

2019 年四川省南充市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分）每小题都有代号为 A、B、C、D 四个答案选项，其中只有一个是正确的，请根据正确选项的代号填涂答题卡对应位置，填涂正确记 3 分，不涂、填涂或多涂记 0 分.

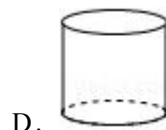
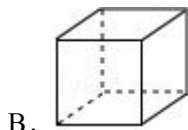
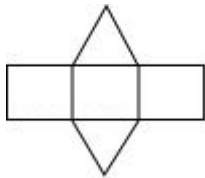
1. (3 分) 如果 $6a = 1$ ，那么 a 的值为 ()

- A. 6 B. $\frac{1}{6}$ C. -6 D. $-\frac{1}{6}$

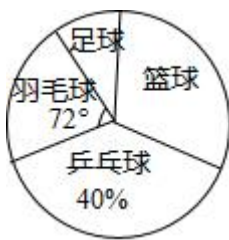
2. (3 分) 下列各式计算正确的是 ()

- A. $x+x^2=x^3$ B. $(x^2)^3=x^5$ C. $x^6 \div x^2=x^3$ D. $x \cdot x^2=x^3$

3. (3 分) 如图是一个几何体的表面展开图，这个几何体是 ()

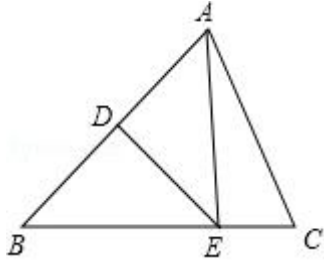


4. (3 分) 在 2019 年南充市初中毕业升学体育与健康考试中，某校九年级 (1) 班体育委员对本班 50 名同学参加球类自选项目做了统计，制作出扇形统计图 (如图)，则该班选考乒乓球人数比羽毛球人数多 ()



- A. 5 人 B. 10 人 C. 15 人 D. 20 人

5. (3 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， AB 的垂直平分线交 AB 于点 D ，交 BC 于点 E ，若 $BC = 6$ ， $AC = 5$ ，则 $\triangle ACE$ 的周长为 ()

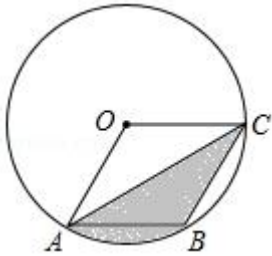


- A. 8 B. 11 C. 16 D. 17

6. (3分) 关于 x 的一元一次方程 $2x^{a-2}+m=4$ 的解为 $x=1$, 则 $a+m$ 的值为 ()

- A. 9 B. 8 C. 5 D. 4

7. (3分) 如图, 在半径为 6 的 $\odot O$ 中, 点 A, B, C 都在 $\odot O$ 上, 四边形 $OABC$ 是平行四边形, 则图中阴影部分的面积为 ()

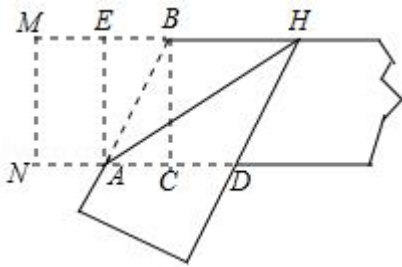


- A. 6π B. $3\sqrt{3}\pi$ C. $2\sqrt{3}\pi$ D. 2π

8. (3分) 关于 x 的不等式 $2x+a \leq 1$ 只有 2 个正整数解, 则 a 的取值范围为 ()

- A. $-5 < a < -3$ B. $-5 \leq a < -3$ C. $-5 < a \leq -3$ D. $-5 \leq a \leq -3$

9. (3分) 如图, 正方形 $MNCB$ 在宽为 2 的矩形纸片一端, 对折正方形 $MNCB$ 得到折痕 AE , 再翻折纸片, 使 AB 与 AD 重合, 以下结论错误的是 ()



A. $AH^2 = 10 + 2\sqrt{5}$

B. $\frac{CD}{BC} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

C. $BC^2 = CD \cdot EH$

D. $\sin \angle AHD = \frac{\sqrt{5}+1}{5}$

10. (3分) 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数), $a > 0$, 顶点坐标为 $(\frac{1}{2}, m)$, 给出下列结论: ①若点 (n, y_1) 与 $(\frac{3}{2} - 2n, y_2)$ 在该抛物线上, 当 $n < \frac{1}{2}$ 时, 则 $y_1 < y_2$; ②关

于 x 的一元二次方程 $ax^2 - bx + c - m + 1 = 0$ 无实数解，那么（ ）

A. ①正确，②正确

B. ①正确，②错误

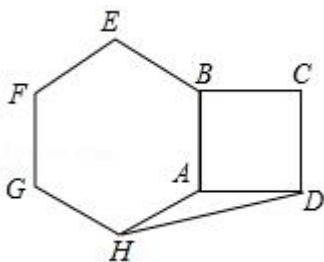
C. ①错误，②正确

D. ①错误，②错误

二、填空题（本大题 6 个小题，每小是 3 分，共 18 分）请将答案填在答题十对应的横线上

11.（3 分）原价为 a 元的书包，现按 8 折出售，则售价为_____元.

12.（3 分）如图，以正方形 $ABCD$ 的 AB 边向外作正六边形 $ABEFGH$ ，连接 DH ，则 $\angle ADH$ = _____度.



13.（3 分）计算： $\frac{x^2}{x-1} + \frac{1}{1-x} =$ _____.

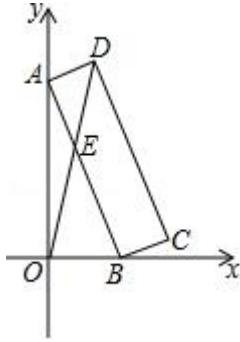
14.（3 分）下表是某养殖户的 500 只鸡出售时质量的统计数据.

质量/kg	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
频数/只	56	162	112	120	40	10

则 500 只鸡质量的中位数为_____.

15.（3 分）在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(3m, 2n)$ 在直线 $y = -x + 1$ 上，点 $B(m, n)$ 在双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 上，则 k 的取值范围为_____.

16.（3 分）如图，矩形硬纸片 $ABCD$ 的顶点 A 在 y 轴的正半轴及原点上滑动，顶点 B 在 x 轴的正半轴及原点上滑动，点 E 为 AB 的中点， $AB = 24$ ， $BC = 5$. 给出下列结论：①点 A 从点 O 出发，到点 B 运动至点 O 为止，点 E 经过的路径长为 12π ；② $\triangle OAB$ 的面积最大值为 144；③当 OD 最大时，点 D 的坐标为 $(\frac{25\sqrt{26}}{26}, \frac{125\sqrt{26}}{26})$. 其中正确的结论是_____.（填写序号）



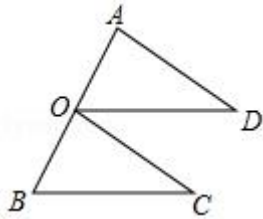
三、解答题（本大题共 9 个小题，共 72 分）解答应写出必要的文字说明，证明过程或演算步骤

17.（6 分）计算： $(1 - \pi)^0 + |\sqrt{2} - \sqrt{3}| - \sqrt{12} + (\frac{1}{\sqrt{2}})^{-1}$.

18.（6 分）如图，点 O 是线段 AB 的中点， $OD \parallel BC$ 且 $OD = BC$.

（1）求证： $\triangle AOD \cong \triangle OBC$ ；

（2）若 $\angle ADO = 35^\circ$ ，求 $\angle DOC$ 的度数.



19.（6 分）现有四张完全相同的不透明卡片，其正面分别写有数字 -2 ， -1 ， 0 ， 2 ，把这四张卡片背面朝上洗匀后放在桌面上.

（1）随机的取一张卡片，求抽取的卡片上的数字为负数的概率.

（2）先随机抽取一张卡片，其上的数字作为点 A 的横坐标；然后放回并洗匀，再随机抽取一张卡片，其上的数字作为点 A 的纵坐标，试用画树状图或列表的方法求出点 A 在直线 $y = 2x$ 上的概率.

20.（8 分）已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (2m - 1)x + m^2 - 3 = 0$ 有实数根.

（1）求实数 m 的取值范围；

（2）当 $m = 2$ 时，方程的根为 x_1 ， x_2 ，求代数式 $(x_1^2 + 2x_1)(x_2^2 + 4x_2 + 2)$ 的值.

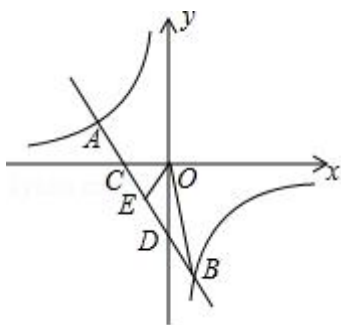
21.（8 分）双曲线 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数，且 $k \neq 0$) 与直线 $y = -2x + b$ ，交于 $A(-\frac{1}{2}m, m - 2)$,

$B(1, n)$ 两点.

（1）求 k 与 b 的值；

（2）如图，直线 AB 交 x 轴于点 C ，交 y 轴于点 D ，若点 E 为 CD 的中点，求 $\triangle BOE$ 的

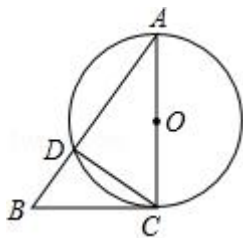
面积.



22. (8分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 以 AC 为直径的 $\odot O$ 交 AB 于点 D , 连接 CD , $\angle BCD = \angle A$.

(1) 求证: BC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $BC = 5$, $BD = 3$, 求点 O 到 CD 的距离.



23. (10分) 在“我为祖国点赞”征文活动中, 学校计划对获得一、二等奖的学生分别奖励一支钢笔, 一本笔记本. 已知购买2支钢笔和3个笔记本共38元, 购买4支钢笔和5个笔记本共70元.

(1) 钢笔、笔记本的单价分别为多少元?

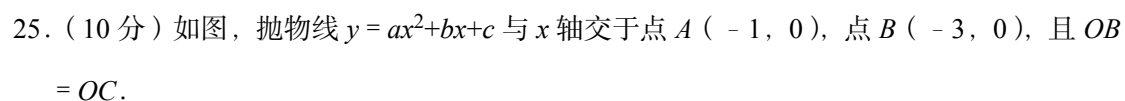
(2) 经与商家协商, 购买钢笔超过30支时, 每增加1支, 单价降低0.1元; 超过50支, 均按购买50支的单价售, 笔记本一律按原价销售. 学校计划奖励一、二等奖学生共计100人, 其中一等奖的人数不少于30人, 且不超过60人, 这次奖励一等奖学生多少人时, 购买奖品总金额最少, 最少为多少元?

24. (10分) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E 是 AB 边上一点, 以 DE 为边作正方形 $DEFG$, DF 与 BC 交于点 M , 延长 EM 交 GF 于点 H , EF 与 CB 交于点 N , 连接 CG .

(1) 求证: $CD \perp CG$;

(2) 若 $\tan \angle MEN = \frac{1}{3}$, 求 $\frac{MN}{EM}$ 的值;

(3) 已知正方形 $ABCD$ 的边长为1, 点 E 在运动过程中, EM 的长能否为 $\frac{1}{2}$? 请说明理由.

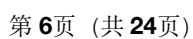


(2) 点 P 在抛物线上, 且 $\angle POB = \angle ACB$, 求点 P 的坐标;

(3) 抛物线上两点 M, N , 点 M 的横坐标为 m , 点 N 的横坐标为 $m+4$. 点 D 是抛物线上 M, N 之间的动点, 过点 D 作 y 轴的平行线交 MN 于点 E .

①求 DE 的最大值;

②点 D 关于点 E 的对称点为 F , 当 m 为何值时, 四边形 $MDNF$ 为矩形.



2019 年四川省南充市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 个小题，每小 3 分，共 30 分）每小题都有代号为 A、B、C、D 四个答案选项，其中只有一个是正确的，请根据正确选项的代号填涂答题卡对应位置，填涂正确记 3 分，不涂、填涂或多涂记 0 分.

1. 【分析】直接利用倒数的定义得出答案.

【解答】解： $\because 6a = 1$,

$$\therefore a = \frac{1}{6}.$$

故选：B.

【点评】此题主要考查了倒数，正确把握倒数的定义是解题关键.

2. 【分析】直接利用合并同类项法则以及同底数幂的乘除运算法则及幂的乘方分别计算得出答案.

【解答】解：A、 $x+x^2$ ，无法计算，故此选项错误；

B、 $(x^2)^3 = x^6$ ，故此选项错误；

C、 $x^6 \div x^2 = x^4$ ，故此选项错误；

D、 $x \cdot x^2 = x^3$ ，故此选项正确；

故选：D.

【点评】此题主要考查了合并同类项、同底数幂的乘除运算法则及幂的乘方，正确掌握相关运算法则是解题关键.

3. 【分析】由平面图形的折叠及三棱柱的展开图的特征作答.

【解答】解：由平面图形的折叠及三棱柱的展开图的特征可知，这个几何体是三棱柱.

故选：C.

【点评】考查了几何体的展开图，解题时勿忘记三棱柱的特征.

4. 【分析】先根据扇形统计图中的数据，求出选考乒乓球人数和羽毛球人数，即可得出结论.

【解答】解： $\because$ 选考乒乓球人数为 $50 \times 40\% = 20$ 人，

$$\text{选考羽毛球人数为 } 50 \times \frac{72^\circ}{360^\circ} = 10 \text{ 人，}$$

$\therefore$ 选考乒乓球人数比羽毛球人数多 $20 - 10 = 10$ 人，

故选：B.

【点评】此题主要考查了扇形统计图的应用，求出选考乒乓球人数和羽毛球人数是解本

题的关键.

5. 【分析】根据线段垂直平分线的性质得 $AE = BE$ ，然后利用等线段代换即可得到 $\triangle ACE$ 的周长 $= AC + BC$ ，再把 $BC = 6$ ， $AC = 5$ 代入计算即可.

【解答】解： $\because DE$ 垂直平分 AB ，

$$\therefore AE = BE,$$

$$\therefore \triangle ACE \text{ 的周长} = AC + CE + AE$$

$$= AC + CE + BE$$

$$= AC + BC$$

$$= 5 + 6$$

$$= 11.$$

故选：B.

【点评】本题考查了线段垂直平分线的性质：垂直平分线垂直且平分其所在线段；垂直平分线上任意一点，到线段两端点的距离相等.

6. 【分析】根据一元一次方程的概念和其解的概念解答即可.

【解答】解：因为关于 x 的一元一次方程 $2x^{a-2} + m = 4$ 的解为 $x = 1$ ，

$$\text{可得：} a - 2 = 1, 2 + m = 4,$$

$$\text{解得：} a = 3, m = 2,$$

$$\text{所以 } a + m = 3 + 2 = 5,$$

故选：C.

【点评】此题考查一元一次方程的定义，关键是根据一元一次方程的概念和其解的概念解答.

7. 【分析】连接 OB ，根据平行四边形的性质得到 $AB = OC$ ，推出 $\triangle AOB$ 是等边三角形，得到 $\angle AOB = 60^\circ$ ，根据扇形的面积公式即可得到结论.

【解答】解：连接 OB ，

$\because$ 四边形 $OABC$ 是平行四边形，

$$\therefore AB = OC,$$

$$\therefore AB = OA = OB,$$

$\therefore \triangle AOB$ 是等边三角形，

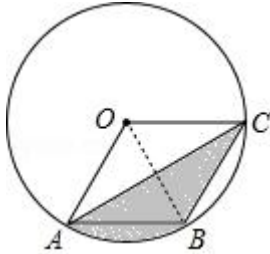
$$\therefore \angle AOB = 60^\circ,$$

$$\therefore OC \parallel AB,$$

$$\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\triangle ABC},$$

$$\therefore \text{图中阴影部分的面积} = S_{\text{扇形}AOB} = \frac{60 \cdot \pi \times 36}{360} = 6\pi,$$

故选：A.



【点评】 本题考查的是扇形面积的计算，平行四边形的性质，掌握扇形的面积公式是解题的关键.

8. **【分析】** 首先解不等式求得不等式的解集，然后根据不等式只有两个正整数解即可得到一个关于 a 的不等式，求得 a 的值.

$$\text{【解答】解：解不等式 } 2x+a \leq 1 \text{ 得：} x \leq \frac{1-a}{2},$$

不等式有两个正整数解，一定是 1 和 2，

$$\text{根据题意得：} 2 \leq \frac{1-a}{2} < 3,$$

$$\text{解得：} -5 < a \leq -3.$$

故选：C.

【点评】 本题考查了不等式的整数解，正确解不等式，求出解集是解答本题的关键. 解不等式应根据不等式的基本性质.

9. **【分析】** 首先证明四边形 $ABHD$ 是菱形，利用勾股定理求出 AB , AD , CD , EH , AH ，一一判断即可解决问题.

$$\text{【解答】解：在 Rt}\triangle AEB \text{ 中，} AB = \sqrt{AE^2 + BE^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5},$$

$$\because AB \parallel DH, BH \parallel AD,$$

$$\therefore \text{四边形 } ABHD \text{ 是平行四边形},$$

$$\because AB = AD,$$

$$\therefore \text{四边形 } ABHD \text{ 是菱形},$$

$$\therefore AD = AB = \sqrt{5},$$

$$\therefore CD = AD - AC = \sqrt{5} - 1, AH = \sqrt{2^2 + (\sqrt{5} + 1)^2} = \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}.$$

$$\therefore \frac{CD}{BC} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}, \text{故选项 } A, B \text{ 正确,}$$

$$\because BC^2 = 4, CD \cdot EH = (\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1) = 4,$$

$$\therefore BC^2 = CD \cdot EH, \text{故选项 } C \text{ 正确,}$$

$\therefore$ 四边形 $ABHD$ 是菱形,

$$\therefore \angle AHD = \angle AHB,$$

$$\therefore \sin \angle AHD = \sin \angle AHB = \frac{AE}{AH} = \frac{2}{\sqrt{2^2 + (\sqrt{5}+1)^2}} \neq \frac{\sqrt{5}+1}{5}, \text{故选项 } D \text{ 错误,}$$

故选: D .

【点评】 本题考查翻折变换, 矩形的性质, 解直角三角形, 菱形的判定和性质等知识, 解题的关键是熟练掌握基本知识, 属于中考常考题型.

10. **【分析】** ①根据二次函数的增减性进行判断便可;

②先把顶点坐标代入抛物线的解析式, 求得 m , 再把 m 代入一元二次方程 $ax^2 - bx + c - m + 1 = 0$ 的根的判别式中计算, 判断其正负便可判断正误.

$$\text{【解答】解: ①} \because \text{顶点坐标为 } \left(\frac{1}{2}, m\right), n < \frac{1}{2},$$

$$\therefore \text{点 } (n, y_1) \text{ 关于抛物线的对称轴 } x = \frac{1}{2} \text{ 的对称点为 } (1-n, y_1),$$

$$\therefore \text{点 } (1-n, y_1) \text{ 与 } \left(\frac{3}{2} - 2n, y_2\right) \text{ 在该抛物线上,}$$

$$\therefore (1-n) - \left(\frac{3}{2} - 2n\right) = n - \frac{1}{2} < 0,$$

$$\therefore 1-n < \frac{3}{2} - 2n,$$

$$\therefore a > 0,$$

$$\therefore \text{当 } x > \frac{1}{2} \text{ 时, } y \text{ 随 } x \text{ 的增大而增大,}$$

$$\therefore y_1 < y_2, \text{故此小题结论正确;}$$

$$\text{②把 } \left(\frac{1}{2}, m\right) \text{ 代入 } y = ax^2 + bx + c \text{ 中, 得 } m = \frac{1}{4}a + \frac{1}{2}b + c,$$

$$\therefore \text{一元二次方程 } ax^2 - bx + c - m + 1 = 0 \text{ 中, } \Delta = b^2 - 4ac + 4am - 4a = b^2 - 4ac + 4a\left(\frac{1}{4}a + \frac{1}{2}b + c\right) - 4a = (a+b)^2 - 4a < 0,$$

$$\therefore \text{一元二次方程 } ax^2 - bx + c - m + 1 = 0 \text{ 无实数解, 故此小题正确;}$$

故选: A .

【点评】 本题主要考查了二次函数图象与二次函数的系数的关系, 第①小题, 关键是通

过抛物线的对称性把两点坐标变换到对称轴的一边来，再通过二次函数的增减性进行比较，第②小题关键是判断一元二次方程根的判别式的正负.

二、填空题（本大题 6 个小题，每小是 3 分，共 18 分）请将答案填在答题十对应的横线上

11. 【分析】列代数式注意：①仔细辨别词义. 列代数式时，要先认真审题，抓住关键词语，仔细辨析词义. 如“除”与“除以”，“平方的差（或平方差）”与“差的平方”的词义区分. ②分清数量关系. 要正确列代数式，只有分清数量之间的关系.

【解答】解：依题意可得，

$$\text{售价为 } \frac{8}{10}a = \frac{4}{5}a,$$

$$\text{故答案为 } \frac{4}{5}a.$$

【点评】本题考查了列代数式，能根据题意列出代数式是解题的关键.

12. 【分析】根据正方形的性质得到 $AB = AD$ ， $\angle BAD = 90^\circ$ ，在正六边形 $ABEFGH$ 中，求得 $AB = AH$ ， $\angle BAH = 120^\circ$ ，于是得到 $AH = AD$ ， $\angle HAD = 360^\circ - 90^\circ - 120^\circ = 150^\circ$ ，根据等腰三角形的性质即可得到结论.

【解答】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$$\therefore AB = AD, \angle BAD = 90^\circ,$$

在正六边形 $ABEFGH$ 中， $\because AB = AH$ ， $\angle BAH = 120^\circ$ ，

$$\therefore AH = AD, \angle HAD = 360^\circ - 90^\circ - 120^\circ = 150^\circ,$$

$$\therefore \angle ADH = \angle AHD = \frac{1}{2} (180^\circ - 150^\circ) = 15^\circ,$$

故答案为：15.

【点评】本题考查了正多边形和圆，多边形的内角与外角，等腰三角形的判定和性质，正确的识别图形是解题的关键.

13. 【分析】原式变形后，利用同分母分式的减法法则计算即可得到结果.

$$\text{【解答】解：原式} = \frac{x^2}{x-1} - \frac{1}{x-1} = \frac{(x+1)(x-1)}{x-1} = x+1.$$

故答案为： $x+1$

【点评】此题考查了分式的加减法，熟练掌握运算是解本题的关键.

14. 【分析】根据中位数的概念求解可得.

【解答】解：500 个数据的中位数是第 250、251 个数据的平均数，

$\therefore$ 第 250 和 251 个数据分别为 1.4、1.4，

∴ 这组数据的中位数为 $\frac{1.4+1.4}{2} = 1.4$ (kg),

故答案为: 1.4kg.

【点评】 本题主要考查中位数, 将一组数据按照从小到大 (或从大到小) 的顺序排列, 如果数据的个数是奇数, 则处于中间位置的数就是这组数据的中位数. 如果这组数据的个数是偶数, 则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

15. **【分析】** 根据一次函数图象上点的特征求得 $n = \frac{-3m+1}{2}$, 即可得到 $B(m, \frac{-3m+1}{2})$, 根据反比例函数图象上点的特征得到 k 关于 m 的函数, 根据二次函数的性质即可求得 k 的取值范围.

【解答】 解: ∵ 点 $A(3m, 2n)$ 在直线 $y = -x+1$ 上,

$$\therefore 2n = -3m+1, \text{ 即 } n = \frac{-3m+1}{2},$$

$$\therefore B(m, \frac{-3m+1}{2}),$$

∵ 点 B 在双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 上,

$$\therefore k = m \cdot \frac{-3m+1}{2} = -\frac{3}{2} (m - \frac{1}{6})^2 + \frac{1}{24},$$

$$\therefore -\frac{3}{2} < 0,$$

$$\therefore k \text{ 有最大值为 } \frac{1}{24},$$

$$\therefore k \text{ 的取值范围为 } k \leq \frac{1}{24},$$

$$\therefore k \neq 0,$$

故答案为 $k \leq \frac{1}{24}$ 且 $k \neq 0$.

【点评】 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征, 反比例函数图象上点的坐标特征, 二次函数的性质, 图象上点的坐标适合解析式是解题的关键.

16. **【分析】** ①由条件可知 $AB = 24$, 则 AB 的中点 E 的运动轨迹是圆弧, 最后根据弧长公式即可计算出点 E 所经过的路径长; ②当 $\triangle OAB$ 的面积最大时, 因为 $AB = 24$, 所以 $\triangle OAB$ 为等腰直角三角形, 即 $OA = OB$, 可求出最大面积为 144; ③当 O 、 E 、 D 三点共线时, OD 最大, 过点 D 作 $DF \perp y$ 轴于点 F , 可求出 $OD = 25$, 证明 $\triangle DFA \sim \triangle AOB$ 和 $\triangle DFO \sim \triangle BOA$, 可求出 DF 长, 则 D 点坐标可求出.

【解答】 解: ∵ 点 E 为 AB 的中点, $AB = 24$,

$$\therefore OE = \frac{1}{2}AB = 12,$$

$\therefore AB$ 的中点 E 的运动轨迹是以点 O 为圆心, 12 为半径的一段圆弧,

$$\because \angle AOB = 90^\circ,$$

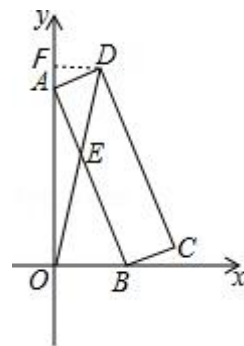
$$\therefore \text{点 } E \text{ 经过的路径长为 } \frac{90 \times 12 \times \pi}{180} = 6\pi, \text{ 故①错误;}$$

当 $\triangle OAB$ 的面积最大时, 因为 $AB = 24$, 所以 $\triangle OAB$ 为等腰直角三角形, 即 $OA = OB$,

$\because E$ 为 AB 的中点,

$$\therefore OE \perp AB, OE = \frac{1}{2}AB = 12,$$

$$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} \times 24 \times 12 = 144, \text{ 故②正确;}$$



如图, 当 O, E, D 三点共线时, OD 最大, 过点 D 作 $DF \perp y$ 轴于点 F ,

$$\because AD = BC = 5, AE = \frac{1}{2}AB = 12,$$

$$\therefore DE = \sqrt{AD^2 + AE^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13,$$

$$\therefore OD = DE + OE = 13 + 12 = 25,$$

设 $DF = x$,

$$\therefore OF = \sqrt{OD^2 - DF^2} = \sqrt{25^2 - x^2},$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore \angle DAB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DFA = \angle AOB,$$

$$\therefore \angle DAF = \angle ABO,$$

$$\therefore \triangle DFA \sim \triangle AOB$$

$$\therefore \frac{DF}{OA} = \frac{DA}{AB},$$

$$\therefore \frac{x}{OA} = \frac{5}{24},$$

$$\therefore OA = \frac{24x}{5},$$

$\because E$ 为 AB 的中点, $\angle AOB = 90^\circ$,

$$\therefore AE = OE,$$

$$\therefore \angle AOE = \angle OAE,$$

$$\therefore \triangle DFO \sim \triangle BOA,$$

$$\therefore \frac{OD}{AB} = \frac{OF}{OA},$$

$$\therefore \frac{25}{24} = \frac{\sqrt{25^2 - x^2}}{\frac{24x}{5}},$$

$$\text{解得 } x = \frac{25\sqrt{26}}{26}, x = -\frac{25\sqrt{26}}{26} \text{ 舍去},$$

$$\therefore OF = \frac{125\sqrt{26}}{26},$$

$$\therefore D\left(\frac{25\sqrt{26}}{26}, \frac{125\sqrt{26}}{26}\right). \text{ 故③正确.}$$

故答案为: ②③.

【点评】 本题考查四边形综合题、直角形的性质、矩形的性质、相似三角形的判定和性质等知识. 解题的关键是学会添加常用辅助线, 构造相似三角形解决问题, 属于中考压轴题.

三、解答题 (本大题共 9 个小题, 共 72 分) 解答应写出必要的文字说明, 证明过程或演算步骤

17. **【分析】** 根据实数的混合计算解答即可.

$$\text{【解答】解: 原式} = 1 + \sqrt{3} - \sqrt{2} - 2\sqrt{3} + \sqrt{2} = 1 - \sqrt{3}.$$

【点评】 此题考查二次根式的混合计算, 关键是根据实数的混合计算解答.

18. **【分析】** (1) 根据线段中点的定义得到 $AO = BO$, 根据平行线的性质得到 $\angle AOD = \angle OBC$, 根据全等三角形的判定定理即可得到结论;

(2) 根据全等三角形的性质和平行线的性质即可得到结论.

【解答】 (1) 证明: $\because$ 点 O 是线段 AB 的中点,

$$\therefore AO = BO,$$

$$\because OD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle AOD = \angle OBC,$$

$$\text{在} \triangle AOD \text{ 与 } \triangle OBC \text{ 中, } \begin{cases} AO=BO \\ \angle AOD=\angle OBC \\ OD=BC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AOD \cong \triangle OBC \text{ (SAS)};$$

$$(2) \text{ 解: } \because \triangle AOD \cong \triangle OBC,$$

$$\therefore \angle ADO = \angle OCB = 35^\circ,$$

$$\therefore OD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DOC = \angle OCB = 35^\circ.$$

【点评】 本题考查了全等三角形的判定和性质，平行线的性质，熟练掌握全等三角形的判定和性质是解题的关键.

19. **【分析】** (1) 由概率公式即可得出结果;

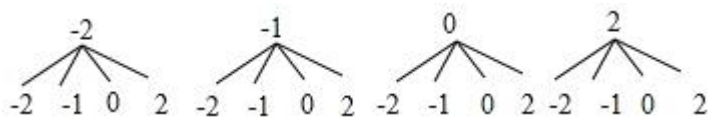
(2) 直接利用树状图法列举出所有可能进而得出答案.

【解答】 解: (1) 随机的取一张卡片, 抽取的卡片上的数字为负数的概率为 $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$;

(2) 画树状图如图所示:

共有 16 个可能的结果, 点 A 在直线 $y = 2x$ 上的结果有 2 个,

$$\therefore \text{点 A 在直线 } y = 2x \text{ 上的概率为 } \frac{2}{16} = \frac{1}{8}.$$



【点评】 此题主要考查了树状图法求概率、概率公式、一次函数图象上点的坐标特征, 正确列举出所有可能是解题关键.

20. **【分析】** (1) 根据 $\Delta \geq 0$, 解不等式即可;

(2) 将 $m = 2$ 代入原方程可得: $x^2 + 3x + 1 = 0$, 计算两根和与两根积, 化简所求式子, 可得结论.

【解答】 解: (1) 由题意 $\Delta \geq 0$,

$$\therefore (2m - 1)^2 - 4(m^2 - 3) \geq 0,$$

$$\therefore m \leq \frac{13}{4}.$$

(2) 当 $m = 2$ 时, 方程为 $x^2 + 3x + 1 = 0$,

$$\therefore x_1 + x_2 = -3, x_1 x_2 = 1,$$

$\therefore$ 方程的根为 x_1, x_2 ,

$$\therefore x_1^2 + 3x_1 + 1 = 0, \quad x_2^2 + 3x_2 + 1 = 0,$$

$$\therefore (x_1^2 + 2x_1)(x_2^2 + 4x_2 + 2)$$

$$= (x_1^2 + 2x_1 + x_1 - x_1)(x_2^2 + 3x_2 + x_2 + 2)$$

$$= (-1 - x_1)(-1 + x_2 + 2)$$

$$= (-1 - x_1)(x_2 + 1)$$

$$= -x_2 - x_1x_2 - 1 - x_1$$

$$= -x_2 - x_1 - 2$$

$$= 3 - 2$$

$$= 1.$$

【点评】 本题考查了根与系数的关系以及一元二次方程的解，根的判别式等知识，牢记

“两根之和等于 $-\frac{b}{a}$ ，两根之积等于 $\frac{c}{a}$ ”是解题的关键。

21. **【分析】** (1) 将 A 、 B 两点的坐标代入一次函数解析式可得 b 和 n 的值，则求出点 $B(1, -4)$ ，代入反比例函数解析式可求出 k 的值。

(2) 先求出点 C 、 D 两点的坐标，再求出 E 点坐标，则 $S_{\triangle BOE} = S_{\triangle ODE} + S_{\triangle ODB} = \frac{1}{2}OD \cdot (x_B - x_E)$ ，可求出 $\triangle BOE$ 的面积。

【解答】 解：(1) $\because$ 点 $A(-\frac{1}{2}m, m-2)$ ， $B(1, n)$ 在直线 $y = -2x + b$ 上，

$$\therefore \begin{cases} m+b=m-2, \\ -2+b=n \end{cases},$$

$$\text{解得：} \begin{cases} b=-2, \\ n=-4 \end{cases},$$

$$\therefore B(1, -4),$$

代入反比例函数解析式 $y = \frac{k}{x}$,

$$\therefore -4 = \frac{k}{1},$$

$$\therefore k = -4.$$

(2) $\because$ 直线 AB 的解析式为 $y = -2x - 2$,

令 $x = 0$ ，解得 $y = -2$ ，令 $y = 0$ ，解得 $x = -1$,

$$\therefore C(-1, 0), D(0, -2),$$

$\because$ 点 E 为 CD 的中点，

$$\therefore E(-\frac{1}{2}, -1),$$

$$\begin{aligned}\therefore S_{\triangle BOE} &= S_{\triangle ODE} + S_{\triangle ODB} = \frac{1}{2}OD \cdot (x_B - x_E) = \frac{1}{2} \times 2 \times (1 + \frac{1}{2}) \\ &= \frac{3}{2}.\end{aligned}$$

【点评】本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题，三角形的面积，熟练掌握待定系数法是解题的关键．

22. 【分析】（1）根据圆周角定理得到 $\angle ADC = 90^\circ$ ，得到 $\angle A + \angle ACD = 90^\circ$ ，求得 $\angle ACB = 90^\circ$ ，于是得到结论；

（2）过 O 作 $OH \perp CD$ 于 H ，根据相似三角形的性质得到 $AB = \frac{25}{3}$ ，根据垂径定理得到 $CH = DH$ ，根据三角形的中位线的性质即可得到结论．

【解答】（1）证明： $\because AC$ 是 $\odot O$ 的直径，

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A + \angle ACD = 90^\circ,$$

$$\because \angle BCD = \angle A,$$

$$\therefore \angle ACD + \angle BCD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$\therefore BC$ 是 $\odot O$ 的切线；

（2）解：过 O 作 $OH \perp CD$ 于 H ，

$$\because \angle BDC = \angle ACB = 90^\circ, \quad \angle B = \angle B,$$

$$\therefore \triangle ACB \sim \triangle CDB,$$

$$\therefore \frac{BC}{BD} = \frac{AB}{BC},$$

$$\therefore \frac{5}{3} = \frac{AB}{5},$$

$$\therefore AB = \frac{25}{3},$$

$$\therefore AD = \frac{16}{3},$$

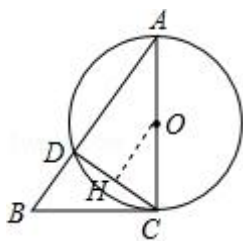
$$\because OH \perp CD,$$

$$\therefore CH = DH,$$

$$\because AO = OC,$$

$$\therefore OH = \frac{1}{2}AD = \frac{8}{3},$$

$\therefore$ 点 O 到 CD 的距离是 $\frac{8}{3}$.



【点评】 本题考查了切线的判定和性质，圆周角定理，相似三角形的判定和性质，垂径定理，三角形的中位线的性质，正确的识别图形是解题的关键.

23. **【分析】** (1) 钢笔、笔记本的单价分别为 x 、 y 元，根据题意列方程组即可得到结论；

(2) 设钢笔的单价为 a 元，购买数量为 b 元，支付钢笔和笔记本的总金额 w 元，①当 $30 \leq b \leq 50$ 时，求得 $w = -0.1(b - 35)^2 + 722.5$ ，于是得到 $700 \leq w \leq 722.5$ ；②当 $50 < b \leq 60$ 时，求得 $w = 8b + 6(100 - b) = 2b + 600$ ， $700 < w \leq 720$ ，于是得到当 $30 \leq b \leq 60$ 时， w 的最小值为 700 元，于是得到结论.

【解答】 解：(1) 钢笔、笔记本的单价分别为 x 、 y 元，

根据题意得，
$$\begin{cases} 2x + 3y = 38 \\ 4x + 5y = 70 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} x = 10 \\ y = 6 \end{cases}$$

答：钢笔、笔记本的单价分别为 10 元，6 元；

(2) 设钢笔的单价为 a 元，购买数量为 b 只，支付钢笔和笔记本的总金额 w 元，

①当 $30 \leq b \leq 50$ 时， $a = 10 - 0.1(b - 30) = -0.1b + 13$ ， $w = b(-0.1b + 13) + 6(100 - b)$
 $= -0.1b^2 + 7b + 600 = -0.1(b - 35)^2 + 722.5$ ，

$\therefore$ 当 $b = 30$ 时， $w = 720$ ，当 $b = 50$ 时， $w = 700$ ，

$\therefore$ 当 $30 \leq b \leq 50$ 时， $700 \leq w \leq 722.5$ ；

②当 $50 < b \leq 60$ 时， $a = 8$ ， $w = 8b + 6(100 - b) = 2b + 600$ ， $700 < w \leq 720$ ，

$\therefore$ 当 $30 \leq b \leq 60$ 时， w 的最小值为 700 元，

$\therefore$ 这次奖励一等奖学生 50 人时，购买奖品总金额最少，最少为 700 元.

【点评】 本题考查了二次函数的应用，二元一次方程组的应用，正确的理解题意求出二次函数的解析式是解题的关键.

24. **【分析】** (1) 由正方形的性质得出 $\angle A = \angle ADC = \angle EDG = 90^\circ$ ， $AD = CD$ ， $DE = DG$ ，即 $\angle ADE = \angle CDG$ ，由 SAS 证明 $\triangle ADE \cong \triangle CDG$ 得出 $\angle A = \angle DCG = 90^\circ$ ，即可得出结论；

(2) 先证明 $\triangle EFM \cong \triangle GFM$ 得出 $EM = GM$, $\angle MEF = \angle MGF$, 在证明 $\triangle EFH \cong \triangle GFN$ 得出 $HF = NF$, 由三角函数得出 $GF = EF = 3HF = 3NF$, 得出 $GH = 2HF$, 作 $NP \parallel GF$ 交 EM 于 P , 则 $\triangle PMN \sim \triangle HMG$, $\triangle PEN \sim \triangle HEF$, 得出 $\frac{PN}{GH} = \frac{MN}{GM}$, $\frac{PN}{HF} = \frac{EN}{EF} = \frac{2}{3}$, $PN = \frac{2}{3}HF$, 即可得出结果;

(3) 假设 $EM = \frac{1}{2}$, 先判断出点 G 在 BC 的延长线上, 同(2)的方法得, $EM = GM = \frac{1}{2}$, 得出 $GM = \frac{1}{2}$, 再判断出 $BM < \frac{1}{2}$, 得出 $CM > \frac{1}{2}$, 进而得出 $CM > GM$, 即可得出结论.

【解答】(1) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 和四边形 $DEFG$ 是正方形,

$$\therefore \angle A = \angle ADC = \angle EDG = 90^\circ, \quad AD = CD, \quad DE = DG,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle CDG,$$

$$\text{在 } \triangle ADE \text{ 和 } \triangle CDG \text{ 中, } \begin{cases} AD=CD \\ \angle ADE=\angle CDG \\ DE=DG \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CDG \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle A = \angle DCG = 90^\circ,$$

$$\therefore CD \perp CG;$$

(2) 解: $\because$ 四边形 $DEFG$ 是正方形,

$$\therefore EF = GF, \quad \angle EFM = \angle GFM = 45^\circ,$$

$$\text{在 } \triangle EFM \text{ 和 } \triangle GFM \text{ 中 } \begin{cases} EF=GF \\ \angle EFM=\angle GFM \\ MF=MF \end{cases},$$

$$\therefore \triangle EFM \cong \triangle GFM \text{ (SAS)},$$

$$\therefore EM = GM, \quad \angle MEF = \angle MGF,$$

$$\text{在 } \triangle EFH \text{ 和 } \triangle GFN \text{ 中, } \begin{cases} \angle EFH=\angle GFN \\ EF=GF \\ \angle MEF=\angle MGF \end{cases},$$

$$\therefore \triangle EFH \cong \triangle GFN \text{ (ASA)},$$

$$\therefore HF = NF,$$

$$\therefore \tan \angle MEN = \frac{1}{3} = \frac{HF}{EF},$$

$$\therefore GF = EF = 3HF = 3NF,$$

$$\therefore GH = 2HF,$$

作 $NP \parallel GF$ 交 EM 于 P , 则 $\triangle PMN \sim \triangle HMG$, $\triangle PEN \sim \triangle HEF$,

$$\therefore \frac{PN}{GH} = \frac{MN}{GM}, \quad \frac{PN}{HF} = \frac{EN}{EF} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore PN = \frac{2}{3}HF,$$

$$\therefore \frac{MN}{EM} = \frac{MN}{GM} = \frac{PN}{GH} = \frac{\frac{2}{3}HF}{2HF} = \frac{1}{3},$$

(3) EM 的长不可能为 $\frac{1}{2}$,

理由: 假设 EM 的长为 $\frac{1}{2}$,

$\because$ 点 E 是 AB 边上一点, 且 $\angle EDG = \angle ADC = 90^\circ$,

$\therefore$ 点 G 在 BC 的延长线上,

同 (2) 的方法得, $EM = GM = \frac{1}{2}$,

$$\therefore GM = \frac{1}{2},$$

在 $\text{Rt}\triangle BEM$ 中, EM 是斜边,

$$\therefore BM < \frac{1}{2},$$

$\because$ 正方形 $ABCD$ 的边长为 1,

$$\therefore BC = 1,$$

$$\therefore CM > \frac{1}{2},$$

$$\therefore CM > GM,$$

$\therefore$ 点 G 在正方形 $ABCD$ 的边 BC 上, 与“点 G 在 BC 的延长线上”相矛盾,

$\therefore$ 假设错误,

即: EM 的长不可能为 $\frac{1}{2}$.

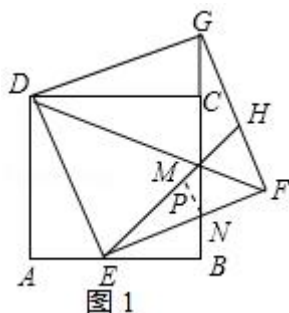


图 1

【点评】此题是相似形综合题，主要考查了全等三角形的判定和性质，相似三角形的判定和性质，构造出相似三角形是解本题的关键，用反证法说明 EM 不可能为 $\frac{1}{2}$ 是解本题的难度。

25. 【分析】(1) 已知抛物线与 x 轴两交点坐标，可设交点式 $y = a(x+1)(x+3)$ ；由 $OC = OB = 3$ 得 $C(0, -3)$ ，代入交点式即求得 $a = -1$ 。

(2) 由 $\angle POB = \angle ACB$ 联想到构造相似三角形，因为求点 P 坐标一般会作 x 轴垂线 PH 得 $Rt\triangle POH$ ，故可过点 A 在 BC 边上作垂线 AG ，构造 $\triangle ACG \sim \triangle POH$ 。利用点 A 、 B 、 C 坐标求得 AG 、 CG 的长，由相似三角形对应边成比例推出 $\frac{PH}{OH} = \frac{AG}{CG} = \frac{1}{2}$ 。设点 P 横坐标为 p ，则 OH 与 PH 都能用 p 表示，但需按 P 横纵坐标的正负性进行分类讨论。得到用 p 表示 OH 与 PH 并代入 $OH = 2PH$ 计算即求得 p 的值，进而求点 P 坐标。

(3) ①用 m 表示 M 、 N 横纵坐标，把 m 当常数求直线 MN 的解析式。设 D 横坐标为 d ，把 $x = d$ 代入直线 MN 解析式得点 E 纵坐标， D 与 E 纵坐标相减即得到用 m 、 d 表示的 DE 的长，把 m 当常数，对未知数 d 进行配方，即得到当 $d = m+2$ 时， DE 取得最大值。

②由矩形 $MDNF$ 得 $MN = DF$ 且 MN 与 DF 互相平分，所以 E 为 MN 中点，得到点 D 、 E 横坐标为 $m+2$ 。由①得 $d = m+2$ 时， $DE = 4$ ，所以 $MN = 8$ 。用两点间距离公式用 m 表示 MN 的长，即列得方程求 m 的值。

【解答】解：(1) $\because$ 抛物线与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$ ，点 $B(-3, 0)$

$\therefore$ 设交点式 $y = a(x+1)(x+3)$

$\because OC = OB = 3$ ，点 C 在 y 轴负半轴

$\therefore C(0, -3)$

把点 C 代入抛物线解析式得： $3a = -3$

$\therefore a = -1$

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y = -(x+1)(x+3) = -x^2 - 4x - 3$

(2) 如图 1，过点 A 作 $AG \perp BC$ 于点 G ，过点 P 作 $PH \perp x$ 轴于点 H

$\therefore \angle AGB = \angle AGC = \angle PHO = 90^\circ$

$\because \angle ACB = \angle POB$

$\therefore \triangle ACG \sim \triangle POH$

$$\therefore \frac{AG}{PH} = \frac{CG}{OH}$$

$$\therefore \frac{AG}{CG} = \frac{PH}{OH}$$

$$\because OB = OC = 3, \angle BOC = 90^\circ$$

$$\therefore \angle ABC = 45^\circ, BC = \sqrt{OB^2 + OC^2} = 3\sqrt{2}$$

$\therefore \triangle ABG$ 是等腰直角三角形

$$\therefore AG = BG = \frac{\sqrt{2}}{2} AB = \sqrt{2}$$

$$\therefore CG = BC - BG = 3\sqrt{2} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

$$\therefore \frac{PH}{OH} = \frac{AG}{CG} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore OH = 2PH$$

设 $P(p, -p^2 - 4p - 3)$

①当 $p < -3$ 或 $-1 < p < 0$ 时, 点 P 在点 B 左侧或在 AC 之间, 横纵坐标均为负数

$$\therefore OH = -p, PH = -(-p^2 - 4p - 3) = p^2 + 4p + 3$$

$$\therefore -p = 2(p^2 + 4p + 3)$$

$$\text{解得: } p_1 = \frac{-9 - \sqrt{33}}{4}, p_2 = \frac{-9 + \sqrt{33}}{4}$$

$$\therefore P\left(\frac{-9 - \sqrt{33}}{4}, \frac{-9 - \sqrt{33}}{8}\right) \text{ 或 } \left(\frac{-9 + \sqrt{33}}{4}, \frac{-9 + \sqrt{33}}{8}\right)$$

②当 $-3 < p < -1$ 或 $p > 0$ 时, 点 P 在 AB 之间或在点 C 右侧, 横纵坐标异号

$$\therefore p = 2(p^2 + 4p + 3)$$

$$\text{解得: } p_1 = -2, p_2 = -\frac{3}{2}$$

$$\therefore P(-2, 1) \text{ 或 } \left(-\frac{3}{2}, \frac{3}{4}\right)$$

$$\text{综上所述, 点 } P \text{ 的坐标为 } \left(\frac{-9 - \sqrt{33}}{4}, \frac{-9 - \sqrt{33}}{8}\right), \left(\frac{-9 + \sqrt{33}}{4}, \frac{-9 + \sqrt{33}}{8}\right), (-2, 1)$$

$$\text{或 } \left(-\frac{3}{2}, \frac{3}{4}\right).$$

$$(3) \text{ ①如图 2, } \because x = m+4 \text{ 时, } y = -(m+4)^2 - 4(m+4) - 3 = -m^2 - 12m - 35$$

$$\therefore M(m, -m^2 - 4m - 3), N(m+4, -m^2 - 12m - 35)$$

设直线 MN 解析式为 $y = kx + n$

$$\therefore \begin{cases} km+n=-m^2-4m-3 \\ k(m+4)+n=-m^2-12m-35 \end{cases} \quad \text{解得:} \begin{cases} k=-2m-8 \\ n=m^2+4m-3 \end{cases}$$

$$\therefore \text{直线 } MN: y = (-2m-8)x + m^2 + 4m - 3$$

$$\text{设 } D(d, -d^2 - 4d - 3) \quad (m < d < m+4)$$

$$\because DE \parallel y \text{ 轴}$$

$$\therefore x_E = x_D = d, \quad E(d, (-2m-8)d + m^2 + 4m - 3)$$

$$\therefore DE = -d^2 - 4d - 3 - [(-2m-8)d + m^2 + 4m - 3] = -d^2 + (2m+4)d - m^2 - 4m = -[d - (m+2)]^2 + 4$$

$$\therefore \text{当 } d = m+2 \text{ 时, } DE \text{ 的最大值为 } 4.$$

②如图 3, $\because D, F$ 关于点 E 对称

$$\therefore DE = EF$$

$\because$ 四边形 $MDNF$ 是矩形

$$\therefore MN = DF, \text{ 且 } MN \text{ 与 } DF \text{ 互相平分}$$

$$\therefore DE = \frac{1}{2}MN, \quad E \text{ 为 } MN \text{ 中点}$$

$$\therefore x_D = x_E = \frac{m+m+4}{2} = m+2$$

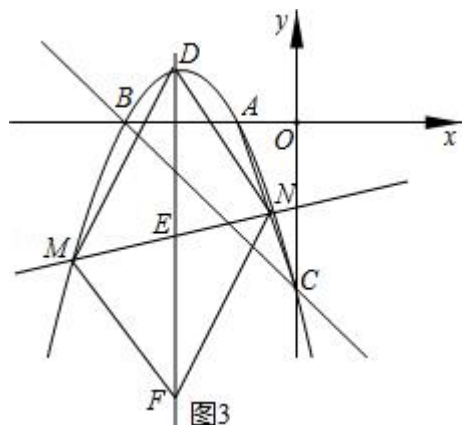
$$\text{由①得当 } d = m+2 \text{ 时, } DE = 4$$

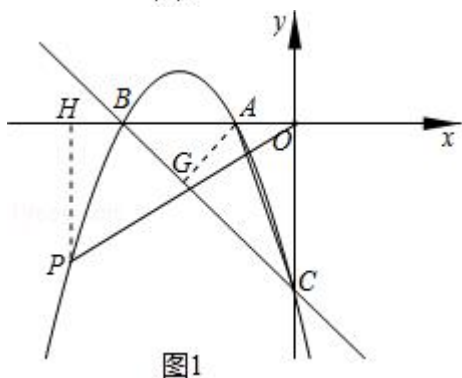
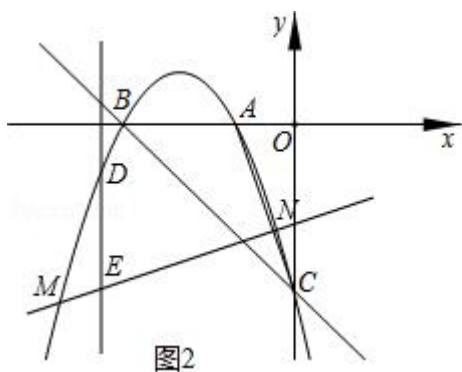
$$\therefore MN = 2DE = 8$$

$$\therefore (m+4-m)^2 + [-m^2 - 12m - 35 - (-m^2 - 4m - 3)]^2 = 8^2$$

$$\text{解得: } m_1 = -4 - \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad m_2 = -4 + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore m \text{ 的值为 } -4 - \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ 或 } -4 + \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ 时, 四边形 } MDNF \text{ 为矩形.}$$





【点评】 本题考查了求二次函数解析式，求二次函数最大值，等腰三角形的性质，相似三角形的判定和性质，一元二次方程的解法，二元一次方程组的解法，矩形的性质．第（3）题没有图要先根据题意画草图帮助思考，设计较多字母运算时抓住其中的常量和变量来分析和计算．