

## 2014 年四川省泸州市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 12 小题，每题 3 分，共 36 分.只有一项是符合题目要求的.）

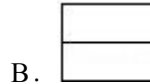
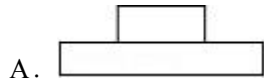
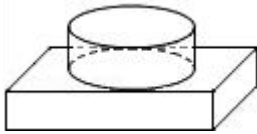
1.（3 分）5 的倒数为（ ）

- A.  $\frac{1}{5}$                       B. 5                      C.  $-\frac{1}{5}$                       D. -5

2.（3 分）计算  $x^2 \cdot x^3$  的结果为（ ）

- A.  $2x^2$                       B.  $x^5$                       C.  $2x^3$                       D.  $x^6$

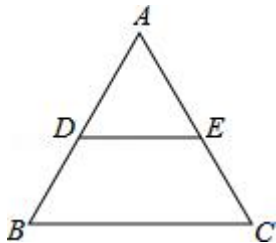
3.（3 分）如图的几何图形的俯视图为（ ）



4.（3 分）某校八年级（2）班 6 名女同学的体重（单位： $kg$ ）分别为 35，36，38，40，42，42，则这组数据的中位数是（ ）

- A. 38                      B. 39                      C. 40                      D. 42

5.（3 分）如图，等边  $\triangle ABC$  中，点  $D$ 、 $E$  分别为边  $AB$ 、 $AC$  的中点，则  $\angle DEC$  的度数为（ ）



- A.  $30^\circ$                       B.  $60^\circ$                       C.  $120^\circ$                       D.  $150^\circ$

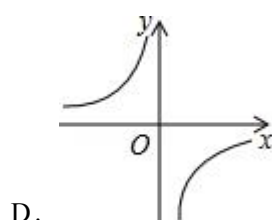
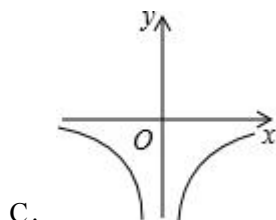
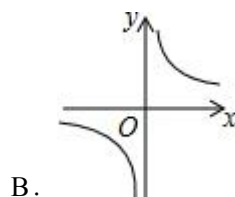
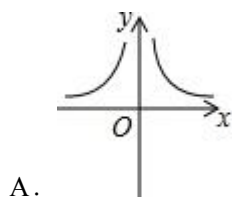
6.（3 分）已知实数  $x$ 、 $y$  满足  $\sqrt{x-1} + |y+3| = 0$ ，则  $x+y$  的值为（ ）

- A. -2                      B. 2                      C. 4                      D. -4

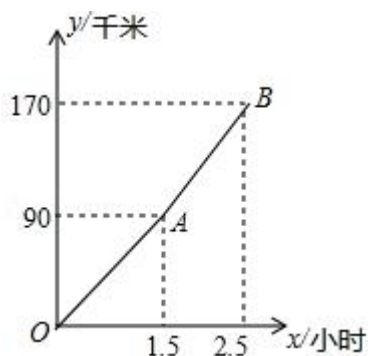
7.（3 分）一个圆锥的底面半径是  $6cm$ ，其侧面展开图为半圆，则圆锥的母线长为（ ）

- A.  $9cm$                       B.  $12cm$                       C.  $15cm$                       D.  $18cm$

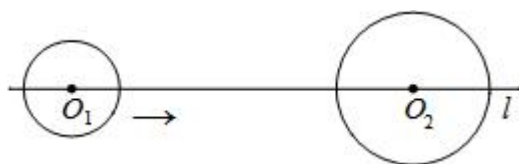
8.（3 分）已知抛物线  $y = x^2 - 2x + m + 1$  与  $x$  轴有两个不同的交点，则函数  $y = \frac{m}{x}$  的大致图象是（ ）



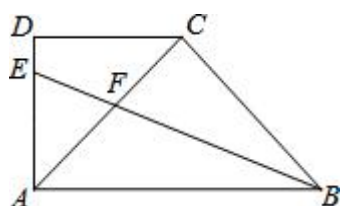
9. (3分) “五一节”期间，王老师一家自驾游去了离家170千米的某地，下面是他们家的距离 $y$ （千米）与汽车行驶时间 $x$ （小时）之间的函数图象，当他们离目的地还有20千米时，汽车一共行驶的时间是（ ）



- A. 2小时      B. 2.2小时      C. 2.25小时      D. 2.4小时
10. (3分) 如图， $\odot O_1$ ， $\odot O_2$ 的圆心 $O_1$ ， $O_2$ 都在直线 $l$ 上，且半径分别为 $2\text{cm}$ ， $3\text{cm}$ ， $O_1O_2 = 8\text{cm}$ ．若 $\odot O_1$ 以 $1\text{cm/s}$ 的速度沿直线 $l$ 向右匀速运动（ $\odot O_2$ 保持静止），则在 $7\text{s}$ 时刻 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 的位置关系是（ ）

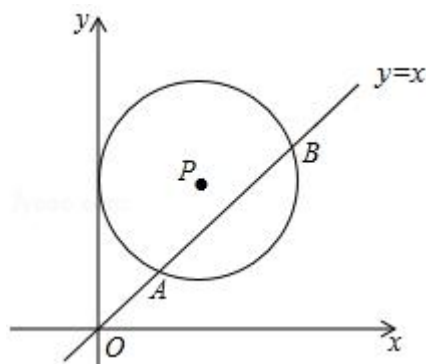


- A. 外切      B. 相交      C. 内含      D. 内切
11. (3分) 如图，在直角梯形 $ABCD$ 中， $DC \parallel AB$ ， $\angle DAB = 90^\circ$ ， $AC \perp BC$ ， $AC = BC$ ， $\angle ABC$ 的平分线分别交 $AD$ 、 $AC$ 于点 $E$ 、 $F$ ，则 $\frac{BF}{EF}$ 的值是（ ）



- A.  $\sqrt{2}-1$       B.  $2+\sqrt{2}$       C.  $\sqrt{2}+1$       D.  $\sqrt{2}$

12. (3分) 如图, 在平面直角坐标系中,  $\odot P$  的圆心坐标是  $(3, a)$  ( $a > 3$ ), 半径为 3, 函数  $y = x$  的图象被  $\odot P$  截得的弦  $AB$  的长为  $4\sqrt{2}$ , 则  $a$  的值是 ( )



- A. 4      B.  $3+\sqrt{2}$       C.  $3\sqrt{2}$       D.  $3+\sqrt{3}$

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 3 分, 共 12 分. 请将最后答案直接填在题中横线上.)

13. (3分) 分解因式:  $3a^2+6a+3 = \underline{\hspace{2cm}}$ .

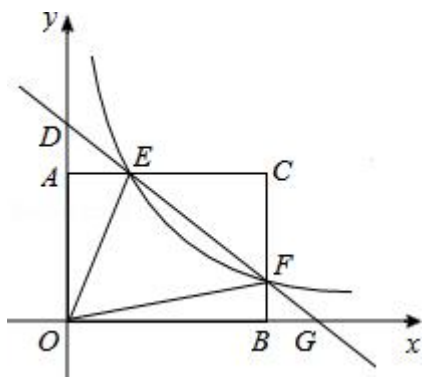
14. (3分) 使函数  $y = \sqrt{x+2} + \frac{1}{(x-1)(x+2)}$  有意义的自变量  $x$  的取值范围是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

15. (3分) 一个平行四边形的一条边长为 3, 两条对角线的长分别为 4 和  $2\sqrt{5}$ , 则它的面积为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

16. (3分) 如图, 矩形  $AOBC$  的顶点坐标分别为  $A(0, 3)$ ,  $O(0, 0)$ ,  $B(4, 0)$ ,  $C(4, 3)$ , 动点  $F$  在边  $BC$  上 (不与  $B$ 、 $C$  重合), 过点  $F$  的反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象与边  $AC$  交于点  $E$ , 直线  $EF$  分别与  $y$  轴和  $x$  轴相交于点  $D$  和  $G$ . 给出下列命题:

- ①若  $k=4$ , 则  $\triangle OEF$  的面积为  $\frac{8}{3}$ ;  
 ②若  $k=\frac{21}{8}$ , 则点  $C$  关于直线  $EF$  的对称点在  $x$  轴上;  
 ③满足题设的  $k$  的取值范围是  $0 < k \leq 12$ ;  
 ④若  $DE \cdot EG = \frac{25}{12}$ , 则  $k=1$ .

其中正确的命题的序号是  $\underline{\hspace{2cm}}$  (写出所有正确命题的序号).



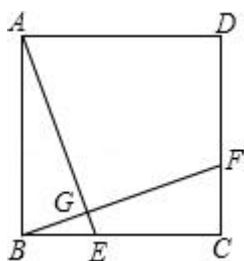
三、(本大题共 3 小题，每题 6 分，共 18 分)

17. (6 分) 计算:  $\sqrt{12} - 4\sin 60^\circ + (\pi+2)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$ .

18. (6 分) 计算  $\left(\frac{a}{a^2-b^2} - \frac{1}{a+b}\right) \div \frac{b}{b-a}$ .

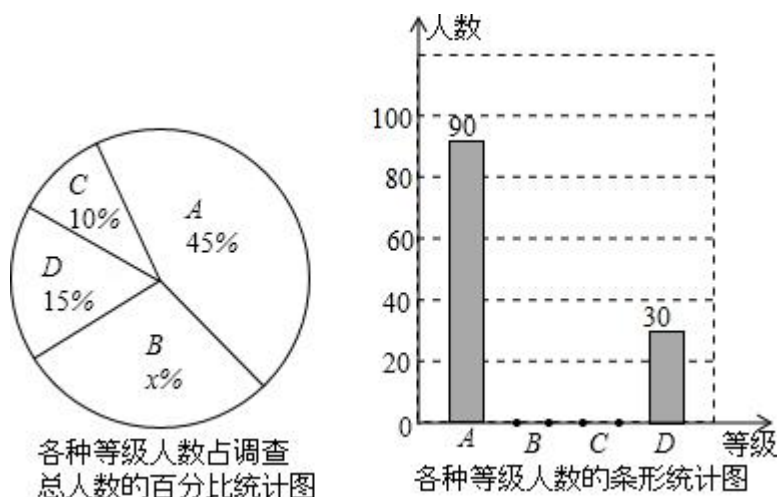
19. (6 分) 如图，正方形  $ABCD$  中， $E$ 、 $F$  分别为  $BC$ 、 $CD$  上的点，且  $AE \perp BF$ ，垂足为点  $G$ .

求证:  $AE = BF$ .



四、(本大题共 1 小题，每题 7 分，共 14 分)

20. (7 分) 某中学积极组织学生开展课外阅读活动，为了解本校学生每周课外阅读的时间量  $t$  (单位: 小时)，采用随机抽样的方法抽取部分学生进行了问卷调查，调查结果按  $0 \leq t < 2$ ,  $2 \leq t < 3$ ,  $3 \leq t < 4$ ,  $t \geq 4$  分为四个等级，并分别用  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  表示，根据调查结果统计数据绘制成了如图所示的两幅不完整的统计图，由图中给出的信息解答下列问题:



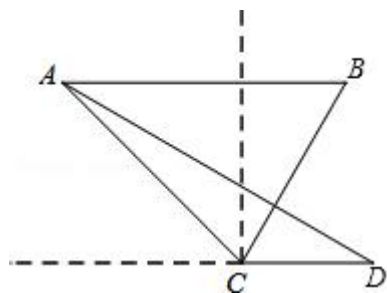
- (1) 求出  $x$  的值，并将不完整的条形统计图补充完整；
- (2) 若该校共有学生 2500 人，试估计每周课外阅读时间量满足  $2 \leq t < 4$  的人数；
- (3) 若本次调查活动中，九年级（1）班的两个学习小组分别有 3 人和 2 人每周阅读时间量都在 4 小时以上，现从这 5 人中任选 2 人参加学校组织的知识抢答赛，求选出的 2 人来自不同小组的概率。

#### 五、（本大题共 3 小题，每题 8 分，共 16 分）

21.（7 分）某工厂现有甲种原料 380 千克，乙种原料 290 千克，计划用这两种原料生产 A、B 两种产品共 50 件。已知生产一件 A 产品需要甲种原料 9 千克，乙种原料 3 千克，可获利 700 元；生产一件 B 产品需要甲种原料 4 千克，乙种原料 10 千克，可获利 1200 元。设生产 A、B 两种产品总利润为  $y$  元，其中 A 种产品生产件数是  $x$ 。

- (1) 写出  $y$  与  $x$  之间的函数关系式；
- (2) 如何安排 A、B 两种产品的生产件数，使总利润  $y$  有最大值，并求出  $y$  的最大值。

22.（8 分）海中两个灯塔 A、B，其中 B 位于 A 的正东方向上，渔船跟踪鱼群由西向东航行，在点 C 处测得灯塔 A 在西北方向上，灯塔 B 在北偏东  $30^\circ$  方向上，渔船不改变航向继续向东航行 30 海里到达点 D，这时测得灯塔 A 在北偏西  $60^\circ$  方向上，求灯塔 A、B 间的距离。（计算结果用根号表示，不取近似值）



23.（8 分）已知  $x_1, x_2$  是关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 5 = 0$  的两实数根。

(1) 若  $(x_1 - 1)(x_2 - 1) = 28$ , 求  $m$  的值;

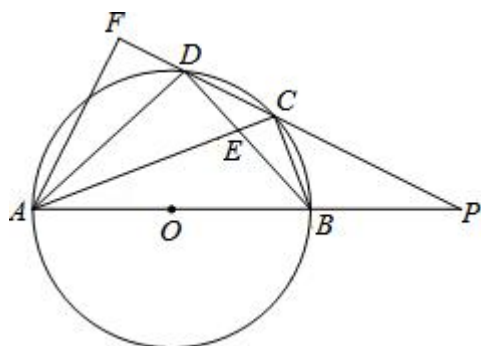
(2) 已知等腰  $\triangle ABC$  的一边长为 7, 若  $x_1, x_2$  恰好是  $\triangle ABC$  另外两边的边长, 求这个三角形的周长.

## 六、(本大题共 2 小题, 每小题 12 分, 共 24 分)

24. (12 分) 如图, 四边形  $ABCD$  内接于  $\odot O$ ,  $AB$  是  $\odot O$  的直径,  $AC$  和  $BD$  相交于点  $E$ , 且  $DC^2 = CE \cdot CA$ .

(1) 求证:  $BC = CD$ ;

(2) 分别延长  $AB, DC$  交于点  $P$ , 过点  $A$  作  $AF \perp CD$  交  $CD$  的延长线于点  $F$ , 若  $PB = OB$ ,  $CD = 2\sqrt{2}$ , 求  $DF$  的长.



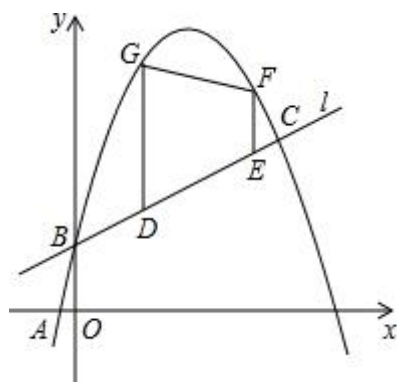
25. (12 分) 如图, 已知一次函数  $y_1 = \frac{1}{2}x + b$  的图象  $l$  与二次函数  $y_2 = -x^2 + mx + b$  的图象  $C'$

都经过点  $B(0, 1)$  和点  $C$ , 且图象  $C'$  过点  $A(2 - \sqrt{5}, 0)$ .

(1) 求二次函数的最大值;

(2) 设使  $y_2 > y_1$  成立的  $x$  取值的所有整数和为  $s$ , 若  $s$  是关于  $x$  的方程  $(1 + \frac{1}{a-1})x + \frac{3}{x-3} = 0$  的根, 求  $a$  的值;

(3) 若点  $F, G$  在图象  $C'$  上, 长度为  $\sqrt{5}$  的线段  $DE$  在线段  $BC$  上移动,  $EF$  与  $DG$  始终平行于  $y$  轴, 当四边形  $DEFG$  的面积最大时, 在  $x$  轴上求点  $P$ , 使  $PD + PE$  最小, 求出点  $P$  的坐标.



# 2014 年四川省泸州市中考数学试卷

## 参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 12 小题，每题 3 分，共 36 分.只有一项是符合题目要求的.）

1. 【分析】根据乘积为 1 的两个数互为倒数，可得一个数的倒数.

【解答】解：5 的倒数是  $\frac{1}{5}$ ,

故选：A.

【点评】本题考查了倒数，分子分母交换位置是求一个数的倒数的关键.

2. 【分析】根据同底数幂的乘法底数不变指数相加，可得答案.

【解答】解：原式  $= x^{2+3}$   
 $= x^5$ .

故选：B.

【点评】本题考查了同底数幂的乘法，底数不变指数相加是解题关键.

3. 【分析】根据从上面看到的图形是俯视图，可得俯视图.

【解答】解：从上面看：里边是圆，外边是矩形，

故选：C.

【点评】本题考查了简单组合体的三视图，注意所有的看到的棱都应表现在俯视图中.

4. 【分析】根据中位数的定义求解，把数据按大小排列，第 3 个数为中位数.

【解答】解：题目中数据共有 6 个，按从小到大排列后取第 3、4 个数的平均数作为中位数，

故这组数据的中位数是  $\frac{38+40}{2} = 39$ .

故选：B.

【点评】本题属于基础题，考查了确定一组数据的中位数的能力.要明确定义：将一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，若这组数据的个数是奇数，则最中间的那个数叫做这组数据的中位数；若这组数据的个数是偶数，则最中间两个数的平均数是这组数据的中位数，比较简单.

5. 【分析】根据等边三角形的性质，可得  $\angle C$  的度数，根据三角形中位线的性质，可得  $DE$  与  $BC$  的关系，根据平行线的性质，可得答案.

【解答】解：由等边  $\triangle ABC$  得  $\angle C = 60^\circ$ ，

由三角形中位线的性质得  $DE \parallel BC$ ,

$$\therefore \angle DEC = 180^\circ - \angle C = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ,$$

故选：C.

【点评】本题考查了三角形中位线定理，三角形的中位线平行于第三边且等于第三边的一半.

6. 【分析】根据非负数的性质，可求出  $x$ 、 $y$  的值，然后将代数式化简再代值计算.

【解答】解：  $\because \sqrt{x-1} + |y+3| = 0$ ,

$$\therefore x-1=0, y+3=0;$$

$$\therefore x=1, y=-3,$$

$$\therefore \text{原式} = 1 + (-3) = -2$$

故选：A.

【点评】本题考查了非负数的性质：几个非负数的和为 0 时，这几个非负数都为 0.

7. 【分析】圆锥的母线长 = 圆锥的底面周长  $\times \frac{180}{180\pi}$ .

【解答】解：圆锥的母线长 =  $2 \times \pi \times 6 \times \frac{180}{180\pi} = 12\text{cm}$ ,

故选：B.

【点评】本题考查圆锥的母线长的求法，注意利用圆锥的弧长等于底面周长这个知识点.

8. 【分析】根据抛物线与  $x$  轴有两个不同的交点，可得判别式大于零，可得  $m$  的取值范围，根据  $m$  的取值范围，可得答案.

【解答】解：抛物线  $y = x^2 - 2x + m + 1$  与  $x$  轴有两个不同的交点，

$$\therefore \Delta = (-2)^2 - 4(m+1) > 0$$

解得  $m < 0$ ,

$\therefore$  函数  $y = \frac{m}{x}$  的图象位于二、四象限，

故选：D.

【点评】本题考查了反比例函数图象，先求出  $m$  的值，再判断函数图象的位置.

9. 【分析】根据待定系数法，可得一次函数解析式，根据函数值，可得相应自变量的值.

【解答】解：设  $AB$  段的函数解析式是  $y = kx + b$ ,

$y = kx + b$  的图象过  $A(1.5, 90)$ ,  $B(2.5, 170)$ ,

$$\begin{cases} 1.5k + b = 90 \\ 2.5k + b = 170 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = 80 \\ b = -30 \end{cases}$$

$\therefore AB$  段函数的解析式是  $y = 80x - 30$ ,

离目的地还有 20 千米时, 即  $y = 170 - 20 = 150km$ ,

当  $y = 150$  时,  $80x - 30 = 150$

解得:  $x = 2.25h$ ,

故选: C.

**【点评】** 本题考查了一次函数的应用, 利用了待定系数法求解析式, 利用函数值求自变量的值.

10. **【分析】** 根据两圆的半径和移动的速度确定两圆的圆心距的最小值, 从而确定两圆可能出现的位置关系, 找到答案.

**【解答】** 解:  $\because O_1O_2 = 8cm$ ,  $\odot O_1$  以  $1cm/s$  的速度沿直线  $l$  向右运动,  $7s$  后停止运动,

$\therefore 7s$  后两圆的圆心距为:  $1cm$ ,

此时两圆的半径的差为:  $3 - 2 = 1cm$ ,

$\therefore$  此时两圆内切,

故选: D.

**【点评】** 本题考查了圆与圆的位置关系, 解题的关键是根据圆的移动速度确定两圆的圆心距, 然后根据圆心距和两圆的半径确定答案.

11. **【分析】** 作  $FG \perp AB$  于点  $G$ , 由  $AE \parallel FG$ , 得出  $\frac{BF}{EF} = \frac{BG}{GA}$ , 求出  $Rt\triangle BGF \cong Rt\triangle BCF$ ,

再由  $AB = \sqrt{2}BC$  求解.

**【解答】** 解: 作  $FG \perp AB$  于点  $G$ ,

$\because \angle DAB = 90^\circ$ ,

$\therefore AE \parallel FG$ ,

$$\therefore \frac{BF}{EF} = \frac{BG}{GA},$$

$\because AC \perp BC$ ,

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$ ,

又  $\because BE$  是  $\angle ABC$  的平分线,

$\therefore FG = FC$ ,

在  $Rt\triangle BGF$  和  $Rt\triangle BCF$  中,

$$\begin{cases} BF=BF \\ CF=GF \end{cases}$$

$\therefore Rt\triangle BGF \cong Rt\triangle BCF (HL)$ ,

$$\therefore CB = GB,$$

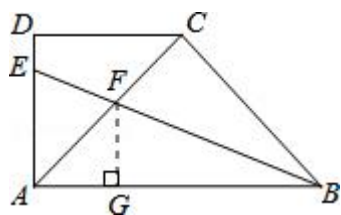
$$\because AC = BC,$$

$$\therefore \angle CBA = 45^\circ,$$

$$\therefore AB = \sqrt{2}BC,$$

$$\therefore \frac{BF}{EF} = \frac{BG}{GA} = \frac{BC}{\sqrt{2}BC - BC} = \frac{1}{\sqrt{2} - 1} = \sqrt{2} + 1.$$

故选：C.



**【点评】** 本题主要考查了平行线分线段成比例，全等三角形及角平分线的知识，解题的关键是找出线段之间的关系， $CB = GB$ ， $AB = \sqrt{2}BC$  再利用比例式求解.

12. **【分析】**  $PC \perp x$  轴于  $C$ ，交  $AB$  于  $D$ ，作  $PE \perp AB$  于  $E$ ，连结  $PB$ ，由于  $OC = 3$ ， $PC = a$ ，易得  $D$  点坐标为  $(3, 3)$ ，则  $\triangle OCD$  为等腰直角三角形， $\triangle PED$  也为等腰直角三角形. 由  $PE \perp AB$ ，根据垂径定理得  $AE = BE = \frac{1}{2}AB = 2\sqrt{2}$ ，在  $\text{Rt}\triangle PBE$  中，利用勾股定理可计算出  $PE = 1$ ，则  $PD = \sqrt{2}PE = \sqrt{2}$ ，所以  $a = 3 + \sqrt{2}$ .

**【解答】** 解：作  $PC \perp x$  轴于  $C$ ，交  $AB$  于  $D$ ，作  $PE \perp AB$  于  $E$ ，连结  $PB$ ，如图，

$$\because \odot P \text{ 的圆心坐标是 } (3, a),$$

$$\therefore OC = 3, PC = a,$$

把  $x = 3$  代入  $y = x$  得  $y = 3$ ,

$$\therefore D \text{ 点坐标为 } (3, 3),$$

$$\therefore CD = 3,$$

$$\therefore \triangle OCD \text{ 为等腰直角三角形},$$

$$\therefore \triangle PED \text{ 也为等腰直角三角形},$$

$$\because PE \perp AB,$$

$$\therefore AE = BE = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2},$$

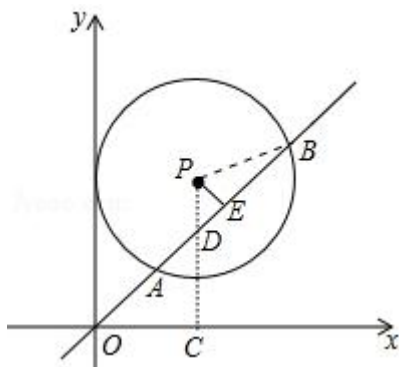
在  $\text{Rt}\triangle PBE$  中， $PB = 3$ ,

$$\therefore PE = \sqrt{3^2 - (2\sqrt{2})^2} = 1,$$

$$\therefore PD = \sqrt{2}PE = \sqrt{2},$$

$$\therefore a = 3 + \sqrt{2}.$$

故选：B.



**【点评】** 本题考查了垂径定理：垂直于弦的直径平分这条弦，并且平分弦所对的两条弧．也考查了勾股定理和等腰直角三角形的性质．

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 3 分，共 12 分. 请将最后答案直接填在题中横线上.）

13. **【分析】** 先提取公因式 3，再对余下的多项式利用完全平方公式继续分解．

**【解答】** 解：  $3a^2 + 6a + 3$ ，

$$= 3(a^2 + 2a + 1),$$

$$= 3(a + 1)^2.$$

故答案为：  $3(a + 1)^2$ ．

**【点评】** 本题考查了用提公因式法和公式法进行因式分解，一个多项式有公因式首先提取公因式，然后再用其他方法进行因式分解，同时因式分解要彻底，直到不能分解为止．

14. **【分析】** 根据二次根式的性质和分式的意义，被开方数大于或等于 0，分母不等于 0，可以求出  $x$  的范围．

**【解答】** 解：根据题意得：  $x + 2 \geq 0$  且  $(x - 1)(x + 2) \neq 0$ ，

解得  $x \geq -2$ ，且  $x \neq 1$ ， $x \neq -2$ ，

故答案为：  $x > -2$ ，且  $x \neq 1$ ．

**【点评】** 本题考查了函数自变量的取值范围，函数自变量的范围一般从三个方面考虑：

- （1）当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；
- （2）当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；
- （3）当函数表达式是二次根式时，被开方数非负．

15. **【分析】** 根据平行四边形的性质，可得对角线互相平分，根据勾股定理的逆定理，可得对角线互相垂直，根据菱形的判定，可得菱形，根据菱形的面积公式，可得答案．

**【解答】** 解：  $\because$  平行四边形两条对角线互相平分，

∴ 它们的一半分别为 2 和  $\sqrt{5}$ ,

$$\therefore 2^2 + (\sqrt{5})^2 = 3^2,$$

∴ 两条对角线互相垂直,

∴ 这个四边形是菱形,

$$\therefore S = \frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{5} = 4\sqrt{5}.$$

故答案为:  $4\sqrt{5}$ .

**【点评】** 本题考查了菱形的判定与性质, 利用了对角线互相垂直的平行四边形是菱形, 菱形的面积是对角线乘积的一半.

16. **【分析】** (1) 若  $k=4$ , 则计算  $S_{\triangle OEF} = \frac{16}{3} \neq \frac{8}{3}$ , 故命题①错误;

(2) 如答图所示, 若  $k = \frac{21}{8}$ , 可证明直线  $EF$  是线段  $CN$  的垂直平分线, 故命题②正确;

(3) 因为点  $F$  不经过点  $C(4, 3)$ , 所以  $k \neq 12$ , 故命题③错误;

(4) 求出直线  $EF$  的解析式, 得到点  $D$ 、 $G$  的坐标, 然后求出线段  $DE$ 、 $EG$  的长度; 利用算式  $DE \cdot EG = \frac{25}{12}$ , 求出  $k=1$ , 故命题④正确.

**【解答】** 解: 命题①错误. 理由如下:

$$\because k=4,$$

$$\therefore E\left(\frac{4}{3}, 3\right), F(4, 1),$$

$$\therefore CE = 4 - \frac{4}{3} = \frac{8}{3}, CF = 3 - 1 = 2.$$

$$\therefore S_{\triangle OEF} = S_{\text{矩形}AOBC} - S_{\triangle AOE} - S_{\triangle BOF} - S_{\triangle CEF}$$

$$= S_{\text{矩形}AOBC} - \frac{1}{2}OA \cdot AE - \frac{1}{2}OB \cdot BF - \frac{1}{2}CE \cdot CF$$

$$= 4 \times 3 - \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{4}{3} - \frac{1}{2} \times 4 \times 1 - \frac{1}{2} \times \frac{8}{3} \times 2 = 12 - 2 - 2 - \frac{8}{3} = \frac{16}{3},$$

$$\therefore S_{\triangle OEF} \neq \frac{8}{3}, \text{ 故命题①错误;}$$

命题②正确. 理由如下:

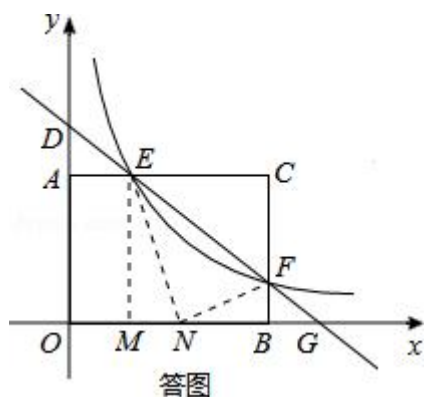
$$\because k = \frac{21}{8},$$

$$\therefore E\left(\frac{7}{8}, 3\right), F\left(4, \frac{21}{32}\right),$$

$$\therefore CE = 4 - \frac{7}{8} = \frac{25}{8}, CF = 3 - \frac{21}{32} = \frac{75}{32}.$$

如答图，过点  $E$  作  $EM \perp x$  轴于点  $M$ ，则  $EM = 3$ ， $OM = \frac{7}{8}$ ；

在线段  $BM$  上取一点  $N$ ，使得  $EN = CE = \frac{25}{8}$ ，连接  $NF$ 。



在  $\text{Rt}\triangle EMN$  中，由勾股定理得： $MN = \sqrt{EN^2 - EM^2} = \sqrt{\left(\frac{25}{8}\right)^2 - 3^2} = \frac{7}{8}$ ，

$$\therefore BN = OB - OM - MN = 4 - \frac{7}{8} - \frac{7}{8} = \frac{9}{4}.$$

在  $\text{Rt}\triangle BFN$  中，由勾股定理得： $NF = \sqrt{BN^2 + BF^2} = \sqrt{\left(\frac{9}{4}\right)^2 + \left(\frac{21}{32}\right)^2} = \frac{75}{32}$ 。

$$\therefore NF = CF,$$

又  $\because EN = CE$ ,

$\therefore$  直线  $EF$  为线段  $CN$  的垂直平分线，即点  $N$  与点  $C$  关于直线  $EF$  对称，

故命题②正确；

命题③错误。理由如下：

由题意，点  $F$  与点  $C(4, 3)$  不重合，所以  $k \neq 4 \times 3 = 12$ ，故命题③错误；

命题④正确。理由如下：

为简化计算，不妨设  $k = 12m$ ，则  $E(4m, 3)$ ， $F(4, 3m)$ 。

设直线  $EF$  的解析式为  $y = ax + b$ ，则有

$$\begin{cases} 4ma + b = 3 \\ 4a + b = 3m \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} a = -\frac{3}{4} \\ b = 3m + 3 \end{cases},$$

$$\therefore y = -\frac{3}{4}x + 3m + 3.$$

令  $x = 0$ ，得  $y = 3m + 3$ ， $\therefore D(0, 3m + 3)$ ；

令  $y = 0$ ，得  $x = 4m + 4$ ， $\therefore G(4m + 4, 0)$ 。

如答图，过点  $E$  作  $EM \perp x$  轴于点  $M$ ，则  $OM = AE = 4m$ ， $EM = 3$ 。

在  $\text{Rt}\triangle ADE$  中,  $AD = OD - OA = 3m$ ,  $AE = 4m$ , 由勾股定理得:  $DE = 5m$ ;

在  $\text{Rt}\triangle MEG$  中,  $MG = OG - OM = (4m+4) - 4m = 4$ ,  $EM = 3$ , 由勾股定理得:  $EG = 5$ .

$$\therefore DE \cdot EG = 5m \times 5 = 25m = \frac{25}{12}, \text{ 解得 } m = \frac{1}{12},$$

$\therefore k = 12m = 1$ , 故命题④正确.

综上所述, 正确的命题是: ②④,

故答案为: ②④.

**【点评】** 本题综合考查了函数的图象与性质、反比例函数图象上点的坐标特征、比例系数  $k$  的几何意义、待定系数法、矩形及勾股定理等多个知识点, 有一定的难度. 本题计算量较大, 解题过程中注意认真计算.

### 三、(本大题共 3 小题, 每题 6 分, 共 18 分)

17. **【分析】** 本题涉及零指数幂、负整指数幂、特殊角的三角函数值、二次根式化简四个考点. 针对每个考点分别进行计算, 然后根据实数的运算法则求得计算结果.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解: 原式} &= 2\sqrt{3} - 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 + 4 \\ &= 5. \end{aligned}$$

**【点评】** 本题考查实数的综合运算能力, 是各地中考题中常见的计算题型. 解决此类题目的关键是熟记特殊角的三角函数值, 熟练掌握负整数指数幂、零指数幂、二次根式、绝对值等考点的运算.

18. **【分析】** 首先把除法运算转化成乘法运算, 然后找出最简公分母, 进行通分, 化简.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解: 原式} &= \left( \frac{a}{a^2 - b^2} - \frac{1}{a+b} \right) \cdot \frac{b-a}{b} \\ &= \left( \frac{a}{a^2 - b^2} - \frac{1}{a+b} \right) \cdot \left( -\frac{a-b}{b} \right), \\ &= -\frac{b}{(a+b)(a-b)} \cdot \frac{a-b}{b}, \\ &= -\frac{1}{a+b}. \end{aligned}$$

**【点评】** 此题主要考查了分式的混合运算, 通分、因式分解和约分是解答的关键.

19. **【分析】** 根据正方形的性质, 可得  $\angle ABC$  与  $\angle C$  的关系,  $AB$  与  $BC$  的关系, 根据两直线垂直, 可得  $\angle AGB$  的度数, 根据直角三角形锐角的关系, 可得  $\angle ABG$  与  $\angle BAG$  的关系, 根据同角的余角相等, 可得  $\angle BAG$  与  $\angle CBF$  的关系, 根据  $ASA$ , 可得  $\triangle ABE \cong \triangle BCF$ , 根据全等三角形的性质, 可得答案.

**【解答】** 证明:  $\because$  正方形  $ABCD$ ,

$$\therefore \angle ABC = \angle C, AB = BC.$$

$$\because AE \perp BF,$$

$$\therefore \angle AGB = \angle BAG + \angle ABG = 90^\circ,$$

$$\because \angle ABG + \angle CBF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAG = \angle CBF.$$

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle BCF$ 中,

$$\begin{cases} \angle BAE = \angle CBF \\ AB = CB \\ \angle ABE = \angle BCF \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle BCF (ASA),$$

$$\therefore AE = BF.$$

**【点评】** 本题考查了全等三角形的判定与性质，利用了正方形的性质，直角三角形的性质，余角的性质，全等三角形的判定与性质.

#### 四、(本大题共 1 小题，每题 7 分，共 14 分)

20. **【分析】** (1) 根据所有等级的百分比的和为 1，则可计算出  $x = 30$ ，再利用 A 等级的人数除以它所占的百分比得到调查的总人数为 200 人，然后分别乘以 30% 和 20% 得到 B 等级和 C 等级人数，再将条形统计图补充完整；

(2) 满足  $2 \leq t < 4$  的人数就是 B 和 C 等级的人数，用 2500 乘以 B、C 两等级所占的百分比的和即可；

(3) 3 人学习组的 3 个人用甲表示，2 人学习组的 2 个人用乙表示，画树状图展示所有 20 种等可能的结果数，其中选出的 2 人来自不同小组占 12 种，然后利用概率公式求解.

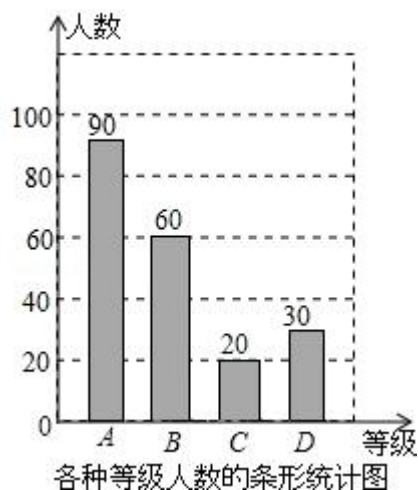
**【解答】** 解：(1)  $\because x\% + 15\% + 10\% + 45\% = 1$ ,

$$\therefore x = 30;$$

$$\therefore \text{调查的总人数} = 90 \div 45\% = 200 \text{ (人)},$$

$$\therefore B \text{ 等级人数} = 200 \times 30\% = 60 \text{ (人)}; C \text{ 等级人数} = 200 \times 10\% = 20 \text{ (人)},$$

如图：



(2)  $2500 \times (10\% + 30\%) = 1000$  (人),

所以估计每周课外阅读时间量满足  $2 \leq t < 4$  的人数为 1000 人;

(3) 3 人学习组的 3 个人用甲表示, 2 人学习组的 2 个人用乙表示, 画树状图为:



共有 20 种等可能的结果数, 其中选出的 2 人来自不同小组占 12 种,

所以选出的 2 人来自不同小组的概率  $= \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$ .

**【点评】** 本题考查了条形统计图: 条形统计图是用线段长度表示数据, 根据数量的多少画成长短不同的矩形直条, 然后按顺序把这些直条排列起来; 从条形图可以很容易看出数据的大小, 便于比较. 也考查了扇形统计图、列表法与树状图法.

## 五、(本大题共 3 小题, 每题 8 分, 共 16 分)

21. **【分析】** (1) 根据等量关系: 利润 = A 种产品的利润 + B 种产品的利润, 可得出函数关系式;

(2) 这是一道只有一个函数关系式的求最值问题, 可根据等量关系: 总利润 = A 种产品的利润 + B 种产品的利润, 可得出函数关系式, 然后根据函数的性质确定自变量的取值范围, 由函数  $y$  随  $x$  的变化求出最大利润.

**【解答】** 解: (1) 由题意:  $y = 700x + 1200(50 - x)$ ,  
即  $y = -500x + 60000$ ;

$$(2) \text{ 由题意得 } \begin{cases} 9x+4(50-x) \leq 380 \\ 3x+10(50-x) \leq 290 \end{cases},$$

解得  $30 \leq x \leq 36$ ,

$$\because y = -500x + 60000,$$

$\therefore y$  随  $x$  的增大而减小,

$$\therefore \text{当 } x = 30 \text{ 时, } y_{\text{最大}} = 45000,$$

故生产  $B$  种产品 20 件,  $A$  种产品 30 件时, 总利润  $y$  有最大值,  $y_{\text{最大}} = 45000$  元.

**【点评】** 本题考查的是用一次函数解决实际问题, 此类题是近年中考中的热点问题. 注意利用一次函数求最值时, 关键是应用一次函数的性质; 即由函数  $y$  随  $x$  的变化, 结合自变量的取值范围确定最值.

22. **【分析】** 根据方向角的定义以及锐角三角函数关系得出  $AN$ 、 $NC$  的长进而求出  $BN$  即可得出答案.

**【解答】** 解: 过点  $A$  作  $AF \perp CD$ , 垂足为  $F$ , 过点  $D$  作  $DE \perp CD$ , 如图所示:

由题意可得出:  $\angle FCA = \angle ACN = 45^\circ$ ,  $\angle NCB = 30^\circ$ ,  $\angle ADE = 60^\circ$ ,

则  $\angle FAD = 60^\circ$ ,  $\angle FAC = \angle FCA = 45^\circ$ ,  $\angle ADF = 30^\circ$ ,

$$\therefore AF = FC = AN = NC,$$

设  $AF = FC = x$ ,

$$\therefore \tan 30^\circ = \frac{AF}{FD} = \frac{x}{x+30} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\text{解得: } x = 15(\sqrt{3}+1),$$

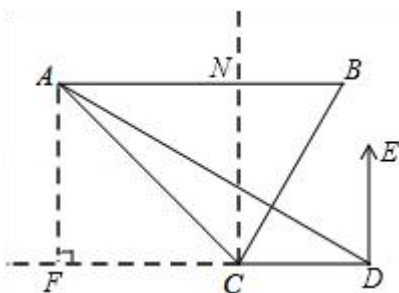
$$\therefore \tan 30^\circ = \frac{BN}{NC},$$

$$\therefore \frac{BN}{15(\sqrt{3}+1)} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\text{解得: } BN = 15+5\sqrt{3},$$

$$\therefore AB = AN+BN = 15(\sqrt{3}+1) + 15+5\sqrt{3} = 30+20\sqrt{3},$$

答: 灯塔  $A$ 、 $B$  间的距离为  $(30+20\sqrt{3})$  海里.



**【点评】** 此题主要考查了方向角以及锐角三角函数关系, 得出  $NC$  的长是解题关键.

23. 【分析】(1) 根据判别式的意义可得  $m \geq 2$ , 再根据根与系数的关系得  $x_1 + x_2 = 2(m+1)$ ,  $x_1 x_2 = m^2 + 5$ , 接着利用  $(x_1 - 1)(x_2 - 1) = 28$  得到  $m^2 + 5 - 2(m+1) + 1 = 28$ , 解得  $m_1 = 6$ ,  $m_2 = -4$ , 于是可得  $m$  的值为 6;

(2) 分类讨论: 若  $x_1 = 7$  时, 把  $x = 7$  代入方程得  $49 - 14(m+1) + m^2 + 5 = 0$ , 解得  $m_1 = 10$ ,  $m_2 = 4$ , 当  $m = 10$  时, 由根与系数的关系得  $x_1 + x_2 = 2(m+1) = 22$ , 解得  $x_2 = 15$ , 根据三角形三边的关系,  $m = 10$  舍去; 当  $m = 4$  时,  $x_1 + x_2 = 2(m+1) = 10$ , 解得  $x_2 = 3$ , 则三角形周长为  $3+7+7 = 17$ ; 若  $x_1 = x_2$ , 则  $m = 2$ , 方程化为  $x^2 - 6x + 9 = 0$ , 解得  $x_1 = x_2 = 3$ , 根据三角形三边的关系,  $m = 2$  舍去.

【解答】解: (1) 根据题意得  $\Delta = 4(m+1)^2 - 4(m^2 + 5) \geq 0$ , 解得  $m \geq 2$ ,

$$x_1 + x_2 = 2(m+1), x_1 x_2 = m^2 + 5,$$

$$\because (x_1 - 1)(x_2 - 1) = 28, \text{ 即 } x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1 = 28,$$

$$\therefore m^2 + 5 - 2(m+1) + 1 = 28,$$

$$\text{整理得 } m^2 - 2m - 24 = 0, \text{ 解得 } m_1 = 6, m_2 = -4,$$

而  $m \geq 2$ ,

$\therefore m$  的值为 6;

(2) 当腰长为 7 时, 则  $x = 7$  是一元二次方程  $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 5 = 0$  的一个解,

$$\text{把 } x = 7 \text{ 代入方程得 } 49 - 14(m+1) + m^2 + 5 = 0,$$

$$\text{整理得 } m^2 - 14m + 40 = 0, \text{ 解得 } m_1 = 10, m_2 = 4,$$

当  $m = 10$  时,  $x_1 + x_2 = 2(m+1) = 22$ , 解得  $x_2 = 15$ , 而  $7+7 < 15$ , 故舍去;

当  $m = 4$  时,  $x_1 + x_2 = 2(m+1) = 10$ , 解得  $x_2 = 3$ , 则三角形周长为  $3+7+7 = 17$ ;

当 7 为等腰三角形的底边时, 则  $x_1 = x_2$ , 所以  $m = 2$ , 方程化为  $x^2 - 6x + 9 = 0$ , 解得  $x_1 = x_2 = 3$ , 则  $3+3 < 7$ , 故舍去,

所以这个三角形的周长为 17.

【点评】本题考查了根与系数的关系: 若  $x_1, x_2$  是一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) 的两根时,  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ,  $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$ . 也考查了根的判别式和等腰三角形的性质.

## 六、(本大题共 2 小题, 每小题 12 分, 共 24 分)

24. 【分析】(1) 求出  $\triangle CDE \sim \triangle CAD$ ,  $\angle CDB = \angle DAC$  得出结论.

(2) 连接  $OC$ , 先证  $AD \parallel OC$ , 由平行线分线段成比例性质定理求得  $PC = 4\sqrt{2}$ , 再由割线定理  $PC \cdot PD = PB \cdot PA$  求得半径为 4, 根据勾股定理求得  $AC = 2\sqrt{14}$ , 再证明  $\triangle AFD$

$\sim \triangle ACB$ , 得  $\frac{AF}{FD} = \frac{AC}{CB} = \frac{2\sqrt{14}}{2\sqrt{2}} = \sqrt{7}$ , 则可设  $FD = x$ ,  $AF = \sqrt{7}x$ , 在  $\text{Rt}\triangle AFP$  中, 利用勾股定理列出关于  $x$  的方程, 求解得  $DF$ .

【解答】(1) 证明:  $\because DC^2 = CE \cdot CA$ ,

$$\therefore \frac{DC}{CE} = \frac{CA}{DC},$$

$$\because \angle DCE = \angle ACD,$$

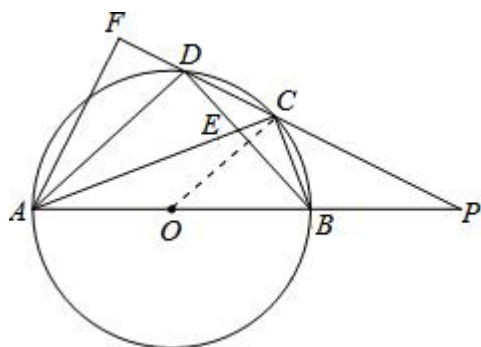
$$\therefore \triangle CDE \sim \triangle CAD,$$

$$\therefore \angle CDB = \angle DAC,$$

$\because$  四边形  $ABCD$  内接于  $\odot O$ ,

$$\therefore BC = CD;$$

(2) 解: 方法一: 如图, 连接  $OC$ ,



$$\because BC = CD,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle CAB,$$

$$\text{又} \because AO = CO,$$

$$\therefore \angle CAB = \angle ACO,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle ACO,$$

$$\therefore AD \parallel OC,$$

$$\therefore \frac{PC}{PD} = \frac{PO}{PA},$$

$$\because PB = OB, CD = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore \frac{PC}{PC + 2\sqrt{2}} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore PC = 4\sqrt{2}$$

$$\text{又} \because PC \cdot PD = PB \cdot PA$$

$$\therefore 4\sqrt{2} \cdot (4\sqrt{2} + 2\sqrt{2}) = OB \cdot 3OB$$

$$\therefore OB = 4, \text{ 即 } AB = 2OB = 8, PA = 3OB = 12,$$

在  $\text{Rt}\triangle ACB$  中,

$$AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{8^2 - (2\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{14},$$

$\because AB$  是直径,

$$\therefore \angle ADB = \angle ACB = 90^\circ$$

$$\therefore \angle FDA + \angle BDC = 90^\circ$$

$$\angle CBA + \angle CAB = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BDC = \angle CAB,$$

$$\therefore \angle FDA = \angle CBA,$$

$$\text{又 } \because \angle AFD = \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle AFD \sim \triangle ACB$$

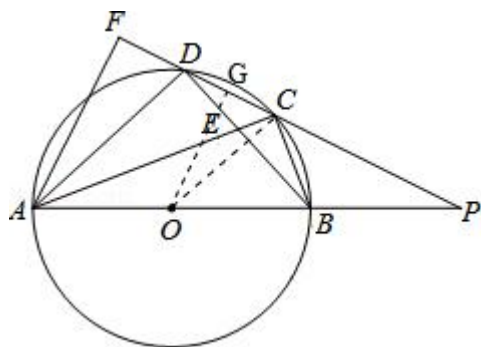
$$\therefore \frac{AF}{FD} = \frac{AC}{CB} = \frac{2\sqrt{14}}{2\sqrt{2}} = \sqrt{7}$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle AFP \text{ 中, 设 } FD = x, \text{ 则 } AF = \sqrt{7}x,$$

$$\therefore \text{在 } \text{Rt}\triangle APF \text{ 中有, } (\sqrt{7}x)^2 + (x + 6\sqrt{2})^2 = 12^2,$$

$$\text{求得 } DF = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

方法二; 连接  $OC$ , 过点  $O$  作  $OG$  垂直于  $CD$ ,



$$\text{易证 } \triangle PCO \sim \triangle PDA, \text{ 可得 } \frac{PC}{PD} = \frac{PO}{PA},$$

$$\triangle PGO \sim \triangle PFA, \text{ 可得 } \frac{PG}{PF} = \frac{PO}{PA},$$

$$\text{可得, } \frac{PC}{PD} = \frac{PG}{PF}, \text{ 由方法一中 } PC = 4\sqrt{2} \text{ 代入 } \frac{PC}{PC + 2\sqrt{2}} = \frac{PC + \sqrt{2}}{PC + 2\sqrt{2} + DF},$$

$$\text{即可得出 } DF = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

【点评】 本题主要考查相似三角形的判定及性质，勾股定理及圆周角的有关知识的综合运用能力，关键是找准对应的角和边求解．

25. 【分析】 (1) 首先利用待定系数法求出二次函数解析式，然后求出其最大值；

(2) 联立  $y_1$  与  $y_2$ ，求出点  $C$  的坐标为  $C(\frac{7}{2}, \frac{11}{4})$ ，因此使  $y_2 > y_1$  成立的  $x$  的取值范围为  $0 < x < \frac{7}{2}$ ，得  $s = 1+2+3 = 6$ ；将  $s$  的值代入分式方程，求出  $a$  的值；

(3) 第 1 步：首先确定何时四边形  $DEFG$  的面积最大．

如答图 1，四边形  $DEFG$  是一个梯形，将其面积用含有未知数的代数式表示出来，这个代数式是一个二次函数，根据其最值求出未知数的值，进而得到面积最大时点  $D$ 、 $E$  的坐标；

第 2 步：利用几何性质确定  $PD+PE$  最小的条件，并求出点  $P$  的坐标．

如答图 2，作点  $D$  关于  $x$  轴的对称点  $D'$ ，连接  $D'E$ ，与  $x$  轴交于点  $P$ ．根据轴对称及两点之间线段最短可知，此时  $PD+PE$  最小．利用待定系数法求出直线  $D'E$  的解析式，进而求出点  $P$  的坐标．

【解答】 解：(1)  $\because$  二次函数  $y_2 = -x^2 + mx + b$  经过点  $B(0, 1)$  与  $A(2 - \sqrt{5}, 0)$ ，

$$\therefore \begin{cases} b=1 \\ -(2-\sqrt{5})^2 + (2-\sqrt{5})m + b = 0 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} m=4 \\ b=1 \end{cases}$$

$$\therefore l: y_1 = \frac{1}{2}x + 1;$$

$$C' : y_2 = -x^2 + 4x + 1.$$

$$\because y_2 = -x^2 + 4x + 1 = -(x-2)^2 + 5,$$

$$\therefore y_{\max} = 5;$$

$$(2) \text{ 联立 } y_1 \text{ 与 } y_2 \text{ 得: } \frac{1}{2}x + 1 = -x^2 + 4x + 1, \text{ 解得 } x = 0 \text{ 或 } x = \frac{7}{2},$$

$$\text{当 } x = \frac{7}{2} \text{ 时, } y_1 = \frac{1}{2} \times \frac{7}{2} + 1 = \frac{11}{4},$$

$$\therefore C(\frac{7}{2}, \frac{11}{4}).$$

$$\text{使 } y_2 > y_1 \text{ 成立的 } x \text{ 的取值范围为 } 0 < x < \frac{7}{2},$$

$$\therefore s = 1+2+3 = 6.$$

$$\text{代入方程得 } (1+\frac{1}{a-1})6+\frac{3}{6-3}=0$$

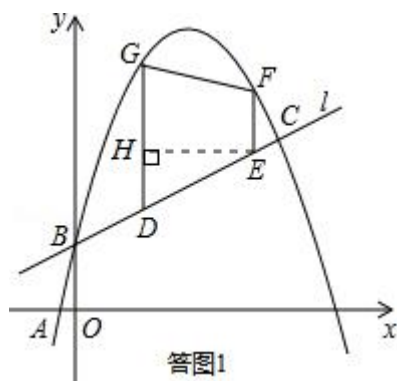
$$\text{解得 } a=\frac{1}{7};$$

经检验  $a=\frac{1}{7}$  是分式方程的解.

(3)  $\because$  点  $D$ 、 $E$  在直线  $l: y_1=\frac{1}{2}x+1$  上,

$\therefore$  设  $D(p, \frac{1}{2}p+1)$ ,  $E(q, \frac{1}{2}q+1)$ , 其中  $q>p>0$ .

如答图 1, 过点  $E$  作  $EH\perp DG$  于点  $H$ , 则  $EH=q-p$ ,  $DH=\frac{1}{2}(q-p)$ .



在  $\text{Rt}\triangle DEH$  中, 由勾股定理得:  $EH^2+DH^2=DE^2$ , 即  $(q-p)^2+[\frac{1}{2}(q-p)]^2=(\sqrt{5})^2$ ,

解得  $q-p=2$ , 即  $q=p+2$ .

$\therefore EH=2$ ,  $E(p+2, \frac{1}{2}p+2)$ .

当  $x=p$  时,  $y_2=-p^2+4p+1$ ,

$\therefore G(p, -p^2+4p+1)$ ,

$\therefore DG=(-p^2+4p+1)-(\frac{1}{2}p+1)=-p^2+\frac{7}{2}p$ ;

当  $x=p+2$  时,  $y_2=-(p+2)^2+4(p+2)+1=-p^2+5$ ,

$\therefore F(p+2, -p^2+5)$ ,

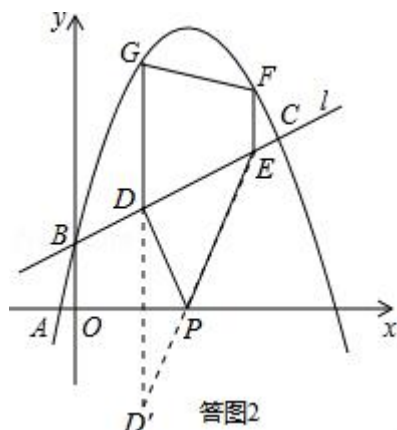
$\therefore EF=(-p^2+5)-(\frac{1}{2}p+2)=-p^2-\frac{1}{2}p+3$ .

$$S_{\text{四边形} DEFG}=\frac{1}{2}(DG+EF)\cdot EH=\frac{1}{2}[(-p^2+\frac{7}{2}p)+(-p^2-\frac{1}{2}p+3)]\times 2=-2p^2+3p+3$$

$\therefore$  当  $p=\frac{3}{4}$  时, 四边形  $DEFG$  的面积取得最大值,

$$\therefore D\left(\frac{3}{4}, \frac{11}{8}\right), E\left(\frac{11}{4}, \frac{19}{8}\right).$$

如答图2所示, 过点  $D$  关于  $x$  轴的对称点  $D'$ , 则  $D'\left(\frac{3}{4}, -\frac{11}{8}\right)$ ;



连接  $D'E$ , 交  $x$  轴于点  $P$ ,  $PD+PE=PD'+PE=D'E$ ,

由两点之间线段最短可知, 此时  $PD+PE$  最小.

设直线  $D'E$  的解析式为:  $y=kx+b$ ,

$$\text{则有} \begin{cases} \frac{3}{4}k+b=-\frac{11}{8} \\ \frac{11}{4}k+b=\frac{19}{8} \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=\frac{15}{8} \\ b=-\frac{89}{32} \end{cases}$$

$$\therefore \text{直线 } D'E \text{ 的解析式为: } y=\frac{15}{8}x-\frac{89}{32}.$$

$$\text{令 } y=0, \text{ 得 } x=\frac{89}{60},$$

$$\therefore P\left(\frac{89}{60}, 0\right).$$

**【点评】** 本题是二次函数压轴题, 综合考查了二次函数与一次函数的图象与性质、待定系数法、函数最值、分式方程的解、勾股定理、轴对称 - 最短路线等知识点, 涉及考点众多, 难度较大. 本题难点在于第 (3) 问, 涉及两个最值问题, 第 1 个最值问题利用二次函数解决, 第 2 个最值问题利用几何性质解决.