

2018 年四川省遂宁市中考数学试卷

一、选择题（每题只有一个正确选项，本题共 10 小题，每题 4 分，共 40 分）

1. (4 分) $-2 \times (-5)$ 的值是 ()

- A. -7 B. 7 C. -10 D. 10

2. (4 分) 下列等式成立的是 ()

- A. $x^2 + 3x^2 = 3x^4$ B. $0.00028 = 2.8 \times 10^{-3}$
C. $(a^3b^2)^3 = a^9b^6$ D. $(-a+b)(-a-b) = b^2 - a^2$

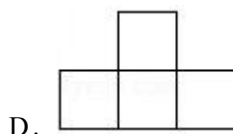
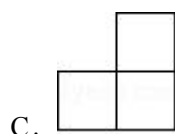
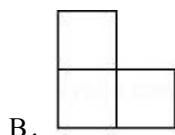
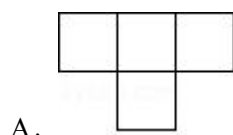
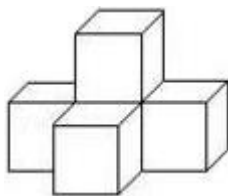
3. (4 分) 二元一次方程组 $\begin{cases} x+y=2 \\ 2x-y=4 \end{cases}$ 的解是 ()

- A. $\begin{cases} x=0 \\ y=2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=3 \\ y=-1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$

4. (4 分) 下列说法正确的是 ()

- A. 有两条边和一个角对应相等的两个三角形全等
B. 正方形既是轴对称图形又是中心对称图形
C. 矩形的对角线互相垂直平分
D. 六边形的内角和是 540°

5. (4 分) 如图，5 个完全相同的小正方体组成了一个几何体，则这个几何体的主视图是 ()

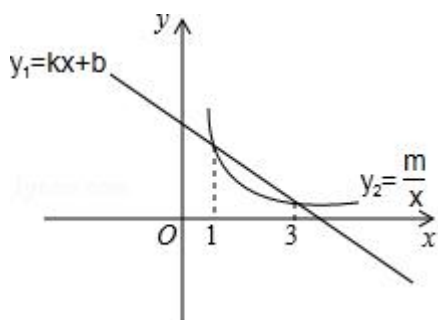


6. (4 分) 已知圆锥的母线长为 6，将其侧面沿着一条母线展开后所得扇形的圆心角为 120° ，则该扇形的面积是 ()

- A. 4π B. 8π C. 12π D. 16π

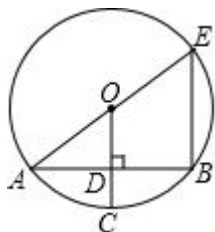
7. (4分) 已知一次函数 $y_1 = kx + b$ ($k \neq 0$) 与反比例函数 $y_2 = \frac{m}{x}$ ($m > 0$) 的图象如图所示,

则当 $y_1 > y_2$ 时, 自变量 x 满足的条件是 ()



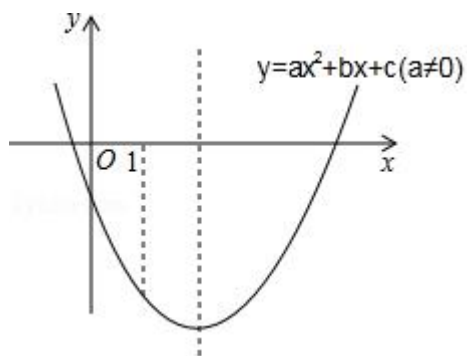
- A. $1 < x < 3$ B. $1 \leq x \leq 3$ C. $x > 1$ D. $x < 3$

8. (4分) 如图, 在 $\odot O$ 中, AE 是直径, 半径 OC 垂直于弦 AB 于 D , 连接 BE , 若 $AB = 2\sqrt{7}$, $CD = 1$, 则 BE 的长是 ()



- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

9. (4分) 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示, 则以下结论同时成立的是 ()

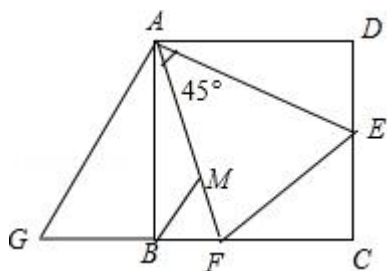


- A. $\begin{cases} abc > 0 \\ b^2 - 4ac < 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} abc < 0 \\ 2a + b > 0 \end{cases}$
C. $\begin{cases} abc > 0 \\ a + b + c < 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} abc < 0 \\ b^2 - 4ac > 0 \end{cases}$

10. (4分) 已知如图, 在正方形 $ABCD$ 中, $AD = 4$, E, F 分别是 CD, BC 上的一点, 且 $\angle EAF = 45^\circ$, $EC = 1$, 将 $\triangle ADE$ 绕点 A 沿顺时针方向旋转 90° 后与 $\triangle ABG$ 重合, 连接 EF ,

过点 B 作 $BM \parallel AG$, 交 AF 于点 M , 则以下结论: ① $DE + BF = EF$, ② $BF = \frac{4}{7}$, ③ $AF = \frac{30}{7}$,

④ $S_{\triangle MBF} = \frac{32}{175}$ 中正确的是 ()



- A. ①②③ B. ②③④ C. ①③④ D. ①②④

二、细心填一填 (本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 满分 20 分, 请把答案填在答题卷相应题号的横线上)

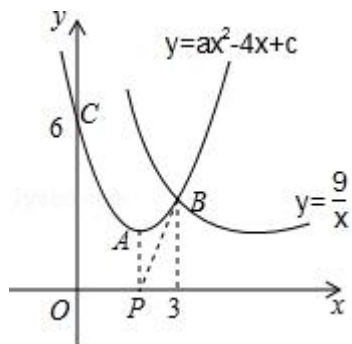
11. (4 分) 分解因式 $3a^2 - 3b^2 =$ _____.

12. (4 分) 已知一组数据: 12, 10, 8, 15, 6, 8. 则这组数据的中位数是_____.

13. (4 分) 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象过点 $(-1, 2)$, 则当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而_____.

14. (4 分) A, B 两市相距 200 千米, 甲车从 A 市到 B 市, 乙车从 B 市到 A 市, 两车同时出发, 已知甲车速度比乙车速度快 15 千米/小时, 且甲车比乙车早半小时到达目的地. 若设乙车的速度是 x 千米/小时, 则根据题意, 可列方程_____.

15. (4 分) 如图, 已知抛物线 $y = ax^2 - 4x + c$ ($a \neq 0$) 与反比例函数 $y = \frac{9}{x}$ 的图象相交于点 B , 且 B 点的横坐标为 3, 抛物线与 y 轴交于点 $C(0, 6)$, A 是抛物线 $y = ax^2 - 4x + c$ 的顶点, P 点是 x 轴上一动点, 当 $PA + PB$ 最小时, P 点的坐标为_____.



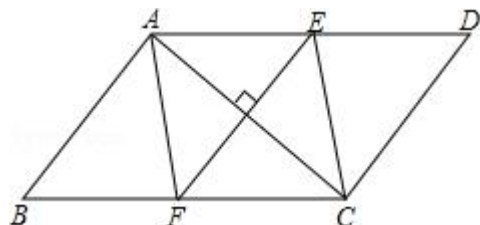
三、计算题 (本大题共 15 分, 请认真读题)

16. (7 分) 计算: $(\frac{1}{3})^{-1} + (\sqrt{8} - 1)^0 + 2\sin 45^\circ + |\sqrt{2} - 2|$.

17. (8分) 先化简, 再求值 $\frac{x^2-y^2}{x^2-2xy+y^2} \cdot \frac{xy}{x^2+xy} + \frac{x}{x-y}$. (其中 $x=1, y=2$)

四、解答题 (本题共 75 分, 请认真读题)

18. (8分) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, E, F 分别是 AD, BC 上的点, 且 $DE=BF, AC \perp EF$. 求证: 四边形 $AECF$ 是菱形.



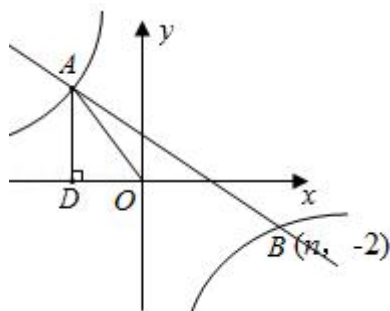
19. (8分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + a = 0$ 的两实数根 x_1, x_2 满足 $x_1x_2 + x_1 + x_2 > 0$, 求 a 的取值范围.

20. (9分) 如图所示, 在平面直角坐标系中, 一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$

($m \neq 0$) 的图象交于第二、四象限 A, B 两点, 过点 A 作 $AD \perp x$ 轴于 D , $AD = 4$, $\sin \angle AOD = \frac{4}{5}$, 且点 B 的坐标为 $(n, -2)$.

(1) 求一次函数与反比例函数的解析式;

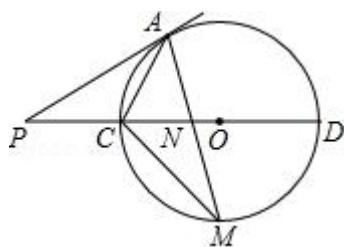
(2) E 是 y 轴上一点, 且 $\triangle AOE$ 是等腰三角形, 请直接写出所有符合条件的 E 点坐标.



21. (10分) 如图, 过 $\odot O$ 外一点 P 作 $\odot O$ 的切线 PA 切 $\odot O$ 于点 A , 连接 PO 并延长, 与 $\odot O$ 交于 C, D 两点, M 是半圆 CD 的中点, 连接 AM 交 CD 于点 N , 连接 AC, CM .

(1) 求证: $CM^2 = MN \cdot MA$;

(2) 若 $\angle P = 30^\circ$, $PC = 2$, 求 CM 的长.



22. (8分) 请阅读以下材料：已知向量 $\vec{a} = (x_1, y_1)$, $\vec{b} = (x_2, y_2)$ 满足下列条件：

$$\textcircled{1} |\vec{a}| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}, |\vec{b}| = \sqrt{x_2^2 + y_2^2}$$

$$\textcircled{2} \vec{a} \otimes \vec{b} = |\vec{a}| \times |\vec{b}| \cos \alpha \quad (\text{角} \alpha \text{的取值范围是 } 0^\circ < \alpha < 90^\circ);$$

$$\textcircled{3} \vec{a} \otimes \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2$$

利用上述所给条件解答问题：

如：已知 $\vec{a} = (1, \sqrt{3})$, $\vec{b} = (-\sqrt{3}, 3)$, 求角 α 的大小；

$$\text{解：} \because |\vec{a}| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = 2,$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{x_2^2 + y_2^2} = \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + 3^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$\therefore \vec{a} \otimes \vec{b} = |\vec{a}| \times |\vec{b}| \cos \alpha = 2 \times 2\sqrt{3} \cos \alpha = 4\sqrt{3} \cos \alpha$$

$$\text{又} \because \vec{a} \otimes \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 = 1 \times (-\sqrt{3}) + \sqrt{3} \times 3 = 2\sqrt{3}$$

$$\therefore 4\sqrt{3} \cos \alpha = 2\sqrt{3}$$

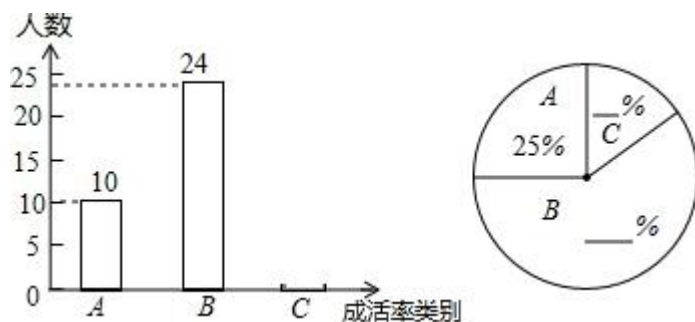
$$\therefore \cos \alpha = \frac{1}{2}, \therefore \alpha = 60^\circ$$

$$\therefore \text{角} \alpha \text{的值为 } 60^\circ.$$

请仿照以上解答过程，完成下列问题：

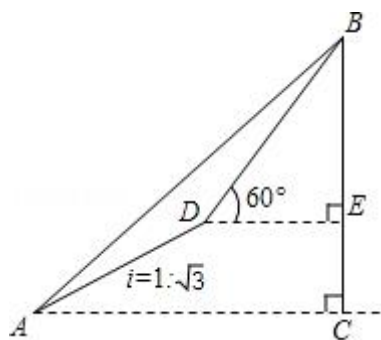
已知 $\vec{a} = (1, 0)$, $\vec{b} = (1, -1)$, 求角 α 的大小.

23. (10分) 学习习近平总书记关于生态文明建设重要讲话，牢固树立“绿水青山就是金山银山”的科学观，让环保理念深入到学校，某校张老师为了了解本班学生3月植树成活情况，对本班全体学生进行了调查，并将调查结果分为了三类： A ：好， B ：中， C ：差.



请根据图中信息，解答下列问题：

- (1) 求全班学生总人数；
 - (2) 将上面的条形统计图与扇形统计图补充完整；
 - (3) 张老师在班上随机抽取了 4 名学生，其中 A 类 1 人，B 类 2 人，C 类 1 人，若再从这 4 人中随机抽取 2 人，请用画树状图或列表法求出全是 B 类学生的概率。
24. (10 分) 如图，某测量小组为了测量山 BC 的高度，在地面 A 处测得山顶 B 的仰角 45° ，然后沿着坡度为 $i = 1 : \sqrt{3}$ 的坡面 AD 走了 200 米达到 D 处，此时在 D 处测得山顶 B 的仰角为 60° ，求山高 BC (结果保留根号)。



25. (12 分) 如图，已知抛物线 $y = ax^2 + \frac{3}{2}x + 4$ 的对称轴是直线 $x = 3$ ，且与 x 轴相交于 A, B 两点 (B 点在 A 点右侧) 与 y 轴交于 C 点。
- (1) 求抛物线的解析式和 A、B 两点的坐标；
 - (2) 若点 P 是抛物线上 B、C 两点之间的一个动点 (不与 B、C 重合)，则是否存在一点 P，使 $\triangle PBC$ 的面积最大。若存在，请求出 $\triangle PBC$ 的最大面积；若不存在，试说明理由；
 - (3) 若 M 是抛物线上任意一点，过点 M 作 y 轴的平行线，交直线 BC 于点 N，当 $MN = 3$ 时，求 M 点的坐标。

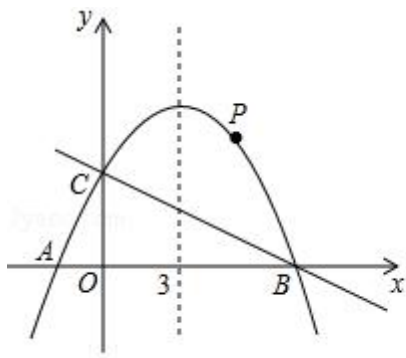


图1

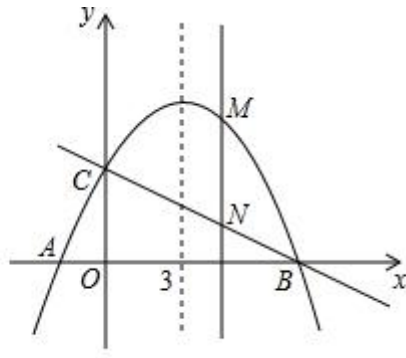


图2

2018 年四川省遂宁市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（每题只有一个正确选项，本题共 10 小题，每题 4 分，共 40 分）

1. 【分析】根据有理数乘法法则计算可得.

【解答】解： $(-2) \times (-5) = +(2 \times 5) = 10$,

故选： D .

【点评】本题主要考查有理数的乘法，解题的关键是掌握有理数乘法法则：两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘.

2. 【分析】直接利用平方差公式以及科学记数法、积的乘方运算法则分别计算得出答案.

【解答】解： A 、 $x^2+3x^2=4x^2$ ，故此选项错误；

B 、 $0.00028=2.8 \times 10^{-4}$ ，故此选项错误；

C 、 $(a^3b^2)^3=a^9b^6$ ，正确；

D 、 $(-a+b)(-a-b)=a^2-b^2$ ，故此选项错误；

故选： C .

【点评】此题主要考查了平方差公式以及科学记数法、积的乘方运算，正确掌握运算法则是解题关键.

3. 【分析】方程组利用加减消元法求出解即可.

【解答】解：
$$\begin{cases} x+y=2 \text{ ①} \\ 2x-y=4 \text{ ②} \end{cases}$$

①+②得： $3x=6$,

解得： $x=2$,

把 $x=2$ 代入①得： $y=0$,

则方程组的解为
$$\begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$$

故选： B .

【点评】此题考查了解二元一次方程组，利用了消元的思想，消元的方法有：代入消元法与加减消元法.

4. 【分析】直接利用全等三角形的判定以及矩形、菱形的性质和多边形内角和定理.

【解答】解： A 、有两条边和一个角对应相等的两个三角形全等，错误，必须是两边及其夹角分别对应相等的两个三角形全等；

B 、正方形既是轴对称图形又是中心对称图形，正确；

C、矩形的对角线相等且互相平分，故此选项错误；

D、六边形的内角和是 720° ，故此选项错误．

故选：B．

【点评】此题主要考查了全等三角形的判定以及矩形、菱形的性质和多边形内角和定理，正确把握相关性质是解题关键．

5. 【分析】根据从正面看得到的图形是主视图，可得答案．

【解答】解：从正面看第一层是三个小正方形，第二层中间一个小正方形，．

故选：D．

【点评】本题考查了简单组合体的三视图，从正面看得到的图形是主视图．

6. 【分析】利用圆锥的侧面展开图为一扇形，扇形的半径等于圆锥的母线长和扇形的面积公式计算．

【解答】解：该扇形的面积 $= \frac{120 \cdot \pi \cdot 6^2}{360} = 12\pi$ ．

故选：C．

【点评】本题考查了圆锥的计算：圆锥的侧面展开图为一扇形，这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长，扇形的半径等于圆锥的母线长．

7. 【分析】利用两函数图象，写出一函数图象在反比例函数图象上方所对应的自变量的范围即可．

【解答】解：当 $1 < x < 3$ 时， $y_1 > y_2$ ．

故选：A．

【点评】本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题：求反比例函数与一次函数的交点坐标，把两个函数关系式联立成方程组求解，若方程组有解则两者有交点，方程组无解，则两者无交点．

8. 【分析】根据垂径定理求出 AD ，根据勾股定理列式求出 OD ，根据三角形中位线定理计算即可．

【解答】解：∵半径 OC 垂直于弦 AB ，

$$\therefore AD = DB = \frac{1}{2}AB = \sqrt{7},$$

在 $\text{Rt}\triangle AOD$ 中， $OA^2 = (OC - CD)^2 + AD^2$ ，即 $OA^2 = (OA - 1)^2 + (\sqrt{7})^2$ ，

解得， $OA = 4$

$$\therefore OD = OC - CD = 3,$$

$$\because AO = OE, AD = DB,$$

$$\therefore BE = 2OD = 6,$$

故选：B.

【点评】 本题考查的是垂径定理、勾股定理，掌握垂直于弦的直径平分这条弦，并且平分弦所对的两条弧是解题的关键.

9. **【分析】** 利用抛物线开口方向得到 $a > 0$ ，利用抛物线的对称轴在直线 $x = 1$ 的右侧得到 $b < 0$ ， $b < -2a$ ，即 $b + 2a < 0$ ，利用抛物线与 y 轴交点在 x 轴下方得到 $c < 0$ ，也可判断 $abc > 0$ ，利用抛物线与 x 轴有 2 个交点可判断 $b^2 - 4ac > 0$ ，利用 $x = 1$ 可判断 $a + b + c < 0$ ，利用上述结论可对各选项进行判断.

【解答】 解： $\because$ 抛物线开口向上，

$$\therefore a > 0,$$

$\because$ 抛物线的对称轴在直线 $x = 1$ 的右侧，

$$\therefore x = -\frac{b}{2a} > 1,$$

$$\therefore b < 0, b < -2a, \text{ 即 } b + 2a < 0,$$

$\because$ 抛物线与 y 轴交点在 x 轴下方，

$$\therefore c < 0,$$

$$\therefore abc > 0,$$

$\because$ 抛物线与 x 轴有 2 个交点，

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac > 0,$$

$$\because x = 1 \text{ 时, } y < 0,$$

$$\therefore a + b + c < 0.$$

故选：C.

【点评】 本题考查了二次函数图象与系数的关系：二次项系数 a 决定抛物线的开口方向和大小. 当 $a > 0$ 时，抛物线向上开口；当 $a < 0$ 时，抛物线向下开口；一次项系数 b 和二次项系数 a 共同决定对称轴的位置：当 a 与 b 同号时，对称轴在 y 轴左；当 a 与 b 异号时，对称轴在 y 轴右. 常数项 c 决定抛物线与 y 轴交点：抛物线与 y 轴交于 $(0, c)$. 抛物线与 x 轴交点个数由判别式确定： $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ 时，抛物线与 x 轴有 2 个交点； $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ 时，抛物线与 x 轴有 1 个交点； $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ 时，抛物线与 x 轴没有交点.

10. 【分析】利用全等三角形的性质条件勾股定理求出 BF 的长，再利用相似三角形的性质求出 $\triangle BMF$ 的面积即可.

【解答】解： $\because AG = AE$ ， $\angle FAE = \angle FAG = 45^\circ$ ， $AF = AF$ ，

$$\therefore \triangle AFE \cong \triangle AFG,$$

$$\therefore EF = FG,$$

$$\therefore DE = BG,$$

$$\therefore EF = FG = BG + FB = DE + BF, \text{ 故①正确,}$$

$$\therefore BC = CD = AD = 4, EC = 1,$$

$$\therefore DE = 3, \text{ 设 } BF = x, \text{ 则 } EF = x + 3, CF = 4 - x,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ECF \text{ 中, } (x+3)^2 = (4-x)^2 + 1^2,$$

$$\text{解得 } x = \frac{4}{7},$$

$$\therefore BF = \frac{4}{7}, AF = \sqrt{4^2 + \left(\frac{4}{7}\right)^2} = \frac{20\sqrt{2}}{7}, \text{ 故②正确, ③错误,}$$

$$\therefore BM \parallel AG,$$

$$\therefore \triangle FBM \sim \triangle FGA,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle FBM}}{S_{\triangle FGA}} = \left(\frac{FB}{FG}\right)^2,$$

$$\therefore S_{\triangle FBM} = \frac{32}{175}, \text{ 故④正确,}$$

故选：D.

【点评】本题考查旋转变换、正方形的性质、全等三角形的判定和性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，学会添加常用辅助线，构造全等三角形解决问题，属于中考选择题中的压轴题.

二、细心填一填（本大题共 5 小题，每小题 4 分，满分 20 分，请把答案填在答题卷相应题号的横线上）

11. 【分析】提公因式 3，再运用平方差公式对括号里的因式分解.

$$\text{【解答】解： } 3a^2 - 3b^2$$

$$= 3(a^2 - b^2)$$

$$= 3(a+b)(a-b).$$

故答案是： $3(a+b)(a-b)$.

【点评】本题考查了用提公因式法和公式法进行因式分解，一个多项式有公因式首先提

取公因式，然后再用其他方法进行因式分解，同时因式分解要彻底，直到不能分解为止．

12. 【分析】根据这组数据是从大到小排列的，求出最中间的两个数的平均数即可．

【解答】解：将数据从小到大重新排列为：6、8、8、10、12、15，

所以这组数据的中位数为 $\frac{8+10}{2} = 9$ ，

故答案为：9．

【点评】此题考查了中位数，中位数是将一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，最中间的那个数（最中间两个数的平均数）即可．

13. 【分析】把（-1，2）代入解析式得出 k 的值，再利用反比例函数的性质解答即可．

【解答】解：把（-1，2）代入解析式 $y = \frac{k}{x}$ ，可得： $k = -2$ ，

因为 $k = -2 < 0$ ，

所以当 $x > 0$ 时， y 随 x 的增大而增大，

故答案为：增大

【点评】此题考查了反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ （ $k \neq 0$ ），的性质：①当 $k > 0$ 时，图象分别位于第一、三象限；当 $k < 0$ 时，图象分别位于第二、四象限．

②当 $k > 0$ 时，在同一个象限内， y 随 x 的增大而减小；当 $k < 0$ 时，在同一个象限， y 随 x 的增大而增大．

14. 【分析】直接利用甲车比乙车早半小时到达目的地得出等式即可．

【解答】解：设乙车的速度是 x 千米/小时，则根据题意，可列方程：

$$\frac{200}{x} - \frac{200}{x+15} = \frac{1}{2}.$$

故答案为： $\frac{200}{x} - \frac{200}{x+15} = \frac{1}{2}$ ．

【点评】此题主要考查了由实际问题抽象出分式方程，正确表示出两车所用时间是解题关键．

15. 【分析】根据题意作出合适的辅助线，然后求出点 B 的坐标，从而可以求得二次函数解析式，然后求出点 A 的坐标，进而求得 A' 的坐标，从而可以求得直线 $A'B$ 的函数解析式，进而求得与 x 轴的交点，从而可以解答本题．

【解答】解：作点 A 关于 x 轴的对称点 A' ，连接 $A'B$ ，则 $A'B$ 与 x 轴的交点即为所求，

$\because$ 抛物线 $y = ax^2 - 4x + c$ ($a \neq 0$) 与反比例函数 $y = \frac{9}{x}$ 的图象相交于点 B , 且 B 点的横坐标为 3, 抛物线与 y 轴交于点 $C(0, 6)$,

$\therefore$ 点 $B(3, 3)$,

$$\therefore \begin{cases} a \times 3^2 - 4 \times 3 + c = 3, \\ c = 6 \end{cases}$$

$$\text{解得, } \begin{cases} a = 1, \\ c = 6 \end{cases}$$

$$\therefore y = x^2 - 4x + 6 = (x - 2)^2 + 2,$$

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(2, 2)$,

$\therefore$ 点 A' 的坐标为 $(2, -2)$,

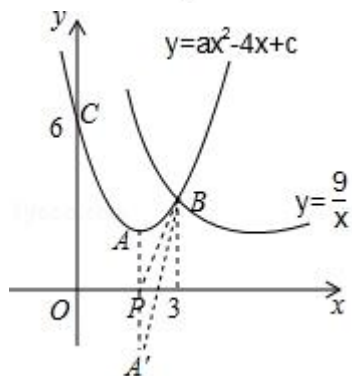
设过点 $A'(2, -2)$ 和点 $B(3, 3)$ 的直线解析式为 $y = mx + n$,

$$\begin{cases} 2m + n = -2 \\ 3m + n = 3 \end{cases}, \text{ 得 } \begin{cases} m = 5 \\ n = -12 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 $A'B$ 的函数解析式为 $y = 5x - 12$,

令 $y = 0$, 则 $0 = 5x - 12$ 得 $x = \frac{12}{5}$,

故答案为: $(\frac{12}{5}, 0)$.



【点评】 本题考查反比例函数图象上点的坐标特征、二次函数的性质、二次函数图象上点的坐标特征、最短路径问题, 解答本题的关键是明确题意, 找出所求问题需要的条件, 利用数形结合的思想解答.

三、计算题 (本大题共 15 分, 请认真读题)

16. **【分析】** 接利用负指数幂的性质以及零指数幂的性质以及特殊角的三角函数值、绝对值的性质分别化简得出答案.

$$\begin{aligned} \text{【解答】 解: 原式} &= 3 + 1 + 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 2 - \sqrt{2} \\ &= 4 + \sqrt{2} + 2 - \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$= 6.$$

【点评】此题主要考查了实数运算，正确化简各数是解题关键.

17. 【分析】根据分式的运算法则即可求出答案，

【解答】解：当 $x = 1$, $y = 2$ 时，

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \frac{(x+y)(x-y)}{(x-y)^2} \cdot \frac{xy}{x(x+y)} + \frac{x}{x-y} \\ &= \frac{y}{x-y} + \frac{x}{x-y} \\ &= \frac{x+y}{x-y} \\ &= -3 \end{aligned}$$

【点评】本题考查分式的运算，解题的关键是熟练运用分式的运算法则，本题属于基础题型.

四、解答题（本题共 75 分，请认真读题）

18. 【分析】根据对角线互相垂直的平行四边形是菱形即可证明；

【解答】证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AD = BC, AD \parallel BC,$$

$$\because DE = BF,$$

$$\therefore AE = CF, \because AE \parallel CF,$$

$\therefore$ 四边形 $AECF$ 是平行四边形，

$$\because AC \perp EF,$$

$\therefore$ 四边形 $AECF$ 是菱形.

【点评】本题考查平行四边形的性质、菱形的判定等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型.

19. 【分析】由方程根的个数，利用根的判别式可得到关于 a 的不等式，可求得 a 的取值范围，再由根与系数的关系可用 a 表示出 x_1x_2 和 x_1+x_2 的值，代入已知条件可得到关于 a 的不等式，则可求得 a 的取值范围.

【解答】解： $\because$ 该一元二次方程有两个实数根，

$$\therefore \Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times a = 4 - 4a \geq 0,$$

解得： $a \leq 1$,

由韦达定理可得 $x_1x_2 = a$, $x_1+x_2 = 2$,

$$\therefore x_1x_2+x_1+x_2 > 0,$$

$$\therefore a+2 > 0,$$

$$\text{解得: } a > -2,$$

$$\therefore -2 < a \leq 1.$$

【点评】 本题主要考查根的判别式及根与系数的关系，掌握根的个数与根的判别式的关系及一元二次方程的两根之和、两根之积与方程系数的关系是解题的关键。

20. 【分析】 (1) 由垂直的定义及锐角三角函数定义求出 AO 的长，利用勾股定理求出 OD 的长，确定出 A 坐标，进而求出 m 的值确定出反比例解析式，把 B 的坐标代入反比例解析式求出 n 的值，确定出 B 坐标，利用待定系数法求出一次函数解析式即可；

(2) 分类讨论：当 AO 为等腰三角形腰与底时，求出点 E 坐标即可。

【解答】 解：(1) $\because$ 一次函数 $y = kx + b$ 与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 图象交于 A 与 B ，且 $AD \perp x$ 轴，

$$\therefore \angle ADO = 90^\circ,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ADO \text{ 中, } AD = 4, \sin \angle AOD = \frac{4}{5},$$

$$\therefore \frac{AD}{AO} = \frac{4}{5}, \text{ 即 } AO = 5,$$

$$\text{根据勾股定理得: } DO = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3,$$

$$\therefore A(-3, 4),$$

$$\text{代入反比例解析式得: } m = -12, \text{ 即 } y = -\frac{12}{x},$$

$$\text{把 } B \text{ 坐标代入得: } n = 6, \text{ 即 } B(6, -2),$$

$$\text{代入一次函数解析式得: } \begin{cases} -3k + b = 4 \\ 6k + b = -2 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = -\frac{2}{3} \\ b = 2 \end{cases}, \text{ 即 } y = -\frac{2}{3}x + 2;$$

$$(2) \text{ 当 } OE_3 = OE_2 = AO = 5, \text{ 即 } E_2(0, -5), E_3(0, 5);$$

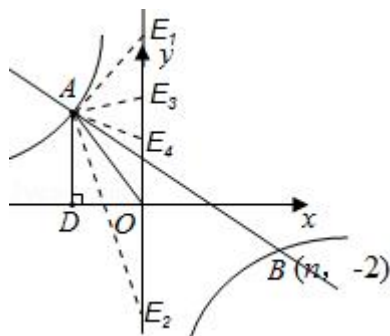
$$\text{当 } OA = AE_1 = 5 \text{ 时, 得到 } OE_1 = 2AD = 8, \text{ 即 } E_1(0, 8);$$

$$\text{当 } AE_4 = OE_4 \text{ 时, 由 } A(-3, 4), O(0, 0), \text{ 得到直线 } AO \text{ 解析式为 } y = -\frac{4}{3}x, \text{ 中点坐标为 } (-1.5, 2),$$

$$\therefore AO \text{ 垂直平分线方程为 } y - 2 = \frac{3}{4}(x + \frac{3}{2}),$$

令 $x=0$, 得到 $y=\frac{25}{8}$, 即 $E_4(0, \frac{25}{8})$,

综上, 当点 $E(0, 8)$ 或 $(0, 5)$ 或 $(0, -5)$ 或 $(0, \frac{25}{8})$ 时, $\triangle AOE$ 是等腰三角形.



【点评】 此题考查了反比例函数与一次函数的交点问题, 熟练掌握各自的性质是解本题的关键.

21. **【分析】** (1) 由 $\widehat{CM} = \widehat{DM}$ 知 $\angle CAM = \angle DCM$, 根据 $\angle CMA = \angle NMC$ 证 $\triangle AMC \sim \triangle CMN$ 即可得;

(2) 连接 OA 、 DM , 由 $\text{Rt}\triangle PAO$ 中 $\angle P = 30^\circ$ 知 $OA = \frac{1}{2}PO = \frac{1}{2}(PC+CO)$, 据此求得 $OA = OC = 2$, 再证 $\triangle CMD$ 是等腰直角三角形得 CM 的长.

【解答】 解: (1) $\because \odot O$ 中, M 点是半圆 CD 的中点,

$$\therefore \widehat{CM} = \widehat{DM},$$

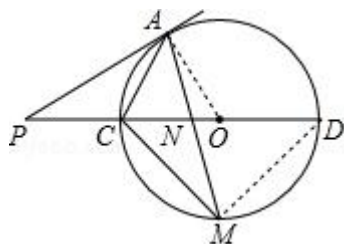
$$\therefore \angle CAM = \angle DCM,$$

$$\text{又} \because \angle CMA = \angle NMC,$$

$$\therefore \triangle AMC \sim \triangle CMN,$$

$$\therefore \frac{CM}{MN} = \frac{AM}{CM}, \text{ 即 } CM^2 = MN \cdot MA;$$

(2) 连接 OA 、 DM ,



$\because PA$ 是 $\odot O$ 的切线,

$$\therefore \angle PAO = 90^\circ,$$

又 $\because \angle P = 30^\circ$,

$$\therefore OA = \frac{1}{2}PO = \frac{1}{2}(PC + CO),$$

设 $\odot O$ 的半径为 r ,

$$\because PC = 2,$$

$$\therefore r = \frac{1}{2}(2 + r),$$

解得: $r = 2$,

又 $\because CD$ 是直径,

$$\therefore \angle CMD = 90^\circ,$$

$$\because CM = DM,$$

$\therefore \triangle CMD$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle CMD \text{ 中, 由勾股定理得 } CM^2 + DM^2 = CD^2, \text{ 即 } 2CM^2 = (2r)^2 = 16,$$

则 $CM^2 = 8$,

$$\therefore CM = 2\sqrt{2}.$$

【点评】 本题主要考查切线的判定和性质, 解题的关键是掌握切线的性质、圆周角定理、相似三角形的判定和性质等知识点.

22. **【分析】** 模仿例题, 根据关于 $\cos \alpha$ 的方程即可解决问题.

$$\text{【解答】解: } \because |\vec{a}| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} = \sqrt{1^2 + 0^2} = 1,$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{x_2^2 + y_2^2} = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2},$$

$$\therefore \vec{a} \otimes \vec{b} = |\vec{a}| \times |\vec{b}| \cos \alpha = \sqrt{2} \cos \alpha$$

$$\text{又 } \because \vec{a} \otimes \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 = 1 \times 1 + 0 \times (-1) = 1$$

$$\therefore \sqrt{2} \cos \alpha = 1$$

$$\therefore \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore \alpha = 45^\circ$$

【点评】 本题考查平面向量、坐标与图形的性质、解直角三角形等知识, 解题的关键是理解题意, 学会模仿例题解决问题, 属于中考常考题型.

23. **【分析】** (1) 由 A 类人数及其所占百分比可得总人数;

(2) 总人数减去 A 、 B 的人数求得 C 类人数, 再分别用 B 、 C 的人数除以总人数可得对

应百分比，据此即可补全图形；

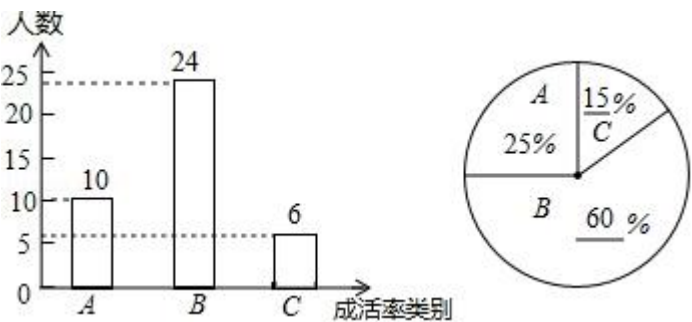
(3) 列表得出所有等可能结果，再根据概率公式求解可得．

【解答】解：(1) 全班学生总人数为 $10 \div 25\% = 40$ (人)；

(2) $\because C$ 类人数为 $40 - (10 + 24) = 6$ ，

$\therefore C$ 类所占百分比为 $\frac{6}{40} \times 100\% = 15\%$ ， B 类百分比为 $\frac{24}{40} \times 100\% = 60\%$ ，

补全图形如下：



(3) 列表如下：

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
<i>A</i>		<i>BA</i>	<i>BA</i>	<i>CA</i>
<i>B</i>	<i>AB</i>		<i>BB</i>	<i>CB</i>
<i>B</i>	<i>AB</i>	<i>BB</i>		<i>CB</i>
<i>C</i>	<i>AC</i>	<i>BC</i>	<i>BC</i>	

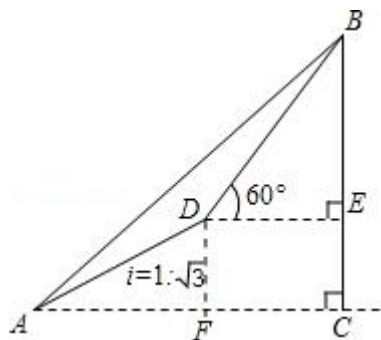
由表可知，共有 12 种等可能结果，其中全是 B 类的有 2 种情况，

所以全是 B 类学生的概率为 $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ ．

【点评】此题考查了列表法或树状图法求概率以及条形统计图与扇形统计图的知识．用到的知识点为：概率 = 所求情况数与总情况数之比．

24. 【分析】作 $DF \perp AC$ 于 F ．解直角三角形分别求出 BE 、 EC 即可解决问题；

【解答】解：作 $DF \perp AC$ 于 F ．



$\because DF: AF = 1: \sqrt{3}$, $AD = 200$ 米,

$$\therefore \tan \angle DAF = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \angle DAF = 30^\circ,$$

$$\therefore DF = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2} \times 200 = 100 \text{ (米)},$$

$$\because \angle DEC = \angle BCA = \angle DFC = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $DECF$ 是矩形,

$$\therefore EC = DF = 100 \text{ (米)},$$

$$\because \angle BAC = 45^\circ, BC \perp AC,$$

$$\therefore \angle ABC = 45^\circ,$$

$$\because \angle BDE = 60^\circ, DE \perp BC,$$

$$\therefore \angle DBE = 90^\circ - \angle BDE = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ABC - \angle DBE = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ, \angle BAD = \angle BAC - \angle 1 = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle BAD,$$

$$\therefore AD = BD = 200 \text{ (米)},$$

在 $\text{Rt}\triangle BDE$ 中, $\sin \angle BDE = \frac{BE}{BD}$,

$$\therefore BE = BD \cdot \sin \angle BDE = 200 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 100\sqrt{3} \text{ (米)},$$

$$\therefore BC = BE + EC = 100 + 100\sqrt{3} \text{ (米)}.$$

【点评】 本题考查解直角三角形的应用仰角俯角问题, 坡度坡角问题等知识, 解题的关键是学会添加常用辅助线, 构造直角三角形解决问题, 属于中考常考题型.

25. **【分析】** (1) 由抛物线的对称轴为直线 $x = 3$, 利用二次函数的性质即可求出 a 值, 进而可得出抛物线的解析式, 再利用二次函数图象上点的坐标特征, 即可求出点 A 、 B 的坐标;

(2) 利用二次函数图象上点的坐标特征可求出点 C 的坐标, 由点 B 、 C 的坐标, 利用待定系数法即可求出直线 BC 的解析式, 假设存在, 设点 P 的坐标为 $(x, -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 4)$, 过点 P 作 $PD \parallel y$ 轴, 交直线 BC 于点 D , 则点 D 的坐标为 $(x, -\frac{1}{2}x + 4)$, $PD = -\frac{1}{4}x^2 + 2x$, 利用三角形的面积公式即可得出 $S_{\triangle PBC}$ 关于 x 的函数关系式, 再利用二次函数的性质即可解决最值问题;

(3) 设点 M 的坐标为 $(m, -\frac{1}{4}m^2 + \frac{3}{2}m + 4)$, 则点 N 的坐标为 $(m, -\frac{1}{2}m + 4)$, 进而可得出 $MN = |-\frac{1}{4}m^2 + 2m|$, 结合 $MN = 3$ 即可得出关于 m 的含绝对值符号的一元二次方程, 解之即可得出结论.

【解答】 解: (1) $\because$ 抛物线 $y = ax^2 + \frac{3}{2}x + 4$ 的对称轴是直线 $x = 3$,

$$\therefore -\frac{\frac{3}{2}}{2a} = 3, \text{ 解得: } a = -\frac{1}{4},$$

$$\therefore \text{ 抛物线的解析式为 } y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 4.$$

$$\text{当 } y = 0 \text{ 时, } -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 4 = 0,$$

$$\text{解得: } x_1 = -2, x_2 = 8,$$

$$\therefore \text{ 点 } A \text{ 的坐标为 } (-2, 0), \text{ 点 } B \text{ 的坐标为 } (8, 0).$$

$$(2) \text{ 当 } x = 0 \text{ 时, } y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 4 = 4,$$

$$\therefore \text{ 点 } C \text{ 的坐标为 } (0, 4).$$

设直线 BC 的解析式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$).

将 $B(8, 0)$ 、 $C(0, 4)$ 代入 $y = kx + b$,

$$\begin{cases} 8k + b = 0 \\ b = 4 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} k = -\frac{1}{2} \\ b = 4 \end{cases},$$

$$\therefore \text{ 直线 } BC \text{ 的解析式为 } y = -\frac{1}{2}x + 4.$$

假设存在, 设点 P 的坐标为 $(x, -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 4)$ ($0 < x < 8$), 过点 P 作 $PD \parallel y$ 轴, 交直线 BC 于点 D , 则点 D 的坐标为 $(x, -\frac{1}{2}x + 4)$, 如图所示.

$$\therefore PD = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 4 - (-\frac{1}{2}x + 4) = -\frac{1}{4}x^2 + 2x,$$

$$\therefore S_{\triangle PBC} = \frac{1}{2}PD \cdot OB = \frac{1}{2} \times 8 \cdot \left(-\frac{1}{4}x^2 + 2x\right) = -x^2 + 8x = -(x-4)^2 + 16.$$

$$\because -1 < 0,$$

$\therefore$ 当 $x=4$ 时, $\triangle PBC$ 的面积最大, 最大面积是 16.

$$\because 0 < x < 8,$$

$\therefore$ 存在点 P , 使 $\triangle PBC$ 的面积最大, 最大面积是 16.

(3) 设点 M 的坐标为 $(m, -\frac{1}{4}m^2 + \frac{3}{2}m + 4)$, 则点 N 的坐标为 $(m, -\frac{1}{2}m + 4)$,

$$\therefore MN = \left| -\frac{1}{4}m^2 + \frac{3}{2}m + 4 - \left(-\frac{1}{2}m + 4\right) \right| = \left| -\frac{1}{4}m^2 + 2m \right|.$$

$$\text{又} \because MN = 3,$$

$$\therefore \left| -\frac{1}{4}m^2 + 2m \right| = 3.$$

$$\text{当 } 0 < m < 8 \text{ 时, 有 } -\frac{1}{4}m^2 + 2m - 3 = 0,$$

$$\text{解得: } m_1 = 2, m_2 = 6,$$

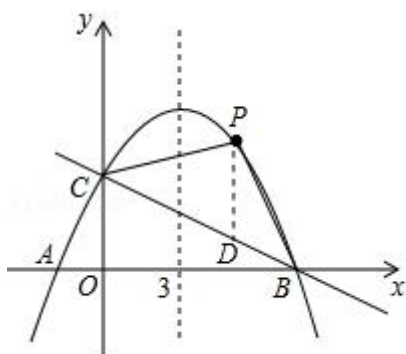
$\therefore$ 点 M 的坐标为 $(2, 6)$ 或 $(6, 4)$;

$$\text{当 } m < 0 \text{ 或 } m > 8 \text{ 时, 有 } -\frac{1}{4}m^2 + 2m + 3 = 0,$$

$$\text{解得: } m_3 = 4 - 2\sqrt{7}, m_4 = 4 + 2\sqrt{7},$$

$\therefore$ 点 M 的坐标为 $(4 - 2\sqrt{7}, \sqrt{7} - 1)$ 或 $(4 + 2\sqrt{7}, -\sqrt{7} - 1)$.

综上所述: M 点的坐标为 $(4 - 2\sqrt{7}, \sqrt{7} - 1)$ 、 $(2, 6)$ 、 $(6, 4)$ 或 $(4 + 2\sqrt{7}, -\sqrt{7} - 1)$.



【点评】 本题考查了二次函数的性质、二次函数图象上点的坐标特征、待定系数法求一次函数解析式以及三角形的面积, 解题的关键是: (1) 利用二次函数的性质求出 a 的值; (2) 根据三角形的面积公式找出 $S_{\triangle PBC}$ 关于 x 的函数关系式; (3) 根据 MN 的长度, 找出关于 m 的含绝对值符号的一元二次方程.