的性质得出 $\angle PBO = \angle PAO = 90^\circ$ ，则可得出结论；

(2) 设 OP 与 AB 交于点 D 。求出 $PA = 5$ ，由勾股定理求出 $PD = 4$ ，由锐角三角函数的定义可求出答案。

【解答】(1) 证明：连接 OB ，



$\because PA$ 是以 AC 为直径的 $\odot O$ 的切线，切点为 A ，

$$\therefore \angle PAO = 90^\circ,$$

$$\because OA = OB, AB \perp OP,$$

$$\therefore \angle POA = \angle POB,$$

在 $\triangle PAO$ 和 $\triangle PBO$ 中,

$$\begin{cases} AO=OB \\ \angle POA=\angle POB, \\ OP=OP \end{cases}$$

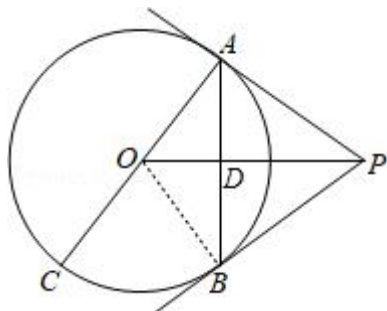
$$\therefore \triangle PAO \cong \triangle PBO \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle PBO = \angle PAO = 90^\circ,$$

即 $OB \perp PB$,

$\therefore PB$ 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 解: 设 OP 与 AB 交于点 D .



$$\because AB \perp OP, AB = 6,$$

$$\therefore DA = DB = 3, \angle PDA = \angle PDB = 90^\circ,$$

$$\because \cos \angle PAB = \frac{3}{5} = \frac{DA}{PA} = \frac{3}{PA},$$

$$\therefore PA = 5,$$

$$\therefore PD = \sqrt{PA^2 - AD^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$$

$$\text{在 Rt}\triangle APD \text{ 和 Rt}\triangle APO \text{ 中, } \cos \angle APD = \frac{PD}{PA}, \cos \angle APD = \frac{PA}{PO},$$

$$\therefore \frac{PD}{PA} = \frac{PA}{PO},$$

$$\therefore PO = \frac{PA^2}{PD} = \frac{25}{4}.$$

24 黔东南州某销售公司准备购进 A 、 B 两种商品, 已知购进 3 件 A 商品和 2 件 B 商品, 需要 1100 元; 购进 5 件 A 商品和 3 件 B 商品, 需要 1750 元.

(1) 求 A 、 B 两种商品的进货单价分别是多少元?

(2) 若该公司购进 A 商品 200 件, B 商品 300 件, 准备把这些商品全部运往甲、乙两地

销售. 已知每件 A 商品运往甲、乙两地的运费分别为 20 元和 25 元; 每件 B 商品运往甲、乙两地的运费分别为 15 元和 24 元. 若运往甲地的商品共 240 件, 运往乙地的商品共 260 件.

①设运往甲地的 A 商品为 x (件), 投资总运费为 y (元), 请写出 y 与 x 的函数关系式;

②怎样调运 A 、 B 两种商品可使投资总费用最少? 最少费用是多少元? (投资总费用 = 购进商品的费用 + 运费)

【考点】二元一次方程组的应用; 一次函数的应用.

【专题】一次函数及其应用; 应用意识.

【答案】(1) A 商品的进货单价为 200 元, B 商品的进货单价为 250 元; (2) ① y 与 x 的函数关系式为 $y = 4x + 125040$; ②调运 240 件 B 商品到甲地, 调运 200 件 A 商品、60 件 B 商品到乙地总费用最小, 最小费用为 125040 元.

【分析】(1) 设 A 商品的进货单价为 x 元, B 商品的进货单价为 y 元, 根据购进 3 件 A 商品和 2 件 B 商品, 需要 1100 元; 购进 5 件 A 商品和 3 件 B 商品, 需要 1750 元列出方程组求解即可;

(2) ①设运往甲地的 A 商品为 x 件, 则设运往乙地的 A 商品为 $(200 - x)$ 件, 运往甲地的 B 商品为 $(240 - x)$ 件, 运往乙地的 B 商品为 $(60 + x)$ 件, 根据投资总费用 = 购进商品的费用 + 运费列出函数关系式即可; ②由自变量的取值范围是: $0 \leq x \leq 200$, 根据函数的性质判断最佳运输方案并求出最低费用.

【解答】解: (1) 设 A 商品的进货单价为 x 元, B 商品的进货单价为 y 元,

根据题意, 得
$$\begin{cases} 3x + 2y = 1100 \\ 5x + 3y = 1750 \end{cases},$$

解得:
$$\begin{cases} x = 200 \\ y = 250 \end{cases},$$

答: A 商品的进货单价为 200 元, B 商品的进货单价为 250 元;

(2) ①设运往甲地的 A 商品为 x 件, 则设运往乙地的 A 商品为 $(200 - x)$ 件,

运往甲地的 B 商品为 $(240 - x)$ 件, 运往乙地的 B 商品为 $(60 + x)$ 件,

则 $y = 200 \times 200 + 250 \times 300 + 20x + 25(200 - x) + 15(240 - x) + 24(60 + x) = 4x + 125040$,

$\therefore y$ 与 x 的函数关系式为 $y = 4x + 125040$;

②在 $y = 4x + 125040$ 中,

自变量的取值范围是: $0 \leq x \leq 200$,

$\because k = 4 > 0$,

$\therefore y$ 随 x 增大而增大.

当 $x = 0$ 时, y 取得最小值, $y_{\text{最小}} = 125040$ (元),

$\therefore$ 最佳调运方案为: 调运 240 件 B 商品到甲地, 调运 200 件 A 商品、60 件 B 商品到乙地, 最小费用为 125040 元.

答: 调运 240 件 B 商品到甲地, 调运 200 件 A 商品、60 件 B 商品到乙地总费用最小, 最小费用为 125040 元.

25 在四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 平分 $\angle BAD$.

【探究发现】

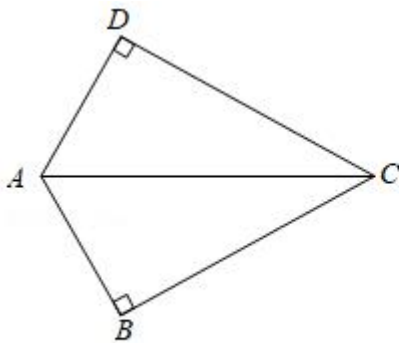
(1) 如图①, 若 $\angle BAD = 120^\circ$, $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$. 求证: $AD + AB = AC$;

【拓展迁移】

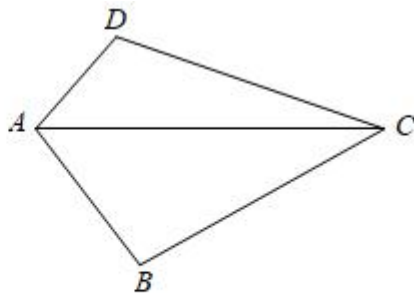
(2) 如图②, 若 $\angle BAD = 120^\circ$, $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$.

①猜想 AB 、 AD 、 AC 三条线段的数量关系, 并说明理由;

②若 $AC = 10$, 求四边形 $ABCD$ 的面积.



图①



图②

【考点】四边形综合题.

【专题】图形的全等; 推理能力.

【答案】(1) 见解答过程; (2) ① $AD + AB = AC$, ② $25\sqrt{3}$.

【分析】(1) 由题意可得 $\angle ACD = \angle ACB = 30^\circ$, 从而有 $AD = \frac{1}{2}AC$, $AB = \frac{1}{2}AC$. 则 $AD + AB = AC$;

(2) ①过点 C 分别作 $CE \perp AD$ 于 E , $CF \perp AB$ 于 F . 证 $\triangle CFB \cong \triangle CED$, 得 $FB = DE$, 则 $AD + AB = AD + FB + AF = AD + DE + AF = AE + AF$, 由 (1) 知: $AE + AF = AC$, 代入即可;

②将四边形 $ABCD$ 的面积转化为 $S_{\triangle ACD} + S_{\triangle ABC}$, 结合①的结论可解决问题.

【解答】解: (1) 证明: $\because AC$ 平分 $\angle BAD$, $\angle BAD = 120^\circ$,

$\therefore \angle DAC = \angle BAC = 60^\circ$

$$\because \angle ADC = \angle ABC = 90^\circ$$

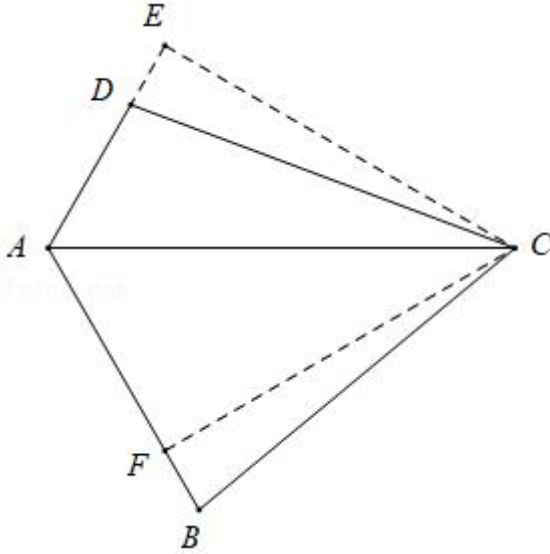
$$\therefore \angle ACD = \angle ACB = 30^\circ,$$

$$\therefore AD = \frac{1}{2}AC, \quad AB = \frac{1}{2}AC.$$

$$\therefore AD + AB = AC,$$

$$(2) \text{ ① } AD + AB = AC,$$

理由：过点 C 分别作 $CE \perp AD$ 于 E , $CF \perp AB$ 于 F .



$$\because AC \text{ 平分 } \angle BAD, \quad CE \perp AD \text{ 于 } E, \quad CF \perp AB,$$

$$\therefore CF = CE$$

$$\because \angle ABC + \angle ADC = 180^\circ, \quad \angle EDC + \angle ADC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle FBC = \angle EDC$$

在 $\triangle CED$ 和 $\triangle CFB$ 中,

$$\begin{cases} \angle CDE = \angle FBC \\ \angle E = \angle CFB \\ CE = CF \end{cases},$$

$$\therefore \triangle CFB \cong \triangle CED \text{ (AAS)},$$

$$\therefore FB = DE,$$

$$\therefore AD + AB = AD + FB + AF = AD + DE + AF = AE + AF,$$

在四边形 $AFCE$ 中, 由 (1) 题知: $AE + AF = AC$,

$$\therefore AD + AB = AC,$$

$$\text{②在 Rt}\triangle ACE \text{ 中, } \because AC \text{ 平分 } \angle BAD, \quad \angle BAD = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle BAC = 60^\circ,$$

又 $\because AC = 10$

$$\therefore CE = AC \sin \angle DAC = 10 \sin 60^\circ = 5\sqrt{3},$$

$$\because CF = CE, AD + AB = AC,$$

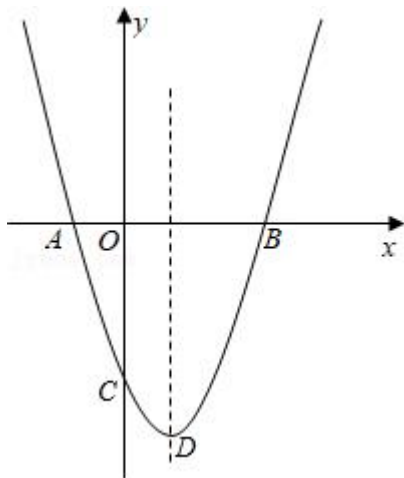
$$\begin{aligned} \therefore S_{\text{四边形}ABCD} &= \frac{1}{2}AD \cdot CE + \frac{1}{2}AB \cdot CF = \frac{1}{2}(AD + AB) \cdot CE \\ &= \frac{1}{2}AC \cdot CE = \frac{1}{2} \times 10 \times 5\sqrt{3} = 25\sqrt{3}. \end{aligned}$$

26 如图, 抛物线 $y = ax^2 - 2x + c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于 A 、 $B(3, 0)$ 两点, 与 y 轴交于点 $C(0, -3)$, 抛物线的顶点为 D .

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 点 P 在抛物线的对称轴上, 点 Q 在 x 轴上, 若以点 P 、 Q 、 B 、 C 为顶点, BC 为边的四边形为平行四边形, 请直接写出点 P 、 Q 的坐标;

(3) 已知点 M 是 x 轴上的动点, 过点 M 作 x 的垂线交抛物线于点 G , 是否存在这样的点 M , 使得以点 A 、 M 、 G 为顶点的三角形与 $\triangle BCD$ 相似, 若存在, 请求出点 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



【考点】二次函数综合题.

【专题】代数几何综合题; 多边形与平行四边形; 图形的相似; 数据分析观念.

【答案】(1) $y = x^2 - 2x - 3$; (2) 点 P 、 Q 的坐标分别为 $(1, -3)$ 、 $(4, 0)$ 或 $(1, 3)$ 、 $(-2, 0)$; (3) 点 M 的坐标为: $(0, 0)$ 或 $(\frac{8}{3}, 0)$ 或 $(6, 0)$ 或 $(\frac{10}{3}, 0)$.

【分析】(1) 用待定系数法即可求解;

(2) 当以点 P 、 Q 、 B 、 C 为顶点, BC 为边的四边形为平行四边形时, 点 C 向右平移 3 个单位向上平移 3 个单位得到点 B , 同样 $P(Q)$ 向右平移 3 个单位向上平移 3 个单位得

到点 $Q(P)$, 即可求解;

(3) 要使以 A, M, G 为顶点得三角形与 $\triangle BCD$ 相似, 需要满足条件: $\frac{AM}{MG} = \frac{BC}{CD}$ 或 $\frac{AM}{MG} = \frac{CD}{BC}$,

进而求解.

【解答】解: (1) 将点 $B(3, 0), C(0, -3)$ 分别代入 $y = ax^2 - 2x + c$ 中, 得: $\begin{cases} 9a - 2 \times 3 + c = 0 \\ c = -3 \end{cases}$,

解得 $\begin{cases} a = 1 \\ c = -3 \end{cases}$,

$\therefore$ 抛物线得函数关系为 $y = x^2 - 2x - 3$;

(2) 由抛物线的表达式知, 其对称轴为 $x = -\frac{b}{2a} = 1$,

故设点 $P(1, m)$,

设点 $Q(x, 0)$,

当以点 P, Q, B, C 为顶点, BC 为边的四边形为平行四边形时,

点 C 向右平移 3 个单位向上平移 3 个单位得到点 B , 同样 $P(Q)$ 向右平移 3 个单位向上平移 3 个单位得到点 $Q(P)$,

则 $1 \pm 3 = x$ 且 $m \pm 3 = 0$,

解得 $\begin{cases} m = -3 \\ x = 4 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} m = 3 \\ x = -2 \end{cases}$,

故点 P, Q 的坐标分别为 $(1, -3), (4, 0)$ 或 $(1, 3), (-2, 0)$;

(3) 当 $y = 0$ 时, $x^2 - 2x - 3 = 0$, 解得: $x_1 = -1, x_2 = 3$,

$\therefore A(-1, 0)$,

又 $y = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4$,

$\therefore$ 抛物线得顶点 D 得坐标为 $(1, -4)$,

$\therefore C(0, -3), B(3, 0), D(1, -4)$,

$\therefore BD^2 + 2^2 + 4^2 = 20, CD^2 = 1^2 + 1^2, BC^2 = 3^2 + 3^2$,

$\therefore BD^2 = CD^2 + BC^2$,

$\therefore \triangle BDC$ 是直角三角形, 且 $\angle BCD = 90^\circ$,

设点 M 得坐标 $(m, 0)$, 则点 G 得坐标为 $(m, m^2 - 2m - 3)$,

根据题意知: $\angle AMG = \angle BCD = 90^\circ$,

∴要使以 A 、 M 、 G 为顶点得三角形与 $\triangle BCD$ 相似，需要满足条件： $\frac{AM}{MG} = \frac{BC}{CD}$ 或 $\frac{AM}{MG} = \frac{CD}{BC}$ ，

$$\textcircled{1} \text{ 当 } m < -1 \text{ 时，此时有： } \frac{-1-m}{m^2-2m-3} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \text{ 或 } \frac{-1-m}{m^2-2m-3} = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}},$$

解得： $m_1 = \frac{8}{3}$ ， $m_2 = -1$ 或 $m_1 = 0$ ， $m_2 = -1$ ，都不符合 $m < -1$ ，所以 $m < -1$ 时无解；

$$\textcircled{2} \text{ 当 } -1 < m \leq 3 \text{ 时，此时有： } \frac{m+1}{-(m^2-2m-3)} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \text{ 或 } \frac{m+1}{-(m^2-2m-3)} = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}},$$

解得： $m_1 = \frac{8}{3}$ ， $m_2 = -1$ （不符合要求，舍去）或 $m_1 = 0$ ， $m_2 = -1$ （不符合要求，舍去），

∴ $M(\frac{8}{3}, 0)$ 或 $M(0, 0)$ ，

$$\textcircled{3} \text{ 当 } m > 3 \text{ 时，此时有： } \frac{m+1}{m^2-2m-3} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \text{ 或 } \frac{m+1}{m^2-2m-3} = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}},$$

解得： $m_1 = \frac{10}{3}$ ， $m_2 = -1$ （不符合要求，舍去）或 $m_1 = 6$ ， $m_2 = -1$ （不符合要求，舍去），

∴点 $M(6, 0)$ 或 $M(\frac{10}{3}, 0)$ ，

答：存在点 M ，使得 A 、 M 、 G 为顶点得三角形与 $\triangle BCD$ 相似，点 M 的坐标为： $M(0, 0)$ 或 $M(\frac{8}{3}, 0)$ 或 $M(6, 0)$ 或 $M(\frac{10}{3}, 0)$ 。