

2020 年四川省眉山市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 12 个小题，每小题 4 分，共 48 分．在每个小题给出的四个选项中，只有一项是正确的，请把答题卡上相应题目的正确选项涂黑．

1. (4 分) -5 的绝对值是 ()

A. 5

B. -5

C. $\frac{1}{5}$

D. $-\frac{1}{5}$

2. (4 分) 下列计算正确的是 ()

A. $(x+y)^2 = x^2 + y^2$

B. $2x^2y + 3xy^2 = 5x^3y^3$

C. $(-2a^2b)^3 = -8a^6b^3$

D. $(-x)^5 \div x^2 = x^3$

3. (4 分) 据世界卫生组织 2020 年 6 月 26 日通报，全球新冠肺炎确诊人数达到 941 万人，将数据 941 万人，用科学记数法表示为 ()

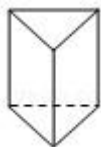
A. 9.41×10^2 人

B. 9.41×10^5 人

C. 9.41×10^6 人

D. 0.941×10^7 人

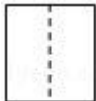
4. (4 分) 如图所示的几何体的主视图为 ()



A.



B.



C.



D.



5. (4 分) 下列说法正确的是 ()

A. 一组对边平行另一组对边相等的四边形是平行四边形

B. 对角线互相垂直平分的四边形是菱形

C. 对角线相等的四边形是矩形

D. 对角线互相垂直且相等的四边形是正方形

6. (4 分) 不等式组 $\begin{cases} x+1 \geq 2x-1 \\ 4x+5 > 2(x+1) \end{cases}$ 的整数解有 ()

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

7. (4 分) 某校评选先进班集体，从“学习”、“卫生”、“纪律”、“活动参与”四个方面考核打分，各项满分均为 100，所占比例如下表：

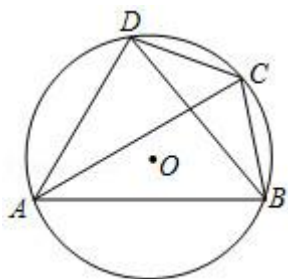
项目	学习	卫生	纪律	活动参与
----	----	----	----	------

所占比例	40%	25%	25%	10%
------	-----	-----	-----	-----

八年级 2 班这四项得分依次为 80, 90, 84, 70, 则该班四项综合得分 (满分 100) 为 ()

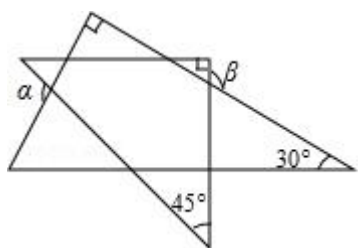
- A. 81.5 B. 82.5 C. 84 D. 86

8. (4 分) 如图, 四边形 $ABCD$ 的外接圆为 $\odot O$, $BC = CD$, $\angle DAC = 35^\circ$, $\angle ACD = 45^\circ$, 则 $\angle ADB$ 的度数为 ()



- A. 55° B. 60° C. 65° D. 70°

9. (4 分) 一副三角板如图所示摆放, 则 $\angle \alpha$ 与 $\angle \beta$ 的数量关系为 ()



- A. $\angle \alpha + \angle \beta = 180^\circ$ B. $\angle \alpha + \angle \beta = 225^\circ$ C. $\angle \alpha + \angle \beta = 270^\circ$ D. $\angle \alpha = \angle \beta$

10. (4 分) 已知 $a^2 + \frac{1}{4}b^2 = 2a - b - 2$, 则 $3a - \frac{1}{2}b$ 的值为 ()

- A. 4 B. 2 C. -2 D. -4

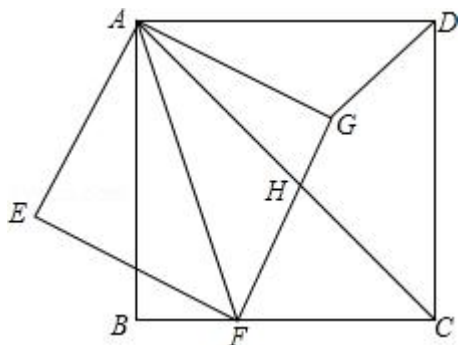
11. (4 分) 已知二次函数 $y = x^2 - 2ax + a^2 - 2a - 4$ (a 为常数) 的图象与 x 轴有交点, 且当 $x > 3$ 时, y 随 x 的增大而增大, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $a \geq -2$ B. $a < 3$ C. $-2 \leq a < 3$ D. $-2 \leq a \leq 3$

12. (4 分) 如图, 正方形 $ABCD$ 中, 点 F 是 BC 边上一点, 连接 AF , 以 AF 为对角线作正方形 $AEFG$, 边 FG 与正方形 $ABCD$ 的对角线 AC 相交于点 H , 连接 DG . 以下四个结论:

- ① $\angle EAB = \angle GAD$;
 ② $\triangle AFC \sim \triangle AGD$;
 ③ $2AE^2 = AH \cdot AC$;
 ④ $DG \perp AC$.

其中正确的个数为 ()



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

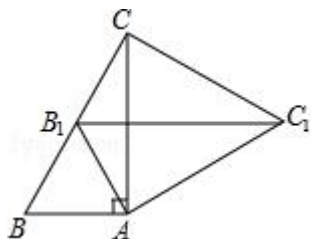
二、填空题：本大题共 6 个小题，每小题 4 分，共 24 分．请将正确答案直接填在答题卡相应的位置上．

13. (4 分) 分解因式： $a^3 - 4a^2 + 4a =$ _____.

14. (4 分) 设 x_1, x_2 是方程 $2x^2 + 3x - 4 = 0$ 的两个实数根，则 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ 的值为_____.

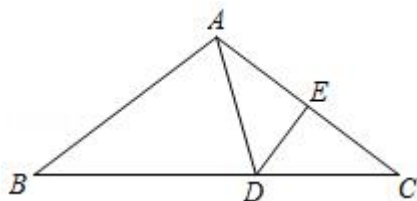
15. (4 分) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = 2$ ．将 $\triangle ABC$ 绕点 A 按顺时针方向旋转至

$\triangle AB_1C_1$ 的位置，点 B_1 恰好落在边 BC 的中点处，则 CC_1 的长为_____.

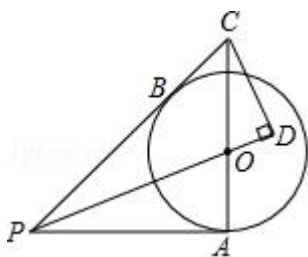


16. (4 分) 关于 x 的分式方程 $\frac{1}{x-2} + 2 = \frac{1-k}{2-x}$ 的解为正实数，则 k 的取值范围是_____.

17. (4 分) 如图，等腰 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 10$ ，边 AC 的垂直平分线交 BC 于点 D ，交 AC 于点 E ．若 $\triangle ABD$ 的周长为 26，则 DE 的长为_____.



18. (4 分) 如图，点 P 为 $\odot O$ 外一点，过点 P 作 $\odot O$ 的切线 PA 、 PB ，点 A 、 B 为切点，连接 AO 并延长交 PB 的延长线于点 C ，过点 C 作 $CD \perp PO$ ，交 PO 的延长线于点 D ．已知 $PA = 6$ ， $AC = 8$ ，则 CD 的长为_____.

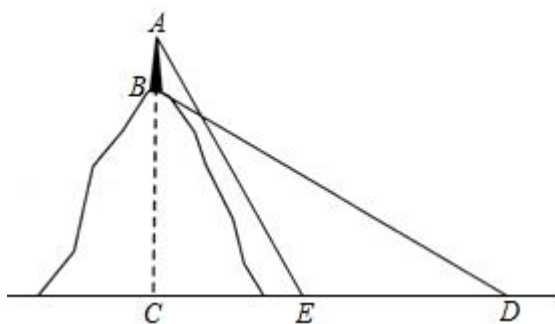


三、解答题：本大题共 8 个小题，共 78 分．请把解答过程写在答题卡相应的位置上．

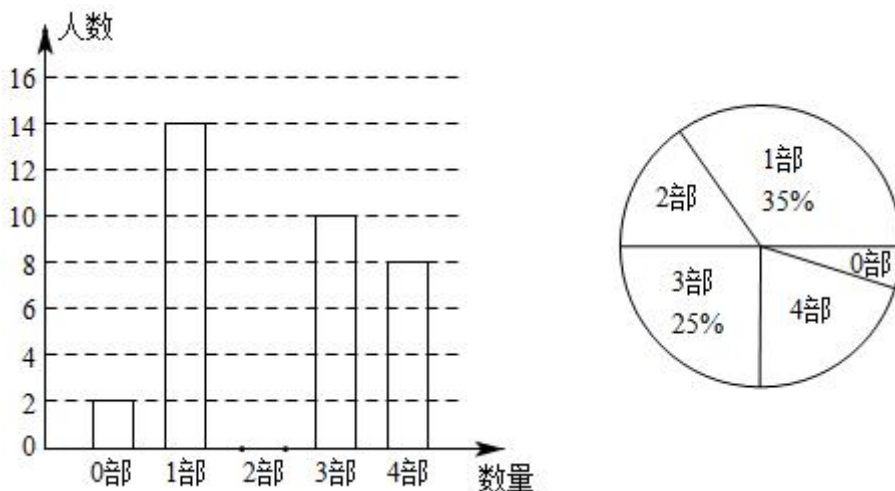
19. (8 分) 计算： $(2 - \sqrt{2})^0 + (-\frac{1}{2})^{-2} + 2\sin 45^\circ - \sqrt{8}$.

20. (8 分) 先化简，再求值： $(2 - \frac{2}{a-2}) \div \frac{a^2-9}{a-2}$ ，其中 $a = \sqrt{3} - 3$.

21. (10 分) 某数学兴趣小组去测量一座小山的高度，在小山顶上有一高度为 20 米的发射塔 AB ，如图所示．在山脚平面上的 D 处测得塔底 B 的仰角为 30° ，向小山前进 80 米到达点 E 处，测得塔顶 A 的仰角为 60° ，求小山 BC 的高度．



22. (10 分) 中华文化源远流长，文学方面，《西游记》、《三国演义》、《水浒传》、《红楼梦》是我国古代长篇小说中的典型代表，被称为“四大古典名著”．某中学为了了解学生对四大古典名著的阅读情况，就“四大古典名著你读完了几部”的问题在全校学生中进行了抽样调查，根据调查结果绘制成如图尚不完整的统计图．

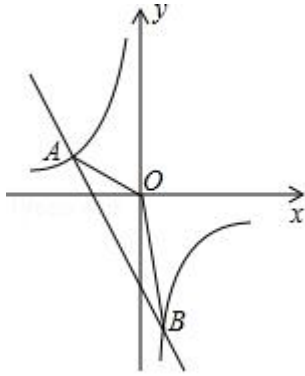


请根据以上信息，解决下列问题：

- (1) 本次调查所得数据的众数是_____部，中位数是_____部；
- (2) 扇形统计图中“4部”所在扇形的圆心角为_____度；
- (3) 请将条形统计图补充完整；
- (4) 没有读过四大古典名著的两名学生准备从中各自随机选择一部来阅读，请用列表或画树状图的方法求他们恰好选中同一名著的概率．

23. (10分) 已知一次函数 $y = kx + b$ 与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象交于 $A(-3, 2)$ 、 $B(1, n)$ 两点．

- (1) 求一次函数和反比例函数的表达式；
- (2) 求 $\triangle AOB$ 的面积；
- (3) 点 P 在 x 轴上，当 $\triangle PAO$ 为等腰三角形时，直接写出点 P 的坐标．



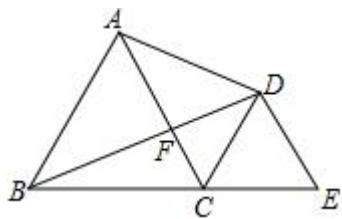
24. (10分) “绿水青山就是金山银山”，某村为了绿化荒山，计划在植树节当天种植柏树和杉树．经调查，购买2棵柏树和3棵杉树共需850元；购买3棵柏树和2棵杉树共需900元．

- (1) 求柏树和杉树的单价各是多少元；
- (2) 本次绿化荒山，需购买柏树和杉树共80棵，且柏树的棵数不少于杉树的2倍，要使此次购树费用最少，柏树和杉树各需购买多少棵？最少费用为多少元？

25. (10分) 如图， $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 都是等边三角形，点 B 、 C 、 E 三点在同一直线上，连接 BD ， AD ， BD 交 AC 于点 F ．

- (1) 若 $AD^2 = DF \cdot DB$ ，求证： $AD = BF$ ；
- (2) 若 $\angle BAD = 90^\circ$ ， $BE = 6$ ．

①求 $\tan \angle DBE$ 的值；②求 DF 的长．



26. (12分) 如图1, 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点, 与 y 轴交于点 C , 已知点 B 坐标为 $(3, 0)$, 点 C 坐标为 $(0, 3)$.

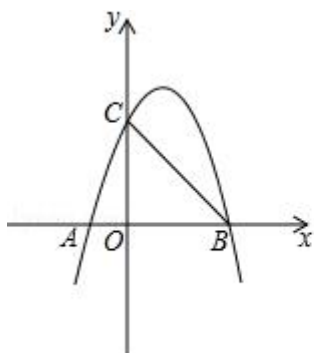


图1

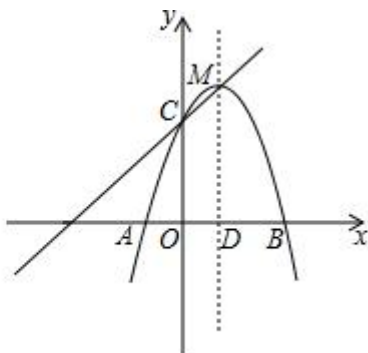


图2

- (1) 求抛物线的表达式;
- (2) 点 P 为直线 BC 上方抛物线上的一个动点, 当 $\triangle PBC$ 的面积最大时, 求点 P 的坐标;
- (3) 如图2, 点 M 为该抛物线的顶点, 直线 $MD \perp x$ 轴于点 D , 在直线 MD 上是否存在点 N , 使点 N 到直线 MC 的距离等于点 N 到点 A 的距离? 若存在, 求出点 N 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

2020 年四川省眉山市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 12 个小题，每小题 4 分，共 48 分．在每个小题给出的四个选项中，只有一项是正确的，请把答题卡上相应题目的正确选项涂黑．

1. 【分析】根据绝对值的性质求解．

【解答】解：根据负数的绝对值等于它的相反数，得 $|-5| = 5$ ．

故选：A．

【点评】此题主要考查的是绝对值的性质：一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；0 的绝对值是 0．

2. 【分析】各项计算得到结果，即可作出判断．

【解答】解：原式 $= x^2 + 2xy + y^2$ ，不符合题意；

B、原式不能合并，不符合题意；

C、原式 $= -8a^6b^3$ ，符合题意；

D、原式 $= -x^5 \div x^2 = -x^3$ ，不符合题意．

故选：C．

【点评】此题考查了完全平方公式，合并同类项，幂的乘方与积的乘方，以及同底数幂的除法，熟练掌握完全平方公式及运算法则是解本题的关键．

3. 【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，10 的指数 n 比原来的整数位数少 1．

【解答】解：941 万 $= 941\ 0000 = 9.41 \times 10^6$ ，

故选：C．

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

4. 【分析】利用主视图的定义，即从几何体的正面观察得出视图即可．

【解答】解：从几何体的正面看，是一个矩形，矩形的中间有一条纵向的实线．

故选：D．

【点评】此题主要考查了简单几何体的三视图，正确把握观察角度是解题关键．

5. 【分析】根据平行四边形的判定，菱形的判定，矩形的判定，正方形的判定依次判断可求解．

【解答】解：A、两组对边平行或两组对边相等或一组对边平行且相等的四边形是平行四边形，故选项 A 不合题意；

B、对角线互相垂直平分的四边形是菱形，故选项 B 符合题意；

C、对角线相等的平行四边形是矩形，故选项 C 不合题意；

D、对角线互相垂直平分且相等的四边形是正方形，故选项 D 不合题意；

故选：B.

【点评】本题考查了正方形的判定，平行四边形的判定，矩形的判定，菱形的判定，掌握这些判定定理是本题的关键.

6. 【分析】分别求出不等式组中两不等式的解集，找出解集的公共部分确定出不等式组的解集，找出整数解即可.

【解答】解：解不等式 $x+1 \geq 2x-1$ ，得： $x \leq 2$ ，

解不等式 $4x+5 > 2(x+1)$ ，得： $x > -1.5$ ，

则不等式组的解集为 $-1.5 < x \leq 2$ ，

所以不等式组的整数解为 $-1, 0, 1, 2$ ，一共 4 个.

故选：D.

【点评】此题考查了解一元一次不等式组，以及一元一次不等式组的整数解，求不等式组的解集，应遵循以下原则：同大取较大，同小取较小，小大大小中间找，大大小小解不了.

7. 【分析】根据题意和加权平均数的计算方法，可以计算出八年级 2 班四项综合得分（满分 100），本题得以解决.

【解答】解： $80 \times 40\% + 90 \times 25\% + 84 \times 25\% + 70 \times 10\% = 82.5$ （分），

即八年级 2 班四项综合得分（满分 100）为 82.5 分，

故选：B.

【点评】本题考查加权平均数，解答本题的关键是明确加权平均数的计算方法.

8. 【分析】利用圆心角、弧、弦的关系得到 $\widehat{DC} = \widehat{BC}$ ，再利用圆周角定理得到 $\angle BAC = \angle DAC = 35^\circ$ ， $\angle ABD = \angle ACD = 45^\circ$ ，然后根据三角形内角和计算 $\angle ADB$ 的度数.

【解答】解： $\because BC = CD$ ，

$\therefore \widehat{DC} = \widehat{BC}$ ，

$\therefore \angle BAC = \angle DAC = 35^\circ$ ，

$$\because \angle ABD = \angle ACD = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle ADB = 180^\circ - \angle BAD - \angle ABD = 180^\circ - 70^\circ - 45^\circ = 65^\circ.$$

故选：C.

【点评】 本题考查了圆心角、弧、弦的关系：在同圆和等圆中，相等的圆心角所对的弧相等，所对的弦也相等．在同圆或等圆中，如果两个圆心角、两条弧、两条弦中有一组量相等，那么它们所对应的其余各组量都分别相等．

9. **【分析】** 根据四边形的内角和定理即可得到结论．

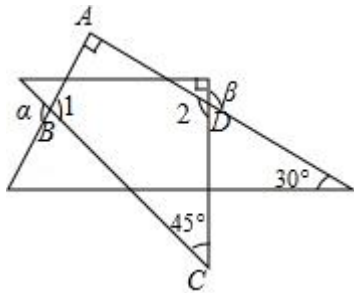
【解答】 解：如图， $\because \angle 1 = \alpha$ ， $\angle 2 = \beta$ ，

在四边形 $ABCD$ 中，

$$\because \angle A + \angle 1 + \angle C + \angle 2 = 360^\circ,$$

$$\therefore \alpha + \beta = 360^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 225^\circ.$$

故选：B.



【点评】 本题考查了直角三角形的性质，正确的识别图形是解题的关键．

10. **【分析】** 先将原方程化成非负数和为 0 的形式，再根据非负数的性质求得 a 、 b ，进而代入代数式求得结果．

$$\text{【解答】解：} \because a^2 + \frac{1}{4}b^2 = 2a - b - 2,$$

$$\therefore a^2 - 2a + 1 + \frac{1}{4}b^2 + b + 1 = 0,$$

$$\therefore (a-1)^2 + (\frac{1}{2}b+1)^2 = 0,$$

$$\therefore a-1=0, \frac{1}{2}b+1=0,$$

$$\therefore a=1, b=-2,$$

$$\therefore 3a - \frac{1}{2}b = 3+1=4.$$

故选：A.

【点评】 本题主要考查了非负数和为 0 的性质，因式分解，关键是进行因式分解，把原

方程化为非负数和等于 0 的形式.

11. 【分析】根据图象与 x 轴有交点, 得出判别式 $\Delta \geq 0$, 解得 $a \geq -2$; 再求出抛物线的对称轴, 结合抛物线开口向上, 且当 $x > 3$ 时, y 随 x 的增大而增大, 可得 $a \leq 3$, 从而得出答案.

【解答】解: $\because$ 二次函数 $y = x^2 - 2ax + a^2 - 2a - 4$ (a 为常数) 的图象与 x 轴有交点,

$$\therefore \Delta = (-2a)^2 - 4 \times 1 \times (a^2 - 2a - 4) \geq 0$$

解得: $a \geq -2$;

$\because$ 抛物线的对称轴为直线 $x = -\frac{-2a}{2} = a$, 抛物线开口向上, 且当 $x > 3$ 时, y 随 x 的增大而减小,

$$\therefore a \leq 3,$$

$\therefore$ 实数 a 的取值范围是 $-2 \leq a \leq 3$.

故选: D.

【点评】本题考查了抛物线与 x 轴的交点和二次函数的图象与性质, 明确抛物线与 x 轴的交点个数与判别式的关系及二次函数的性质是解题的关键.

12. 【分析】由正方形的性质可得 $\angle EAG = \angle BAD = 90^\circ$, $\angle FAG = \angle AFG = \angle DAC = \angle ACB = 45^\circ$, $AF = \sqrt{2}AG$, $AC = \sqrt{2}AD$, 可得 $\angle EAB = \angle DAG$, 可判断①; 由 $\frac{AF}{AG} = \sqrt{2} = \frac{AC}{AD}$, $\angle FAC = \angle DAG$, 可证 $\triangle FAC \sim \triangle DAG$, 可判断②; 通过证明 $\triangle AFH \sim \triangle ACF$, 可得 $\frac{AH}{AF} = \frac{AF}{AC}$, 可判断③; 由相似三角形的性质可得 $\angle ADG = \angle ACB = 45^\circ$, 可得 $\angle AND = 90^\circ$, 可判断④; 即可求解.

【解答】解: $\because$ 四边形 $ABCD$, 四边形 $AEFG$ 都是正方形,

$$\therefore \angle EAG = \angle BAD = 90^\circ, \angle FAG = \angle AFG = \angle DAC = \angle ACB = 45^\circ, AF = \sqrt{2}AG, AC = \sqrt{2}AD,$$

$$\therefore \angle EAG - \angle BAC = \angle BAD - \angle BAG,$$

$$\therefore \angle EAB = \angle DAG, \text{故①正确;}$$

$$\because AF = \sqrt{2}AG, AC = \sqrt{2}AD,$$

$$\therefore \frac{AF}{AG} = \sqrt{2} = \frac{AC}{AD},$$

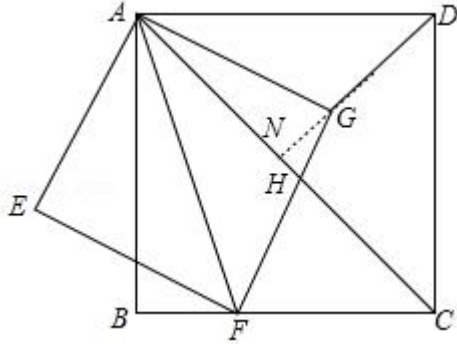
$$\because \angle FAG = \angle CAD = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle FAC = \angle DAG,$$

$\therefore \triangle FAC \sim \triangle DAG$, 故②正确,

$\therefore \angle ADG = \angle ACB = 45^\circ$,

延长 DG 交 AC 于 N ,



$\therefore \angle CAD = 45^\circ$, $\angle ADG = 45^\circ$,

$\therefore \angle AND = 90^\circ$,

$\therefore DG \perp AC$, 故④正确,

$\therefore \angle FAC = \angle FAH$, $\angle AFG = \angle ACF = 45^\circ$,

$\therefore \triangle AFH \sim \triangle ACF$,

$$\therefore \frac{AH}{AF} = \frac{AF}{AC},$$

$$\therefore AF^2 = AH \cdot AC,$$

$\therefore 2AE^2 = AH \cdot AC$, 故③正确,

故选: D .

【点评】 本题考查了相似三角形的判定和性质, 正方形的性质, 熟练运用相似三角形的判定是本题的关键.

二、填空题: 本大题共 6 个小题, 每小题 4 分, 共 24 分. 请将正确答案直接填在答题卡相应的位置上.

13. **【分析】** 观察原式 $a^3 - 4a^2 + 4a$, 找到公因式 a , 提出公因式后发现 $a^2 - 4a + 4$ 是完全平方式, 利用完全平方公式继续分解可得.

【解答】 解: $a^3 - 4a^2 + 4a$,

$$= a(a^2 - 4a + 4),$$

$$= a(a - 2)^2.$$

故答案为: $a(a - 2)^2$.

【点评】 本题考查了对一个多项式因式分解的能力. 一般地, 因式分解有两种方法, 提

公因式法，公式法，能提公因式先提公因式，然后再考虑公式法（完全平方公式）。要求灵活运用各种方法进行因式分解。

14. 【分析】先根据根与系数的关系得到 $x_1+x_2 = -\frac{3}{2}$, $x_1x_2 = -2$, 再把 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ 通分得到

$\frac{x_1+x_2}{x_1 \cdot x_2}$, 然后利用整体代入的方法计算。

【解答】解：根据题意得 $x_1+x_2 = -\frac{3}{2}$, $x_1x_2 = -2$,

$$\text{所以 } \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1+x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{-\frac{3}{2}}{-2} = \frac{3}{4}.$$

故答案为 $\frac{3}{4}$.

【点评】本题考查了根与系数的关系：若 x_1, x_2 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的两根时， $x_1+x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1x_2 = \frac{c}{a}$.

15. 【分析】由旋转的性质得出 $\triangle ABB_1$ 是等边三角形，求出 CA 的长，则可得出答案。

【解答】解： $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ，将该三角形绕点 A 按顺时针方向旋转到 $\triangle AB_1C_1$ 的位置，点 B_1 恰好落在边 BC 的中点处，

$$\therefore AB_1 = \frac{1}{2}BC, BB_1 = B_1C, AB = AB_1,$$

$$\therefore BB_1 = AB = AB_1,$$

$\therefore \triangle ABB_1$ 是等边三角形，

$$\therefore \angle BAB_1 = \angle B = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle CAC_1 = 60^\circ,$$

$\therefore$ 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 按顺时针方向旋转至 $\triangle AB_1C_1$ 的位置，

$$\therefore CA = C_1A,$$

$\therefore \triangle AC_1C$ 是等边三角形，

$$\therefore CC_1 = CA,$$

$$\because AB = 2,$$

$$\therefore CA = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore CC_1 = 2\sqrt{3}.$$

故答案为： $2\sqrt{3}$.

【点评】此题主要考查了旋转的性质，直角三角形的性质，等边三角形的判定与性质等

知识，得出 $\triangle ABB_1$ 是等边三角形是解题关键．

16. 【分析】利用解分式方程的一般步骤解出方程，根据题意列出不等式，解不等式即可．

【解答】解：方程 $\frac{1}{x-2}+2=\frac{1-k}{2-x}$ 两边同乘 $(x-2)$ ，得

$$1+2(x-2)=k-1,$$

$$\text{解得, } x=\frac{k+2}{2},$$

$$\therefore \frac{k+2}{2} \neq 2,$$

$$\therefore k \neq 2,$$

$$\text{由题意得, } \frac{k+2}{2} > 0,$$

$$\text{解得, } k > -2,$$

$$\therefore k \text{ 的取值范围是 } k > -2 \text{ 且 } k \neq 2.$$

故答案为： $k > -2$ 且 $k \neq 2$ ．

【点评】本题考查的是分式方程的解、一元一次不等式的解法，掌握解分式方程的一般步骤、分式方程无解的判断方法是解题的关键．

17. 【分析】根据题意求得 $BC=16$ ，作 $AM \perp BC$ 于 M ，根据等腰三角形的性质得到 $BM=8$ ，根据勾股定理求得 AM ，根据线段垂直平分线的性质得出 $\triangle ADC$ 是等腰三角形，易证得 $\triangle ABC \sim \triangle DAC$ ，根据相似三角形对应高的比等于相似比，即可求得 DE ．

【解答】解： $\because$ 边 AC 的垂直平分线交 BC 于点 D ，交 AC 于点 E ，

$$\therefore \angle AED = 90^\circ, \quad AE = CE = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 10 = 5, \quad AD = CD,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle C,$$

$$\therefore \triangle ABD \text{ 的周长为 } 26,$$

$$\therefore AB + BD + AD = AB + BD + CD = AB + BC = 26,$$

$$\therefore AB = AC = 10,$$

$$\therefore BC = 16, \quad \angle B = \angle C,$$

$$\therefore \angle B = \angle DAC,$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DAC,$$

$$\therefore \frac{AM}{DE} = \frac{BC}{AC},$$

作 $AM \perp BC$ 于 M ，

$$\therefore AB = AC,$$

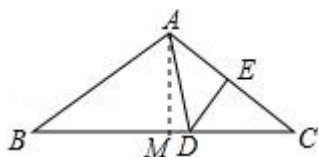
$$\therefore BM = \frac{1}{2}BC = 8,$$

$$\therefore AM = \sqrt{AB^2 - BM^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6,$$

$$\therefore \frac{6}{DE} = \frac{16}{10},$$

$$\therefore DE = \frac{15}{4},$$

故答案为 $\frac{15}{4}$.



【点评】 本题考查了线段垂直平分线的性质，等腰三角形的性质，三角形相似的判定和性质，根据三角形周长求得 BC 的长是解题的关键.

18. **【分析】** 连接 OB ，如图，利用切线长定理得到 $PB = PA = 6$ ，利用切线的性质得到 $OB \perp PC$ ， $OA \perp PA$ ，再利用勾股定理计算出 $PC = 10$ ，则 $BC = 4$ ，设 $\odot O$ 的半径为 r ，则 $OA = OB = r$ ， $OC = 8 - r$ ，在 $\text{Rt}\triangle BCO$ 中利用勾股定理可求出 $r = 3$ ，所以 $OA = 3$ ， $OC = 5$ ，然后证明 $\triangle COD \sim \triangle POA$ ，再利用相似比求出 CD .

【解答】 解：连接 OB ，如图，

$\because PA, PB$ 为 $\odot O$ 的切线，

$\therefore PB = PA = 6$ ， $OB \perp PC$ ， $OA \perp PA$ ，

$\therefore \angle CAP = \angle CBO = 90^\circ$ ，

在 $\text{Rt}\triangle APC$ 中， $PC = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ ，

$\therefore BC = PC - PB = 4$ ，

设 $\odot O$ 的半径为 r ，则 $OA = OB = r$ ， $OC = 8 - r$ ，

在 $\text{Rt}\triangle BCO$ 中， $4^2 + r^2 = (8 - r)^2$ ，解得 $r = 3$ ，

$\therefore OA = 3$ ， $OC = 5$ ，

在 $\text{Rt}\triangle OPA$ 中， $OP = \sqrt{3^2 + 6^2} = 3\sqrt{5}$ ，

$\because CD \perp PO$ ，

$\therefore \angle CDO = 90^\circ$ ，

$\because \angle COD = \angle POA$ ， $\angle CDO = \angle PAO$ ，

$\therefore \triangle COD \sim \triangle POA$ ，

于 x 的方程，利用方程求得结果.

【解答】解：设 BC 为 x 米，则 $AC = (20+x)$ 米，

由条件知： $\angle DBC = \angle AEC = 60^\circ$ ， $DE = 80$ 米.

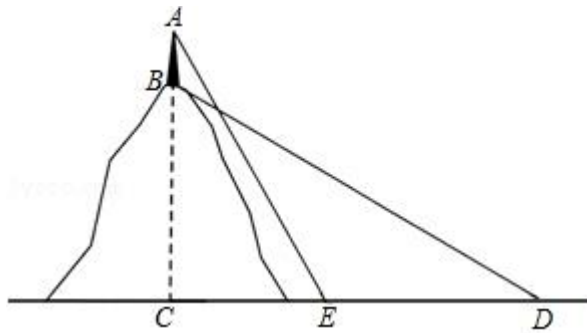
在直角 $\triangle DBC$ 中， $\tan 60^\circ = \frac{DC}{BC} = \frac{DC}{x}$ ，则 $DC = \sqrt{3}x$ 米.

$\therefore CE = (\sqrt{3}x - 80)$ 米.

在直角 $\triangle ACE$ 中， $\tan 60^\circ = \frac{AC}{CE} = \frac{20+x}{\sqrt{3}x-80} = \sqrt{3}$.

解得 $x = 10 + 40\sqrt{3}$.

答：小山 BC 的高度为 $(10 + 40\sqrt{3})$ 米.



【点评】本题考查的是解直角三角形的应用—仰角俯角问题，掌握仰角俯角的概念、熟记锐角三角函数的定义是解题的关键.

22. 【分析】(1) 根据读 3 部的人数和所占的百分比，可以求得本次调查的人数，然后即可得到众数和中位数；

(2) 根据统计图中的数据，可以得到扇形统计图中“4 部”所在扇形的圆心角的度数；

(3) 根据(1)中读 2 部的人数，可以将条形统计图补充完整；

(4) 根据题意，可以画出相应的树状图，从而可以得到相应的概率.

【解答】解：(1) 本次调查的人数为： $10 \div 25\% = 40$ ，

读 2 部的学生有： $40 - 2 - 14 - 10 - 8 = 6$ (人)，

故本次调查所得数据的众数是 1 部，中位数是 $(2+2) \div 2 = 2$ (部)，

故答案为：1，2；

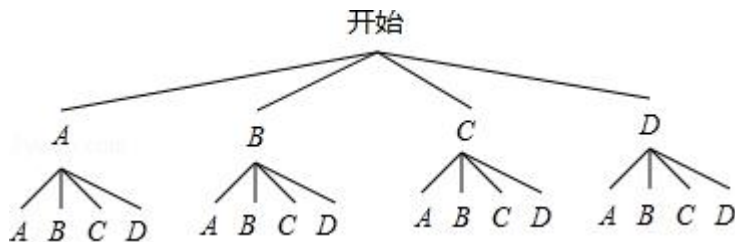
(2) 扇形统计图中“4 部”所在扇形的圆心角为： $360^\circ \times \frac{8}{40} = 72^\circ$ ，

故答案为：72；

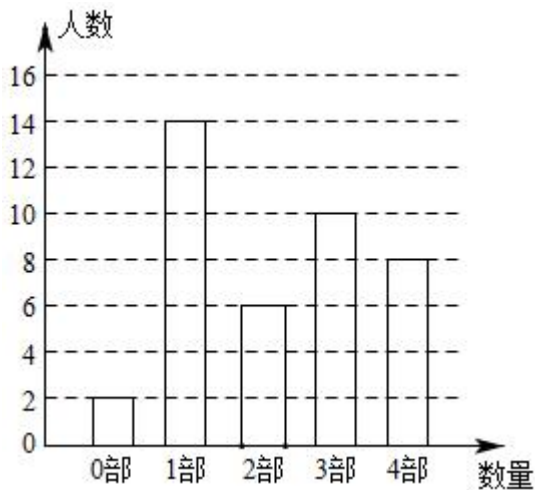
(3) 由(1)知，读 2 部的学生有 6 人，

补全的条形统计图如右图所示；

(4)《西游记》、《三国演义》、《水浒传》、《红楼梦》分别用字母 A 、 B 、 C 、 D 表示，
树状图如下图所示：



一共有 16 种可能性，其中他们恰好选中同一名著的可能性有 4 种，
故他们恰好选中同一名著的概率是 $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ ，
即他们恰好选中同一名著的概率是 $\frac{1}{4}$ 。



【点评】 本题考查列表法与树状图法、条形统计图、扇形统计图、中位数和众数，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答。

23. **【分析】** (1) 利用待定系数法求解即可。
(2) 如图设直线 AB 交 y 轴于 C ，则 $C(0, -4)$ ，根据 $S_{\triangle AOB} = S_{\triangle OCA} + S_{\triangle OCB}$ 求解即可。
(3) 分三种情形：① $AO = AP$ ，② $OA = OP$ ，③ $PA = PO$ 分别求解即可。

【解答】 解：(1) $\because$ 反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 经过点 $A(-3, 2)$ ，
 $\therefore m = -6$ ，
 $\because$ 点 $B(1, n)$ 在反比例函数图象上，
 $\therefore n = -6$ ，
 $\therefore B(1, -6)$ ，
把 A, B 的坐标代入 $y = kx + b$ ，

$$\begin{cases} -3k+b=2 \\ k+b=-6 \end{cases},$$

$$\begin{cases} k=-2 \\ b=-4 \end{cases},$$

$\therefore$ 一次函数的解析式为 $y = -2x - 4$, 反比例函数的解析式为 $y = -\frac{6}{x}$.

(2) 如图设直线 AB 交 y 轴于 C , 则 $C(0, -4)$,

$$\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\triangle OCA} + S_{\triangle OCB} = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 + \frac{1}{2} \times 4 \times 1 = 8.$$

(3) 由题意 $OA = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$,

当 $AO = AP$ 时, 可得 $P_1(-6, 0)$,

当 $OA = OP$ 时, 可得 $P_2(-\sqrt{13}, 0)$, $P_4(\sqrt{13}, 0)$,

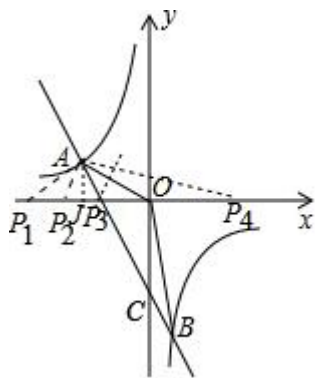
当 $PA = PO$ 时, 过点 A 作 $AJ \perp x$ 轴于 J . 设 $OP_3 = P_3A = x$,

在 $Rt\triangle AJP_3$ 中, 则有 $x^2 = 2^2 + (3-x)^2$,

$$\text{解得 } x = -\frac{13}{6},$$

$$\therefore P_3\left(-\frac{13}{6}, 0\right),$$

综上所述, 满足条件的点 P 的坐标为 $(-6, 0)$ 或 $(-\sqrt{13}, 0)$ 或 $(\sqrt{13}, 0)$ 或 $(-\frac{13}{6}, 0)$.



【点评】 本题属于反比例函数综合题, 考查了反比例函数的性质, 一次函数的性质, 等腰三角形的判定和性质等知识, 解题的关键是学会用分类讨论的思想思考问题, 属于中考常考题型.

24. **【分析】** (1) 设柏树的单价为 x 元/棵, 杉树的单价是 y 元/棵, 根据“购买 2 棵柏树和 3 棵杉树共需 850 元; 购买 3 棵柏树和 2 棵杉树共需 900 元”列出二元一次方程组, 求解

即可；

(2) 设购买柏树 a 棵, 则杉树为 $(80 - a)$ 棵, 购树总费用为 w 元, 根据题意求出 w 与 a 的函数关系式, 然后根据总费用和两种树的棵数关系列出不等式组, 求出 a 的取值范围, 再根据 a 是正整数确定出购买方案.

【解答】解: (1) 设柏树的单价为 x 元/棵, 杉树的单价是 y 元/棵,

根据题意得:
$$\begin{cases} 2x+3y=850 \\ 3x+2y=900 \end{cases},$$

解得
$$\begin{cases} x=200 \\ y=150 \end{cases},$$

答: 柏树的单价为 200 元/棵, 杉树的单价是 150 元/棵;

(2) 设购买柏树 a 棵, 则杉树为 $(80 - a)$ 棵, 购树总费用为 w 元,

根据题意: $a \geq 2(80 - a)$, 解得 $a \geq 53\frac{1}{3}$,

$$w = 200a + 150(80 - a) = 50a + 1200,$$

$$\because 50 > 0,$$

$\therefore w$ 随 a 的增大而增大,

又 $\because a$ 为整数,

$$\therefore \text{当 } a = 54 \text{ 时, } w_{\text{最小}} = 14700,$$

此时, $80 - a = 26$,

即购买柏树 54 棵, 杉树 26 棵时, 总费用最小为 14700 元.

【点评】本题考查了一次函数的应用, 二元一次方程组的应用, 一元一次不等式的应用, 解决问题的关键是读懂题意, 找到关键描述语, 进而找到所求的量的等量关系和不等关系.

25. 【分析】(1) 证明 $\triangle ADF \sim \triangle BDA$, 推出 $\angle ABD = \angle FAD$, 再证明 $\triangle ADC \cong \triangle BAF$ (ASA) 可得结论.

(2) ①首先证明 $CD = \frac{1}{2}AC$, 推出 $EC = \frac{1}{2}BC$, 求出 BG , DG 即可解决问题.

②利用勾股定理求出 BD , 证明 $\triangle CDF \sim \triangle ABF$, 可得 $\frac{DF}{BF} = \frac{CD}{AB} = \frac{1}{2}$, 推出 $\frac{DF}{DB} = \frac{1}{3}$, 即可解决问题.

【解答】(1) 证明: $\because AD^2 = DF \cdot DB$,

$$\therefore \frac{AD}{DF} = \frac{DB}{AD},$$

$$\because \angle ADF = \angle BDA,$$

$$\therefore \triangle ADF \sim \triangle BDA,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle FAD,$$

$$\because \triangle ABC, \triangle DCE \text{ 都是等边三角形},$$

$$\therefore AB = AC, \angle BAC = \angle ACB = \angle DCE = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle BAF,$$

$$\therefore \triangle ADC \cong \triangle BAF \text{ (ASA)},$$

$$\therefore AD = BF.$$

(2) ①解：过点 D 作 $DG \perp BE$ 于 G .

$$\because \angle BAD = 90^\circ, \angle BAC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC = 30^\circ,$$

$$\because \angle ACD = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore DC = \frac{1}{2}AC,$$

$$\therefore CE = \frac{1}{2}BC,$$

$$\because BE = 6,$$

$$\therefore CE = 2, BC = 4,$$

$$\therefore CG = EG = 1, BG = 5, DG = \sqrt{3},$$

$$\therefore \tan \angle DBE = \frac{DG}{BG} = \frac{\sqrt{3}}{5}.$$

$$\textcircled{2} \text{ 在 Rt}\triangle BDG \text{ 中, } \because \angle BGD = 90^\circ, DG = \sqrt{3}, BG = 5,$$

$$\therefore BD = \sqrt{DG^2 + BG^2} = \sqrt{5^2 + (\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{7},$$

$$\because \angle ABC = \angle DCE = 60^\circ,$$

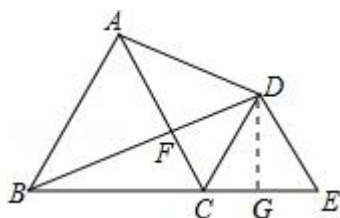
$$\therefore CD \parallel AB,$$

$$\therefore \triangle CDF \sim \triangle ABF,$$

$$\therefore \frac{DF}{BF} = \frac{CD}{AB} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{DF}{DB} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore DF = \frac{2\sqrt{7}}{3}$$



【点评】 本题属于三角形综合题，考查了等边三角形的性质，全等三角形的判定和性质，相似三角形的判定和性质，解直角三角形等知识，解题的关键是正确寻找相似三角形或全等三角形解决问题，属于中考压轴题．

26. **【分析】** (1) 利用待定系数法可求解析式；

(2) 过点 P 作 $PH \perp x$ 轴于 H ，交 BC 于点 G ，先求出 BC 的解析式，设点 $P(m, -m^2+2m+3)$ ，

则点 $G(m, -m+3)$ ，由三角形面积公式可得 $S_{\triangle PBC} = \frac{1}{2} \times PG \times OB = \frac{1}{2} \times 3 \times (-m^2+3m) = -\frac{3}{2}(m-\frac{3}{2})^2 + \frac{27}{8}$ ，由二次函数的性质可求解；

(3) 设直线 MC 与 x 轴交于点 E ，过点 N 作 $NQ \perp MC$ 于 Q ，先求出点 A ，点 M 坐标，

可求 MC 解析式，可得 $DE = 4 = MD$ ，由等腰直角三角形的性质可得 $MQ = NQ = \frac{\sqrt{2}}{2}MN$ ，

由两点距离公式可列 $(\frac{\sqrt{2}}{2}|4-n|)^2 = 4+n^2$ ，即可求解．

【解答】 解：(1) $\because$ 点 $B(3, 0)$ ，点 $C(0, 3)$ 在抛物线 $y = -x^2+bx+c$ 图象上，

$$\therefore \begin{cases} -9+3b+c=0 \\ c=3 \end{cases},$$

$$\text{解得：} \begin{cases} b=2 \\ c=3 \end{cases},$$

$\therefore$ 抛物线解析式为： $y = -x^2+2x+3$ ；

(2) $\because$ 点 $B(3, 0)$ ，点 $C(0, 3)$ ，

$\therefore$ 直线 BC 解析式为： $y = -x+3$ ，

如图，过点 P 作 $PH \perp x$ 轴于 H ，交 BC 于点 G ，

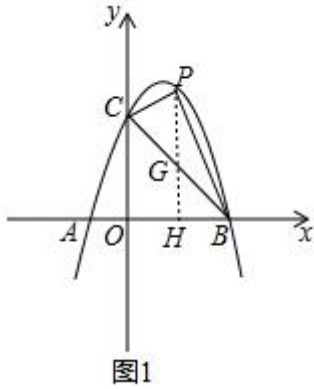


图1

设点 $P(m, -m^2+2m+3)$, 则点 $G(m, -m+3)$,

$$\therefore PG = (-m^2+2m+3) - (-m+3) = -m^2+3m,$$

$$\therefore S_{\triangle PBC} = \frac{1}{2} \times PG \times OB = \frac{1}{2} \times 3 \times (-m^2+3m) = -\frac{3}{2} \left(m - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{27}{8},$$

$\therefore$ 当 $m = \frac{3}{2}$ 时, $S_{\triangle PBC}$ 有最大值,

$\therefore$ 点 $P\left(\frac{3}{2}, \frac{15}{4}\right)$;

(3) 存在 N 满足条件,

理由如下: $\because$ 抛物线 $y = -x^2+2x+3$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点,

$\therefore$ 点 $A(-1, 0)$,

$$\because y = -x^2+2x+3 = -(x-1)^2+4,$$

$\therefore$ 顶点 M 为 $(1, 4)$,

$\because$ 点 M 为 $(1, 4)$, 点 $C(0, 3)$,

$\therefore$ 直线 MC 的解析式为: $y = -x+3$,

如图, 设直线 MC 与 x 轴交于点 E , 过点 N 作 $NQ \perp MC$ 于 Q ,

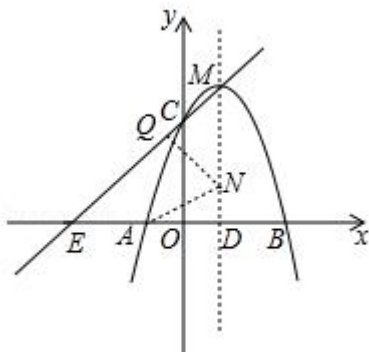


图2

$\therefore$ 点 $E(-3, 0)$,

$\therefore DE = 4 = MD$,

$$\therefore \angle NMQ = 45^\circ,$$

$$\because NQ \perp MC,$$

$$\therefore \angle NMQ = \angle MNQ = 45^\circ,$$

$$\therefore MQ = NQ,$$

$$\therefore MQ = NQ = \frac{\sqrt{2}}{2}MN,$$

设点 $N(1, n)$,

$\because$ 点 N 到直线 MC 的距离等于点 N 到点 A 的距离,

$$\therefore NQ = AN,$$

$$\therefore NQ^2 = AN^2,$$

$$\therefore \left(\frac{\sqrt{2}}{2}MN\right)^2 = AN^2,$$

$$\therefore \left(\frac{\sqrt{2}}{2}|4 - n|\right)^2 = 4 + n^2,$$

$$\therefore n^2 + 8n - 8 = 0,$$

$$\therefore n = -4 \pm 2\sqrt{6},$$

$\therefore$ 存在点 N 满足要求, 点 N 坐标为 $(1, -4 + 2\sqrt{6})$ 或 $(1, -4 - 2\sqrt{6})$.

【点评】 本题是二次函数综合题, 考查了待定系数法求解析式, 二次函数的性质, 一次函数的性质, 两点距离公式, 等腰直角三角形的性质等知识, 利用参数列方程是本题的关键.