

2019 年四川省乐山市中考数学试卷

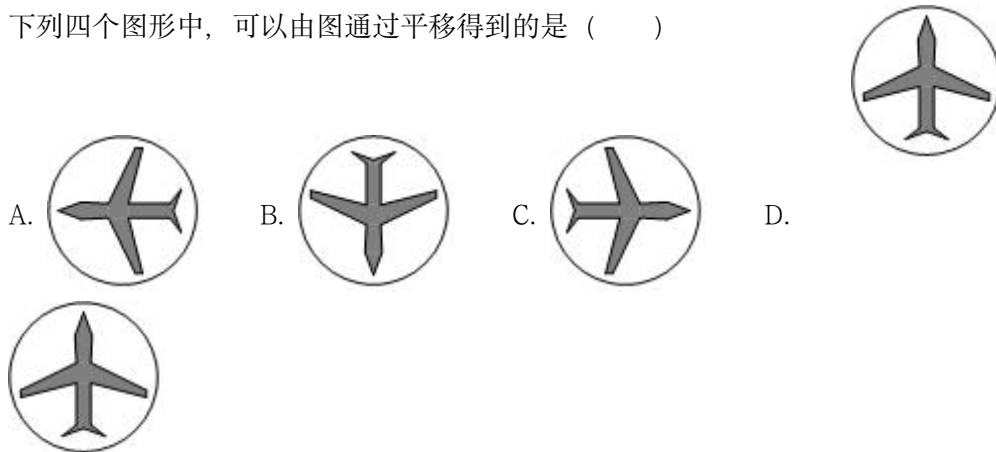
注：请使用 office word 软件打开，wps word 会导致公式错乱

一、选择题（本大题共 10 小题，共 30.0 分）

1. -3 的绝对值是（ ）

- A. 3 B. -3 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

2. 下列四个图形中，可以由图通过平移得到的是（ ）



3. 小强同学从 $-1, 0, 1, 2, 3, 4$ 这六个数中任选一个数，满足不等式 $x+1 < 2$ 的概率是（ ）

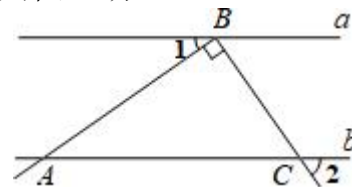
- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

4. $-a$ 一定是（ ）

- A. 正数 B. 负数
C. 0 D. 以上选项都不正确

5. 如图，直线 $a \parallel b$ ，点 B 在 a 上，且 $AB \perp BC$ 。若 $\angle 1 = 35^\circ$ ，那么 $\angle 2$ 等于（ ）

- A. 45° B. 50° C. 55°



6. 不等式组 $\begin{cases} 2x - 6 < 3x \\ \frac{x+2}{5} - \frac{x-1}{4} \geq 0 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是（ ）

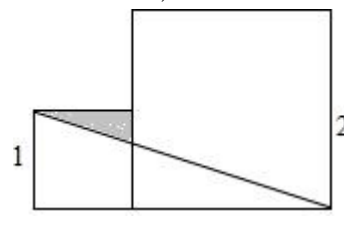


7. 《九章算术》第七卷“盈不足”中记载：“今有共买物，人出八，盈三；人出七，不足四。问人数、物价各几何？”译为：“今有人合伙购物，每人出 8 钱，会多 3 钱；每人出 7 钱，又差 4 钱。问人数、物价各多少？”根据所学知识，计算出人数、物价分别是（ ）

- A. 1, 11 B. 7, 53 C. 7, 61 D. 6, 50

8. 把边长分别为 1 和 2 的两个正方形按如图的方式放置。则图中阴影部分的面积为（ ）

- A. $\frac{1}{6}$

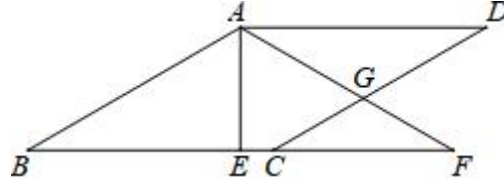


B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{5}$

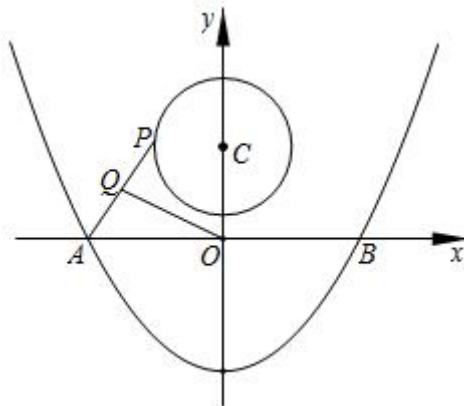
D. $\frac{1}{4}$

9. 如图, 在边长为 $\sqrt{3}$ 的菱形 $ABCD$ 中, $\angle B=30^\circ$, 过点 A 作 $AE \perp BC$ 于点 E , 现将 $\triangle ABE$ 沿直线 AE 翻折至 $\triangle AFE$ 的位置, AF 与 CD 交于点 G . 则 CG 等于 ()



- A. $\sqrt{3}-1$ B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

10. 如图, 抛物线 $y=\frac{1}{4}x^2-4$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点, P 是以点 $C(0, 3)$ 为圆心, 2为半径的圆上的动点, Q 是线段 PA 的中点, 连结 OQ . 则线段 OQ 的最大值是 ()



- A. 3 B. $\frac{\sqrt{41}}{2}$ C. $\frac{7}{2}$ D. 4

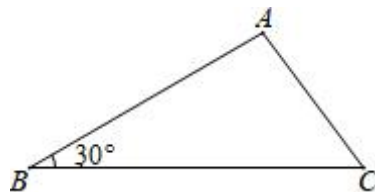
二、填空题 (本大题共 6 小题, 共 18.0 分)

11. $-\frac{1}{2}$ 的相反数是_____.

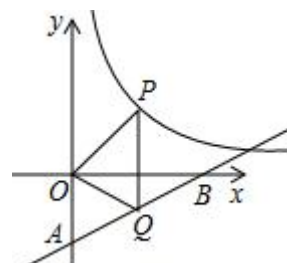
12. 某地某天早晨的气温是 -2°C , 到中午升高了 6°C , 晚上又降低了 7°C . 那么晚上的温度是_____ $^\circ\text{C}$.

13. 若 $3^m=9^n=2$. 则 3^{m+2n} =_____.

14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B=30^\circ$, $AC=2$, $\cos C=\frac{3}{5}$. 则 AB 边的长为_____.

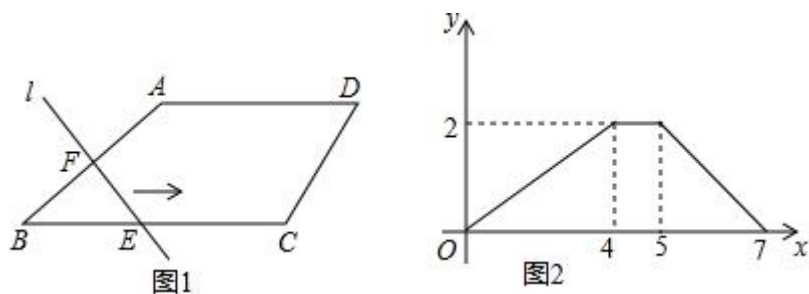


15. 如图, 点 P 是双曲线 $C: y=\frac{4}{x} (x>0)$ 上的一点, 过点 P 作 x 轴的垂线交直线 $AB: y=\frac{1}{2}x-2$ 于点 Q , 连结 OP , OQ . 当



点 P 在曲线 C 上运动, 且点 P 在 Q 的上方时, $\triangle POQ$ 面积的最大值是_____.

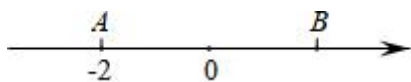
16. 如图 1, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle B = 30^\circ$, 直线 $l \perp AB$. 当直线 l 沿射线 BC 方向, 从点 B 开始向右平移时, 直线 l 与四边形 $ABCD$ 的边分别相交于点 E, F . 设直线 l 向右平移的距离为 x , 线段 EF 的长为 y , 且 y 与 x 的函数关系如图 2 所示, 则四边形 $ABCD$ 的周长是_____.



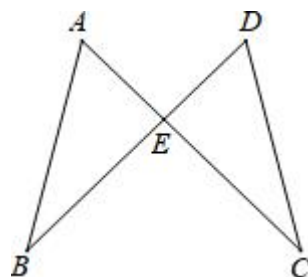
三、解答题 (本大题共 10 小题, 共 102.0 分)

17. 计算: $(\frac{1}{2})^{-1} - (2019 - \pi)^0 + 2\sin 30^\circ$.

18. 如图, 点 A, B 在数轴上, 它们对应的数分别为 $-2, \frac{x}{x+1}$, 且点 A, B 到原点的距离相等. 求 x 的值.



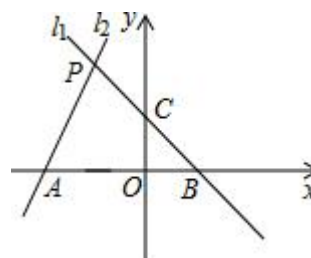
19. 如图, 线段 AC, BD 相交于点 E , $AE = DE$, $BE = CE$. 求证: $\angle B = \angle C$.



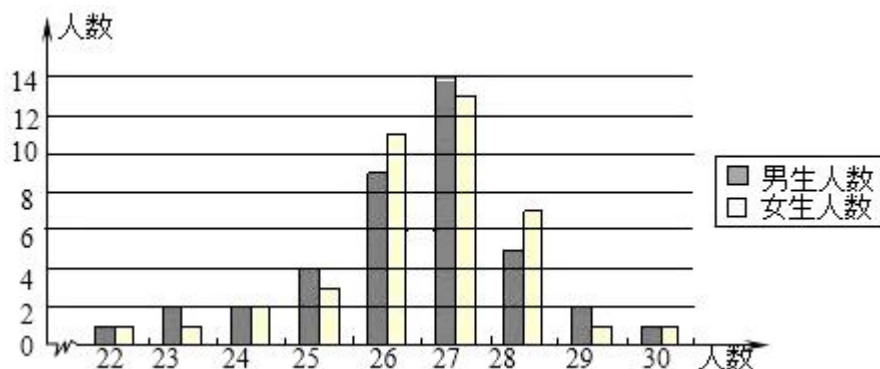
20. 化简: $\frac{x^2-2x+1}{x^2-1} \div \frac{x^2-x}{x+1}$.

21. 如图, 已知过点 $B(1, 0)$ 的直线 l_1 与直线 $l_2: y=2x+4$ 相交于点 $P(-1, a)$.

- (1) 求直线 l_1 的解析式;
- (2) 求四边形 $PAOC$ 的面积.



22. 某校组织学生参加“安全知识竞赛”, 测试结束后, 张老师从七年级 720 名学生中随机地抽取部分学生的成绩绘制了条形统计图, 如图所示. 试根据统计图提供的信息, 回答下列问题:



- (1) 张老师抽取的这部分学生中, 共有_____名男生, _____名女生;
- (2) 张老师抽取的这部分学生中, 女生成绩的众数是_____;
- (3) 若将不低于 27 分的成绩定为优秀, 请估计七年级 720 名学生中成绩为优秀的学生人数大约是多少.

23. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (k+4)x + 4k = 0$.

(1) 求证: 无论 k 为任何实数, 此方程总有两个实数根;

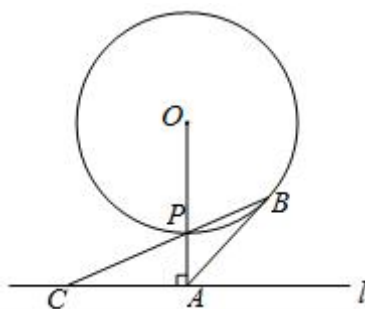
(2) 若方程的两个实数根为 x_1 、 x_2 , 满足 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{3}{4}$, 求 k 的值;

(3) 若 $Rt\triangle ABC$ 的斜边为 5, 另外两条边的长恰好是方程的两个根 x_1 、 x_2 , 求 $Rt\triangle ABC$ 的内切圆半径.

24. 如图, 直线 l 与 $\odot O$ 相离, $OA \perp l$ 于点 A , 与 $\odot O$ 相交于点 P , $OA = 5$. C 是直线 l 上一点, 连结 CP 并延长交 $\odot O$ 于另一点 B , 且 $AB = AC$.

(1) 求证: AB 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\odot O$ 的半径为 3, 求线段 BP 的长.



25. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 D 是 BC 边的中点, G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 过 G 点的直线分别交 AB 、 AC 于点 E 、 F .

(1) 如图 1, 当 $EF \parallel BC$ 时, 求证: $\frac{BE}{AE} + \frac{CF}{AF} = 1$;

(2) 如图 2, 当 EF 和 BC 不平行, 且点 E 、 F 分别在线段 AB 、 AC 上时, (1) 中的结论是否成立? 如果成立, 请给出证明; 如果不成立, 请说明理由.

(3) 如图 3, 当点 E 在 AB 的延长线上或点 F 在 AC 的延长线上时, (1) 中的结

论是否成立？如果成立，请给出证明；如果不成立，请说明理由.

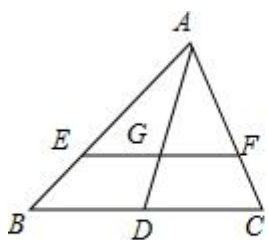


图1

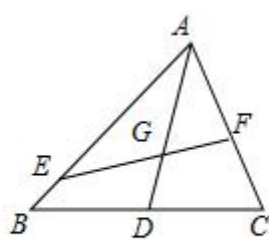


图2

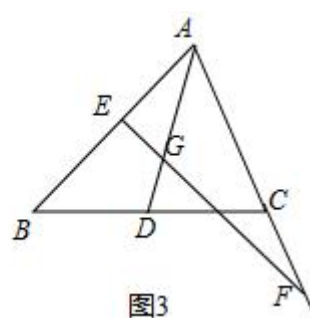


图3

26. 如图，已知抛物线 $y=a(x+2)(x-6)$ 与 x 轴相交于 A 、 B 两点，与 y 轴交于 C 点，且 $\tan \angle CAB = \frac{3}{2}$ ，设抛物线的顶点为 M ，对称轴交 x 轴于点 N 。

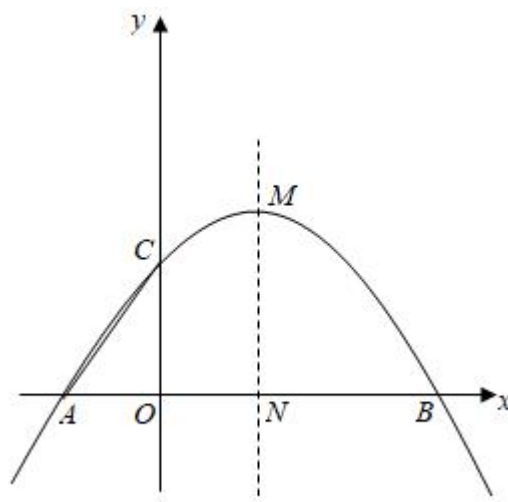
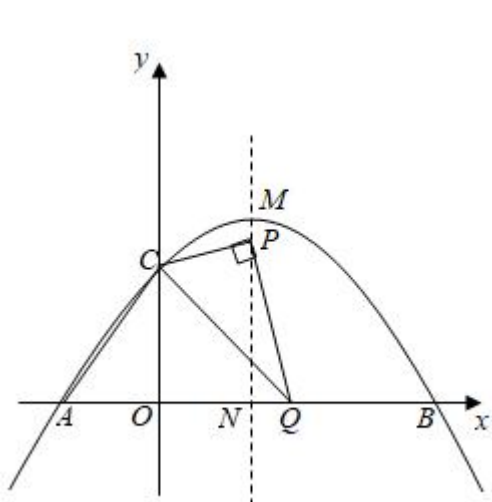
(1) 求抛物线的解析式；

(2) P 为抛物线的对称轴上一点， $Q(n, 0)$ 为 x 轴上一点，且 $PQ \perp PC$ 。

①当点 P 在线段 MN (含端点) 上运动时，求 n 的变化范围；

②当 n 取最大值时，求点 P 到线段 CQ 的距离；

③当 n 取最大值时，将线段 CQ 向上平移 t 个单位长度，使得线段 CQ 与抛物线有两个交点，求 t 的取值范围。



备用图

答案和解析

1. 【答案】A

【解析】

解: $|-3| = -(-3) = 3$.

故选: A.

根据一个负数的绝对值等于它的相反数得出.

考查绝对值的概念和求法. 绝对值规律总结: 一个正数的绝对值是它本身; 一个负数的绝对值是它的相反数; 0 的绝对值是 0.

2. 【答案】D

【解析】

解: $\because$ 只有 D 的图形的形状和大小没有变化, 符合平移的性质, 属于平移得到;

故选: D.

根据平移的性质解答即可.

本题考查的是平移的性质, 熟知图形平移后所得图形与原图形全等是解答此题的关键.

3. 【答案】C

【解析】

解: 在 -1, 0, 1, 2, 3, 4 这六个数中, 满足不等式 $x+1 < 2$ 的有 -1、0 这两个,

所以满足不等式 $x+1 < 2$ 的概率是 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$,

故选: C.

找到满足不等式 $x+1 < 2$ 的结果数, 再根据概率公式计算可得.

本题主要考查概率公式, 用到的知识点为: 概率等于所求情况数与总情况数之比.

4. 【答案】D

【解析】

解: $-a$ 中 a 的符号无法确定, 故 $-a$ 的符号无法确定.

故选: D.

利用正数与负数定义分析得出答案.

此题主要考查了正数和负数, 正确理解正负数的定义是解题关键.

5. 【答案】C

【解析】

解: $\because a \parallel b$, $\angle 1 = 35^\circ$,

$\therefore \angle BAC = \angle 1 = 35^\circ$.

$\because AB \perp BC$,

$\therefore \angle 2 = \angle BCA = 90^\circ - \angle BAC = 55^\circ$.

故选: C.

先根据 $\angle 1 = 35^\circ$, $a \parallel b$ 求出 $\angle BAC$ 的度数, 再由 $AB \perp BC$ 即可得出答案.

本题考查的是平行线的性质、垂线的性质, 熟练掌握垂线的性质和平行线的性质是解决问题的关键.

6. 【答案】B

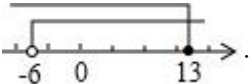
【解析】

$$\text{解: } \begin{cases} 2x - 6 < 3x & \text{①} \\ \frac{x+2}{5} - \frac{x-1}{4} \geq 0 & \text{②} \end{cases},$$

解①得: $x > -6$,

解②得: $x \leq 13$,

故不等式组的解集为: $-6 < x \leq 13$,

在数轴上表示为：

故选：B.

分别解不等式进而得出不等式组的解集，进而得出答案.

此题主要考查了解一元一次不等式组，正确解不等式是解题关键.

7. 【答案】B

【解析】

解：设有 x 人，物价为 y ，可得： $\begin{cases} y=8x-3 \\ y=7x+4 \end{cases}$ ，

解得： $\begin{cases} x=7 \\ y=53 \end{cases}$ ，

故选：B.

设有 x 人，物价为 y ，根据该物品价格不变，即可得出关于 x 、 y 的二元一次方程组，此题得解.

本题考查了由实际问题抽象出二元一次方程组，找准等量关系，正确列出二元一次方程组是解题的关键.

8. 【答案】A

【解析】

解：

如图，设 $BC=x$ ，则 $CE=1-x$

易证 $\triangle ABC \sim \triangle FEC$

$$\therefore \frac{AB}{EF} = \frac{BC}{CE} = \frac{1}{2} = \frac{x}{1-x}$$

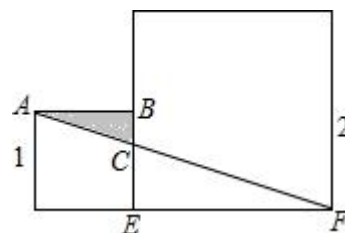
解得 $x = \frac{1}{3}$

$\therefore$ 阴影部分面积为： $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times 1 = \frac{1}{6}$

故选：A.

如图，易证 $\triangle ABC \sim \triangle FEC$ ，可设 $BC=x$ ，只需求出 BC 即可.

本题主要考查正方形的性质及三角形的相似，本题要充分利用正方形的特殊性质. 利用比例的性质，直角三角形的性质等知识点的理解即可解答



9. 【答案】A

【解析】

解：在 $Rt\triangle ABE$ 中， $\angle B=30^\circ$ ， $AB=\sqrt{3}$ ，

$\therefore BE = \frac{3}{2}$.

根据折叠性质可得 $BF=2BE=3$.

$\therefore CF=3-\sqrt{3}$.

$\therefore AD \parallel CF$,

$\therefore \triangle ADG \sim \triangle FCG$.

$$\therefore \frac{AD}{CF} = \frac{DG}{CG}.$$

设 $CG=x$ ，则 $\frac{\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}-x}{x}$ ，

解得 $x = \sqrt{3}-1$.

故选：A.

先利用 30° 直角三角形的性质，求出 BE ，再根据折叠性质求得 BF ，从而得到 CF 长，

最后根据 $\triangle ADG \sim \triangle FCG$ 得出与CG有关的比例式，即可求解CG长.

本题主要考查了菱形的性质、相似三角形的判定和性质、折叠的性质，解题的关键是找到与CG相关的三角形，利用相似知识求解.

10. 【答案】C

【解析】

解：连接BP，如图，

当 $y=0$ 时， $\frac{1}{4}x^2-4=0$ ，解得 $x_1=4$ ， $x_2=-4$ ，则A

$(-4, 0)$ ，B $(4, 0)$ ，

$\therefore$ Q 是线段 PA 的中点，

$\therefore$ OQ 为 $\triangle ABP$ 的中位线，

$\therefore OQ = \frac{1}{2}BP$ ，

当BP最大时，OQ最大，

而BP过圆心C时，PB最大，如图，点P运动到P'位置时，BP最大，

$\therefore BC = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ ，

$\therefore BP' = 5 + 2 = 7$ ，

$\therefore$ 线段OQ的最大值是 $\frac{7}{2}$.

故选：C.

连接BP，如图，先解方程 $\frac{1}{4}x^2-4=0$ 得A $(-4, 0)$ ，B $(4, 0)$ ，再判断OQ为 $\triangle ABP$

的中位线得到 $OQ = \frac{1}{2}BP$ ，利用点与圆的位置关系，BP过圆心C时，PB最大，如图，

点P运动到P'位置时，BP最大，然后计算出BP'即可得到线段OQ的最大值.

本题考查了点与圆的位置关系：点的位置可以确定该点到圆心距离与半径的关系，反过来已知点到圆心距离与半径的关系可以确定该点与圆的位置关系. 也考查了三角形中位线.

11. 【答案】 $\frac{1}{2}$

【解析】

解： $-\frac{1}{2}$ 的相反数是 $\frac{1}{2}$ ，

故答案为： $\frac{1}{2}$.

根据只有符号不同的两个数互为相反数，可得一个数的相反数.

本题考查了相反数，在一个数的前面加上负号就是这个数的相反数.

12. 【答案】-3

【解析】

解： $-2+6-7=-3$ ，

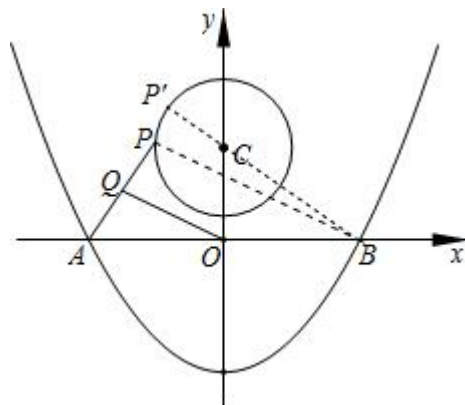
故答案为：-3

由题意列出算式进行计算求解即可.

本题主要考查有理数的加减法，正确列出算式是解题的关键.

13. 【答案】4

【解析】



解: $\because 3^m = 3^{2n} = 2$,

$$\therefore 3^{m+2n} = 3^m \cdot 3^{2n} = 2 \times 2 = 4,$$

故答案为: 4

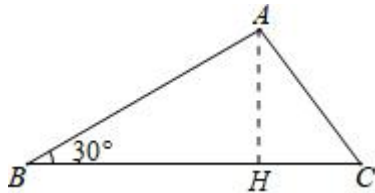
根据幂的乘方与积的乘方进行解答即可.

此题考查幂的乘方与积的乘方, 关键是根据幂的乘方与积的乘方解答.

14. 【答案】 $\frac{16}{5}$

【解析】

解: 如图, 作 $AH \perp BC$ 于 H .



在 $Rt\triangle ACH$ 中, $\because \angle AHC = 90^\circ$, $AC = 2$, $\cos C = \frac{3}{5}$,

$$\therefore \frac{CH}{AC} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore CH = \frac{6}{5},$$

$$\therefore AH = \sqrt{AC^2 - CH^2} = \sqrt{2^2 - \left(\frac{6}{5}\right)^2} = \frac{8}{5},$$

在 $Rt\triangle ABH$ 中, $\because \angle AHB = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$,

$$\therefore AB = 2AH = \frac{16}{5},$$

故答案为 $\frac{16}{5}$.

如图, 作 $AH \perp BC$ 于 H . 解直角三角形求出 AH , 再根据 $AB = 2AH$ 即可解决问题.

本题考查解直角三角形, 解题的关键是学会添加常用辅助线, 构造直角三角形解决问题, 属于中考常考题型.

15. 【答案】 3

【解析】

解: $\because PQ \perp x$ 轴,

$\therefore$ 设 $P(x, \frac{4}{x})$, 则 $Q(x, \frac{1}{2}x - 2)$,

$$\therefore PQ = \frac{4}{x} - \frac{1}{2}x + 2,$$

$$\therefore S_{\triangle POQ} = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{x} - \frac{1}{2}x + 2 \right) \cdot x = -\frac{1}{4}(x-2)^2 + 3,$$

$$\because -\frac{1}{4} < 0,$$

$\therefore \triangle POQ$ 面积有最大值, 最大值是 3,

故答案为 3.

设 $P(x, \frac{4}{x})$, 则 $Q(x, \frac{1}{2}x - 2)$, 得到 $PQ = \frac{4}{x} - \frac{1}{2}x + 2$, 根据三角形面积公式得到 $S_{\triangle POQ} = -\frac{1}{4}$

$(x-2)^2 + 3$, 根据二次函数的性质即可求得最大值.

本题考查了一次函数图象上点的坐标特征, 二次函数的性质, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$)

$$\therefore \angle B = \angle C.$$

【解析】

根据 $AE=DE$, $\angle AEB=\angle DEC$, $BE=CE$, 证出 $\triangle AEB \cong \triangle DEC$, 即可得出 $\angle B=\angle C$.
此题主要考查学生对全等三角形的判定与性质这一知识点的理解和掌握, 此题难度不大, 要求学生应熟练掌握.

20. 【答案】解: 原式 $= \frac{(x-1)^2}{(x+1)(x-1)} \div \frac{x(x-1)}{x+1},$

$$= \frac{(x-1)}{(x+1)} \times \frac{x+1}{x(x-1)},$$

$$= \frac{1}{x}.$$

【解析】

首先将分式的分子与分母分解因式, 进而约分得出答案.
此题主要考查了分式的乘除运算, 正确分解因式是解题关键.

21. 【答案】解: (1) $\because$ 点 $P(-1, a)$ 在直线 $l_2: y=2x+4$ 上,

$$\therefore 2 \times (-1) + 4 = a, \text{ 即 } a=2,$$

则 P 的坐标为 $(-1, 2)$,

设直线 l_1 的解析式为: $y=kx+b$ ($k \neq 0$),

$$\text{那么} \begin{cases} k+b=0 \\ -k+b=2 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k=-1 \\ b=1 \end{cases}$$

$\therefore l_1$ 的解析式为: $y=-x+1$.

(2) $\because$ 直线 l_1 与 y 轴相交于点 C ,

$\therefore C$ 的坐标为 $(0, 1)$,

又 $\because$ 直线 l_2 与 x 轴相交于点 A ,

$\therefore A$ 点的坐标为 $(-2, 0)$, 则 $AB=3$,

而 $S_{\text{四边形} PAOC} = S_{\triangle PAB} - S_{\triangle BOC}$,

$$\therefore S_{\text{四边形} PAOC} = \frac{1}{2} \times 3 \times 2 - \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{5}{2}.$$

【解析】

(1) 由点 $P(-1, a)$ 在直线 l_2 上, 利用一次函数图象上点的坐标特征, 即可求出 a 值, 再利用点 P 的坐标和点 B 的坐标可求直线 l_1 的解析式;

(2) 根据面积差可得结论.

本题考查了两条直线相交或平行问题、一次函数图象上点的坐标特征和三角形的面积, 在函数的图象上的点, 就一定满足函数解析式. 并利用数形结合的思想解决问题.

22. 【答案】40 40 27

【解析】

解: (1) 男生: $1+2+2+4+9+14+5+2+1=40$ (人)

女生: $1+1+2+3+11++13+7+1+1=40$ (人)

故答案为 40, 40;

(2) 女生成绩 27 的人数最多, 所以众数为 27,

故答案为 27;

$$(3) 720 \times \frac{27+12+3+2}{80} = 720 \times \frac{44}{80} = 396 \text{ (人)},$$

$$\therefore \triangle ODP \sim \triangle CAP,$$

$$\therefore \frac{PD}{PA} = \frac{OP}{CP},$$

$$\text{又} \because AC=AB=4, AP=OA-OP=2,$$

$$\therefore PC = \sqrt{AC^2 + AP^2} = 2\sqrt{5},$$

$$\therefore PD = \frac{OP \cdot PA}{CP} = \frac{3}{5}\sqrt{5},$$

$$\therefore BP = 2PD = \frac{6}{5}\sqrt{5}.$$

【解析】

(1) 连接 OB, 由 $AB=AC$ 得 $\angle ABC=\angle ACB$, 由 $OP=OB$ 得 $\angle OPB=\angle OBP$, 由 $OA \perp l$ 得 $\angle OAC=90^\circ$, 则 $\angle ACB+\angle APC=90^\circ$, 而 $\angle APC=\angle OPB=\angle OBP$, 所以 $\angle OBP+\angle ABC=90^\circ$, 即 $\angle OBA=90^\circ$, 于是根据切线的判定定理得到直线 AB 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 根据勾股定理求得 $AB=4$, $PC=2\sqrt{5}$, 过 O 作 $OD \perp PB$ 于 D, 则 $PD=DB$, 通过证得 $\triangle ODP \sim \triangle CAP$, 得到 $\frac{PD}{PA} = \frac{OP}{CP}$, 求得 PD, 即可求得 PB.

本题考查了切线的判定和性质, 勾股定理的应用研究三角形相似的判定和性质, 熟练掌握性质定理是解题的关键.

25. 【答案】 (1) 证明: $\because G$ 是 $\triangle ABC$ 重心,

$$\therefore \frac{DG}{AG} = \frac{1}{2},$$

$$\text{又} \because EF \parallel BC,$$

$$\therefore \frac{BE}{AE} = \frac{DG}{AG} = \frac{1}{2}, \quad \frac{CF}{AF} = \frac{DG}{AG} = \frac{1}{2},$$

$$\text{则} \frac{BE}{AE} + \frac{CF}{AF} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1;$$

(2) 解: (1) 中结论成立, 理由如下:

如图 2, 过点 A 作 $AN \parallel BC$ 交 EF 的延长线于点 N, FE 、 CB 的延长线相交于点 M, 则 $\triangle BME \sim \triangle ANE$, $\triangle CMF \sim \triangle ANF$,

$$\frac{BE}{AE} = \frac{BM}{AN}, \quad \frac{CF}{AF} = \frac{CM}{AN},$$

$$\therefore \frac{BE}{AE} + \frac{CF}{AF} = \frac{BM}{AN} + \frac{CM}{AN} =$$

$$\frac{BM+CM}{AN},$$

$$\text{又} \because BM+CM=BM+CD+DM,$$

而 D 是 BC 的中点, 即

$$BD=CD,$$

$$\therefore BM+CM=BM+BD+DM=DM+DM=2DM,$$

$$\therefore \frac{BE}{AE} + \frac{CF}{AF} = \frac{2DM}{AN},$$

$$\therefore \frac{BE}{AE} + \frac{CF}{AF} = \frac{2DM}{AN},$$

$$\text{又} \because \frac{DM}{AN} = \frac{DG}{AG} = \frac{1}{2},$$

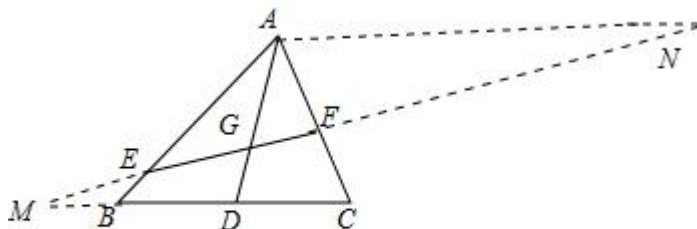


图2

$$\therefore \frac{BE}{AE} + \frac{CF}{AF} = 2 \times \frac{1}{2} = 1,$$

故结论成立;

(3) 解: (1) 中结论不成立, 理由如下:

当 F 点与 C 点重合时, E 为 AB 中点, $BE=AE$,

点 F 在 AC 的延长线上时, $BE > AE$,

$$\therefore \frac{BE}{AE} > 1, \text{ 则 } \frac{BE}{AE} + \frac{CF}{AF} > 1,$$

同理: 当点 E 在 AB 的延长线上时, $\frac{BE}{AE} + \frac{CF}{AF} > 1$,

$\therefore$ 结论不成立.

【解析】

(1) 根据三角形重心定理和平行线分线段成比例解答即可;

(2) 过点 A 作 $AN \parallel BC$ 交 EF 的延长线于点 N , FE 、 CB 的延长线相交于点 M , 得出 $\triangle BME \sim \triangle ANE$, $\triangle CMF \sim \triangle ANF$, 得出比例式解答即可;

(3) 分两种情况: 当 F 点与 C 点重合时, E 为 AB 中点, $BE=AE$; 点 F 在 AC 的延长线上时, $BE > AE$, 得出 $\frac{BE}{AE} > 1$, 则 $\frac{BE}{AE} + \frac{CF}{AF} > 1$, 同理: 当点 E 在 AB 的延长线上时,

$$\frac{BE}{AE} + \frac{CF}{AF} > 1, \text{ 即可得出结论.}$$

此题是相似三角形综合题, 考查了相似三角形的判定与性质、三角形重心定理、平行线分线段成比例定理等知识; 本题综合性强, 熟练掌握三角形的重心定理和平行线分线段成比例定理, 证明三角形相似是解题的关键.

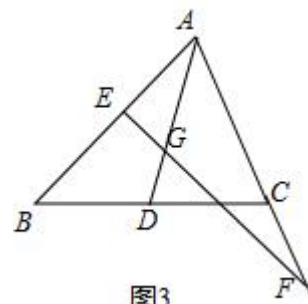
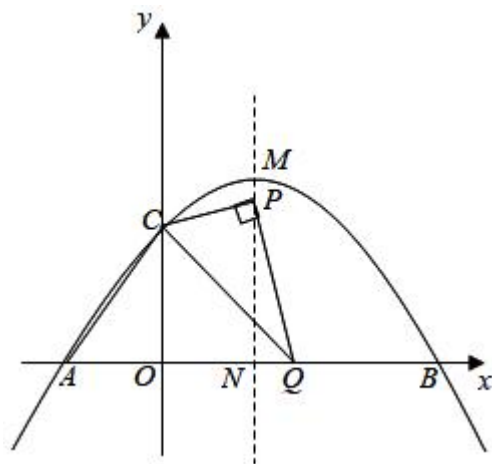


图3

26. **【答案】** 解:



(1) 根据题意得: $A(-2, 0)$, $B(6, 0)$,

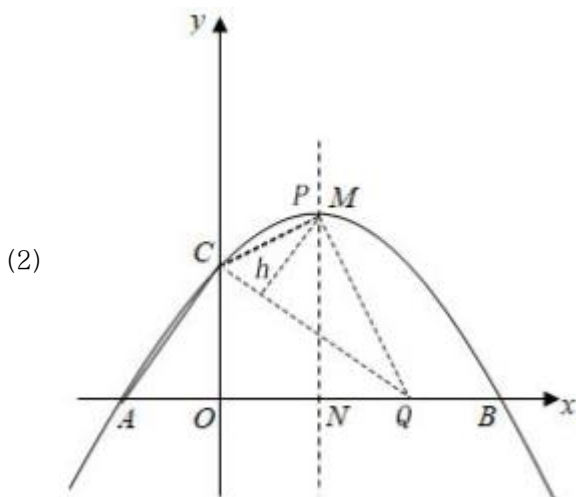
在 $Rt\triangle AOC$ 中, $\therefore \tan \angle CAO = \frac{CO}{AO} = \frac{3}{2}$, 且 $OA=2$, 得 $CO=3$, $\therefore C(0, 3)$, 将 C 点

坐标代入 $y=a(x+2)(x-6)$ 得: $a=-\frac{1}{4}$,

抛物线解析式为: $y=-\frac{1}{4}(x+2)(x-6)$;

整理得: $y=-\frac{1}{4}x^2+x+3$

故抛物线解析式为: 得: $y=-\frac{1}{4}x^2+x+3$;



①由(1)知, 抛物线的对称轴为: $x=2$, 顶点 $M(2, 4)$, 设 P 点坐标为 $(2, m)$ (其中 $0 \leq m \leq 4$),

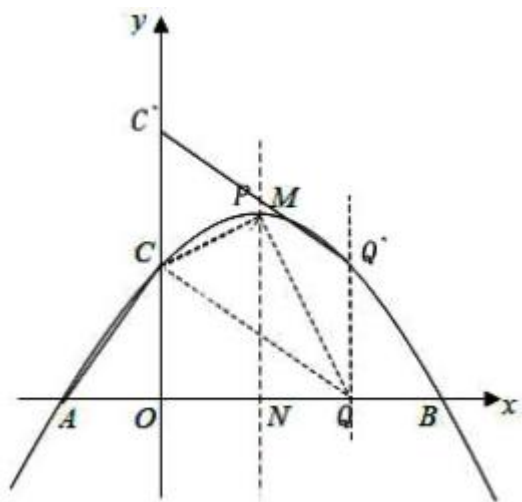
则 $PC^2 = 2^2 + (m-3)^2$, $PQ^2 = m^2 + (n-2)^2$, $CQ^2 = 3^2 + n^2$, $\because PQ \perp PC$, $\therefore$ 在 $Rt\triangle PCQ$ 中, 由勾股定理得: $PC^2 + PQ^2 = CQ^2$,

即 $2^2 + (m-3)^2 + m^2 + (n-2)^2 = 3^2 + n^2$, 整理得: $n = \frac{1}{2}(m^2 - 3m + 4) = \frac{1}{2}(m - \frac{3}{2})^2 + \frac{7}{8}$ ($0 \leq m \leq 4$),

$\therefore$ 当 $m = \frac{3}{2}$ 时, n 取得最小值为 $\frac{7}{8}$; 当 $m=4$ 时, n 取得最大值为 4,

所以, $\frac{7}{8} \leq n \leq 4$;

②



由①知: 当 n 取最大值 4 时, $m=4$,

$\therefore P(2, 4)$, $Q(4, 0)$,

则 $PC = \sqrt{5}$, $PQ = 2\sqrt{5}$, $CQ=5$,

设点 P 到线段 CQ 距离为 h ,

由 $S_{\triangle PCQ} = \frac{1}{2}CQ \cdot h = \frac{1}{2}PC \cdot PQ$,

得: $h = \frac{PC \cdot PQ}{CQ} = 2$, 故点 P 到线段 CQ 距离为 2;

③由②可知: 当 n 取最大值 4 时, $Q(4, 0)$, $\therefore$ 线段 CQ 的解析式为: $y = -\frac{3}{4}x + 3$,

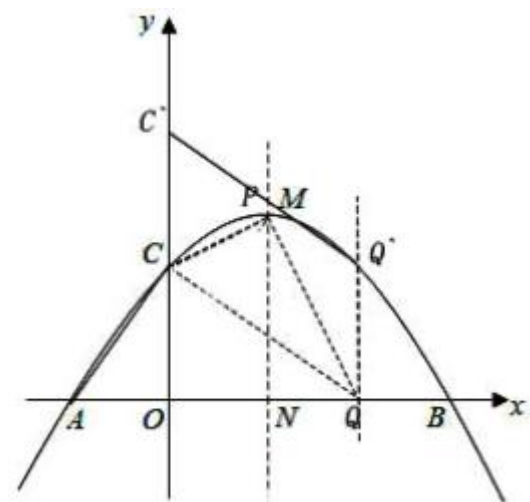
设线段 CQ 向上平移 t 个单位长度后的解析式为: $y = -\frac{3}{4}x + 3 + t$,

当线段 CQ 向上平移, 使点 Q 恰好在抛物线上时, 线段 CQ 与抛物线有两个交点, 此时

对应的点 Q 的纵坐标为: $-\frac{1}{4}(4+2)(4-6) = 3$,

将 $Q(4, 3)$ 代入 $y = -\frac{3}{4}x + 3 + t$ 得: $t=3$,

当线段 CQ 继续向上平移, 线段 CQ 与抛物线只有一个交点时,



$$\text{联解} \begin{cases} y = -\frac{1}{4}(x+2)(x-6) \\ y = -\frac{3}{4}x + 3 + t \end{cases}$$

得: $-\frac{1}{4}(x+2)(x-6) = -\frac{3}{4}x + 3 + t$, 化简得: $x^2 - 7x + 4t = 0$,

由 $\Delta = 49 - 16t = 0$, 得 $t = \frac{49}{16}$. $\therefore$ 当线段 CQ 与抛物线有两个交点时, $3 \leq t < \frac{49}{16}$

【解析】

(1) 由函数解析式, 可以求出点 A 、 B 的坐标分别为 $(-2, 0)$, $(6, 0)$, 在 $\text{Rt}\triangle OAC$ 中由 $\tan \angle CAB = \frac{3}{2}$, 可以求出点 C 的坐标为 $(0, 3)$, 进而可以求出抛物线的解析式;

(2) ① 抛物线的对称轴为: $x=2$, 顶点 $M(2, 4)$, 在 $\text{Rt}\triangle PCQ$ 中, 由勾股定理得: $PC^2 + PQ^2 = CQ^2$, 把三角形三边长用点 P 、 Q 的坐标表达出来, 整理得: $n = \frac{1}{2}(m^2 - 3m + 4)$,

利用 $0 \leq m \leq 4$, 求出 n 的取值范围; ② 由 $S_{\triangle PCQ} = \frac{1}{2}CQ \cdot h = \frac{1}{2}PC \cdot PQ$, 得:

$h = \frac{PC \cdot PQ}{CQ} = 2$, 求出点 P 到线段 CQ 距离为 2; ③ 设线段 CQ 向上平移 t 个单位长

度后的解析式为: $y = -\frac{3}{4}x + 3 + t$, 联立抛物线方程, 可求出 $x^2 - 7x + 4t = 0$, 由

$\Delta = 49 - 16t = 0$, 得 $t = \frac{49}{16}$,

$\therefore$ 当线段 CQ 与抛物线有两个交点时, $3 \leq t < \frac{49}{16}$

主要考查了二次函数的解析式的求法和与几何图形结合的综合能力的培养. 要会利用数形结合的思想把代数和几何图形结合起来, 处理问题和解决问题.

积分超值换

活动时间：2019年4月23日-6月30日

活动对象：中小学一线教师以及教育工作者



扫一扫 换礼啦

积 分 兑 换 更 超 值



会员升级服务第一拨 · 清北季



神马，有清华北大学霸方法论课；还有清华学霸向所有的父母亲述自己求学之路；

衡水名校试卷悄悄的上线了；

扫qq领取官网不首发课程，很多人我没告诉他啊！

会员qq专享等你来撩.....