

2019 年四川省达州市中考数学试卷

一、单项选择题（每小题 3 分，共 30 分）

1. (3 分) -2019 的绝对值是 ()

A. 2019

B. -2019

C. $\frac{1}{2019}$

D. $-\frac{1}{2019}$

2. (3 分) 剪纸是我国传统的民间艺术，下列剪纸作品中，轴对称图形是 ()



3. (3 分) 下列计算正确的是 ()

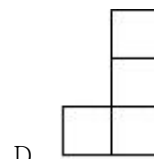
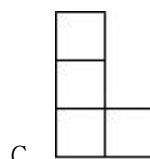
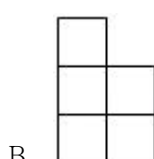
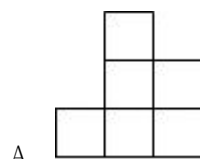
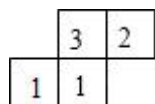
A. $a^2 + a^3 = a^5$

B. $a^8 \div a^4 = a^4$

C. $(-2ab)^2 = -4a^2b^2$

D. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

4. (3 分) 如图是由 7 个小立方块所搭成的几何体的俯视图，小正方形中的数字表示该位置小立方块的个数，这个几何体的左视图是 ()



5. (3 分) 一组数据 1, 2, 1, 4 的方差为 ()

A. 1

B. 1.5

C. 2

D. 2.5

6. (3 分) 下列判断正确的是 ()

A. $\frac{\sqrt{5}-1}{2} < 0.5$

B. 若 $ab=0$, 则 $a=b=0$

C. $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

D. $3a$ 可以表示边长为 a 的等边三角形的周长

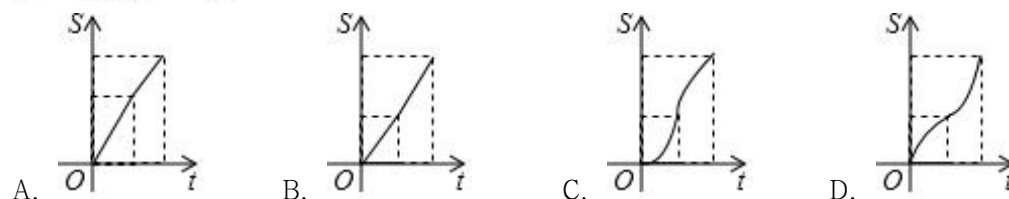
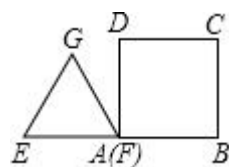
7. (3分) 某公司今年4月的营业额为2500万元, 按计划第二季度的总营业额要达到9100万元, 设该公司5、6两月的营业额的月平均增长率为 x . 根据题意列方程, 则下列方程正确的是 ()

- A. $2500(1+x)^2 = 9100$
 B. $2500(1+x\%)^2 = 9100$
 C. $2500(1+x) + 2500(1+x)^2 = 9100$
 D. $2500 + 2500(1+x) + 2500(1+x)^2 = 9100$

8. (3分) a 是不为1的有理数, 我们把 $\frac{1}{1-a}$ 称为 a 的差倒数, 如2的差倒数为 $\frac{1}{1-2} = -1$, -1 的差倒数 $\frac{1}{1-(-1)} = \frac{1}{2}$, 已知 $a_1 = 5$, a_2 是 a_1 的差倒数, a_3 是 a_2 的差倒数, a_4 是 a_3 的差倒数..., 依此类推, a_{2019} 的值是 ()

- A. 5 B. $-\frac{1}{4}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{4}{5}$

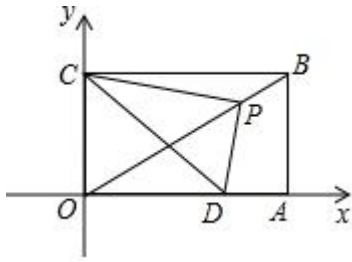
9. (3分) 如图, 边长都为4的正方形 $ABCD$ 和正三角形 EFG 如图放置, AB 与 EF 在一条直线上, 点 A 与点 F 重合. 现将 $\triangle EFG$ 沿 AB 方向以每秒1个单位的速度匀速运动, 当点 F 与 B 重合时停止. 在这个运动过程中, 正方形 $ABCD$ 和 $\triangle EFG$ 重叠部分的面积 S 与运动时间 t 的函数图象大致是 ()



10. (3分) 矩形 $OABC$ 在平面直角坐标系中的位置如图所示, 已知 $B(2\sqrt{3}, 2)$, 点 A 在 x 轴上, 点 C 在 y 轴上, P 是对角线 OB 上一动点 (不与原点重合), 连接 PC , 过点 P 作 $PD \perp PC$, 交 x 轴于点 D . 下列结论:

- ① $OA = BC = 2\sqrt{3}$;
 ② 当点 D 运动到 OA 的中点处时, $PC^2 + PD^2 = 7$;
 ③ 在运动过程中, $\angle CDP$ 是一个定值;
 ④ 当 $\triangle ODP$ 为等腰三角形时, 点 D 的坐标为 $(\frac{2\sqrt{3}}{3}, 0)$.

其中正确结论的个数是 ()

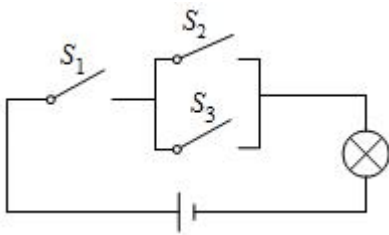


- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

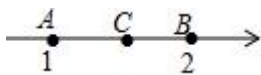
二、填空题 (每小题 3 分, 共 18 分)

11. (3 分) 2018 年, 中国贸易进出口总额为 4.62 万亿美元 (美国约为 4.278 万亿美元), 同比增长 12.6%, 占全球贸易总额的 11.75%, 贸易总额连续两年全球第一! 数据 4.62 万亿用科学记数法表示为_____.

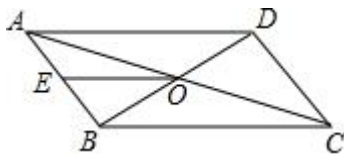
12. (3 分) 如图所示的电路中, 当随机闭合开关 S_1 、 S_2 、 S_3 中的两个时, 能够让灯泡发光的概率为_____.



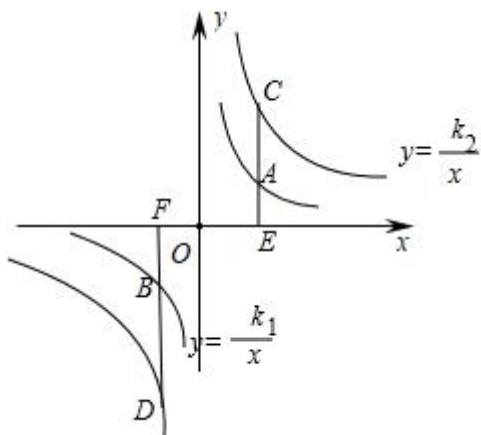
13. (3 分) 如图所示, 点 C 位于点 A 、 B 之间 (不与 A 、 B 重合), 点 C 表示 $1-2x$, 则 x 的取值范围是_____.



14. (3 分) 如图, $\square ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O , 点 E 是 AB 的中点, $\triangle BEO$ 的周长是 8, 则 $\triangle BCD$ 的周长为_____.



15. (3 分) 如图, A 、 B 两点在反比例函数 $y = \frac{k_1}{x}$ 的图象上, C 、 D 两点在反比例函数 $y = \frac{k_2}{x}$ 的图象上, $AC \perp x$ 轴于点 E , $BD \perp x$ 轴于点 F , $AC = 2$, $BD = 4$, $EF = 3$, 则 $k_2 - k_1 =$ _____.



16. (3分) 如图, 抛物线 $y = -x^2 + 2x + m + 1$ (m 为常数) 交 y 轴于点 A , 与 x 轴的一个交点在 2 和 3 之间, 顶点为 B .

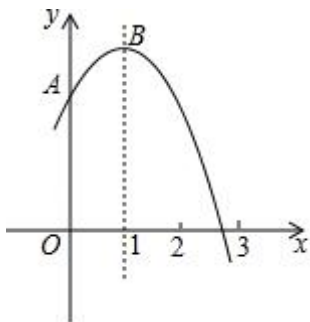
① 抛物线 $y = -x^2 + 2x + m + 1$ 与直线 $y = m + 2$ 有且只有一个交点;

② 若点 $M(-2, y_1)$ 、点 $N(\frac{1}{2}, y_2)$ 、点 $P(2, y_3)$ 在该函数图象上, 则 $y_1 < y_2 < y_3$;

③ 将该抛物线向左平移 2 个单位, 再向下平移 2 个单位, 所得抛物线解析式为 $y = -(x+1)^2 + m$;

④ 点 A 关于直线 $x = 1$ 的对称点为 C , 点 D 、 E 分别在 x 轴和 y 轴上, 当 $m = 1$ 时, 四边形 $BCDE$ 周长的最小值为 $\sqrt{34} + \sqrt{2}$.

其中正确判断的序号是_____.



三、解答题: 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤 (共 72 分)

17. (5分) 计算: $(\pi - 3.14)^0 - (\frac{1}{2})^{-2} + \sqrt[3]{27} - \sqrt{8}$.

18. (7分) 先化简: $(\frac{x-2}{x^2+2x} - \frac{x-1}{x^2+4x+4}) \div \frac{4-x}{x}$, 再选取一个适当的 x 的值代入求值.

19. (7分) 随机抽取某小吃店一周的营业额 (单位: 元) 如下表:

星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	星期六	星期日	合计
540	680	640	640	780	1110	1070	5460

(1) 分析数据, 填空: 这组数据的平均数是_____元, 中位数是_____元, 众数是_____元.

元.

(2) 估计一个月的营业额 (按 30 天计算):

①星期一到星期五营业额相差不大, 用这 5 天的平均数估算合适么?

答 (填“合适”或“不合适”): _____.

②选择一个你认为最合适的数据估算这个小吃店一个月的营业额.

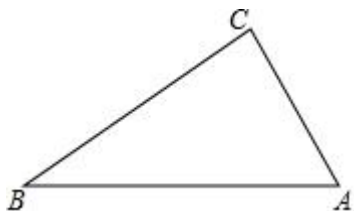
20. (7 分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=2$, $BC=3$.

(1) 尺规作图: 不写作法, 保留作图痕迹.

①作 $\angle ACB$ 的平分线, 交斜边 AB 于点 D ;

②过点 D 作 BC 的垂线, 垂足为点 E .

(2) 在 (1) 作出的图形中, 求 DE 的长.

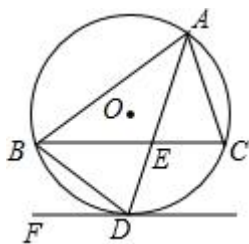


21. (7 分) 端午节前后, 张阿姨两次到超市购买同一种粽子. 节前, 按标价购买, 用了 96 元; 节后, 按标价的 6 折购买, 用了 72 元, 两次一共购买了 27 个. 这种粽子的标价是多少?

22. (8 分) 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, $\angle BAC$ 的平分线交 $\odot O$ 于点 D , 交 BC 于点 E , 过点 D 作直线 $DF \parallel BC$.

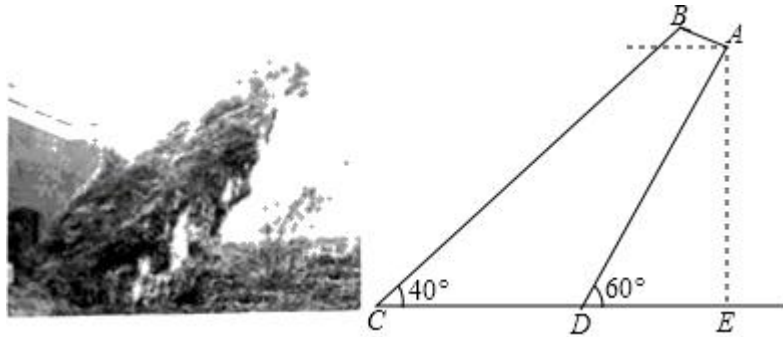
(1) 判断直线 DF 与 $\odot O$ 的位置关系, 并说明理由;

(2) 若 $AB=6$, $AE=\frac{12\sqrt{3}}{5}$, $CE=\frac{4\sqrt{7}}{5}$, 求 BD 的长.



23. (8 分) 渠县賁人谷是国家 AAAA 级旅游景区, 以“奇山奇水奇石景, 古賁古洞古部落”享誉巴渠, 被誉为川东“小九寨”. 端坐在观音崖旁的一块奇石似一只“啸天犬”, 昂首向天, 望穿古今. 一个周末, 某数学兴趣小组的几名同学想测出“啸天犬”上鼻尖与头顶的距离. 他们把蹲着的“啸天犬”抽象成四边形 $ABCD$, 想法测出了尾部 C 看头顶 B 的仰角为 40° , 从前脚落地点 D 看上鼻尖 A 的仰角刚好 60° , $CB=5m$, $CD=2.7m$. 景

区管理员告诉同学们，上嘴尖到地面的距离是 $3m$ 。于是，他们很快就算出了 AB 的长。你也算算？（结果精确到 $0.1m$ 。参考数据： $\sin 40^\circ \approx 0.64$, $\cos 40^\circ \approx 0.77$, $\tan 40^\circ \approx 0.84$, $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{3} \approx 1.73$ ）



24. (11 分) 箭头四角形

模型规律

如图 1，延长 CO 交 AB 于点 D ，则 $\angle BOC = \angle 1 + \angle B = \angle A + \angle C + \angle B$ 。

因为凹四边形 $ABOC$ 形似箭头，其四角具有“ $\angle BOC = \angle A + \angle B + \angle C$ ”这个规律，所以我们把这个模型叫做“箭头四角形”。

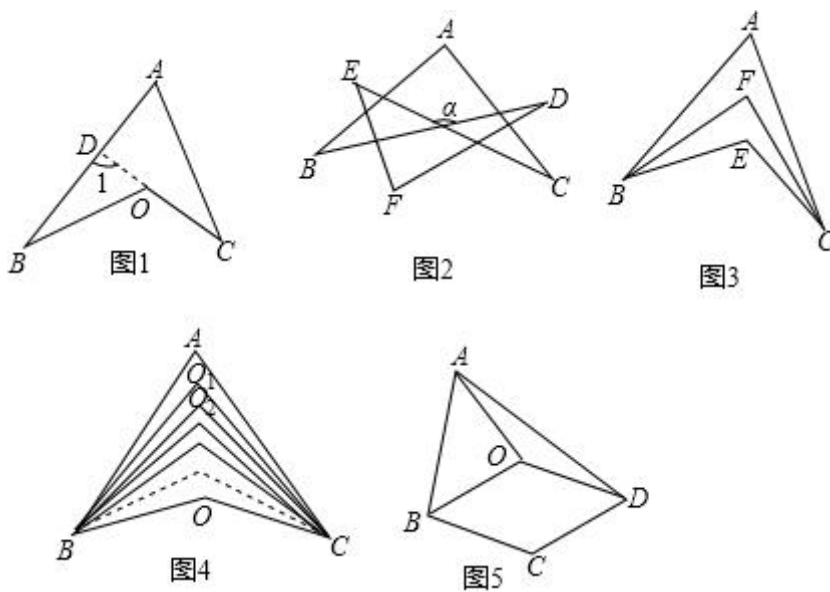
模型应用

(1) 直接应用：①如图 2， $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F =$ _____。

②如图 3， $\angle ABE$ 、 $\angle ACE$ 的 2 等分线（即角平分线） BF 、 CF 交于点 F ，已知 $\angle BEC = 120^\circ$ ， $\angle BAC = 50^\circ$ ，则 $\angle BFC =$ _____。

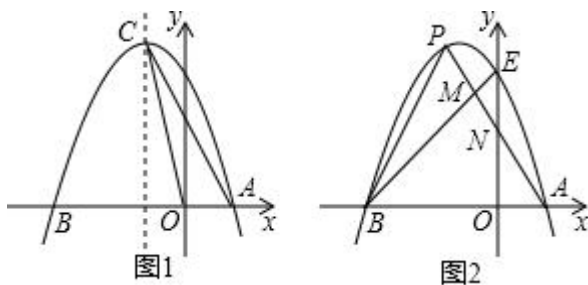
③如图 4， BO_i 、 CO_i 分别为 $\angle ABO$ 、 $\angle ACO$ 的 2019 等分线 ($i = 1, 2, 3, \dots, 2017, 2018$)。它们的交点从上到下依次为 O_1 、 O_2 、 O_3 、 $\dots$ 、 O_{2018} 。已知 $\angle BOC = m^\circ$ ， $\angle BAC = n^\circ$ ，则 $\angle BO_{1000}C =$ _____ 度。

(2) 拓展应用：如图 5，在四边形 $ABCD$ 中， $BC = CD$ ， $\angle BCD = 2\angle BAD$ 。 O 是四边形 $ABCD$ 内一点，且 $OA = OB = OD$ 。求证：四边形 $OBCD$ 是菱形。



25. (12 分) 如图 1, 已知抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 过点 $A(1, 0)$, $B(-3, 0)$.

- (1) 求抛物线的解析式及其顶点 C 的坐标;
- (2) 设点 D 是 x 轴上一点, 当 $\tan(\angle CAO + \angle CDO) = 4$ 时, 求点 D 的坐标;
- (3) 如图 2. 抛物线与 y 轴交于点 E , 点 P 是该抛物线上位于第二象限的点, 线段 PA 交 BE 于点 M , 交 y 轴于点 N , $\triangle BMP$ 和 $\triangle EMN$ 的面积分别为 m 、 n , 求 $m - n$ 的最大值.



2019 年四川省达州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、单项选择题（每小题 3 分，共 30 分）

1. (3 分) -2019 的绝对值是 ()

A. 2019

B. -2019

C. $\frac{1}{2019}$

D. $-\frac{1}{2019}$

【分析】直接利用绝对值的定义进而得出答案.

【解答】解: -2019 的绝对值是: 2019.

故选: A.

2. (3 分) 剪纸是我国传统的民间艺术, 下列剪纸作品中, 轴对称图形是 ()



【分析】根据轴对称图形的概念进而判断求解.

【解答】解: A、不是轴对称图形, 故此选项不合题意;

B、不是轴对称图形, 故此选项不合题意;

C、不是轴对称图形, 故此选项不合题意;

D、是轴对称图形, 故此选项符合题意;

故选: D.

3. (3 分) 下列计算正确的是 ()

A. $a^2 + a^3 = a^5$

B. $a^8 \div a^4 = a^4$

C. $(-2ab)^2 = -4a^2b^2$

D. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

【分析】直接利用合并同类项法则以及同底数幂的乘除运算法则、积的乘方运算法则分别化简得出答案.

【解答】解: A、 $a^2 + a^3$, 无法计算, 故此选项错误;

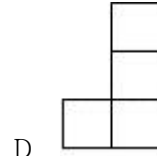
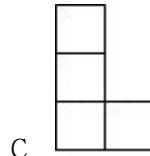
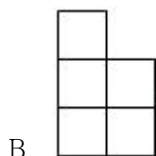
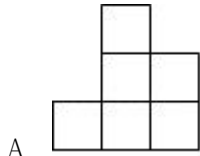
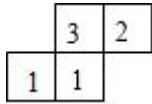
B、 $a^8 \div a^4 = a^4$, 故此选项正确;

C、 $(-2ab)^2 = 4a^2b^2$ ，故此选项错误；

D、 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ，故此选项错误；

故选：B.

4. (3分) 如图是由7个小立方块所搭成的几何体的俯视图，小正方形中的数字表示该位置小立方块的个数，这个几何体的左视图是 ()



【分析】由已知条件可知，左视图有2列，每列小正方形数目分别为3，1. 据此可作出判断.

【解答】解：从左面看可得到从左到右分别是3，1个正方形.

故选：B.

5. (3分) 一组数据1，2，1，4的方差为 ()

A. 1

B. 1.5

C. 2

D. 2.5

【分析】先求得这组数据平均值，再根据方差公式，计算即可

【解答】解：

$$\text{平均数为 } \bar{x} = \frac{1+2+1+4}{4} = 2$$

$$\text{方差 } S^2 = \frac{1}{4}[(1-2)^2 + (2-2)^2 + (1-2)^2 + (4-2)^2] = \frac{3}{2}$$

故选：B.

6. (3分) 下列判断正确的是 ()

A. $\frac{\sqrt{5}-1}{2} < 0.5$

B. 若 $ab=0$ ，则 $a=b=0$

C. $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

D. $3a$ 可以表示边长为 a 的等边三角形的周长

【分析】根据实数的大小比较法则、二次根式的乘除法法则、列代数式的一般步骤判断即可.

【解答】解：A、 $2 < \sqrt{5} < 3$,

$$\therefore \frac{1}{2} < \frac{\sqrt{5}-1}{2} < 1, \text{ 本选项错误;}$$

B、若 $ab=0$ ，则 $a=0$ 或 $b=0$ 或 $a=b=0$ ，本选项错误；

C、当 $a \geq 0, b > 0$ 时， $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ ，本选项错误；

D、 $3a$ 可以表示边长为 a 的等边三角形的周长，本选项正确；

故选：D.

7. (3分) 某公司今年4月的营业额为2500万元，按计划第二季度的总营业额要达到9100万元，设该公司5、6两月的营业额的月平均增长率为 x 。根据题意列方程，则下列方程正确的是 ()

A. $2500(1+x)^2 = 9100$

B. $2500(1+x\%)^2 = 9100$

C. $2500(1+x) + 2500(1+x)^2 = 9100$

D. $2500 + 2500(1+x) + 2500(1+x)^2 = 9100$

【分析】分别表示出5月，6月的营业额进而得出等式即可。

【解答】解：设该公司5、6两月的营业额的月平均增长率为 x 。根据题意列方程得：

$$2500 + 2500(1+x) + 2500(1+x)^2 = 9100.$$

故选：D.

8. (3分) a 是不为1的有理数，我们把 $\frac{1}{1-a}$ 称为 a 的差倒数，如2的差倒数为 $\frac{1}{1-2} = -1$ ， -1 的差倒数 $\frac{1}{1-(-1)} = \frac{1}{2}$ ，已知 $a_1 = 5$ ， a_2 是 a_1 的差倒数， a_3 是 a_2 的差倒数， a_4 是 a_3 的差倒数…，依此类推， a_{2019} 的值是 ()

A. 5

B. $-\frac{1}{4}$

C. $\frac{4}{3}$

D. $\frac{4}{5}$

【分析】根据差倒数的定义分别求出前几个数便不难发现，每3个数为一个循环组依次循环，用2019除以3，根据余数的情况确定出与 a_{2019} 相同的数即可得解。

【解答】解： $\because a_1 = 5$,

$$a_2 = \frac{1}{1-a_1} = \frac{1}{1-5} = -\frac{1}{4},$$

$$a_3 = \frac{1}{1-a_2} = \frac{1}{1-(-\frac{1}{4})} = \frac{4}{5},$$

$$a_4 = \frac{1}{1-a_3} = \frac{1}{1-\frac{4}{5}} = 5,$$

...

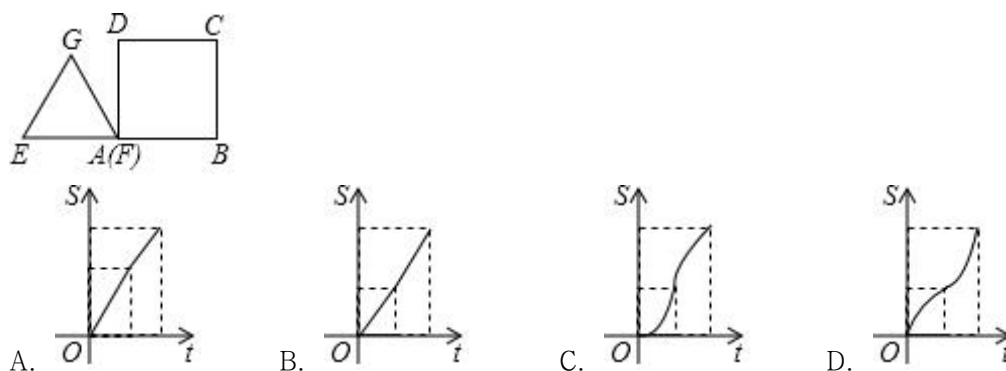
∴ 数列以 5, $-\frac{1}{4}$, $\frac{4}{5}$ 三个数依次不断循环,

$$\because 2019 \div 3 = 673,$$

$$\therefore a_{2019} = a_3 = \frac{4}{5},$$

故选: D.

9. (3分) 如图, 边长都为 4 的正方形 $ABCD$ 和正三角形 EFG 如图放置, AB 与 EF 在一条直线上, 点 A 与点 F 重合. 现将 $\triangle EFG$ 沿 AB 方向以每秒 1 个单位的速度匀速运动, 当点 F 与 B 重合时停止. 在这个运动过程中, 正方形 $ABCD$ 和 $\triangle EFG$ 重叠部分的面积 S 与运动时间 t 的函数图象大致是 ()



【分析】 根据题意和函数图象可以写出各段对应的函数解析式, 从而可以判断哪个选项中的图象符合题意, 本题得以解决.

【解答】 解: 当 $0 \leq t \leq 2$ 时, $S = \frac{t \cdot (t \cdot \tan 60^\circ)}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} t^2$, 即 S 与 t 是二次函数关系,

有最小值 $(0, 0)$, 开口向上,

当 $2 < t \leq 4$ 时, $S = \frac{4 \times (4 \times \sin 60^\circ)}{2} - \frac{(4-t) \cdot [(4-t) \cdot \tan 60^\circ]}{2} = 4\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} (4-t)^2$, 即 S 与 t 是二次函数关系, 开口向下,

由上可得, 选项 C 符合题意,

故选: C.

10. (3分) 矩形 $OABC$ 在平面直角坐标系中的位置如图所示, 已知 $B(2\sqrt{3}, 2)$, 点 A 在 x 轴上, 点 C 在 y 轴上, P 是对角线 OB 上一动点 (不与原点重合), 连接 PC , 过点 P 作 $PD \perp PC$, 交 x 轴于点 D . 下列结论:

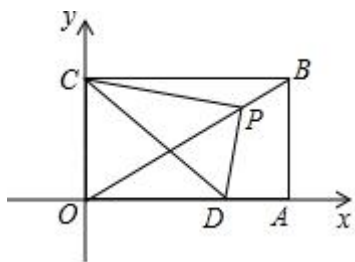
① $OA = BC = 2\sqrt{3}$;

② 当点 D 运动到 OA 的中点处时, $PC^2 + PD^2 = 7$;

③ 在运动过程中, $\angle CDP$ 是一个定值;

④ 当 $\triangle ODP$ 为等腰三角形时, 点 D 的坐标为 $(\frac{2\sqrt{3}}{3}, 0)$.

其中正确结论的个数是 ()



A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【分析】 ① 根据矩形的性质即可得到 $OA = BC = 2\sqrt{3}$; 故①正确;

② 由点 D 为 OA 的中点, 得到 $OD = \frac{1}{2}OA = \sqrt{3}$, 根据勾股定理即可得到 $PC^2 + PD^2 = CD^2 = OC^2 + OD^2 = 2^2 + (\sqrt{3})^2 = 7$, 故②正确;

③ 如图, 过点 P 作 $PF \perp OA$ 于 F , FP 的延长线交 BC 于 E , $PE = a$, 则 $PF = EF - PE = 2 - a$, 根据三角函数的定义得到 $BE = \sqrt{3}PE = \sqrt{3}a$, 求得 $CE = BC - BE = 2\sqrt{3} - \sqrt{3}a = \sqrt{3}(2 - a)$, 根据相似三角形的性质得到 $FD = \frac{a}{\sqrt{3}}$, 根据三角函数的定义得到 $\angle PDC = 60^\circ$, 故③正确;

④ 当 $\triangle ODP$ 为等腰三角形时, I、 $OD = PD$, 解直角三角形得到 $OD = \frac{\sqrt{3}}{3}OC = \frac{2\sqrt{3}}{3}$, II、 $OP = OD$, 根据等腰三角形的性质和四边形的内角和得到 $\angle OCP = 105^\circ > 90^\circ$, 故不合题意舍去; III、 $OP = PD$, 根据等腰三角形的性质和四边形的内角和得到 $\angle OCP = 105^\circ > 90^\circ$, 故不合题意舍去; 于是得到当 $\triangle ODP$ 为等腰三角形时, 点 D 的坐标为 $(\frac{2\sqrt{3}}{3}, 0)$. 故④正确.

【解答】 解: ① $\because$ 四边形 $OABC$ 是矩形, $B(2\sqrt{3}, 2)$,

$\therefore OA = BC = 2\sqrt{3}$; 故①正确;

② $\because$ 点 D 为 OA 的中点,

$$\therefore OD = \frac{1}{2}OA = \sqrt{3},$$

$\therefore PC^2 + PD^2 = CD^2 = OC^2 + OD^2 = 2^2 + (\sqrt{3})^2 = 7$, 故②正确;

③如图，过点 P 作 $PF \perp OA$ 于 F ， FP 的延长线交 BC 于 E ，

$\therefore PE \perp BC$ ，四边形 $OFEC$ 是矩形，

$\therefore EF = OC = 2$ ，

设 $PE = a$ ，则 $PF = EF - PE = 2 - a$ ，

在 $\text{Rt}\triangle BEP$ 中， $\tan \angle CBO = \frac{PE}{BE} = \frac{OC}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，

$\therefore BE = \sqrt{3}PE = \sqrt{3}a$ ，

$\therefore CE = BC - BE = 2\sqrt{3} - \sqrt{3}a = \sqrt{3}(2 - a)$ ，

$\therefore PD \perp PC$ ，

$\therefore \angle CPE + \angle FPD = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle CPE + \angle PCE = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle FPD = \angle ECP$ ，

$\therefore \angle CEP = \angle PFD = 90^\circ$ ，

$\therefore \triangle CEP \sim \triangle PFD$ ，

$\therefore \frac{PE}{FD} = \frac{CP}{PD}$ ，

$\therefore \frac{a}{FD} = \frac{\sqrt{3}(2-a)}{2-a}$ ，

$\therefore FD = \frac{a}{\sqrt{3}}$ ，

$\therefore \tan \angle PDC = \frac{PC}{PD} = \frac{a}{\frac{a}{\sqrt{3}}} = \sqrt{3}$ ，

$\therefore \angle PDC = 60^\circ$ ，故③正确；

④ $\because B(2\sqrt{3}, 2)$ ，四边形 $OABC$ 是矩形，

$\therefore OA = 2\sqrt{3}$ ， $AB = 2$ ，

$\therefore \tan \angle AOB = \frac{AB}{OA} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，

$\therefore \angle AOB = 30^\circ$ ，

当 $\triangle ODP$ 为等腰三角形时，

I、 $OD = PD$ ，

$\therefore \angle DOP = \angle DPO = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle ODP = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle ODC = 60^\circ$ ，

$$\therefore OD = \frac{\sqrt{3}}{3} OC = \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

Ⅱ、 $OP = OD$,

$$\therefore \angle ODP = \angle OPD = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle COD = \angle CPD = 90^\circ,$$

$\therefore \angle OCP = 105^\circ > 90^\circ$, 故不合题意舍去;

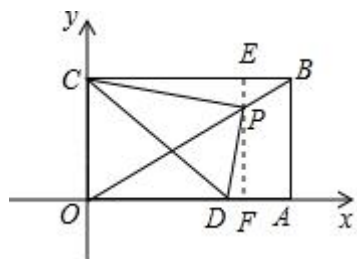
Ⅲ、 $OP = PD$,

$$\therefore \angle POD = \angle PDO = 30^\circ,$$

$\therefore \angle OCP = 150^\circ > 90^\circ$ 故不合题意舍去,

$\therefore$ 当 $\triangle ODP$ 为等腰三角形时, 点 D 的坐标为 $(\frac{2\sqrt{3}}{3}, 0)$. 故④正确,

故选: D .



二、填空题 (每小题 3 分, 共 18 分)

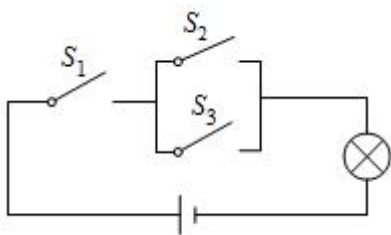
11. (3 分) 2018 年, 中国贸易进出口总额为 4.62 万亿美元 (美国约为 4.278 万亿美元), 同比增长 12.6%, 占全球贸易总额的 11.75%, 贸易总额连续两年全球第一! 数据 4.62 万亿用科学记数法表示为 4.62×10^{12} .

【分析】 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 10 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】 解: 4.62 万亿 $= 4.62 \times 10^{12}$,

故答案为: 4.62×10^{12}

12. (3 分) 如图所示的电路中, 当随机闭合开关 S_1 、 S_2 、 S_3 中的两个时, 能够让灯泡发光的概率为 $\frac{2}{3}$.



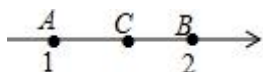
【分析】根据题意可得：随机闭合开关 S_1 , S_2 , S_3 中的两个，有 3 种方法，其中有两种能够让灯泡发光，故其概率为 $\frac{2}{3}$.

【解答】解：因为随机闭合开关 S_1 , S_2 , S_3 中的两个，有 3 种方法，其中有 2 种能够让灯泡发光

所以 $P(\text{灯泡发光}) = \frac{2}{3}$.

故本题答案为： $\frac{2}{3}$.

13. (3 分) 如图所示，点 C 位于点 A 、 B 之间（不与 A 、 B 重合），点 C 表示 $1 - 2x$ ，则 x 的取值范围是 $-\frac{1}{2} < x < 0$.



【分析】根据题意列出不等式组，求出解集即可确定出 x 的范围.

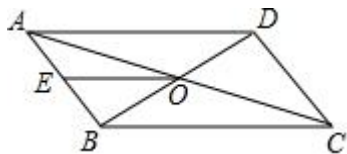
【解答】解：根据题意得： $1 < 1 - 2x < 2$,

解得： $-\frac{1}{2} < x < 0$,

则 x 的范围是 $-\frac{1}{2} < x < 0$,

故答案为： $-\frac{1}{2} < x < 0$

14. (3 分) 如图， $\square ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O ，点 E 是 AB 的中点， $\triangle BEO$ 的周长是 8，则 $\triangle BCD$ 的周长为 16.



【分析】根据平行四边形的性质可得 $BO = DO = \frac{1}{2}BD$ ，进而可得 OE 是 $\triangle ABC$ 的中位线，

由三角形中位线定理得出 $BC = 2OE$ ，再根据平行四边形的性质可得 $AB = CD$ ，从而可得 $\triangle BCD$ 的周长 = $\triangle BEO$ 的周长 $\times 2$.

【解答】解： $\because \square ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O ,

$$\therefore BO = DO = \frac{1}{2}BD, \quad BD = 2OB,$$

$\therefore O$ 为 BD 中点,

$\therefore$ 点 E 是 AB 的中点,

$$\therefore AB = 2BE, \quad BC = 2OE,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AB = CD,$$

$$\therefore CD = 2BE.$$

$\therefore \triangle BEO$ 的周长为 8,

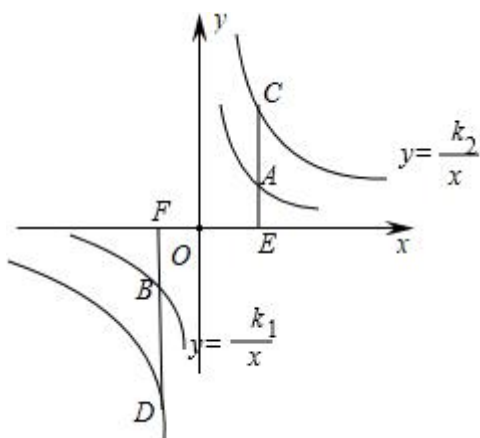
$$\therefore OB + OE + BE = 8,$$

$$\therefore BD + BC + CD = 2OB + 2OE + 2BE = 2(OB + OE + BE) = 16,$$

$\therefore \triangle BCD$ 的周长是 16,

故答案为 16.

15. (3 分) 如图, A 、 B 两点在反比例函数 $y = \frac{k_1}{x}$ 的图象上, C 、 D 两点在反比例函数 $y = \frac{k_2}{x}$ 的图象上, $AC \perp x$ 轴于点 E , $BD \perp x$ 轴于点 F , $AC = 2$, $BD = 4$, $EF = 3$, 则 $k_2 - k_1 =$ 4.



【分析】 设出 $A(a, \frac{k_1}{a})$, $C(a, \frac{k_2}{a})$, $B(b, \frac{k_1}{b})$, $D(b, \frac{k_2}{b})$, 由坐标转化线段长, 从而可求出结果等于 4.

【解答】 解: 设 $A(a, \frac{k_1}{a})$, $C(a, \frac{k_2}{a})$, $B(b, \frac{k_1}{b})$, $D(b, \frac{k_2}{b})$, 则

$$CA = \frac{k_2}{a} - \frac{k_1}{a} = 2,$$

$$\therefore \frac{k_2 - k_1}{a} = 2.$$

$$\text{得 } a = \frac{k_2 - k_1}{2}$$

$$\text{同理: } BD = \frac{k_1 - k_2}{b} = 4, \text{ 得 } b = \frac{k_1 - k_2}{4}$$

$$\text{又 } \because a - b = 3$$

$$\therefore \frac{k_2 - k_1}{2} - \frac{k_1 - k_2}{4} = 3$$

$$\text{解得: } k_2 - k_1 = 4$$

16. (3分) 如图, 抛物线 $y = -x^2 + 2x + m + 1$ (m 为常数) 交 y 轴于点 A , 与 x 轴的一个交点在 2 和 3 之间, 顶点为 B .

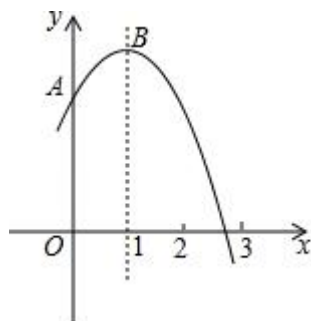
① 抛物线 $y = -x^2 + 2x + m + 1$ 与直线 $y = m + 2$ 有且只有一个交点;

② 若点 $M(-2, y_1)$ 、点 $N(\frac{1}{2}, y_2)$ 、点 $P(2, y_3)$ 在该函数图象上, 则 $y_1 < y_2 < y_3$;

③ 将该抛物线向左平移 2 个单位, 再向下平移 2 个单位, 所得抛物线解析式为 $y = -(x+1)^2 + m$;

④ 点 A 关于直线 $x = 1$ 的对称点为 C , 点 D 、 E 分别在 x 轴和 y 轴上, 当 $m = 1$ 时, 四边形 $BCDE$ 周长的最小值为 $\sqrt{34} + \sqrt{2}$.

其中正确判断的序号是 ①③④.



【分析】 ① 把 $y = m + 2$ 代入 $y = -x^2 + 2x + m + 1$ 中, 判断所得一元二次方程的根的情况便可得判断正确;

② 根据二次函数的性质进行判断;

③ 根据平移的公式求出平移后的解析式便可;

④ 因 BC 边一定, 只要其他三边和最小便可, 作点 B 关于 y 轴的对称点 B' , 作 C 点关于 x 轴的对称点 C' , 连接 $B'C'$, 与 x 轴、 y 轴分别交于 D 、 E 点, 求出 $B'C'$ 便是其他三边和的最小值.

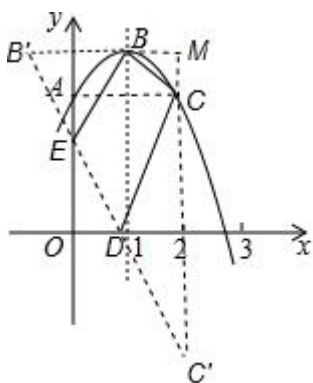
【解答】 解: ① 把 $y = m + 2$ 代入 $y = -x^2 + 2x + m + 1$ 中, 得 $x^2 - 2x + 1 = 0$, $\because \Delta = 4 - 4 = 0$, $\therefore$ 此方程两个相等的实数根, 则抛物线 $y = -x^2 + 2x + m + 1$ 与直线 $y = m + 2$ 有且只有一个交

点，故此小题结论正确；

② $\because$ 抛物线的对称轴为 $x=1$ ， $\therefore$ 点 $P(2, y_3)$ 关于 $x=1$ 的对称点为 $P'(0, y_3)$ ， $\because a = -1 < 0$ ， $\therefore$ 当 $x < 1$ 时， y 随 x 增大而减小，又 $\because -2 < 0 < \frac{1}{2}$ ，点 $M(-2, y_1)$ 、点 $N(\frac{1}{2}, y_2)$ 、点 $P'(0, y_3)$ 在该函数图象上， $\therefore y_2 < y_3 < y_1$ ，故此小题结论错误；

③将该抛物线向左平移 2 个单位，再向下平移 2 个单位，抛物线的解析式为： $y = -(x+2)^2 + 2(x+2) + m + 1 - 2$ ，即 $y = -(x+1)^2 + m$ ，故此小题结论正确；

④当 $m=1$ 时，抛物线的解析式为： $y = -x^2 + 2x + 2$ ， $\therefore A(0, 2)$ ， $C(2, 2)$ ， $B(1, 3)$ ，作点 B 关于 y 轴的对称点 $B'(-1, 3)$ ，作 C 点关于 x 轴的对称点 $C'(2, -2)$ ，连接 $B'C'$ ，与 x 轴、 y 轴分别交于 D 、 E 点，如图，



则 $BE + ED + CD + BC = B'E + ED + C'D + BC = B'C' + BC$ ，根据两点之间线段最短，知 $B'C'$ 最短，而 BC 的长度一定， $\therefore$ 此时，四边形 $BCDE$ 周长 $= B'C' + BC$ 最小，为：

$$\sqrt{B'M^2 + C'M^2} + \sqrt{BM^2 + CM^2} = \sqrt{3^2 + 5^2} + \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{34} + \sqrt{2}，故此小题结论正确；$$

故答案为：①③④.

三、解答题：解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤（共 72 分）

17. (5 分) 计算： $(\pi - 3.14)^0 - (\frac{1}{2})^{-2} + \sqrt[3]{27} - \sqrt{8}$.

【分析】 直接利用零指数幂的性质以及负指数幂的性质和立方根的性质分别化简得出答案.

【解答】 解：原式 $= 1 - 4 + 3 - 2\sqrt{2}$
 $= -2\sqrt{2}$.

18. (7 分) 先化简： $(\frac{x-2}{x^2+2x} - \frac{x-1}{x^2+4x+4}) \div \frac{4-x}{x}$ ，再选取一个适当的 x 的值代入求值.

【分析】 先对括号里的分式进行整理， $\frac{x-2}{x^2+2x} = \frac{x-2}{x(x+2)}$ ， $\frac{x-1}{x^2+4x+4} = \frac{x-1}{(x+2)^2}$ ，两式

相减进行通分即可进行化简，再代入适当的值即可.

【解答】解:

化简得,

$$\begin{aligned}\text{原式} &= \left[\frac{x-2}{x(x+2)} - \frac{x-1}{(x+2)^2} \right] \div \frac{4-x}{x} \\ &= \left[\frac{(x+2)(x-2)}{x(x+2)^2} - \frac{x(x-1)}{x(x+2)^2} \right] \times \frac{x}{4-x} \\ &= -\frac{1}{(x+2)^2}\end{aligned}$$

$$\text{取 } x=1 \text{ 得, 原式} = -\frac{1}{(1+2)^2} = -\frac{1}{9}$$

19. (7分) 随机抽取某小吃店一周的营业额(单位: 元)如下表:

星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	星期六	星期日	合计
540	680	640	640	780	1110	1070	5460

(1) 分析数据, 填空: 这组数据的平均数是 780 元, 中位数是 680 元, 众数是 640 元.

(2) 估计一个月的营业额(按 30 天计算):

①星期一到星期五营业额相差不大, 用这 5 天的平均数估算合适么?

答(填“合适”或“不合适”): 不合适.

②选择一个你认为最合适的数据估算这个小吃店一个月的营业额.

【分析】(1) 根据平均数的定义、中位数的定义、众数的定义进行解答即可;

(2) ①从极端值对平均数的影响作出判断即可;

②可用该店本周一到周日的日均营业额估计当月营业额.

【解答】解: (1) 这组数据的平均数 $= \frac{5460}{7} = 780$ (元);

按照从小到大排列为 540、640、640、680、780、1070、1110,

中位数为 680 元, 众数为 640 元;

故答案为: 780, 680, 640;

(2) ①因为在周一至周日的营业额中周六、日的营业额明显高于其他五天的营业额, 所以去掉周六、日的营业额对平均数的影响较大,

故用该店本周星期一到星期五的日平均营业额估计当月的营业总额不合适;

故答案为: 不合适;

②用该店本周一到周日的日均营业额估计当月营业额,

当月的营业额为 $30 \times 780 = 23400$ (元).

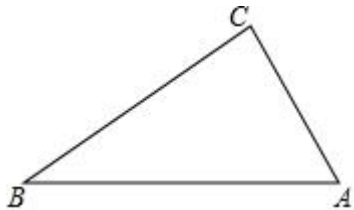
20. (7分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 2$, $BC = 3$.

(1) 尺规作图: 不写作法, 保留作图痕迹.

①作 $\angle ACB$ 的平分线, 交斜边 AB 于点 D ;

②过点 D 作 BC 的垂线, 垂足为点 E .

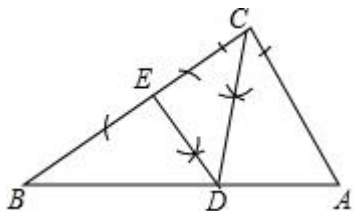
(2) 在 (1) 作出的图形中, 求 DE 的长.



【分析】 (1) 利用基本作图, 先画出 CD 平分 $\angle ACB$, 然后作 $DE \perp BC$ 于 E ;

(2) 利用 CD 平分 $\angle ACB$ 得到 $\angle BCD = 45^\circ$, 再判断 $\triangle CDE$ 为等腰直角三角形, 所以 $DE = CE$, 然后证明 $\triangle BDE \sim \triangle BAC$, 从而利用相似比计算出 DE .

【解答】 解: (1) 如图, DE 为所作;



(2) $\because CD$ 平分 $\angle ACB$,

$$\therefore \angle BCD = \frac{1}{2} \angle ACB = 45^\circ,$$

$\because DE \perp BC$,

$\therefore \triangle CDE$ 为等腰直角三角形,

$\therefore DE = CE$,

$\because DE \parallel AC$,

$\therefore \triangle BDE \sim \triangle BAC$,

$$\therefore \frac{DE}{AC} = \frac{BE}{BC}, \text{ 即 } \frac{DE}{2} = \frac{3-DE}{3},$$

$$\therefore DE = \frac{6}{5}.$$

21. (7分) 端午节前后, 张阿姨两次到超市购买同一种粽子. 节前, 按标价购买, 用了 96 元; 节后, 按标价的 6 折购买, 用了 72 元, 两次一共购买了 27 个. 这种粽子的标价是多少?

【分析】设这种粽子的标价是 x 元/个，则节后的价格是 $0.6x$ 元/个，根据数量 = 总价 ÷ 单价结合两次一共购买了 27 个，即可得出关于 x 的分式方程，解之经检验后即可得出结论.

【解答】解：设这种粽子的标价是 x 元/个，则节后的价格是 $0.6x$ 元/个，

依题意，得： $\frac{96}{x} + \frac{72}{0.6x} = 27$,

解得： $x = 8$,

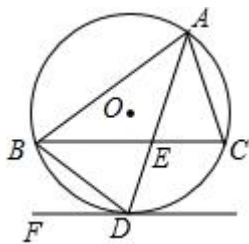
经检验， $x = 8$ 是原方程的解，且符合题意.

答：这种粽子的标价是 8 元/个.

22. (8 分) 如图， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆， $\angle BAC$ 的平分线交 $\odot O$ 于点 D ，交 BC 于点 E ，过点 D 作直线 $DF \parallel BC$.

(1) 判断直线 DF 与 $\odot O$ 的位置关系，并说明理由；

(2) 若 $AB = 6$ ， $AE = \frac{12\sqrt{3}}{5}$ ， $CE = \frac{4\sqrt{7}}{5}$ ，求 BD 的长.



【分析】(1) 连接 OD ，根据角平分线的定义得到 $\angle BAD = \angle CAD$ ，求得 $\widehat{BD} = \widehat{CD}$ ，根据垂径定理得到 $OD \perp BC$ ，根据平行线的性质得到 $OD \perp DF$ ，于是得到 DF 与 $\odot O$ 相切；

(2) 根据相似三角形的判定和性质即可得到结论.

【解答】解：(1) DF 与 $\odot O$ 相切，

理由：连接 OD ，

$\because \angle BAC$ 的平分线交 $\odot O$ 于点 D ，

$\therefore \angle BAD = \angle CAD$ ，

$\therefore \widehat{BD} = \widehat{CD}$ ，

$\therefore OD \perp BC$ ，

$\because DF \parallel BC$ ，

$\therefore OD \perp DF$ ，

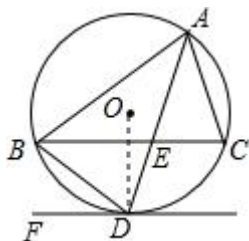
$\therefore DF$ 与 $\odot O$ 相切；

(2) $\because \angle BAD = \angle CAD$ ， $\angle ADB = \angle C$ ，

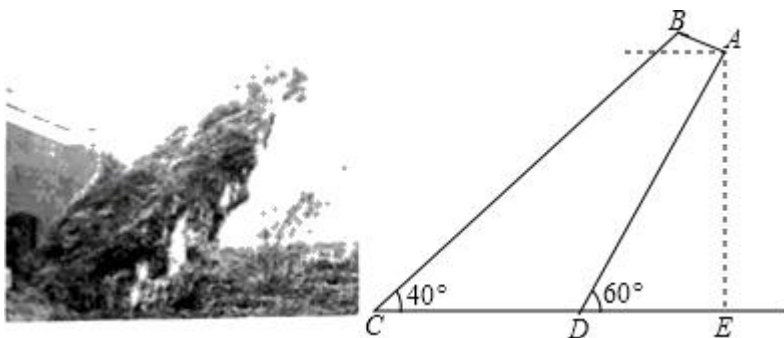
$$\therefore \frac{AB}{AE} = \frac{BD}{CE},$$

$$\therefore \frac{6}{\frac{12\sqrt{3}}{5}} = \frac{BD}{\frac{4\sqrt{7}}{5}},$$

$$\therefore BD = \frac{2\sqrt{21}}{7}.$$



23. (8 分) 渠县賁人谷是国家 AAAA 级旅游景区，以“奇山奇水奇石景，古賁古洞古部落”享誉巴渠，被誉为川东“小九寨”. 端坐在观音崖旁的一块奇石似一只“嘯天犬”，昂首向天，望穿古今. 一个周末，某数学兴趣小组的几名同学想测出“嘯天犬”上嘴尖与头顶的距离. 他们把蹲着的“嘯天犬”抽象成四边形 $ABCD$ ，想法测出了尾部 C 看头顶 B 的仰角为 40° ，从前脚落地点 D 看上嘴尖 A 的仰角刚好 60° ， $CB=5m$ ， $CD=2.7m$. 景区管理员告诉同学们，上嘴尖到地面的距离是 $3m$. 于是，他们很快就算出了 AB 的长. 你也算算？（结果精确到 $0.1m$. 参考数据： $\sin 40^\circ \approx 0.64$ ， $\cos 40^\circ \approx 0.77$ ， $\tan 40^\circ \approx 0.84$ ， $\sqrt{2} \approx 1.41$ ， $\sqrt{3} \approx 1.73$ ）



【解答】解: 作 $BF \perp CE$ 于 F .

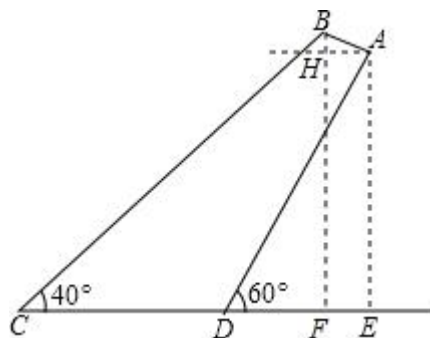
$$CF = BC \cdot \cos \angle BCF \approx 3.85,$$

在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, $DE = \frac{AB}{\tan \angle ADE} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \approx 1.73$,

$\therefore BH = BF - HF = 0.20$, $AH = EF = CD + DE - CF = 0.58$,

由勾股定理得, $AB = \sqrt{BH^2 + AH^2} \approx 0.6$ (m),

答: AB 的长约为 $0.6m$.



24. (11 分) 箭头四角形

模型规律

如图 1, 延长 CO 交 AB 于点 D , 则 $\angle BOC = \angle 1 + \angle B = \angle A + \angle C + \angle B$.

因为凹四边形 $ABOC$ 形似箭头, 其四角具有 “ $\angle BOC = \angle A + \angle B + \angle C$ ” 这个规律, 所以
我们把这个模型叫做 “箭头四角形”.

模型应用

(1) 直接应用: ①如图 2, $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F = \underline{2\alpha}$.

②如图 3, $\angle ABE$ 、 $\angle ACE$ 的 2 等分线 (即角平分线) BF 、 CF 交于点 F , 已知 $\angle BEC = 120^\circ$, $\angle BAC = 50^\circ$, 则 $\angle BFC = \underline{85^\circ}$.

③如图 4, BO_i 、 CO_i 分别为 $\angle ABO$ 、 $\angle ACO$ 的 2019 等分线 ($i = 1, 2, 3, \dots, 2017, 2018$). 它们的交点从上到下依次为 O_1 、 O_2 、 O_3 、 $\dots$ 、 O_{2018} . 已知 $\angle BOC = m^\circ$, $\angle BAC = n^\circ$, 则
 $\angle BO_{1000}C = \underline{\left(\frac{1000}{2019}m + \frac{1019}{2019}n\right)}$ 度.

(2) 拓展应用: 如图 5, 在四边形 $ABCD$ 中, $BC = CD$, $\angle BCD = 2\angle BAD$. O 是四边形 $ABCD$ 内一点, 且 $OA = OB = OD$. 求证: 四边形 $OBCD$ 是菱形.

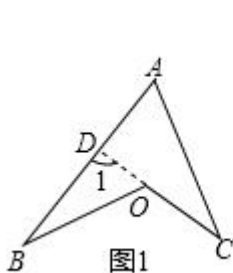


图1

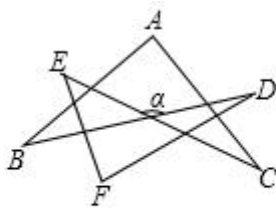


图2

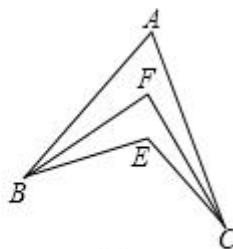


图3

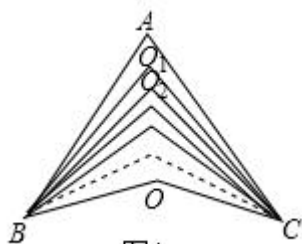


图4

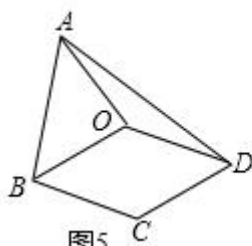


图5

【分析】(1) ①由 $\angle A + \angle B + \angle C = \angle BOC = \alpha$, $\angle D + \angle E + \angle F = \angle DOE = \alpha$ 可得答案;

②由 $\angle BEC = \angle EBF + \angle ECF + \angle F$, $\angle F = \angle ABF + \angle ACF + \angle A$ 且 $\angle EBF = \angle ABF$, $\angle ECF = \angle ACF$ 知 $\angle BEC = \angle F - \angle A + \angle F$, 从而得 $\angle F = \frac{\angle BEC + \angle A}{2}$, 代入计算可得;

③由 $\angle BOC = \angle OBO_{1000} + \angle OCO_{1000} + \angle BO_{1000}C = \frac{1019}{2019} (\angle ABO + \angle ACO) + \angle BO_{1000}C$, $\angle BO_{1000}C = \angle ABO_{1000} + \angle ACO_{1000} + \angle BAC = \frac{1000}{2019} (\angle ABO + \angle ACO) + \angle BAC$ 知 $\angle ABO + \angle ACO = \frac{2019}{1000} (\angle BO_{1000}C - \angle BAC)$, 代入 $\angle BOC = \frac{1019}{2019} (\angle ABO + \angle ACO) + \angle BO_{1000}C$ 得 $\angle BOC = \frac{1019}{2019} \times \frac{2019}{1000} (\angle BO_{1000}C - \angle BAC) + \angle BO_{1000}C$, 据此得出 $\angle BO_{1000}C = \frac{1000}{2019} (\angle BOC + \frac{1019}{1000} \angle BAC) = \frac{1000}{2019} \angle BOC + \frac{1019}{2019} \angle BAC$, 代入可得答案;

(2) 由 $\angle OAB = \angle OBA$, $\angle OAD = \angle ODA$ 知 $\angle BOD = \angle BAD + \angle ABO + \angle ADO = 2\angle BAD$, 结合 $\angle BCD = 2\angle BAD$ 得 $\angle BCD = \angle BOD$, 连接 OC , 根据全等三角形的判定和性质以及菱形的判定解答即可.

【解答】解: (1) ①如图 2,

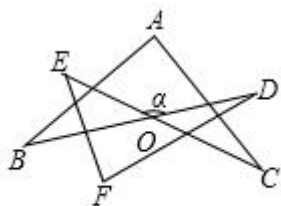


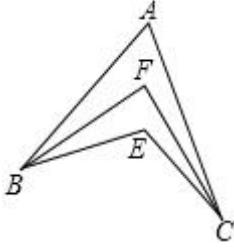
图 2

在凹四边形 $ABOC$ 中, $\angle A + \angle B + \angle C = \angle BOC = \alpha$,

在凹四边形 $DOEF$ 中, $\angle D + \angle E + \angle F = \angle DOE = \alpha$,

$$\therefore \angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F = 2\alpha;$$

②如图 3,



$\therefore \angle BEC = \angle EBF + \angle ECF + \angle F$, $\angle F = \angle ABF + \angle ACF + \angle A$, 且 $\angle EBF = \angle ABF$, $\angle ECF = \angle ACF$,

$$\therefore \angle BEC = \angle F - \angle A + \angle F,$$

$$\therefore \angle F = \frac{\angle BEC + \angle A}{2},$$

$$\therefore \angle BEC = 120^\circ, \angle BAC = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle F = 85^\circ;$$

③如图 3,

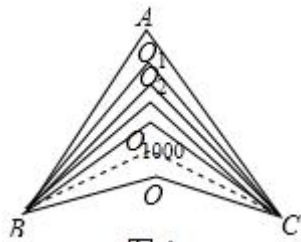


图 4

$$\text{由题意知 } \angle ABO_{1000} = \frac{1000}{2019} \angle ABO, \angle OBO_{1000} = \frac{1019}{2019} \angle ABO,$$

$$\angle ACO_{1000} = \frac{1000}{2019} \angle ACO, \angle OCO_{1000} = \frac{1019}{2019} \angle ACO,$$

$$\therefore \angle BOC = \angle OBO_{1000} + \angle OCO_{1000} + \angle BO_{1000}C = \frac{1019}{2019} (\angle ABO + \angle ACO) + \angle BO_{1000}C,$$

$$\angle BO_{1000}C = \angle ABO_{1000} + \angle ACO_{1000} + \angle BAC = \frac{1000}{2019} (\angle ABO + \angle ACO) + \angle BAC,$$

$$\text{则 } \angle ABO + \angle ACO = \frac{2019}{1000} (\angle BO_{1000}C - \angle BAC),$$

$$\text{代入 } \angle BOC = \frac{1019}{2019} (\angle ABO + \angle ACO) + \angle BO_{1000}C \text{ 得 } \angle BOC = \frac{1019}{2019} \times \frac{2019}{1000} (\angle BO_{1000}C - \angle BAC) + \angle BO_{1000}C,$$

$$\text{解得: } \angle BO_{1000}C = \frac{1000}{2019} (\angle BOC + \frac{1019}{1000} \angle BAC) = \frac{1000}{2019} \angle BOC + \frac{1019}{2019} \angle BAC,$$

$$\because \angle BOC = m^\circ, \quad \angle BAC = n^\circ,$$

$$\therefore \angle BO_{1000}C = \frac{1000}{2019}m^\circ + \frac{1019}{2019}n^\circ;$$

故答案为: ① 2α ; ② 85° ; ③ $(\frac{1000}{2019}m + \frac{1019}{2019}n)$;

(2) 如图 5, 连接 OC ,

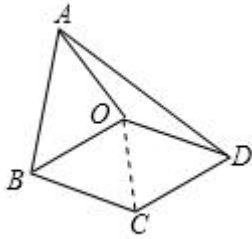


图 5

$$\because OA = OB = OD,$$

$$\therefore \angle OAB = \angle OBA, \quad \angle OAD = \angle ODA,$$

$$\therefore \angle BOD = \angle BAD + \angle ABO + \angle ADO = 2\angle BAD,$$

$$\because \angle BCD = 2\angle BAD,$$

$$\therefore \angle BCD = \angle BOD,$$

$$\because BC = CD, \quad OA = OB = OD, \quad OC \text{ 是公共边},$$

$$\therefore \triangle OBC \cong \triangle ODC \text{ (SSS)},$$

$$\therefore \angle BOC = \angle DOC, \quad \angle BCO = \angle DCO,$$

$$\because \angle BOD = \angle BOC + \angle DOC, \quad \angle BCD = \angle BCO + \angle DCO,$$

$$\therefore \angle BOC = \frac{1}{2}\angle BOD, \quad \angle BCO = \frac{1}{2}\angle BCD,$$

$$\text{又 } \angle BOD = \angle BCD,$$

$$\therefore \angle BOC = \angle BCO,$$

$$\therefore BO = BC,$$

$$\text{又 } OB = OD, \quad BC = CD,$$

$$\therefore OB = BC = CD = DO,$$

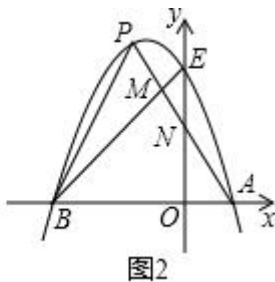
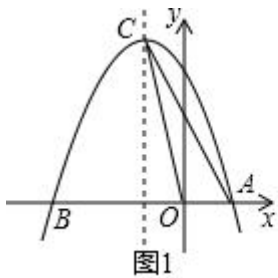
$\therefore$ 四边形 $OBCD$ 是菱形.

25. (12 分) 如图 1, 已知抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 过点 $A(1, 0)$, $B(-3, 0)$.

(1) 求抛物线的解析式及其顶点 C 的坐标;

(2) 设点 D 是 x 轴上一点, 当 $\tan(\angle CAO + \angle CDO) = 4$ 时, 求点 D 的坐标;

(3) 如图 2. 抛物线与 y 轴交于点 E , 点 P 是该抛物线上位于第二象限的点, 线段 PA 交 BE 于点 M , 交 y 轴于点 N , $\triangle BMP$ 和 $\triangle EMN$ 的面积分别为 m 、 n , 求 $m-n$ 的最大值.



【分析】(1) 利用待定系数法, 将 A , B 的坐标代入 $y = -x^2 + bx + c$ 即可求得二次函数的解析式;

(2) 设抛物线对称轴与 x 轴交于点 H , 在 $\text{Rt}\triangle CHO$ 中, 可求得 $\tan \angle COH = 4$, 推出 $\angle ACO = \angle CDO$, 可证 $\triangle AOC \sim \triangle ACD$, 利用相似三角形的性质可求出 AD 的长度, 进一步可求出点 D 的坐标, 由对称性可直接求出另一种情况;

(3) 设 $P(a, -a^2 - 2a + 3)$, $P(a, -a^2 - 2a + 3)$, $A(1, 0)$ 代入 $y = kx + b$, 求出直线 PA 的解析式, 求出点 N 的坐标, 由 $S_{\triangle BPM} = S_{\triangle BPA} - S_{\text{四边形} BMNO} - S_{\triangle AON}$, $S_{\triangle EMN} = S_{\triangle EBO} - S_{\text{四边形} BMNO}$, 可推出 $S_{\triangle BPM} - S_{\triangle EMN} = S_{\triangle BPA} - S_{\triangle EBO} - S_{\triangle AON}$, 再用含 a 的代数式表示出来, 最终可用函数的思想来求出其最大值.

【解答】解: (1) 由题意把点 $(1, 0)$, $(-3, 0)$ 代入 $y = -x^2 + bx + c$,

$$\text{得, } \begin{cases} -1 + b + c = 0 \\ -9 - 3b + c = 0 \end{cases},$$

解得 $b = -2$, $c = 3$,

$$\therefore y = -x^2 - 2x + 3$$

$$= -(x+1)^2 + 4,$$

$\therefore$ 此抛物线解析式为: $y = -x^2 - 2x + 3$, 顶点 C 的坐标为 $(-1, 4)$;

(2) $\because$ 抛物线顶点 $C(-1, 4)$,

$\therefore$ 抛物线对称轴为直线 $x = -1$,

设抛物线对称轴与 x 轴交于点 H ,

则 $H(-1, 0)$,

在 $\text{Rt}\triangle CHO$ 中, $CH = 4$, $OH = 1$,

$$\therefore \tan \angle COH = \frac{CH}{OH} = 4,$$

$$\because \angle COH = \angle CAO + \angle ACO,$$

$$\therefore \text{当} \angle ACO = \angle CDO \text{时},$$

$$\tan (\angle CAO + \angle CDO) = \tan \angle COH = 4,$$

如图 1, 当点 D 在对称轴左侧时,

$$\because \angle ACO = \angle CDO, \quad \angle CAO = \angle CAO,$$

$$\therefore \triangle AOC \sim \triangle ACD,$$

$$\therefore \frac{AC}{AD} = \frac{AO}{AC},$$

$$\because AC = \sqrt{CH^2 + AH^2} = 2\sqrt{5}, \quad AO = 1,$$

$$\therefore \frac{2\sqrt{5}}{AD} = \frac{1}{2\sqrt{5}},$$

$$\therefore AD = 20,$$

$$\therefore OD = 19,$$

$$\therefore D(-19, 0);$$

当点 D 在对称轴右侧时, 点 D 关于直线 $x=1$ 的对称点 D 的坐标为 $(17, 0)$,

$\therefore$ 点 D 的坐标为 $(-19, 0)$ 或 $(17, 0)$;

$$(3) \text{ 设 } P(a, -a^2 - 2a + 3),$$

将 $P(a, -a^2 - 2a + 3)$, $A(1, 0)$ 代入 $y = kx + b$,

$$\text{得, } \begin{cases} ak + b = -a^2 - 2a + 3 \\ k + b = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得, } k = -a - 3, \quad b = a + 3,$$

$$\therefore y_{PA} = (-a - 3)x + a + 3,$$

当 $x=0$ 时, $y = a + 3$,

$$\therefore N(0, a + 3),$$

如图 2,

$$\because S_{\triangle BPM} = S_{\triangle BPA} - S_{\text{四边形 } BMNO} - S_{\triangle AON}, \quad S_{\triangle EMN} = S_{\triangle EBO} - S_{\text{四边形 } BMNO},$$

$$\therefore S_{\triangle BPM} - S_{\triangle EMN}$$

$$= S_{\triangle BPA} - S_{\triangle EBO} - S_{\triangle AON}$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times (-a^2 - 2a + 3) - \frac{1}{2} \times 3 \times 3 - \frac{1}{2} \times 1 \times (a + 3)$$

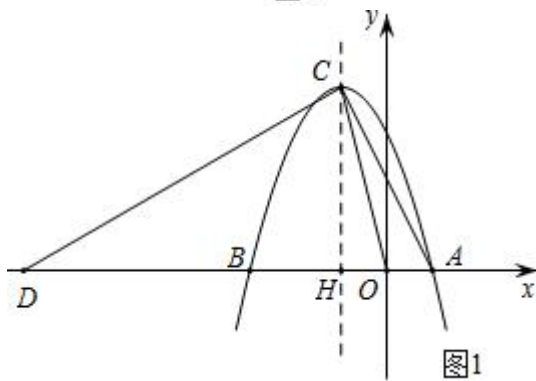
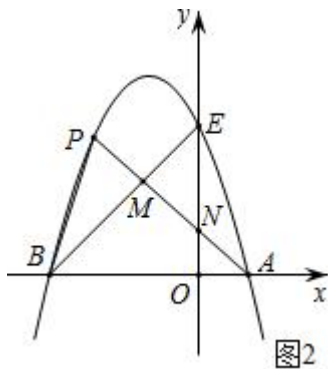
$$= -2a^2 - \frac{9}{2}a$$

$$= -2 \left(a + \frac{9}{8}\right)^2 + \frac{81}{32},$$

由二次函数的性质知，当 $a = -\frac{9}{8}$ 时， $S_{\triangle BPM} - S_{\triangle EMN}$ 有最大值 $\frac{81}{32}$ ，

$\therefore \triangle BMP$ 和 $\triangle EMN$ 的面积分别为 m 、 n ，

$\therefore m - n$ 的最大值为 $\frac{81}{32}$ 。



积分超值换

活动时间：2019年4月23日-6月30日

活动对象：中小学一线教师以及教育工作者



扫一扫 换礼啦

积 分 兑 换 更 超 值



会员升级服务第一拨 · 清北季



神马，有清华北大学霸方法论课；还有清华学霸向所有的父母亲述自己求学之路；

衡水名校试卷悄悄的上线了；

扫qq领取官网不首发课程，很多人我没告诉他啊！

会员qq专享等你来撩.....