

2019 年四川省广元市中考数学试卷

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题意的.

1. (3 分) -8 的相反数是 ()

- A. $-$ B. -8 C. 8 D.

2. (3 分) 下列运算中正确的是 ()

- A. $a^5 + a^5 = a^{10}$ B. $a^7 \div a = a^6$ C. $a^3 \cdot a^2 = a^6$ D. $(-a^3)^2 = -a^6$

3. (3 分) 函数 $y = \sqrt{x-1}$ 的自变量 x 的取值范围是 ()

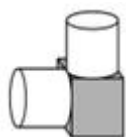
- A. $x > 1$ B. $x < 1$ C. $x \leq 1$ D. $x \geq 1$

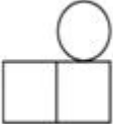
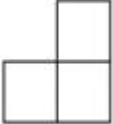
4. (3 分) 如果一组数据 $6, 7, x, 9, 5$ 的平均数是 $2x$, 那么这组数据的中位数为 ()

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 9

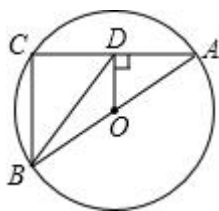
5. (3 分) 我国古代数学家刘徽用“牟合方盖”找到了球体体积的计算方法. “牟合方盖”

是由两个圆柱分别从纵横两个方向嵌入一个正方体时两圆柱公共部分形成的几何体. 如图所示的几何体是可以形成“牟合方盖”的一种模型, 它的俯视图是 ()



- A.  B.  C.  D. 

6. (3 分) 如图, AB, AC 分别是 $\odot O$ 的直径和弦, $OD \perp AC$ 于点 D , 连接 BD, BC , 且 $AB = 10, AC = 8$, 则 BD 的长为 ()



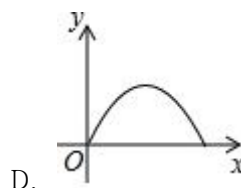
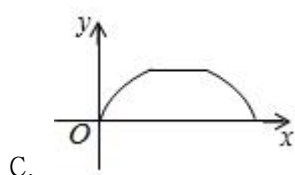
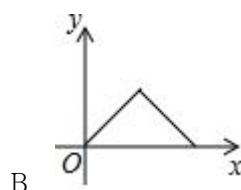
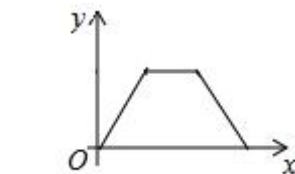
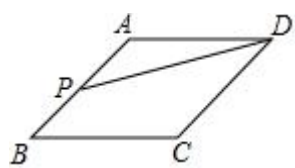
- A. $2\sqrt{5}$ B. 4 C. $2\sqrt{13}$ D. 4.8

7. (3 分) 不等式组 $\begin{cases} 3(x+1) > x-1 \\ \frac{x+7}{2} \geq 2x-1 \end{cases}$ 的非负整数解的个数是 ()

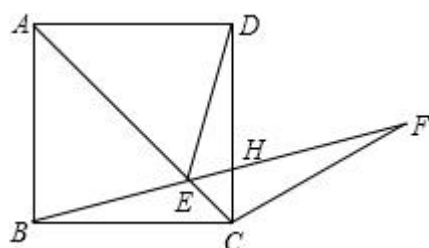
- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

8. (3 分) 如图, 点 P 是菱形 $ABCD$ 边上的动点, 它从点 A 出发沿 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ 路径匀速运动到点 D , 设 $\triangle PAD$ 的面积为 y , P 点的运动时间为 x , 则 y 关于 x 的函数图象大致为

()

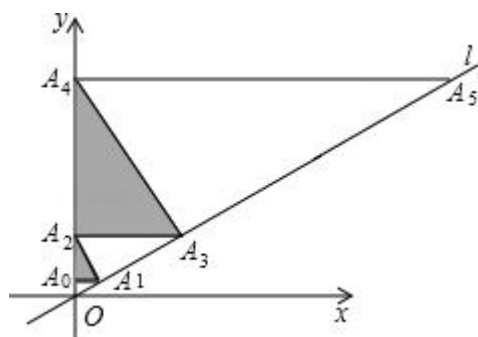


9. (3分) 如图, 在正方形 $ABCD$ 的对角线 AC 上取一点 E , 使得 $\angle CDE = 15^\circ$, 连接 BE 并延长 BE 到 F , 使 $CF = CB$, BF 与 CD 相交于点 H , 若 $AB = 1$, 有下列结论: ① $BE = DE$; ② $CE + DE = EF$; ③ $S_{\triangle DEC} = -$; ④ $= 2\sqrt{3} - 1$. 则其中正确的结论有 ()



- A. ①②③ B. ①②③④ C. ①②④ D. ①③④

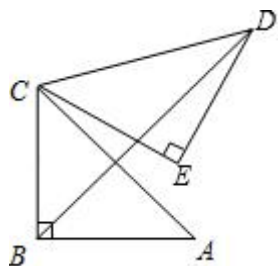
10. (3分) 如图, 过点 $A_0 (0, 1)$ 作 y 轴的垂线交直线 $l: y = x$ 于点 A_1 , 过点 A_1 作直线 l 的垂线, 交 y 轴于点 A_2 , 过点 A_2 作 y 轴的垂线交直线 l 于点 A_3 , $\dots$, 这样依次下去, 得到 $\triangle A_0 A_1 A_2$, $\triangle A_2 A_3 A_4$, $\triangle A_4 A_5 A_6$, $\dots$, 其面积分别记为 $S_1, S_2, S_3, \dots$, 则 S_{100} 为 ()



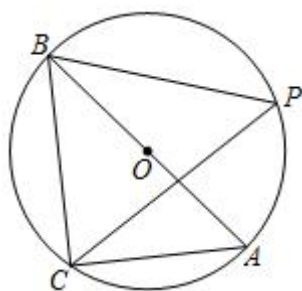
- A. $()^{100}$ B. $(3\sqrt{3})^{100}$ C. $3\sqrt{3} \times 4^{199}$ D. $3\sqrt{3} \times 2^{395}$

二、填空题 (每小颖 3 分, 共 15 分) 把正确答案直接填写在答题卡对应题日的横线上.

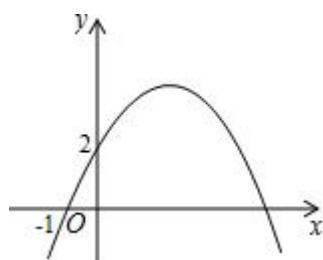
11. (3分) 分解因式: $a^3 - 4a =$ _____.
12. (3分) 若关于 x 的一元二次方程 $ax^2 - x - = 0$ ($a \neq 0$) 有两个不相等的实数根, 则点 $P(a+1, -a-3)$ 在第_____象限.
13. (3分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $BA = BC = 2$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 逆时针旋转 60° 得到 $\triangle DEC$, 连接 BD , 则 BD^2 的值是_____.



14. (3分) 如图, $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接三角形, 且 AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 P 为 $\odot O$ 上的动点, 且 $\angle BPC = 60^\circ$, $\odot O$ 的半径为 6, 则点 P 到 AC 距离的最大值是_____.

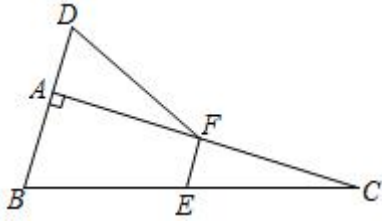


15. (3分) 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 过点 $(-1, 0)$, $(0, 2)$, 且顶点在第一象限, 设 $M = 4a + 2b + c$, 则 M 的取值范围是_____.

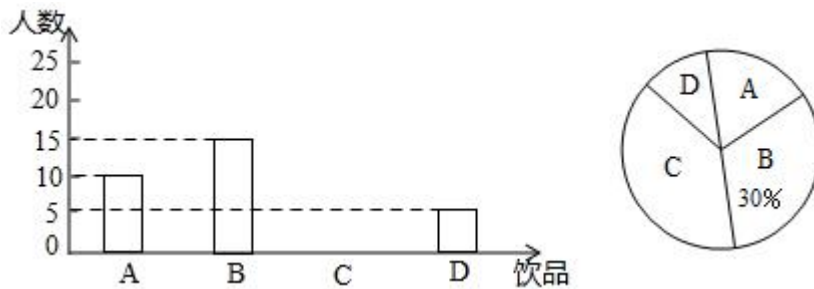


三、解答题 (共 75 分) 要求写出必要的解答步骤或证明过程.

16. (6分) 计算: $|\sqrt{3} - 2| + (\pi - 2019)^0 - (-)^{-1} + 3\tan 30^\circ$
17. (6分) 先化简: $(-x-1) \cdot \frac{x-1}{x^2-4x+4}$, 再从 1, 2, 3 中选取一个适当的数代入求值.
18. (7分) 如图, 已知: 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, 延长 BA 到点 D , 使 $AD = AB$, 点 E , F 分别是边 BC , AC 的中点. 求证: $DF = BE$.



19. (8分) 如今很多初中生喜欢购头饮品饮用，既影响身体健康又给家庭增加不必要的开销，为此某班数学兴趣小组对本班同学一天饮用饮品的情况进行了调查，大致可分为四种：A. 白开水，B. 瓶装矿泉水，C. 碳酸饮料，D. 非碳酸饮料. 根据统计结果绘制如下两个统计图，根据统计图提供的信息，解答下列问题



(1) 这个班级有多少名同学？并补全条形统计图；

(2) 若该班同学每人每天只饮用一种饮品（每种仅限一瓶，价格如下表），则该班同学每天用于饮品的人均花费是多少元？

饮品名称	白开水	瓶装矿泉水	碳酸饮料	非碳酸饮料
平均价格（元/瓶）	0	2	3	4

(3) 为了养成良好的生活习惯，班主任决定在饮用白开水的 5 名班委干部（其中有两位班长记为 A, B, 其余三位记为 C, D, E）中随机抽取 2 名班委干部作良好习惯监督员，请用列表法或画树状图的方法求出恰好抽到 2 名班长的概率.

20. (8分) 某水果商计划购进甲、乙两种水果进行销售，经了解，甲种水果的进价比乙种水果的进价每千克少 4 元，且用 800 元购进甲种水果的数量与用 1000 元购进乙种水果的数量相同.

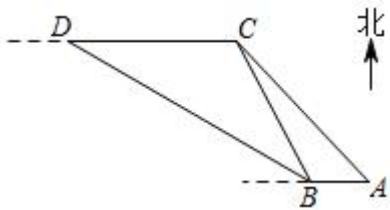
(1) 求甲、乙两种水果的单价分别是多少元？

(2) 该水果商根据该水果店平常的销售情况确定，购进两种水果共 200 千克，其中甲种水果的数量不超过乙种水果数量的 3 倍，且购买资金不超过 3420 元，购回后，水果商决定甲种水果的销售价定为每千克 20 元，乙种水果的销售价定为每千克 25 元，则水果商应如何进货，才能获得最大利润，最大利润是多少？

21. (8分) 如图，某海监船以 60 海里/时的速度从 A 处出发沿正西方向巡逻，一可疑船只

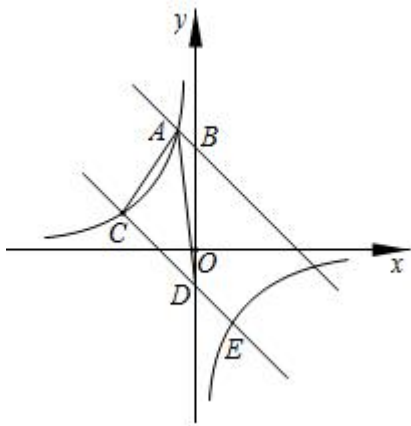
在 A 的西北方向的 C 处，海监船航行 1.5 小时到达 B 处时接到报警，需巡查此可疑船只，此时可疑船只仍在 B 的北偏西 30° 方向的 C 处，然后，可疑船只以一定速度向正西方向逃离，海监船立刻加速以 90 海里/时的速度追击，在 D 处海监船追到可疑船只， D 在 B 的北偏西 60° 方向。（以下结果保留根号）

- (1) 求 B, C 两处之间的距离；
- (2) 求海监船追到可疑船只所用的时间。



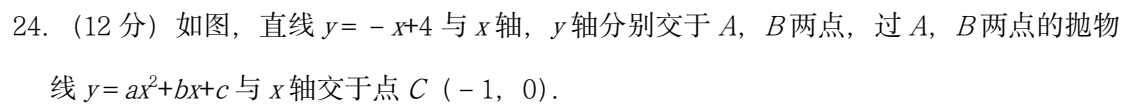
22. (10 分) 如图，在平面直角坐标系中，直线 AB 与 y 轴交于点 $B(0, 7)$ ，与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 在第二象限内的图象相交于点 $A(-1, a)$ 。

- (1) 求直线 AB 的解析式；
- (2) 将直线 AB 向下平移 9 个单位后与反比例函数的图象交于点 C 和点 E ，与 y 轴交于点 D ，求 $\triangle ACD$ 的面积；
- (3) 设直线 CD 的解析式为 $y = mx + n$ ，根据图象直接写出不等式 $mx + n \leq \frac{k}{x}$ 的解集。



23. (10 分) 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，点 P 是 BA 延长线上一点，过点 P 作 $\odot O$ 的切线 PC ，切点是 C ，过点 C 作弦 $CD \perp AB$ 于 E ，连接 CO, CB 。

- (1) 求证： PD 是 $\odot O$ 的切线；
- (2) 若 $AB = 10$ ， $\tan B = \frac{3}{4}$ ，求 PA 的长；
- (3) 试探究线段 AB, OE, OP 之间的数量关系，并说明理由。



(1) 求抛物线的解析式;

(3) 在 (2) 的结论下, 将 $\triangle BEF$ 绕点 F 旋转 180° 得 $\triangle B'E'F$, 试判断点 E' 是否在抛物线上, 并说明理由.



2019 年四川省广元市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题意的.

1. 【解答】解：-8 的相反数是 8，

故选：C.

2. 【解答】解：A. $a^5+a^5=2a^5$ ，故选项 A 不合题意；

B. $a^7\div a=a^6$ ，故选项 B 符合题意；

C. $a^3\cdot a^2=a^5$ ，故选项 C 不合题意；

D. $(-a^3)^2=a^6$ ，故选项 D 不合题意.

故选：B.

3. 【解答】解：根据题意得 $x-1\geq 0$ ，

解得 $x\geq 1$.

故选：D.

4. 【解答】解： $\because$ 一组数据 6, 7, x , 9, 5 的平均数是 $2x$,

$$\therefore 6+7+x+9+5=2x\times 5,$$

解得： $x=3$,

则从大到小排列为：3, 5, 6, 7, 9,

故这组数据的中位数为：6.

故选：B.

5. 【解答】解：该几何体的俯视图是：



故选：A.

6. 【解答】解： $\because AB$ 为直径，

$$\therefore \angle ACB=90^\circ,$$

$$\therefore BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3,$$

$$\therefore OD\perp AC,$$

$$\therefore CD=AD=AC=4,$$

在 $\text{Rt}\triangle CBD$ 中, $BD = \sqrt{4^2 + 6^2} = 2\sqrt{13}$.

故选: C .

7. 【解答】解:
$$\begin{cases} 3(x+1) > x-1 \text{ ①} \\ \frac{x+7}{2} \geq 2x-1 \text{ ②} \end{cases},$$

解①得: $x > -2$,

解②得 $x \leq 3$,

则不等式组的解集为 $-2 < x \leq 3$.

故非负整数解为 0, 1, 2, 3 共 4 个

故选: B .

8. 【解答】解: 分三种情况:

①当 P 在 AB 边上时, 如图 1,

设菱形的高为 h ,

$$y = AP \cdot h,$$

$\therefore AP$ 随 x 的增大而增大, h 不变,

$\therefore y$ 随 x 的增大而增大,

故选项 C 和 D 不正确;

②当 P 在边 BC 上时, 如图 2,

$$y = AD \cdot h,$$

AD 和 h 都不变,

$\therefore$ 在这个过程中, y 不变,

故选项 B 不正确;

③当 P 在边 CD 上时, 如图 3,

$$y = PD \cdot h,$$

$\therefore PD$ 随 x 的增大而减小, h 不变,

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小,

$\therefore P$ 点从点 A 出发沿在 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ 路径匀速运动到点 D ,

$\therefore P$ 在三条线段上运动的时间相同,

故选项 A 正确;

故选: A .

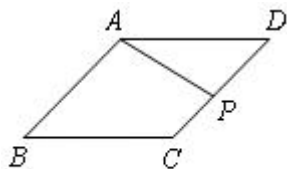


图3

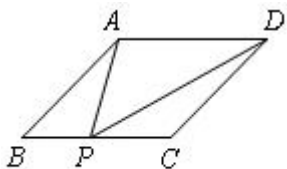


图2

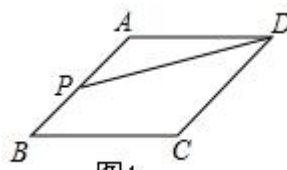


图1

9. 【解答】证明：① $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$$\therefore AB = AD, \angle ABC = \angle ADC = 90^\circ, \angle BAC = \angle DAC = \angle ACB = \angle ACD = 45^\circ.$$

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ADE$ 中，

$$\begin{cases} AB = AD \\ \angle BAC = \angle DAC, \\ AE = AE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ADE \text{ (SAS)},$$

$$\therefore BE = DE, \text{ 故①正确;}$$

②在 EF 上取一点 G ，使 $EG = EC$ ，连结 CG ，

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ADE,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle ADE.$$

$$\therefore \angle CBE = \angle CDE,$$

$$\therefore BC = CF,$$

$$\therefore \angle CBE = \angle F,$$

$$\therefore \angle CBE = \angle CDE = \angle F.$$

$$\therefore \angle CDE = 15^\circ,$$

$$\therefore \angle CBE = 15^\circ,$$

$$\therefore \angle CEG = 60^\circ.$$

$$\because CE = GE,$$

$\therefore \triangle CEG$ 是等边三角形.

$$\therefore \angle CGE = 60^\circ, \quad CE = GC,$$

$$\therefore \angle GCF = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle ECD = \angle GCF.$$

在 $\triangle DEC$ 和 $\triangle FGC$ 中,

$$\begin{cases} CE = GC \\ \angle ECD = \angle GCF, \\ CD = CF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DEC \cong \triangle FGC \quad (SAS),$$

$$\therefore DE = GF.$$

$$\therefore EF = EG + GF,$$

$$\therefore EF = CE + ED, \text{ 故②正确;}$$

③过 D 作 $DM \perp AC$ 交于 M ,

根据勾股定理求出 $AC = \sqrt{2}$,

由面积公式得: $AD \times DC = AC \times DM$,

$$\therefore DM = ,$$

$$\because \angle DCA = 45^\circ, \quad \angle AED = 60^\circ,$$

$$\therefore CM = , \quad EM = ,$$

$$\therefore CE = CM - EM = -$$

$$\therefore S_{\triangle DEC} = CE \times DM = -, \text{ 故③正确;}$$

④在 $\text{Rt} \triangle DEM$ 中, $DE = 2ME = ,$

$\because \triangle ECG$ 是等边三角形,

$$\therefore CG = CE = -,$$

$$\because \angle DEF = \angle EGC = 60^\circ,$$

$$\therefore DE \parallel CG,$$

$$\therefore \triangle DEH \sim \triangle CGH,$$

$$\therefore = = \frac{\frac{\sqrt{6}}{3}}{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{6}}{6}} = \sqrt{3} + 1, \text{ 故④错误;}$$

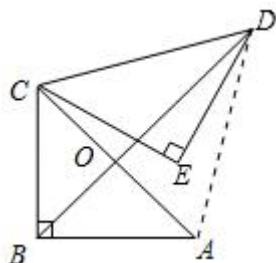
综上, 正确的结论有①②③,

$$\therefore a+1>0, -a-3<0,$$

$\therefore$ 点 $P(a+1, -a-3)$ 在第四象限.

故答案为: 四.

13. 【解答】解: 如图, 连接 AD , 设 AC 与 BD 交于点 O ,



解: 如图, 连接 AM ,

由题意得: $CA=CD$, $\angle ACD=60^\circ$

$\therefore \triangle ACD$ 为等边三角形,

$\therefore AD=CD$, $\angle DAC=\angle DCA=\angle ADC=60^\circ$;

$\because \angle ABC=90^\circ$, $AB=BC=2$,

$\therefore AC=CD=2\sqrt{2}$,

$\because AB=BC$, $CD=AD$,

$\therefore BD$ 垂直平分 AC ,

$\therefore BO=AC=\sqrt{2}$, $OD=CD \cdot \sin 60^\circ = \sqrt{6}$,

$\therefore BD=\sqrt{2}+\sqrt{6}$

$\therefore BD^2 = (\sqrt{2}+\sqrt{6})^2 = 8+4\sqrt{3}$,

故答案为 $8+4\sqrt{3}$

14. 【解答】解: 过 O 作 $OM \perp AC$ 于 M , 延长 MO 交 $\odot O$ 于 P ,

则此时, 点 P 到 AC 距离的最大, 且点 P 到 AC 距离的最大值 $= PM$,

$\because OM \perp AC$, $\angle A = \angle BPC = 60^\circ$, $\odot O$ 的半径为 6,

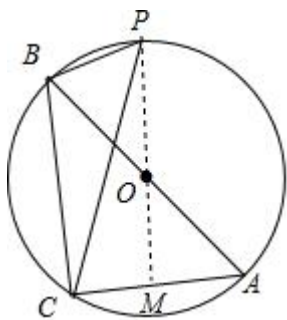
$\therefore OP=OA=6$,

$\therefore OM=OA \cdot \sin 60^\circ = 3\sqrt{3}$,

$\therefore PM=OP+OM=6+3\sqrt{3}$,

$\therefore$ 则点 P 到 AC 距离的最大值是 $6+3\sqrt{3}$,

故答案为: $6+3\sqrt{3}$.



15. 【解答】解：将 $(-1, 0)$ 与 $(0, 2)$ 代入 $y = ax^2 + bx + c$,

$$\therefore 0 = a - b + c, \quad 2 = c,$$

$$\therefore b = a + 2,$$

$$\because a > 0, \quad a < 0,$$

$$\therefore b > 0,$$

$$\therefore a > -2,$$

$$\therefore -2 < a < 0,$$

$$\therefore M = 4a + 2(a + 2) + 2$$

$$= 6a + 6$$

$$= 6(a + 1)$$

$$\therefore -6 < M < 6,$$

故答案为： $-6 < M < 6$;

三、解答题（共 75 分）要求写出必要的解答步骤或证明过程.

16. 【解答】解：原式 $= 2 - \sqrt{3} + 1 - (-3) + 3 \times = 2 - \sqrt{3} + 1 + 3 + \sqrt{3} = 6$.

17. 【解答】解：原式 $= [-] \cdot \frac{x-1}{(x-2)^2}$

$$= \frac{x-1}{(x-2)^2}$$

$=$,

当 $x = 1, 2$ 时分式无意义,

将 $x = 3$, 代入原式得:

则原式 $= -5$.

18. 【解答】证明： $\because \angle BAC = 90^\circ$,

$$\therefore \angle DAF = 90^\circ,$$

$\because$ 点 E, F 分别是边 BC, AC 的中点,

$\therefore AF = FC, BE = EC, FE$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线,

$$\therefore FE = AB, \quad FE \parallel AB,$$

$$\therefore \angle EFC = \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAF = \angle EFC,$$

$$\therefore AD = AB,$$

$$\therefore AD = FE,$$

$$\text{在 } \triangle ADF \text{ 和 } \triangle FEC \text{ 中, } \begin{cases} AD = FE \\ \angle DAF = \angle EFC \\ AF = FC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADF \cong \triangle FEC \text{ (SAS)},$$

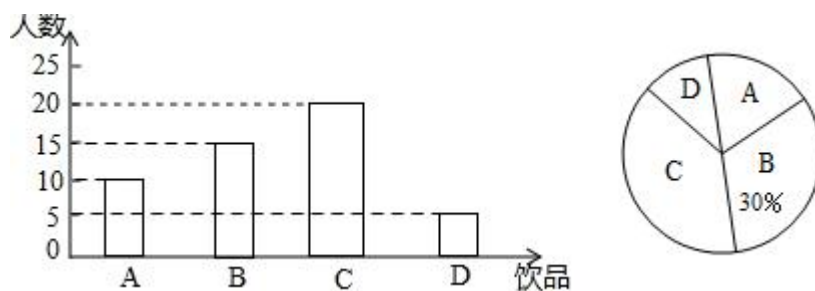
$$\therefore DF = EC,$$

$$\therefore DF = BE.$$

19. 【解答】解：（1）这个班级的学生人数为 $15 \div 30\% = 50$ （人），

选择 C 饮品的人数为 $50 - (10 + 15 + 5) = 20$ （人），

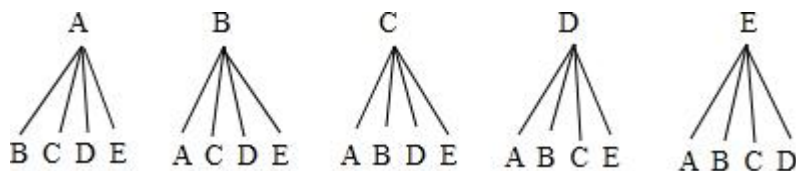
补全图形如下：



$$(2) = 2.2 \text{ (元)},$$

答：该班同学每天用于饮品的人均花费是 2.2 元；

（3）画树状图如下：



由树状图知共有 20 种等可能结果，其中恰好抽到 2 名班长的有 2 种结果，

所以恰好抽到 2 名班长的概率为 $\frac{2}{20} = \frac{1}{10}$ 。

20. 【解答】解：（1）设甲种水果的单价是 x 元，则乙种水果的单价是 $(x+4)$ 元，

，

解得, $x = 16$,

经检验, $x = 16$ 是原分式方程的解,

$$\therefore x+4 = 20,$$

答: 甲、乙两种水果的单价分别是 16 元、20 元;

(2) 设购进甲种水果 a 千克, 则购进乙种水果 $(200 - a)$ 千克, 利润为 w 元,

$$w = (20 - 16)a + (25 - 20)(200 - a) = -a + 1000,$$

$\therefore$ 甲种水果的数量不超过乙种水果数量的 3 倍, 且购买资金不超过 3420 元,

$\therefore$,

解得, $145 \leq a \leq 150$,

$\therefore$ 当 $a = 145$ 时, w 取得最大值, 此时 $w = 855$, $200 - a = 55$,

答: 水果商进货甲种水果 145 千克, 乙种水果 55 千克, 才能获得最大利润, 最大利润是 855 元.

21. 【解答】解: (1) 作 $CE \perp AB$ 于 E , 如图 1 所示:

则 $\angle CEA = 90^\circ$,

由题意得: $AB = 60 \times 1.5 = 90$ (海里), $\angle CAB = 45^\circ$, $\angle CBN = 30^\circ$, $\angle DBN = 60^\circ$,

$\therefore \triangle ACE$ 是等腰直角三角形, $\angle CBE = 60^\circ$,

$\therefore CE = AE$, $\angle BCE = 30^\circ$,

$$\therefore CE = \sqrt{3}BE, BC = 2BE,$$

设 $BE = x$, 则 $CE = \sqrt{3}x$, $AE = BE + AB = x + 90$,

$$\therefore \sqrt{3}x = x + 90,$$

解得: $x = 45\sqrt{3} + 45$,

$$\therefore BC = 2x = 90\sqrt{3} + 90;$$

答: B , C 两处之间的距离为 $(90\sqrt{3} + 90)$ 海里;

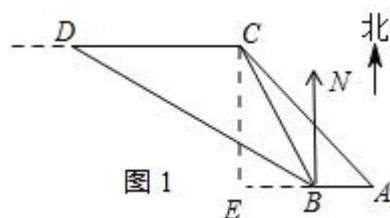
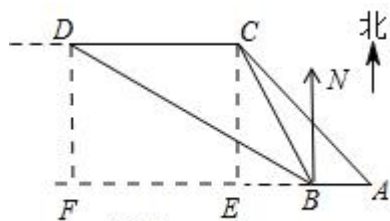
(2) 作 $DF \perp AB$ 于 F , 如图 2 所示:

则 $DF = CE = \sqrt{3}x = 135 + 45\sqrt{3}$, $\angle DBF = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$,

$$\therefore BD = 2DF = 270 + 90\sqrt{3},$$

$\therefore$ 海监船追到可疑船只所用的时间为 $3 + \sqrt{3}$ (小时);

答: 海监船追到可疑船只所用的时间为 $(3 + \sqrt{3})$ 小时.



22. 【解答】解：(1) $\because$ 点 $A(-1, a)$ 在反比例函数 $y = \frac{8}{x}$ 的图象上，

$$\therefore a = -8,$$

$$\therefore A(-1, 8),$$

$$\because \text{点 } B(0, 7),$$

$$\therefore \text{设直线 } AB \text{ 的解析式为 } y = kx + 7,$$

$$\because \text{直线 } AB \text{ 过点 } A(-1, 8),$$

$$\therefore 8 = -k + 7, \text{ 解得 } k = -1,$$

$$\therefore \text{直线 } AB \text{ 的解析式为 } y = -x + 7;$$

$$(2) \because \text{将直线 } AB \text{ 向下平移 9 个单位后得到直线 } CD \text{ 的解析式为 } y = -x - 2,$$

$$\therefore D(0, -2),$$

$$\therefore BD = 7 + 2 = 9,$$

$$\text{联立 } \begin{cases} y = -x - 2 \\ y = \frac{8}{x} \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} x = -4 \\ y = 2 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = 2 \\ y = -4 \end{cases},$$

$$\therefore C(-4, 2), E(2, -4),$$

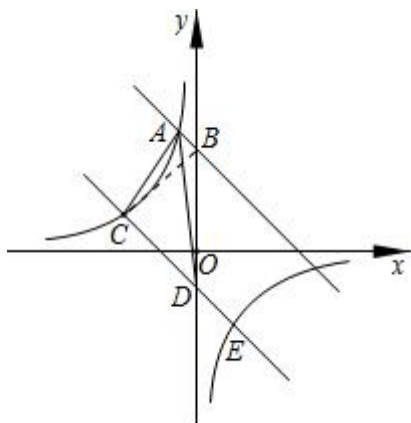
$$\text{连接 } AC, \text{ 则 } \triangle CBD \text{ 的面积} = \frac{1}{2} \times 9 \times 4 = 18,$$

由平行线间的距离处处相等可得 $\triangle ACD$ 与 $\triangle CDB$ 面积相等，

$$\therefore \triangle ACD \text{ 的面积为 } 18.$$

$$(3) \because C(-4, 2), E(2, -4),$$

$$\therefore \text{不等式 } mx + n \leq 0 \text{ 的解集是: } -4 < x < 0 \text{ 或 } x > 2.$$



23. 【解答】解：（1）证明：连接 OD ,

$\because PC$ 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore \angle PCO = 90^\circ$, 即 $\angle PCD + \angle OCD = 90^\circ$,

$\because OA \perp CD$

$\therefore CE = DE$

$\therefore PC = PD$

$\therefore \angle PDC = \angle PCD$

$\because OC = OD$

$\therefore \angle ODC = \angle OCD$,

$\therefore \angle PDC + \angle ODC = \angle PCD + \angle OCD = 90^\circ$,

$\therefore PD$ 是 $\odot O$ 的切线.

（2）如图 2，连接 AC ,

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$,

$\therefore \tan B =$

设 $AC = m$, $BC = 2m$, 则由勾股定理得: $m^2 + (2m)^2 = 10^2$, 解得: $m = 2\sqrt{5}$,

$AC = 2\sqrt{5}$, $BC = 4\sqrt{5}$,

$\therefore CE \times AB = AC \times BC$, 即 $10CE = 2\sqrt{5} \times 4\sqrt{5}$,

$\therefore CE = 4$, $BE = 8$, $AE = 2$

在 $\text{Rt}\triangle OCE$ 中, $OE = OA - AE = 3$, $OC = 5$,

$\therefore CE = \sqrt{OC^2 - OE^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$,

$\therefore$

$$\therefore OP \times OE = OC \times OC, \text{ 即 } 3OP = 5 \times 5,$$

$$\therefore OP = \frac{25}{3}, PA = OP - OA = \frac{25}{3} - 5 = \frac{10}{3}.$$

$$(3) AB^2 = 4OE \cdot OP$$

如图 2, $\because PC$ 切 $\odot O$ 于 C ,

$$\therefore \angle OCP = \angle OEC = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle OCE \sim \triangle OPC$$

$$\therefore, \text{ 即 } OC^2 = OE \cdot OP$$

$$\therefore OC = AB$$

$\therefore$

$$\text{即 } AB^2 = 4OE \cdot OP.$$

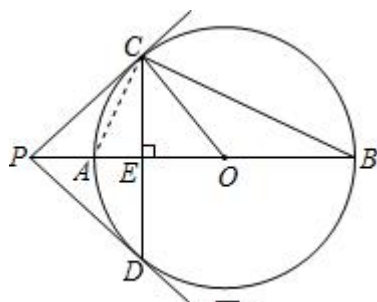


图2

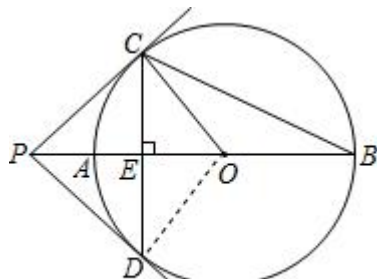


图1

24. 【解答】解: (1) $y = -x^2 + 4x \cdots \textcircled{1}$,

令 $x=0$, $y=4$, 令 $y=0$, 则 $x=4$,

故点 A 、 B 的坐标分别为 $(4, 0)$ 、 $(0, 4)$,

抛物线的表达式为: $y = a(x+1)(x-4) = a(x^2 - 3x - 4)$,

即 $-4a = 4$, 解得: $a = -1$,

故抛物线的表达式为: $y = -x^2 + 3x + 4 \cdots \textcircled{2}$;

(2) 设点 $E(m, 0)$,

直线 BC 表达式中的 k 值为 4, $EF \parallel BC$,

则直线 EF 的表达式为: $y = 4x + n$,

将点 E 坐标代入上式并解得:

直线 EF 的表达式为: $y = 4x - 4m \cdots \textcircled{3}$,

联立①③并解得: $x = (m+1)$,

则点 F (,),

$$S_{\triangle BEF} = S_{\triangle OAB} - S_{\triangle OBE} - S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 - \frac{1}{2} \times 4m - \frac{1}{2} (4-m) \times = ,$$

解得: $m =$,

故点 E (, 0)、点 E (2, 2);

(3) $\triangle BEF$ 绕点 F 旋转 180° 得 $\triangle B' E' F$, 则点 E' (, 4),

当 $x =$ 时, $y = -x^2 + 3x + 4 = - ()^2 + 3 \times + 4 \neq 4$,

故点 E' 不在抛物线上.

会员升级服务第一拨 · 清北季



神马, 有清华北大学霸方法论课; 还有清华学霸向所有的父母亲述自己求学之路;

衡水名校试卷悄悄的上线了;

扫qq领取官网不首发课程, 很多人我没告诉他啊!

会员qq专享等你来撩.....