

2019 年四川省自贡市中考数学试卷

一、选择题[共 12 个小题，每小题 4 分，共 48 分，在每题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1. (4 分) -2019 的倒数是 ()

- A. -2019 B. $-\frac{1}{2019}$ C. $\frac{1}{2019}$ D. 2019

2. (4 分) 近年来，中国高铁发展迅速，高铁技术不断走出国门，成为展示我国实力的新名片．现在中国高速铁路营运里程将达到 23000 公里，将 23000 用科学记数法表示应为 ()

- A. 2.3×10^4 B. 23×10^3 C. 2.3×10^3 D. 0.23×10^5

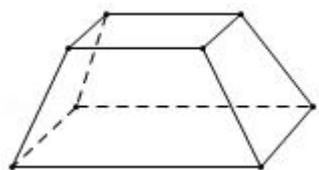
3. (4 分) 下列图案中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



4. (4 分) 在 5 轮“中国汉字听写大赛”选拔赛中，甲、乙两位同学的平均分都是 90 分，甲的成绩方差是 15，乙的成绩方差是 3，下列说法正确的是 ()

- A. 甲的成绩比乙的成绩稳定
B. 乙的成绩比甲的成绩稳定
C. 甲、乙两人的成绩一样稳定
D. 无法确定甲、乙的成绩谁更稳定

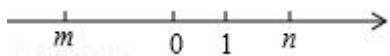
5. (4 分) 如图是一个水平放置的全封闭物体，则它的俯视图是 ()



6. (4 分) 已知三角形的两边长分别为 1 和 4，第三边长为整数，则该三角形的周长为 ()

- A. 7 B. 8 C. 9 D. 10

7. (4分) 实数 m , n 在数轴上对应点的位置如图所示, 则下列判断正确的是 ()

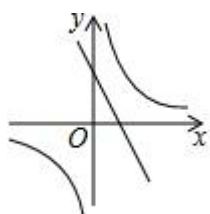


- A. $|m| < 1$ B. $1 - m > 1$ C. $mn > 0$ D. $m+1 > 0$

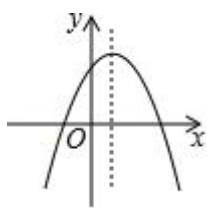
8. (4分) 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 无实数根, 则实数 m 的取值范围是 ()

- A. $m < 1$ B. $m \geq 1$ C. $m \leq 1$ D. $m > 1$

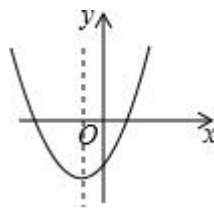
9. (4分) 一次函数 $y = ax + b$ 与反比例函数 $y = \frac{c}{x}$ 的图象如图所示, 则二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的大致图象是 ()



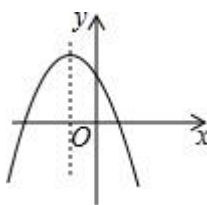
A.



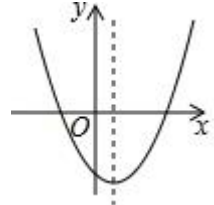
B.



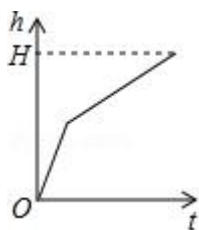
C.



D.



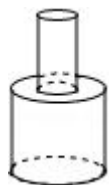
10. (4分) 均匀的向一个容器内注水, 在注满水的过程中, 水面的高度 h 与时间 t 的函数关系如图所示, 则该容器是下列四个中的 ()



A.



B.



C.



D.

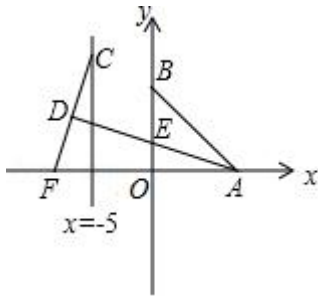


11. (4分) 图中有两张型号完全一样的折叠式饭桌，将正方形桌面边上的四个弓形面板翻折起来后，就能形成一个圆形桌面（可近似看作正方形的外接圆），正方形桌面与翻折成的圆形桌面的面积之比最接近（ ）



- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

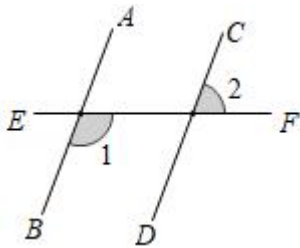
12. (4分) 如图，已知 A 、 B 两点的坐标分别为 $(8, 0)$ 、 $(0, 8)$ ，点 C 、 F 分别是直线 $x = -5$ 和 x 轴上的动点， $CF = 10$ ，点 D 是线段 CF 的中点，连接 AD 交 y 轴于点 E ，当 $\triangle ABE$ 面积取得最小值时， $\tan \angle BAD$ 的值是（ ）



- A. $\frac{8}{17}$ B. $\frac{7}{17}$ C. $\frac{4}{9}$ D. $\frac{5}{9}$

二、填空题（共 6 个小题，每小题 4 分，共 24 分）

13. (4分) 如图，直线 AB 、 CD 被直线 EF 所截， $AB \parallel CD$ ， $\angle 1 = 120^\circ$ ，则 $\angle 2 =$ _____.



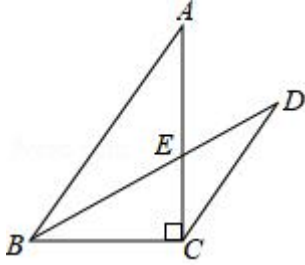
14. (4分) 在一次有 12 人参加的数学测试中，得 100 分、95 分、90 分、85 分、75 分的人数分别是 1、3、4、2、2，那么这组数据的众数是_____分.

15. (4分) 分解因式： $2x^2 - 2y^2 =$ _____.

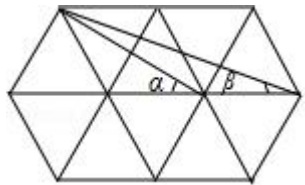
16. (4分) 某活动小组购买了 4 个篮球和 5 个足球，一共花费了 466 元，其中篮球的单价比足球的单价多 4 元，求篮球的单价和足球的单价. 设篮球的单价为 x 元，足球的单价

为 y 元，依题意，可列方程组为_____.

17. (4分) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AB = 10$ ， $BC = 6$ ， $CD \parallel AB$ ， $\angle ABC$ 的平分线 BD 交 AC 于点 E ， $DE =$ _____.



18. (4分) 如图，在由 10 个完全相同的正三角形构成的网格图中， $\angle \alpha$ 、 $\angle \beta$ 如图所示，则 $\cos(\alpha + \beta) =$ _____.



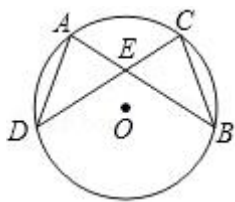
三、解答题 (共 8 个题，共 78 分)

19. (8分) 计算： $|-3| - 4\sin 45^\circ + \sqrt{8} + (\pi - 3)^0$

20. (8分) 解方程： $\frac{x}{x-1} - \frac{2}{x} = 1$.

21. (8分) 如图， $\odot O$ 中，弦 AB 与 CD 相交于点 E ， $AB = CD$ ，连接 AD 、 BC .

求证：(1) $\widehat{AD} = \widehat{BC}$ ；(2) $AE = CE$.



22. (8分) 某校举行了自贡市创建全国文明城市知识竞赛活动，初一年级全体同学参加了知识竞赛.

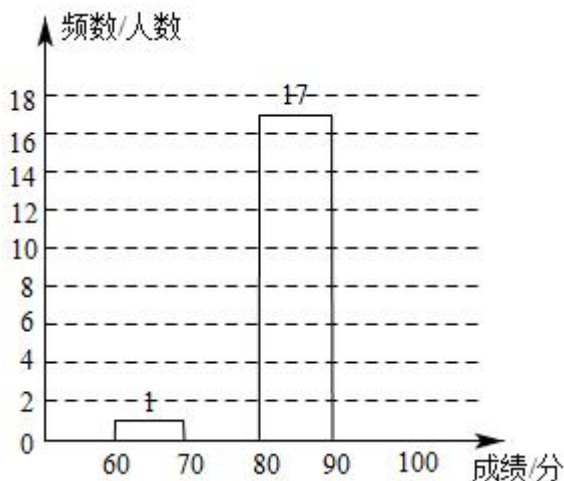
收集数据：现随机抽取了初一年级 30 名同学的“创文知识竞赛”成绩，分数如下 (单位：分)：

90 85 68 92 81 84 95 93 87 89 78 99 89 85 97

88 81 95 86 98 95 93 89 86 84 87 79 85 89 82

整理分析数据：

成绩 x (单位: 分)	频数 (人数)
$60 \leq x < 70$	1
$70 \leq x < 80$	_____
$80 \leq x < 90$	17
$90 \leq x < 100$	_____



(1) 请将图表中空缺的部分补充完整；

(2) 学校决定表彰“创文知识竞赛”成绩在 90 分及其以上的同学. 根据上面统计结果估计该校初一年级 360 人中, 约有多少人将获得表彰；

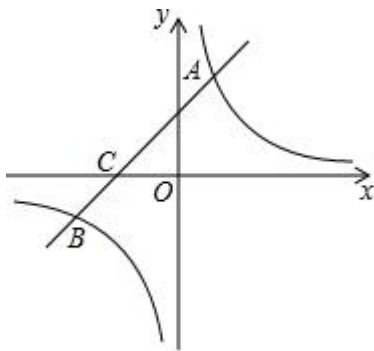
(3) “创文知识竞赛”中, 受到表彰的小红同学得到了印有龚扇、剪纸、彩灯、恐龙图案的四枚纪念章, 她从中选取两枚送给弟弟, 则小红送给弟弟的两枚纪念章中, 恰好有恐龙图案的概率是_____.

23. (10 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 一次函数 $y_1 = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象与反比例函数 $y_2 = \frac{m}{x}$ ($m \neq 0$) 的图象相交于第一、三象限内的 $A(3, 5)$, $B(a, -3)$ 两点, 与 x 轴交于点 C .

(1) 求该反比例函数和一次函数的解析式；

(2) 在 y 轴上找一点 P 使 $PB - PC$ 最大, 求 $PB - PC$ 的最大值及点 P 的坐标；

(3) 直接写出当 $y_1 > y_2$ 时, x 的取值范围.



24. (10分) 阅读下列材料：小明为了计算 $1+2+2^2+\cdots+2^{2017}+2^{2018}$ 的值，采用以下方法：

$$\text{设 } S = 1+2+2^2+\cdots+2^{2017}+2^{2018} \text{ ①}$$

$$\text{则 } 2S = 2+2^2+\cdots+2^{2018}+2^{2019} \text{ ②}$$

$$\text{②} - \text{①} \text{ 得 } 2S - S = S = 2^{2019} - 1$$

$$\therefore S = 1+2+2^2+\cdots+2^{2017}+2^{2018} = 2^{2019} - 1$$

请仿照小明的方法解决以下问题：

$$(1) 1+2+2^2+\cdots+2^9 = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(2) 3+3^2+\cdots+3^{10} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(3) \text{求 } 1+a+a^2+\cdots+a^n \text{ 的和 } (a > 0, n \text{ 是正整数, 请写出计算过程}).$$

25. (12分) (1) 如图 1, E 是正方形 $ABCD$ 边 AB 上的一点, 连接 BD 、 DE , 将 $\angle BDE$ 绕点 D 逆时针旋转 90° , 旋转后角的两边分别与射线 BC 交于点 F 和点 G .

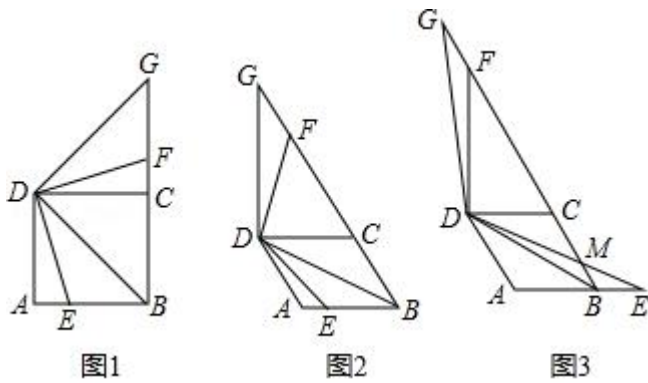
①线段 DB 和 DG 的数量关系是 $\underline{\hspace{2cm}}$;

②写出线段 BE , BF 和 DB 之间的数量关系.

(2) 当四边形 $ABCD$ 为菱形, $\angle ADC = 60^\circ$, 点 E 是菱形 $ABCD$ 边 AB 所在直线上的一点, 连接 BD 、 DE , 将 $\angle BDE$ 绕点 D 逆时针旋转 120° , 旋转后角的两边分别与射线 BC 交于点 F 和点 G .

①如图 2, 点 E 在线段 AB 上时, 请探究线段 BE 、 BF 和 BD 之间的数量关系, 写出结论并给出证明;

②如图 3, 点 E 在线段 AB 的延长线上时, DE 交射线 BC 于点 M , 若 $BE = 1$, $AB = 2$, 直接写出线段 GM 的长度.

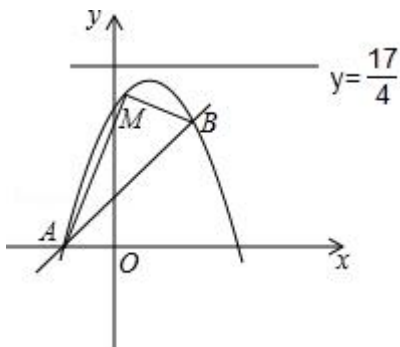


26. (14 分) 如图, 已知直线 AB 与抛物线 $C: y = ax^2 + 2x + c$ 相交于点 $A(-1, 0)$ 和点 $B(2, 3)$ 两点.

(1) 求抛物线 C 函数表达式;

(2) 若点 M 是位于直线 AB 上方抛物线上的一动点, 以 MA 、 MB 为相邻的两边作平行四边形 $MANB$, 当平行四边形 $MANB$ 的面积最大时, 求此时平行四边形 $MANB$ 的面积 S 及点 M 的坐标;

(3) 在抛物线 C 的对称轴上是否存在定点 F , 使抛物线 C 上任意一点 P 到点 F 的距离等于到直线 $y = \frac{17}{4}$ 的距离? 若存在, 求出定点 F 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2019 年四川省自贡市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题[共 12 个小题，每小题 4 分，共 48 分，在每题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1. 【分析】直接利用倒数的定义进而得出答案.

【解答】解：-2019 的倒数是 $-\frac{1}{2019}$.

故选：B.

【点评】此题主要考查了倒数，正确把握倒数的定义是解题关键.

2. 【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解： $23000 = 2.3 \times 10^4$,

故选：A.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

3. 【分析】直接利用轴对称图形和中心对称图形的概念求解.

【解答】解：A、是轴对称图形，但不是中心对称图形，故此选项错误；

B、不是轴对称图形，是中心对称图形，故此选项错误；

C、不是轴对称图形，是中心对称图形，故此选项错误；

D、既是中心对称图形也是轴对称图形，故此选项正确.

故选：D.

【点评】此题主要考查了中心对称与轴对称的概念：轴对称的关键是寻找对称轴，两边图象折叠后可重合，中心对称是要寻找对称中心，旋转 180° 后与原图重合.

4. 【分析】根据方差的意义求解可得.

【解答】解： $\because$ 乙的成绩方差 $<$ 甲成绩的方差，

$\therefore$ 乙的成绩比甲的成绩稳定，

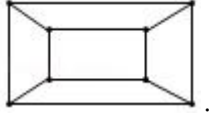
故选：B.

【点评】本题主要考查方差，方差是反映一组数据的波动大小的一个量. 方差越大，则平均值的离散程度越大，稳定性也越小；反之，则它与其平均值的离散程度越小，稳定

性越好.

5. 【分析】根据俯视图是从物体上面看，从而得到出物体的形状.

【解答】解：从上面观察可得到：



故选：C.

【点评】本题考查了三视图的概简单几何体的三视图，本题的关键是要考虑到俯视图中看见的棱用实线表示.

6. 【分析】根据三角形的三边关系“第三边大于两边之差，而小于两边之和”，求得第三边的取值范围；再根据第三边是整数，从而求得周长.

【解答】解：设第三边为 x ，

根据三角形的三边关系，得： $4 - 1 < x < 4 + 1$ ，

即 $3 < x < 5$ ，

$\because x$ 为整数，

$\therefore x$ 的值为 4.

三角形的周长为 $1 + 4 + 4 = 9$.

故选：C.

【点评】此题考查了三角形的三边关系. 关键是正确确定第三边的取值范围.

7. 【分析】利用数轴表示数的方法得到 $m < 0 < n$ ，然后对各选项进行判断.

【解答】解：利用数轴得 $m < 0 < 1 < n$ ，

所以 $-m > 0$ ， $1 - m > 1$ ， $mn < 0$ ， $m + 1 < 0$.

故选：B.

【点评】本题考查了实数与数轴：数轴上的点与实数一一对应；右边的数总比左边的数大.

8. 【分析】利用判别式的意义得到 $\Delta = (-2)^2 - 4m < 0$ ，然后解不等式即可.

【解答】解：根据题意得 $\Delta = (-2)^2 - 4m < 0$ ，

解得 $m > 1$.

故选：D.

【点评】本题考查了根的判别式：一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$

有如下关系：当 $\Delta > 0$ 时，方程有两个不相等的两个实数根；当 $\Delta = 0$ 时，方程有两个相等的两个实数根；当 $\Delta < 0$ 时，方程无实数根。

9. 【分析】根据一次函数与反比例函数图象找出 a 、 b 、 c 的正负，再根据抛物线的对称轴为

$x = -\frac{b}{2a}$ ，找出二次函数对称轴在 y 轴右侧，比对四个选项的函数图象即可得出结论。

【解答】解： $\because$ 一次函数 $y_1 = ax + b$ 图象过第一、二、四象限，

$$\therefore a < 0, b > 0,$$

$$\therefore -\frac{b}{2a} > 0,$$

$\therefore$ 二次函数 $y_3 = ax^2 + bx + c$ 开口向下，二次函数 $y_3 = ax^2 + bx + c$ 对称轴在 y 轴右侧；

$\because$ 反比例函数 $y_2 = \frac{c}{x}$ 的图象在第一、三象限，

$$\therefore c > 0,$$

$\therefore$ 与 y 轴交点在 x 轴上方。

满足上述条件的函数图象只有选项A。

故选：A。

【点评】本题考查了一次函数的图象、反比例函数的图象以及二次函数的图象，解题的关键是根据一次函数与反比例函数的图象找出 a 、 b 、 c 的正负。本题属于基础题，难度不大，熟悉函数图象与系数的关系是解题的关键。

10. 【分析】由函数图象可得容器形状不是均匀物体分析判断，由图象及容积可求解。

【解答】解：相比较而言，前一个阶段，用时较少，高度增加较快，那么下面的物体应较细。由图可得上面圆柱的底面半径应大于下面圆柱的底面半径。

故选：D。

【点评】此题主要考查了函数图象，解决本题的关键是根据用的时间长短来判断相应的函数图象。

11. 【分析】连接 AC ，根据正方形的性质得到 $\angle B = 90^\circ$ ，根据圆周角定理得到 AC 为圆的直径，根据正方形面积公式、圆的面积公式计算即可。

【解答】解：连接 AC ，

设正方形的边长为 a ，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$$\therefore \angle B = 90^\circ,$$

$\therefore AC$ 为圆的直径，

$$\therefore AE = \sqrt{OE^2 + OA^2} = \frac{26}{3},$$

作 $EH \perp AB$ 于 H .

$$\because S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot EH = S_{\triangle AOB} - S_{\triangle AOE},$$

$$\therefore EH = \frac{7\sqrt{2}}{3},$$

$$\therefore AH = \sqrt{AE^2 - EH^2} = \frac{17\sqrt{2}}{3},$$

$$\therefore \tan \angle BAD = \frac{EH}{AH} = \frac{\frac{7\sqrt{2}}{3}}{\frac{17\sqrt{2}}{3}} = \frac{7}{17},$$

故选: B .

【点评】 本题考查解直角三角形, 坐标与图形的性质, 直线与圆的位置关系, 三角形的面积等知识, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题, 属于中考选择题中的压轴题.

二、填空题 (共 6 个小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

13. **【分析】** 直接利用平角的定义结合平行线的性质得出答案.

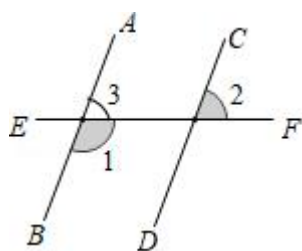
【解答】 解: $\because \angle 1 = 120^\circ$,

$$\therefore \angle 3 = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 3 = 60^\circ.$$

故答案为: 60° .



【点评】 此题主要考查了平行线的性质, 正确得出 $\angle 2 = \angle 3$ 是解题关键.

14. **【分析】** 根据众数的定义求解可得.

【解答】 解: 这组数据的众数是 90 分,

故答案为: 90.

【点评】 本题主要考查众数, 求一组数据的众数的方法: 找出频数最多的那个数据, 若几个数据频数都是最多且相同, 此时众数就是这多个数据.

15. **【分析】** 先提取公因式 2, 再根据平方差公式进行二次分解即可求得答案.

【解答】解： $2x^2 - 2y^2 = 2(x^2 - y^2) = 2(x+y)(x-y)$.

故答案为： $2(x+y)(x-y)$.

【点评】本题考查了提公因式法，公式法分解因式，提取公因式后利用平方差公式进行二次分解，注意分解要彻底.

16. 【分析】根据题意可得等量关系：①4个篮球的花费+5个足球的花费=466元，②篮球的单价-足球的单价=4元，根据等量关系列出方程组即可.

【解答】解：设篮球的单价为 x 元，足球的单价为 y 元，由题意得：

$$\begin{cases} x-y=4 \\ 4x+5y=466 \end{cases},$$

故答案为： $\begin{cases} x-y=4 \\ 4x+5y=466 \end{cases}$,

【点评】此题主要考查了由实际问题抽象出二元一次方程组，关键是正确理解题意，找出题目中的等量关系.

17. 【分析】由 $CD \parallel AB$ ， $\angle D = \angle ABE$ ， $\angle D = \angle CBE$ ，所以 $CD = BC = 6$ ，再证明 $\triangle AEB \sim \triangle CED$ ，根据相似比求出 DE 的长.

【解答】解： $\because \angle ACB = 90^\circ$ ， $AB = 10$ ， $BC = 6$ ，

$$\therefore AC = 8,$$

$\because BD$ 平分 $\angle ABC$,

$$\therefore \angle ABE = \angle CDE,$$

$\because CD \parallel AB$,

$$\therefore \angle D = \angle ABE,$$

$$\therefore \angle D = \angle CBE,$$

$$\therefore CD = BC = 6,$$

$$\therefore \triangle AEB \sim \triangle CED,$$

$$\therefore \frac{AE}{EC} = \frac{BE}{ED} = \frac{AB}{CD} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3},$$

$$\therefore CE = \frac{3}{8}AC = \frac{3}{8} \times 8 = 3,$$

$$BE = \sqrt{BC^2 + CE^2} = \sqrt{6^2 + 3^2} = 3\sqrt{5},$$

$$DE = \frac{3}{5}BE = \frac{3}{5} \times 3\sqrt{5} = \frac{9}{5}\sqrt{5},$$

故答案为 $\frac{9}{5}\sqrt{5}$.

【点评】 本题考查了相似三角形，熟练掌握相似三角形的判定与性质以及勾股定理是解题的关键.

18. 【分析】 给图中相关点标上字母，连接 DE ，利用等腰三角形的性质及三角形内角和定理可得出 $\angle \alpha = 30^\circ$ ，同理，可得出： $\angle CDE = \angle CED = 30^\circ = \angle \alpha$ ，由 $\angle AEC = 60^\circ$ 结合 $\angle AED = \angle AEC + \angle CED$ 可得出 $\angle AED = 90^\circ$ ，设等边三角形的边长为 a ，则 $AE = 2a$ ， $DE = \sqrt{3}a$ ，利用勾股定理可得出 AD 的长，再结合余弦的定义即可求出 $\cos(\alpha + \beta)$ 的值.

【解答】 解：给图中相关点标上字母，连接 DE ，如图所示.

在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 120^\circ$ ， $BA = BC$ ，

$$\therefore \angle \alpha = 30^\circ.$$

同理，可得出： $\angle CDE = \angle CED = 30^\circ = \angle \alpha$.

又 $\because \angle AEC = 60^\circ$ ，

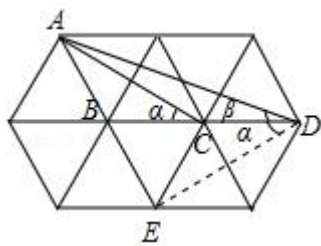
$$\therefore \angle AED = \angle AEC + \angle CED = 90^\circ.$$

设等边三角形的边长为 a ，则 $AE = 2a$ ， $DE = 2 \times \sin 60^\circ \cdot a = \sqrt{3}a$ ，

$$\therefore AD = \sqrt{AE^2 + DE^2} = \sqrt{7}a,$$

$$\therefore \cos(\alpha + \beta) = \frac{DE}{AD} = \frac{\sqrt{21}}{7}.$$

故答案为： $\frac{\sqrt{21}}{7}$.



【点评】 本题考查了解直角三角形、等边三角形的性质以及规律型：图形的变化类，构造出含一个锐角等于 $\angle \alpha + \angle \beta$ 的直角三角形是解题的关键.

三、解答题（共 8 个题，共 78 分）

19. 【分析】 原式第一项利用绝对值的意义化简，第二项利用特殊角的三角函数值计算，第三项化为最简二次根式，第四项利用零指数幂法则计算即可得到结果.

【解答】 解：原式 $= 3 - 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\sqrt{2} + 1 = 3 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 1 = 4$.

【点评】 此题考查了实数的运算，熟练掌握运算是解本题的关键.

20. 【分析】 分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可

得到分式方程的解.

【解答】解：去分母得： $x^2 - 2x + 2 = x^2 - x$,

解得： $x = 2$,

检验：当 $x = 2$ 时，方程左右两边相等，

所以 $x = 2$ 是原方程的解.

【点评】此题考查了解分式方程，利用了转化的思想，解分式方程注意要检验.

21. 【分析】(1) 由 $AB = CD$ 知 $\widehat{AB} = \widehat{CD}$, 即 $\widehat{AD} + \widehat{AC} = \widehat{BC} + \widehat{AC}$, 据此可得答案;

(2) 由 $\widehat{AD} = \widehat{BC}$ 知 $AD = BC$, 结合 $\angle ADE = \angle CBE$, $\angle DAE = \angle BCE$ 可证 $\triangle ADE \cong \triangle CBE$,

从而得出答案.

【解答】证明 (1) $\because AB = CD$,

$\therefore \widehat{AB} = \widehat{CD}$, 即 $\widehat{AD} + \widehat{AC} = \widehat{BC} + \widehat{AC}$,

$\therefore \widehat{AD} = \widehat{BC}$;

(2) $\because \widehat{AD} = \widehat{BC}$,

$\therefore AD = BC$,

又 $\because \angle ADE = \angle CBE$, $\angle DAE = \angle BCE$,

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CBE$ (ASA),

$\therefore AE = CE$.

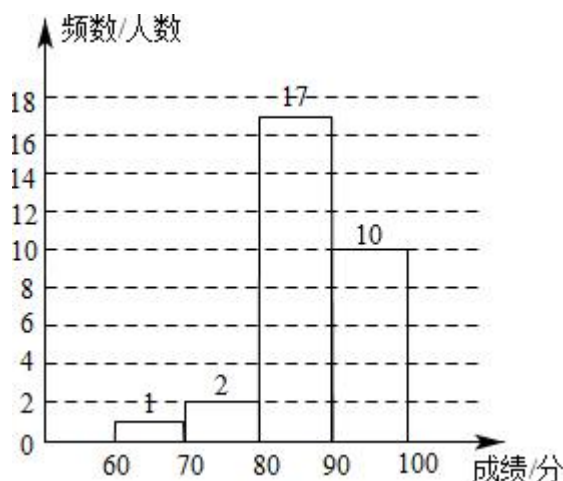
【点评】本题主要考查圆心角、弧、弦的关系，圆心角、弧、弦三者的关系可理解为：在同圆或等圆中，①圆心角相等，②所对的弧相等，③所对的弦相等，三项“知一推二”，一项相等，其余二项皆相等.

22. 【分析】(1) 由已知数据计数即可得;

(2) 用总人数乘以样本中对应部分人数所占比例即可得;

(3) 根据题意先画出树状图，得出共有 12 种等可能的结果数，再利用概率公式求解可得.

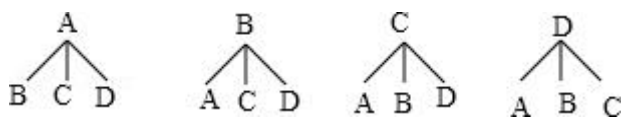
【解答】解：(1) 补全图表如下：



(2) 估计该校初一年级 360 人中, 获得表彰的人数约为 $360 \times \frac{10}{30} = 120$ (人);

(3) 将印有龚扇、剪纸、彩灯、恐龙图案分别记为 A 、 B 、 C 、 D ,

画树状图如下:



则共有 12 种等可能的结果数, 其中小红送给弟弟的两枚纪念章中, 恰好有恐龙图案的结果数为 6,

所以小红送给弟弟的两枚纪念章中, 恰好有恐龙图案的概率为 $\frac{1}{2}$,

故答案为: $\frac{1}{2}$.

【点评】 本题考查了列表法与树状图法: 利用列表法和树状图法展示所有可能的结果求出 n , 再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m , 求出概率, 也考查了条形统计图与样本估计总体.

23. **【分析】** (1) 利用待定系数法, 即可得到反比例函数和一次函数的解析式;

(2) 根据一次函数 $y_1 = x+2$, 求得与 y 轴的交点 P , 此交点即为所求;

(3) 根据 AB 两点的横坐标及直线与双曲线的位置关系求 x 的取值范围.

【解答】 解: (1) 把 $A(3, 5)$ 代入 $y_2 = \frac{m}{x}$ ($m \neq 0$), 可得 $m = 3 \times 5 = 15$,

$\therefore$ 反比例函数的解析式为 $y_2 = \frac{15}{x}$;

把点 $B(a, -3)$ 代入 $y_2 = \frac{15}{x}$, 可得 $a = -5$,

$\therefore B(-5, -3)$.

把 $A(3, 5)$, $B(-5, -3)$ 代入 $y_1 = kx + b$, 可得 $\begin{cases} 3k + b = 5 \\ -5k + b = -3 \end{cases}$,

$$\text{解得} \begin{cases} k = 1 \\ b = 2 \end{cases},$$

$\therefore$ 一次函数的解析式为 $y_1 = x + 2$;

(2) 一次函数的解析式为 $y_1 = x + 2$, 令 $x = 0$, 则 $y = 2$,

$\therefore$ 一次函数与 y 轴的交点为 $P(0, 2)$,

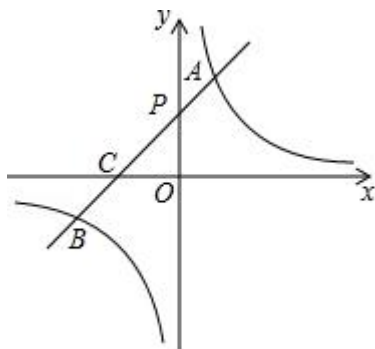
此时, $PB - PC = BC$ 最大, P 即为所求,

令 $y = 0$, 则 $x = -2$,

$\therefore C(-2, 0)$,

$$\therefore BC = \sqrt{(-5+2)^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}.$$

(3) 当 $y_1 > y_2$ 时, $-5 < x < 0$ 或 $x > 3$.



【点评】 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题, 待定系数法求反比例函数和一次函数的解析式, 根据点的坐标求线段长, 正确掌握反比例函数的性质是解题的关键.

24. **【分析】** (1) 利用题中的方法设 $S = 1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^9$, 两边乘以 2 得到 $2S = 2 + 2^2 + \cdots + 2^{10}$, 然后把两式相减计算出 S 即可;

(2) 利用题中的方法设 $S = 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \cdots + 3^{10}$, 两边乘以 3 得到 $3S = 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 + \cdots + 3^{11}$, 然后把两式相减计算出 S 即可;

(3) 利用 (2) 的方法计算.

【解答】 解: (1) 设 $S = 1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^9$ ①

$$\text{则 } 2S = 2 + 2^2 + \cdots + 2^{10} \text{ ②}$$

$$\text{②} - \text{①} \text{ 得 } 2S - S = S = 2^{10} - 1$$

$$\therefore S = 1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^9 = 2^{10} - 1;$$

故答案为: $2^{10} - 1$

(2) 设 $S = 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \cdots + 3^{10}$ ①,

$$\text{则 } 3S = 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 + \dots + 3^{11} \quad \text{②},$$

$$\text{②} - \text{①} \text{得 } 2S = 3^{11} - 3,$$

$$\text{所以 } S = \frac{3^{11} - 3}{2},$$

$$\text{即 } 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{10} = \frac{3^{11} - 3}{2};$$

$$\text{故答案为: } \frac{3^{11} - 3}{2};$$

$$(3) \text{ 设 } S = 1 + a + a^2 + a^3 + a^4 + \dots + a^n \quad \text{①},$$

$$\text{则 } aS = a + a^2 + a^3 + a^4 + \dots + a^n + a^{n+1} \quad \text{②},$$

$$\text{②} - \text{①} \text{得: } (a - 1)S = a^{n+1} - 1,$$

$a = 1$ 时, 不能直接除以 $a - 1$, 此时原式等于 $n+1$;

$$a \text{ 不等于 } 1 \text{ 时, } a - 1 \text{ 才能做分母, 所以 } S = \frac{a^{n+1} - 1}{a - 1},$$

$$\text{即 } 1 + a + a^2 + a^3 + a^4 + \dots + a^n = \frac{a^{n+1} - 1}{a - 1},$$

【点评】 本题考查了规律型：数字的变化类：认真观察、仔细思考，善用联想，利用类比的方法是解决这类问题的方法。

25. **【分析】** (1) ①根据旋转的性质解答即可；

②根据正方形的性质和全等三角形的判定和性质解答即可；

(2) ①根据菱形的性质和全等三角形的判定和性质解答即可；

②作辅助线，计算 BD 和 BF 的长，根据平行线分线段成比例定理可得 BM 的长，根据线段的差可得结论。

【解答】 解：(1) ① $DB = DG$ ，理由是：

$\because \angle DBE$ 绕点 B 逆时针旋转 90° ，如图 1，

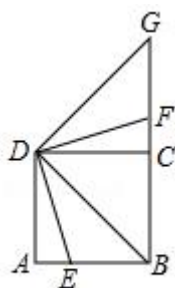


图1

由旋转可知， $\angle BDE = \angle FDG$ ， $\angle BDG = 90^\circ$ ，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$$\therefore \angle CBD = 45^\circ ,$$

$$\therefore \angle G = 45^\circ ,$$

$$\therefore \angle G = \angle CBD = 45^\circ ,$$

$$\therefore DB = DG;$$

故答案为: $DB = DG$;

② $BF + BE = \sqrt{2}BD$, 理由如下:

由①知: $\angle FDG = \angle EDB$, $\angle G = \angle DBE = 45^\circ$, $BD = DG$,

$$\therefore \triangle FDG \cong \triangle EDB \text{ (ASA)},$$

$$\therefore BE = FG,$$

$$\therefore BF + FG = BF + BE = BC + CG,$$

Rt $\triangle DCG$ 中, $\because \angle G = \angle CDG = 45^\circ$,

$$\therefore CD = CG = CB,$$

$$\therefore DG = BD = \sqrt{2}BC,$$

$$\text{即 } BF + BE = 2BC = \sqrt{2}BD;$$

(2) ①如图 2, $BF + BE = \sqrt{3}BD$,

理由如下: 在菱形 $ABCD$ 中, $\angle ADB = \angle CDB = \frac{1}{2}\angle ADC = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$,

由旋转 120° 得 $\angle EDF = \angle BDG = 120^\circ$, $\angle EDB = \angle FDG$,

在 $\triangle DBG$ 中, $\angle G = 180^\circ - 120^\circ - 30^\circ = 30^\circ$,

$$\therefore \angle DBG = \angle G = 30^\circ ,$$

$$\therefore DB = DG,$$

$$\therefore \triangle EDB \cong \triangle FDG \text{ (ASA)},$$

$$\therefore BE = FG,$$

$$\therefore BF + BE = BF + FG = BG,$$

过点 D 作 $DM \perp BG$ 于点 M , 如图 2,

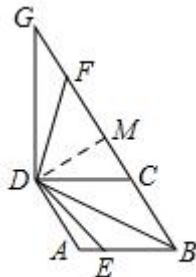


图2

$$\because BD = DG,$$

$$\therefore BG = 2BM,$$

在 $\text{Rt}\triangle BMD$ 中, $\angle DBM = 30^\circ$,

$$\therefore BD = 2DM.$$

设 $DM = a$, 则 $BD = 2a$,

$$BM = \sqrt{3}a,$$

$$\therefore BG = 2\sqrt{3}a,$$

$$\therefore \frac{BD}{BG} = \frac{2a}{2\sqrt{3}a} = \frac{1}{\sqrt{3}},$$

$$\therefore BG = \sqrt{3}BD,$$

$$\therefore BF + BE = BG = \sqrt{3}BD;$$

②过点 A 作 $AN \perp BD$ 于 N , 过 D 作 $DP \perp BG$ 于 P , 如图 3,

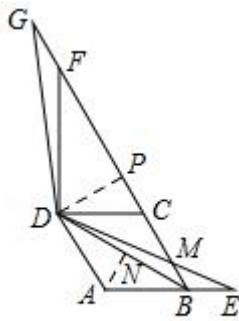


图3

$\text{Rt}\triangle ABN$ 中, $\angle ABN = 30^\circ$, $AB = 2$,

$$\therefore AN = 1, BN = \sqrt{3},$$

$$\therefore BD = 2BN = 2\sqrt{3},$$

$$\because DC \parallel BE,$$

$$\therefore \frac{CD}{BE} = \frac{CM}{BM} = \frac{2}{1},$$

$$\because CM + BM = 2,$$

$$\therefore BM = \frac{2}{3},$$

$\text{Rt}\triangle BDP$ 中, $\angle DBP = 30^\circ$, $BD = 2\sqrt{3}$,

$$\therefore BP = 3,$$

由旋转得: $BD = BF$,

$$\therefore BF = 2BP = 6,$$

$$\therefore GM = BG - BM = 6 + 1 - \frac{2}{3} = \frac{19}{3}.$$

【点评】此题是四边形综合题，主要考查了全等三角形的判定和性质，平行线分线段成比例定理，正方形和菱形的性质，直角三角形 30 度的角性质等知识，本题证明 $\triangle FDG \cong \triangle BDE$ 是解本题的关键.

26. 【分析】(1) 利用待定系数法，将 A, B 的坐标代入 $y = ax^2 + 2x + c$ 即可求得二次函数的解析式；

(2) 过点 M 作 $MH \perp x$ 轴于 H ，交直线 AB 于 K ，求出直线 AB 的解析式，设点 $M(a, -a^2 + 2a + 3)$ ，则 $K(a, a + 1)$ ，利用函数思想求出 MK 的最大值，再求出 $\triangle AMB$ 面积的最大值，可推出此时平行四边形 $MANB$ 的面积 S 及点 M 的坐标；

(3) 如图 2，分别过点 B, C 作直线 $y = \frac{17}{4}$ 的垂线，垂足为 N, H ，设抛物线对称轴上存在点 F ，使抛物线 C 上任意一点 P 到点 F 的距离等于到直线 $y = \frac{17}{4}$ 的距离，其中 $F(1, a)$ ，连接 BF, CF ，则可根据 $BF = BN, CF = CN$ 两组等量关系列出关于 a 的方程组，解方程组即可.

【解答】解：(1) 由题意把点 $(-1, 0)$ 、 $(2, 3)$ 代入 $y = ax^2 + 2x + c$ ，
得，
$$\begin{cases} a - 2 + c = 0 \\ 4a + 4 + c = 3 \end{cases},$$

解得 $a = -1, c = 3$,

$\therefore$ 此抛物线 C 函数表达式为： $y = -x^2 + 2x + 3$ ；

(2) 如图 1，过点 M 作 $MH \perp x$ 轴于 H ，交直线 AB 于 K ，

将点 $(-1, 0)$ 、 $(2, 3)$ 代入 $y = kx + b$ 中，

$$\text{得，} \begin{cases} -k + b = 0 \\ 2k + b = 3 \end{cases},$$

解得， $k = 1, b = 1$ ，

$$\therefore y_{AB} = x + 1,$$

设点 $M(a, -a^2 + 2a + 3)$ ，则 $K(a, a + 1)$ ，

$$\text{则 } MK = -a^2 + 2a + 3 - (a + 1)$$

$$= -\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{4},$$

根据二次函数的性质可知，当 $a = \frac{1}{2}$ 时， MK 有最大长度 $\frac{9}{4}$ ，

$$\begin{aligned}
\therefore S_{\triangle AMB \text{ 最大}} &= S_{\triangle AMK} + S_{\triangle BMK} \\
&= \frac{1}{2}MK \cdot AH + \frac{1}{2}MK \cdot (x_B - x_H) \\
&= \frac{1}{2}MK \cdot (x_B - x_A) \\
&= \frac{1}{2} \times \frac{9}{4} \times 3 \\
&= \frac{27}{8},
\end{aligned}$$

$\therefore$ 以 MA 、 MB 为相邻的两边作平行四边形 $MANB$ ，当平行四边形 $MANB$ 的面积最大时，

$$S_{\text{最大}} = 2S_{\triangle AMB \text{ 最大}} = 2 \times \frac{27}{8} = \frac{27}{4}, \quad M\left(\frac{1}{2}, \frac{15}{4}\right);$$

(3) 存在点 F ,

$$\begin{aligned}
\because y &= -x^2 + 2x + 3 \\
&= -(x-1)^2 + 4,
\end{aligned}$$

$\therefore$ 对称轴为直线 $x = 1$,

当 $y = 0$ 时, $x_1 = -1$, $x_2 = 3$,

$\therefore$ 抛物线与点 x 轴正半轴交于点 $C(3, 0)$,

如图 2, 分别过点 B , C 作直线 $y = \frac{17}{4}$ 的垂线, 垂足为 N , H ,

若抛物线对称轴上存在点 F , 使抛物线 C 上任意一点 P 到点 F 的距离等于到直线 $y = \frac{17}{4}$

的距离, 设 $F(1, a)$, 连接 BF , CF ,

$$\text{则 } BF = BN = \frac{17}{4} - 3 = \frac{5}{4}, \quad CF = CH = \frac{17}{4},$$

$$\text{由题意可列: } \begin{cases} (2-1)^2 + (a-3)^2 = \left(\frac{5}{4}\right)^2 \\ (3-1)^2 + a^2 = \left(\frac{17}{4}\right)^2 \end{cases},$$

$$\text{解得, } a = \frac{15}{4},$$

$$\therefore F\left(1, \frac{15}{4}\right),$$

设抛物线上任一点 P 坐标为 $(x, -x^2 + 2x + 3)$,

$$\text{则 } PF^2 = (x-1)^2 + \left(-x^2 + 2x + 3 - \frac{15}{4}\right)^2 = x^4 - 4x^3 + \frac{13}{2}x^2 - 5x + \frac{25}{16},$$

设点 P 到直线 $y = \frac{17}{4}$ 的距离为 d ,

