

四川省资阳市 2018 年中考数学真题试题

一、选择题：(本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分)在每小题给出的四个选项中，只有一个选项符合题意。

1. (3.00 分) $-\frac{1}{3}$ 的相反数是 ()

A. 3 B. -3 C. $-\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

2. (3.00 分) 如图是由四个相同的小正方体堆成的物体，它的正视图是 ()



A.  B.  C.  D. 

3. (3.00 分) 下列运算正确的是 ()

A. $a^2 + a^3 = a^5$ B. $a^2 \times a^3 = a^6$ C. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ D. $(a^2)^3 = a^6$

4. (3.00 分) 下列图形具有两条对称轴的是 ()

A. 等边三角形 B. 平行四边形 C. 矩形 D. 正方形

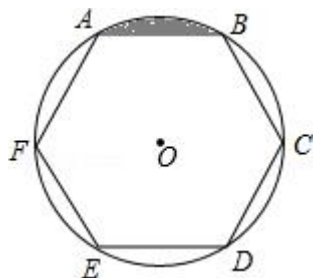
5. (3.00 分) -0.00035 用科学记数法表示为 ()

A. -3.5×10^{-4} B. -3.5×10^4 C. 3.5×10^{-4} D. -3.5×10^{-3}

6. (3.00 分) 某单位定期对员工的专业知识、工作业绩、出勤情况三个方面进行考核(考核的满分均为 100 分)，三个方面的重要性之比依次为 3: 5: 2. 小王经过考核后所得的分数依次为 90、88、83 分，那么小王的最后得分是 ()

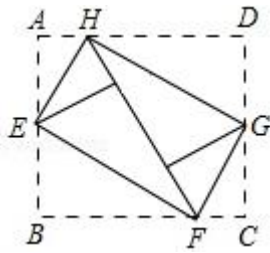
A. 87 B. 87.5 C. 87.6 D. 88

7. (3.00 分) 如图，ABCDEF 为 $\odot O$ 的内接正六边形， $AB=a$ ，则图中阴影部分的面积是 ()



A. $\frac{\pi}{6} a^2$ B. $(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}) a^2$ C. $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ D. $(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}) a^2$

8. (3.00 分) 如图, 将矩形 ABCD 的四个角向内翻折后, 恰好拼成一个无缝隙无重叠的四边形 EFGH, EH=12 厘米, EF=16 厘米, 则边 AD 的长是 ()



- A. 12 厘米 B. 16 厘米 C. 20 厘米 D. 28 厘米

9. (3.00 分) 已知直线 $y_1=kx+1$ ($k<0$) 与直线 $y_2=mx$ ($m>0$) 的交点坐标为 $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}m)$,

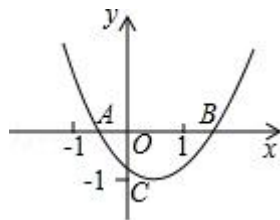
则不等式组 $mx-2 < kx+1 < mx$ 的解集为 ()

- A. $x > \frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2}$ C. $x < \frac{3}{2}$ D. $0 < x < \frac{3}{2}$

10. (3.00 分) 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示, $OA=OC$, 则由抛物线的特征写出

如下含有 a、b、c 三个字母的等式或不等式: ① $\frac{4ac-b^2}{4a} = -1$; ② $ac+b+1=0$; ③ $abc > 0$; ④

$a-b+c > 0$. 其中正确的个数是 ()



- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

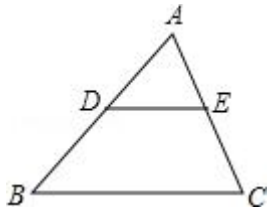
二、填空题: (本大题共 6 个小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

11. (3.00 分) 函数 $y=\sqrt{x-1}$ 的自变量 x 的取值范围是_____.

12. (3.00 分) 已知 a、b 满足 $(a-1)^2 + \sqrt{b+2} = 0$, 则 $a+b=$ _____.

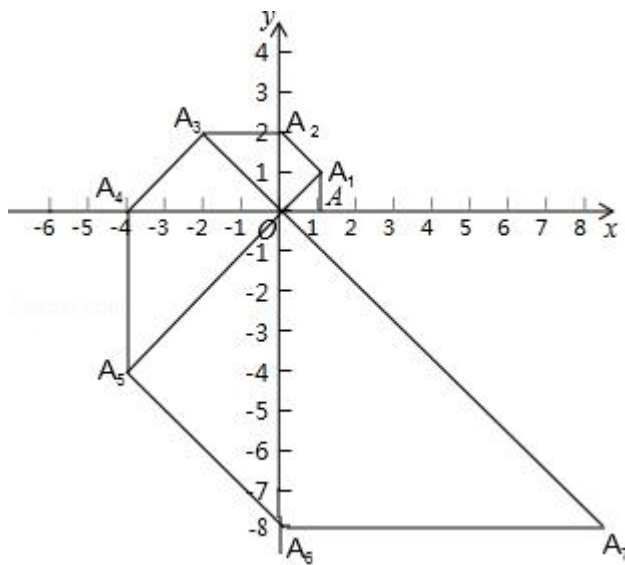
13. (3.00 分) 一口袋中装有若干红色和白色两种小球, 这些小球除颜色外没有任何区别, 袋中小球已搅匀, 蒙上眼睛从中取出一个白球的概率为 $\frac{1}{5}$. 若袋中白球有 4 个, 则红球的个数是_____.

14. (3.00 分) 已知: 如图, $\triangle ABC$ 的面积为 12, 点 D、E 分别是边 AB、AC 的中点, 则四边形 BCED 的面积为_____.



15. (3.00 分) 已知关于 x 的一元二次方程 $mx^2+5x+m^2-2m=0$ 有一个根为 0, 则 $m=$ _____.

16. (3.00 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 等腰直角三角形 OAA_1 的直角边 OA 在 x 轴上, 点 A_1 在第一象限, 且 $OA=1$, 以点 A_1 为直角顶点, OA_1 为一直角边作等腰直角三角形 OA_1A_2 , 再以点 A_2 为直角顶点, OA_2 为直角边作等腰直角三角形 OA_2A_3 ... 依此规律, 则点 A_{2018} 的坐标是_____.



三、解答题: (本大题共 8 个小题, 共 72 分) 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (7.00 分) 先化简, 再求值: $\frac{a^2-b^2}{b} \div (\frac{a^2}{b} - a)$, 其中 $a=\sqrt{2}-1$, $b=1$.

18. (8.00 分) 某茶农要对 1 号、2 号、3 号、4 号四个品种共 500 株茶树幼苗进行成活实验, 从中选出成活率高的品种进行推广, 通过实验得知, 3 号茶树幼苗成活率为 89.6%, 把实验数据绘制成图 1 和图 2 所示的两幅不完整的统计图.

500 株幼苗中各品种幼苗数所占百分比统计图

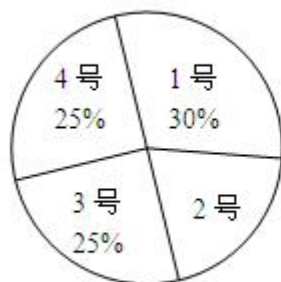


图 1

各品种幼苗成活数统计图

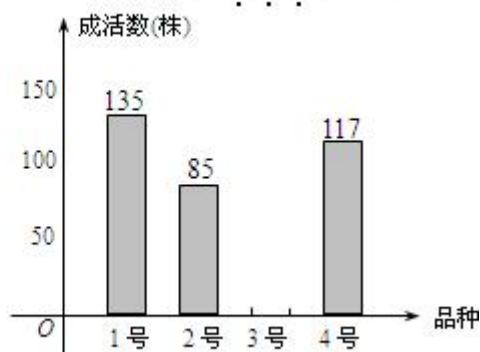
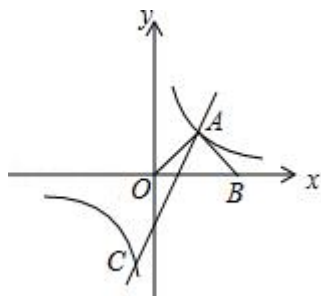


图 2

- (1) 实验所用的 2 号茶树幼苗的数量是_____株;
- (2) 求出 3 号茶树幼苗的成活数, 并补全统计图 2;
- (3) 该茶农要从这四种茶树中选择两个品种进行推广, 请用列表或画树状图的方法求出 1 号品种被选中的概率.

19. (8.00 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 直线 $y_1=2x-2$ 与双曲线 $y_2=\frac{k}{x}$ 交于 A、C 两点, $AB \perp OA$ 交 x 轴于点 B, 且 $OA=AB$.

- (1) 求双曲线的解析式;
- (2) 求点 C 的坐标, 并直接写出 $y_1 < y_2$ 时 x 的取值范围.



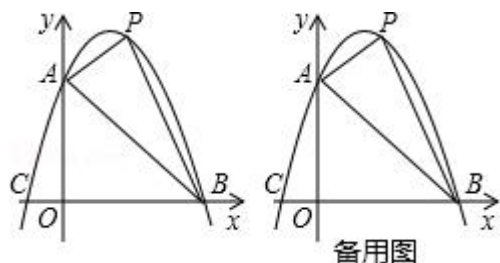
20. (8.00 分) 为了美化市容市貌, 政府决定将城区旁边一块 162 亩的荒地改建为湿地公园, 规划公园分为绿化区和休闲区两部分.

- (1) 若休闲区面积是绿化区面积的 20%, 求改建后的绿化区和休闲区各有多少亩?
- (2) 经预算, 绿化区的改建费用平均每亩 35000 元, 休闲区的改建费用平均每亩 25000 元, 政府计划投入资金不超过 550 万元, 那么绿化区的面积最多可以达到多少亩?

21. (9.00 分) 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 点 P 是底边 BC 上一点且满足 $PA=PB$, $\odot O$ 是 $\triangle PAB$ 的外接圆, 过点 P 作 $PD \parallel AB$ 交 AC 于点 D.

- (1) 求证: PD 是 $\odot O$ 的切线;

(3) 过点 P 作 x 轴的垂线，交线段 AB 于点 D，再过点 P 做 $PE \parallel x$ 轴交抛物线于点 E，连结 DE，请问是否存在点 P 使 $\triangle PDE$ 为等腰直角三角形？若存在，求出点 P 的坐标；若不存在，说明理由.



参考答案与试题解析

一、选择题：(本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分)在每小题给出的四个选项中，只有一个选项符合题意。

1. (3.00 分) $-\frac{1}{3}$ 的相反数是 ()

A. 3 B. -3 C. $-\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

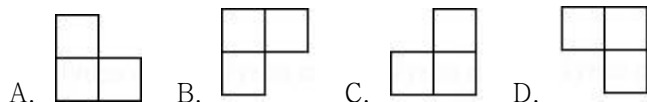
【分析】根据只有符号不同的两个数互为相反数，可得一个数的相反数.

【解答】解： $-\frac{1}{3}$ 的相反数是 $\frac{1}{3}$,

故选：D.

【点评】本题考查了相反数，关键是在一个数的前面加上负号就是这个数的相反数.

2. (3.00 分) 如图是由四个相同的小正方体堆成的物体，它的正视图是 ()



【分析】找到从正面看所得到的图形即可.

【解答】解：从正面看可得从左往右 2 列正方形的个数依次为 2, 1,

故选：A.

【点评】 本题考查了三视图的知识，正视图是从物体的正面看得到的视图.

3. (3.00 分) 下列运算正确的是 ()

A. $a^2+a^3=a^5$ B. $a^2 \times a^3=a^6$ C. $(a+b)^2=a^2+b^2$ D. $(a^2)^3=a^6$

【分析】 根据合并同类项的法则，幂的乘方，完全平方公式，同底数幂的乘法的性质，对各选项分析判断后利用排除法求解.

【解答】 解：A、 $a^2+a^3=a^2+a^3$ ，错误；

B、 $a^2 \times a^3=a^5$ ，错误；

C、 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ ，错误；

D、 $(a^2)^3=a^6$ ，正确；

故选：D.

【点评】 此题主要考查了整式的运算能力，对于相关的整式运算法则要求学生很熟练，才能正确求出结果.

4. (3.00 分) 下列图形具有两条对称轴的是 ()

A. 等边三角形 B. 平行四边形 C. 矩形 D. 正方形

【分析】 根据轴对称及对称轴的定义，结合所给图形即可作出判断.

【解答】 解：A、等边三角形由 3 条对称轴，故本选项错误；

B、平行四边形无对称轴，故本选项错误；

C、矩形有 2 条对称轴，故本选项正确；

D、正方形有 4 条对称轴，故本选项错误；

故选：C.

【点评】 本题考查了轴对称图形及对称轴的定义，常见的轴对称图形有：等腰三角形，矩形，正方形，等腰梯形，圆等等.

5. (3.00 分) -0.00035 用科学记数法表示为 ()

A. -3.5×10^{-4} B. -3.5×10^4 C. 3.5×10^{-4} D. -3.5×10^{-3}

【分析】 绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂，指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

【解答】解：将数据 0.00035 用科学记数法表示为 -3.5×10^{-4} ，

故选：A.

【点评】本题考查用科学记数法表示较小的数，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

6. (3.00 分) 某单位定期对员工的专业知识、工作业绩、出勤情况三个方面进行考核（考核的满分均为 100 分），三个方面的重要性之比依次为 3: 5: 2. 小王经过考核后所得的分数依次为 90、88、83 分，那么小王的最后得分是（ ）

A. 87 B. 87.5 C. 87.6 D. 88

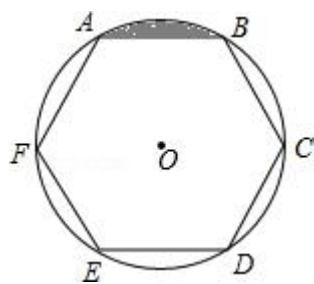
【分析】将三个方面考核后所得的分数分别乘上它们的权重，再相加，即可得到最后得分.

【解答】解：小王的最后得分 $= 90 \times \frac{3}{10} + 88 \times \frac{5}{10} + 83 \times \frac{2}{10} = 27 + 44 + 16.6 = 87.6$ （分），

故选：C.

【点评】本题主要考查了加权平均数，数据的权能够反映数据的相对“重要程度”，要突出某个数据，只需要给它较大的“权”，权的差异对结果会产生直接的影响.

7. (3.00 分) 如图，ABCDEF 为 $\odot O$ 的内接正六边形， $AB=a$ ，则图中阴影部分的面积是（ ）



A. $\frac{\pi}{6} a^2$ B. $(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}) a^2$ C. $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ D. $(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}) a^2$

【分析】利用圆的面积公式和三角形的面积公式求得圆的面积和正六边形的面积，阴影面积 $= (\text{圆的面积} - \text{正六边形的面积}) \times \frac{1}{6}$ ，即可得出结果.

【解答】解： $\because$ 正六边形的边长为 a ，

$\therefore \odot O$ 的半径为 a ，

$\therefore \odot O$ 的面积为 $\pi \times a^2 = \pi a^2$ ，

$\therefore$ 空白正六边形为六个边长为 a 的正三角形，

$$\therefore \text{每个三角形面积为} \frac{1}{2} \times a \times a \times \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2,$$

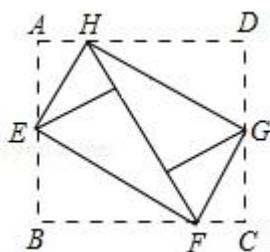
$$\therefore \text{正六边形面积为} \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2,$$

$$\therefore \text{阴影面积为} \left(\pi a^2 - \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 \right) \times \frac{1}{6} = \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) a^2,$$

故选：B.

【点评】 本题主要考查了正多边形和圆的面积公式，注意到阴影面积=（圆的面积-正六边形的面积） $\times \frac{1}{6}$ 是解答此题的关键.

8. (3.00 分) 如图，将矩形 ABCD 的四个角向内翻折后，恰好拼成一个无缝隙无重叠的四边形 EFGH，EH=12 厘米，EF=16 厘米，则边 AD 的长是（ ）



A. 12 厘米 B. 16 厘米 C. 20 厘米 D. 28 厘米

【分析】 利用三个角是直角的四边形是矩形易证四边形 EFGH 为矩形，那么由折叠可得 HF 的长即为边 AD 的长.

【解答】 解： $\because \angle HEM = \angle AEH$, $\angle BEF = \angle FEM$,

$$\therefore \angle HEF = \angle HEM + \angle FEM = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ,$$

同理可得： $\angle EHG = \angle HGF = \angle EFG = 90^\circ$,

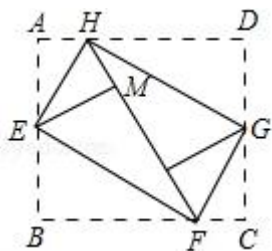
$\therefore$ 四边形 EFGH 为矩形，

$$AD = AH + HD = HM + MF = HF,$$

$$HF = \sqrt{EH^2 + EF^2} = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20,$$

$\therefore AD = 20$ 厘米.

故选：C.



【点评】此题主要考查了翻折变换的性质以及勾股定理等知识，得出四边形 EFGH 为矩形是解题关键.

9. (3.00 分) 已知直线 $y_1=kx+1$ ($k<0$) 与直线 $y_2=mx$ ($m>0$) 的交点坐标为 $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}m)$,

则不等式组 $mx-2 < kx+1 < mx$ 的解集为 ()

- A. $x > \frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2}$ C. $x < \frac{3}{2}$ D. $0 < x < \frac{3}{2}$

【分析】由 $mx-2 < (m-2)x+1$, 即可得到 $x < \frac{3}{2}$; 由 $(m-2)x+1 < mx$, 即可得到 $x > \frac{1}{2}$,

进而得出不等式组 $mx-2 < kx+1 < mx$ 的解集为 $\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2}$.

【解答】解: 把 $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}m)$ 代入 $y_1=kx+1$, 可得

$$\frac{1}{2}m = \frac{1}{2}k+1,$$

解得 $k=m-2$,

$$\therefore y_1 = (m-2)x+1,$$

令 $y_3=mx-2$, 则

当 $y_3 < y_1$ 时, $mx-2 < (m-2)x+1$,

解得 $x < \frac{3}{2}$;

当 $kx+1 < mx$ 时, $(m-2)x+1 < mx$,

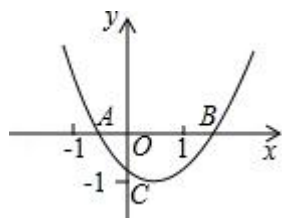
解得 $x > \frac{1}{2}$,

$\therefore$ 不等式组 $mx-2 < kx+1 < mx$ 的解集为 $\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2}$,

故选: B.

【点评】本题考查了一次函数与一元一次不等式的关系: 从函数的角度看, 就是寻求使一次函数 $y=kx+b$ 的值大于 (或小于) 0 的自变量 x 的取值范围; 从函数图象的角度看, 就是确定直线 $y=kx+b$ 在 x 轴上 (或下) 方部分所有的点的横坐标所构成的集合.

10. (3.00 分) 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示, $OA=OC$, 则由抛物线的特征写出如下含有 a 、 b 、 c 三个字母的等式或不等式: ① $\frac{4ac-b^2}{4a} = -1$; ② $ac+b+1=0$; ③ $abc > 0$; ④ $a-b+c > 0$. 其中正确的个数是 ()



A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

【分析】 此题可根据二次函数的性质, 结合其图象可知: $a > 0$, $-1 < c < 0$, $b < 0$, 再对各结论进行判断.

【解答】 解: ① $\frac{4ac-b^2}{4a} = -1$, 抛物线顶点纵坐标为 -1 , 正确;

② $ac+b+1=0$, 设 $C(0, c)$, 则 $OC=|c|$,

$\because OA=OC=|c|$, $\therefore A(c, 0)$ 代入抛物线得 $ac^2+bc+c=0$, 又 $c \neq 0$,

$\therefore ac+b+1=0$, 故正确;

③ $abc > 0$, 从图象中易知 $a > 0$, $b < 0$, $c < 0$, 故正确;

④ $a-b+c > 0$, 当 $x=-1$ 时 $y=a-b+c$, 由图象知 $(-1, a-b+c)$ 在第二象限,

$\therefore a-b+c > 0$, 故正确.

故选: A.

【点评】 本题考查了二次函数的性质, 重点是学会由函数图象得到函数的性质.

二、填空题: (本大题共 6 个小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

11. (3.00 分) 函数 $y=\sqrt{x-1}$ 的自变量 x 的取值范围是 $x \geq 1$.

【分析】 根据被开方数大于等于 0 列式计算即可得解.

【解答】 解: 根据题意得, $x-1 \geq 0$,

解得 $x \geq 1$.

故答案为 $x \geq 1$.

【点评】 本题考查函数自变量的取值范围, 知识点为: 二次根式的被开方数是非负数.

12. (3.00 分) 已知 a 、 b 满足 $(a-1)^2 + \sqrt{b+2} = 0$, 则 $a+b =$ -1 .

【分析】直接利用非负数的性质得出 a, b 的值，进而得出答案.

【解答】解： $\because (a-1)^2 + \sqrt{b+2} = 0$,

$$\therefore a=1, b=-2,$$

$$\therefore a+b=-1.$$

故答案为： -1 .

【点评】此题主要考查了非负数的性质，正确得出 a, b 的值是解题关键.

13. (3.00 分) 一口袋中装有若干红色和白色两种小球，这些小球除颜色外没有任何区别，袋中小球已搅匀，蒙上眼睛从中取出一个白球的概率为 $\frac{1}{5}$. 若袋中白球有 4 个，则红球的个数是 16.

【分析】根据题意和题目中的数据，由白球的数量和概率可以求得总的球数，从而可以求得红球的个数.

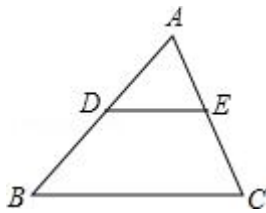
【解答】解：由题意可得，

$$\text{红球的个数为：} 4 \div \frac{1}{5} - 4 = 4 \times 5 - 4 = 20 - 4 = 16,$$

故答案为： 16.

【点评】本题考查概率公式，解答本题的关键是明确题意，利用概率的知识解答.

14. (3.00 分) 已知：如图， $\triangle ABC$ 的面积为 12，点 D, E 分别是边 AB, AC 的中点，则四边形 $BCED$ 的面积为 9.



【分析】设四边形 $BCED$ 的面积为 x ，则 $S_{\triangle ADE} = 12 - x$ ，由题意知 $DE \parallel BC$ 且 $DE = \frac{1}{2}BC$ ，从

而得 $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{DE}{BC}\right)^2$ ，据此建立关于 x 的方程，解之可得.

【解答】解：设四边形 $BCED$ 的面积为 x ，则 $S_{\triangle ADE} = 12 - x$,

$\because$ 点 D, E 分别是边 AB, AC 的中点，

$\therefore DE$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线，

$\therefore DE \parallel BC$, 且 $DE = \frac{1}{2}BC$,

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$,

$$\text{则 } \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{DE}{BC}\right)^2, \text{ 即 } \frac{12-x}{12} = \frac{1}{4},$$

解得: $x=9$,

即四边形 BCED 的面积为 9,

故答案为: 9.

【点评】 本题主要考查相似三角形的判定与性质, 解题的关键是掌握中位线定理及相似三角形的面积比等于相似比的平方的性质.

15. (3.00 分) 已知关于 x 的一元二次方程 $mx^2+5x+m^2-2m=0$ 有一个根为 0, 则 $m=$ 2.

【分析】 根据一元二次方程的定义以及一元二次方程的解的定义列出关于 m 的方程, 通过解关于 m 的方程求得 m 的值即可.

【解答】 解: $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $mx^2+5x+m^2-2m=0$ 有一个根为 0,

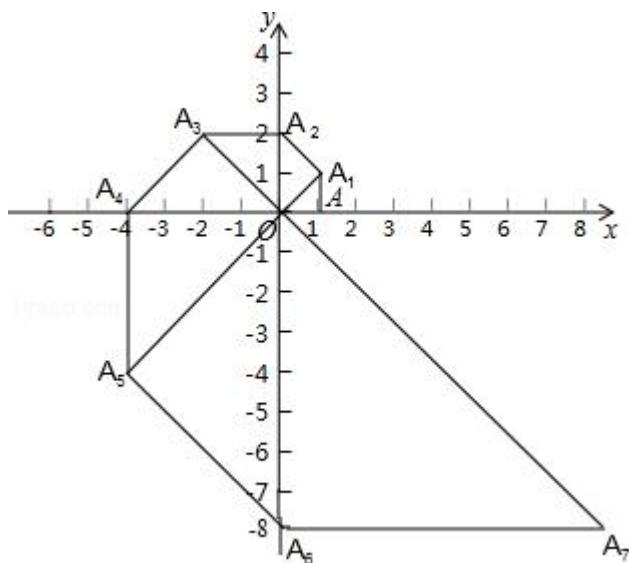
$$\therefore m^2-2m=0 \text{ 且 } m \neq 0,$$

解得, $m=2$.

故答案是: 2.

【点评】 本题考查了一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的解的定义. 解答该题时需注意二次项系数 $a \neq 0$ 这一条件.

16. (3.00 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 等腰直角三角形 OAA_1 的直角边 OA 在 x 轴上, 点 A_1 在第一象限, 且 $OA=1$, 以点 A_1 为直角顶点, OA_1 为一直角边作等腰直角三角形 OA_1A_2 , 再以点 A_2 为直角顶点, OA_2 为直角边作等腰直角三角形 $OA_2A_3 \cdots$ 依此规律, 则点 A_{2018} 的坐标是 $(0, 2^{1007})$.



【分析】本题点 A 坐标变化规律要分别从旋转次数与点 A 所在象限或坐标轴、点 A 到原点的距离与旋转次数的对应关系.

【解答】解：由已知，点 A 每次旋转转动 45° ，则转动一周需转动 8 次，每次转动点 A 到原点的距离变为转动前的 $\sqrt{2}$ 倍

$$\because 2018 = 252 \times 8 + 2$$

$$\therefore \text{点 } A_{2018} \text{ 的在 } y \text{ 轴正半轴上, } OA_{2018} = (\sqrt{2})^{2018} = 2^{1007}$$

故答案为：(0, 2^{1007})

【点评】本题是平面直角坐标系下的规律探究题，除了研究动点变化的相关数据规律，还应该注意象限符号.

三、解答题：(本大题共 8 个小题，共 72 分)解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (7.00 分) 先化简，再求值： $\frac{a^2 - b^2}{b} \div (\frac{a^2}{b} - a)$ ，其中 $a = \sqrt{2} - 1$ ， $b = 1$.

【分析】先根据分式混合运算顺序和运算法则化简原式，再将 a、b 的值代入计算可得.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解：原式} &= \frac{(a+b)(a-b)}{b} \div \frac{a^2 - ab}{b} \\ &= \frac{(a+b)(a-b)}{b} \cdot \frac{b}{a(a-b)} \\ &= \frac{a+b}{a}, \end{aligned}$$

当 $a = \sqrt{2} - 1$ ， $b = 1$ 时，

$$\begin{aligned}
 \text{原式} &= \frac{\sqrt{2}-1+1}{\sqrt{2}-1} \\
 &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} \\
 &= \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} \\
 &= 2+\sqrt{2}.
 \end{aligned}$$

【点评】 本题主要考查分式的化简求值，解题的关键是掌握分式混合运算顺序和运算法则.

18. (8.00 分) 某茶农要对 1 号、2 号、3 号、4 号四个品种共 500 株茶树幼苗进行成活实验，从中选出成活率高的品种进行推广，通过实验得知，3 号茶树幼苗成活率为 89.6%，把实验数据绘制成图 1 和图 2 所示的两幅不完整的统计图.

500 株幼苗中各品种幼苗数所占百分比统计图

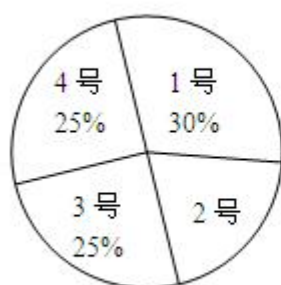


图 1

各品种幼苗成活数统计图

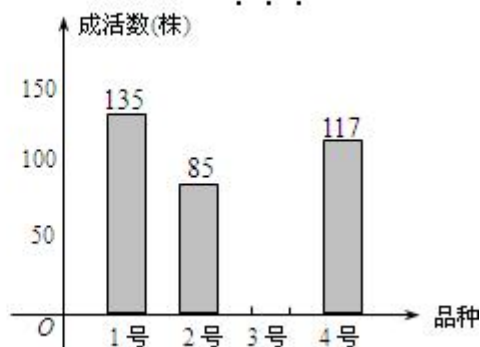


图 2

- (1) 实验所用的 2 号茶树幼苗的数量是 100 株;
- (2) 求出 3 号茶树幼苗的成活数，并补全统计图 2;
- (3) 该茶农要从这四种茶树中选择两个品种进行推广，请用列表或画树状图的方法求出 1 号品种被选中的概率.

【分析】 (1) 先根据百分比之和为 1 求得 2 号的百分比，再用总株数乘以所得百分比可得；
 (2) 先用总株数乘以 2 号的百分比求得其数量，再用 2 号幼苗株数乘以其成活率即可得；
 (3) 画树状图列出所有等可能结果，再从中找到 1 号品种被选中的结果数，利用概率公式计算可得.

【解答】 解：(1) $\because$ 2 号幼苗所占百分比为 $1 - (30\% + 25\% + 25\%) = 20\%$ ，
 $\therefore$ 实验所用的 2 号茶树幼苗的数量是 $500 \times 20\% = 100$ 株，
 故答案为：100；

(2) 实验所用的 2 号茶树幼苗的数量是 $500 \times 25\% = 125$ 株,

$\therefore$ 3 号茶树幼苗的成活数为 $125 \times 89.6\% = 112$ 株,

补全条形图如下:

500 株幼苗中各品种幼苗数所占百分比统计图



图 1

各品种幼苗成活数统计图

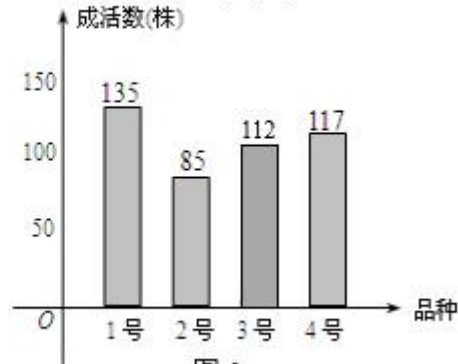
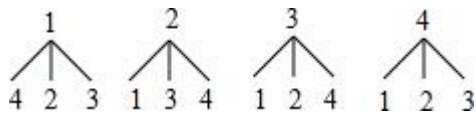


图 2

(3) 画树状图如下:



由树状图知共有 12 种等可能结果, 其中抽到 1 号品种的有 6 种结果,

所以 1 号品种被选中的概率为 $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

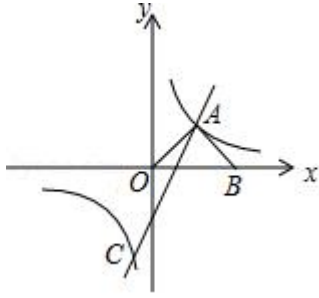
【点评】 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用, 读懂统计图, 从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据; 扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

19. (8.00 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 直线 $y_1 = 2x - 2$ 与双曲线 $y_2 = \frac{k}{x}$ 交于 A、C 两点,

$AB \perp OA$ 交 x 轴于点 B, 且 $OA = AB$.

(1) 求双曲线的解析式;

(2) 求点 C 的坐标, 并直接写出 $y_1 < y_2$ 时 x 的取值范围.



【分析】 (1) 作高线 AC，根据等腰直角三角形的性质和点 A 的坐标的特点得： $x=2x-2$ ，可得 A 的坐标，从而得双曲线的解析式；

(2) 一次函数和反比例函数解析式列方程组，解出可得点 C 的坐标，根据图象可得结论.

【解答】 解：(1) $\because$ 点 A 在直线 $y_1=2x-2$ 上，

$\therefore$ 设 A $(x, 2x-2)$ ，

过 A 作 $AC \perp OB$ 于 C，

$\because AB \perp OA$ ，且 $OA=AB$ ，

$\therefore OC=BC$ ，

$\therefore AC=\frac{1}{2}OB=OC$ ，

$\therefore x=2x-2$ ，

$x=2$ ，

$\therefore A (2, 2)$ ，

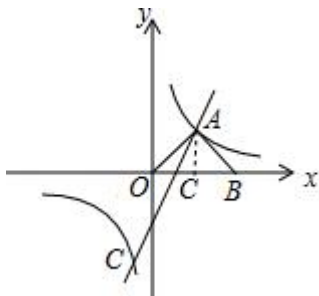
$\therefore k=2 \times 2=4$ ，

$\therefore y_2=\frac{4}{x}$ ；

(2) $\because \begin{cases} y=2x-2 \\ y=\frac{4}{x} \end{cases}$ ，解得： $\begin{cases} x_1=2 \\ y_1=2 \end{cases}$ ， $\begin{cases} x_2=-1 \\ y_2=-4 \end{cases}$ ，

$\therefore C (-1, -4)$ ，

由图象得： $y_1 < y_2$ 时 x 的取值范围是 $x < -1$ 或 $0 < x < 2$.



【点评】此题考查了反比例函数和一次函数的综合；熟练掌握通过求点的坐标进一步求函数解析式的方法；通过观察图象，从交点看起，函数图象在上方的函数值大.

20. (8.00 分) 为了美化市容市貌，政府决定将城区旁边一块 162 亩的荒地改建为湿地公园，规划公园分为绿化区和休闲区两部分.

(1) 若休闲区面积是绿化区面积的 20%，求改建后的绿化区和休闲区各有多少亩？

(2) 经预算，绿化区的改建费用平均每亩 35000 元，休闲区的改建费用平均每亩 25000 元，政府计划投入资金不超过 550 万元，那么绿化区的面积最多可以达到多少亩？

【分析】(1) 设改建后的绿化区面积为 x 亩. 根据总面积为 162 构建方程即可解决问题；

(2) 设绿化区的面积为 m 亩. 根据投入资金不超过 550 万元，根据不等式即可解决问题；

【解答】解：(1) 设改建后的绿化区面积为 x 亩.

由题意： $x+20\% \cdot x=162$,

解得 $x=135$,

$162-135=27$,

答：改建后的绿化区面积为 135 亩和休闲区面积有 27 亩.

(2) 设绿化区的面积为 m 亩.

由题意： $35000m+25000(162-m) \leq 5500000$,

解得 $m \leq 145$,

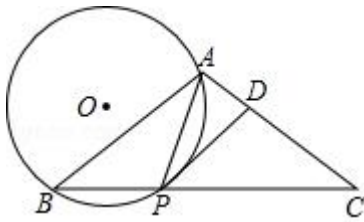
答：绿化区的面积最多可以达到 145 亩.

【点评】本题考查一元一次方程的应用，一元一次不等式的应用等知识，解题的关键是学会设未知数，寻找等量关系，构建方程或不等式解决问题.

21. (9.00 分) 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，点 P 是底边 BC 上一点且满足 $PA=PB$ ， $\odot O$ 是 $\triangle PAB$ 的外接圆，过点 P 作 $PD \parallel AB$ 交 AC 于点 D .

(1) 求证： PD 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 若 $BC=8$ ， $\tan \angle ABC = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，求 $\odot O$ 的半径.



【分析】(1) 先根据圆的性质得: $\widehat{PA}=\widehat{PB}$, 由垂径定理可得: $OP \perp AB$, 根据平行线可得: $OP \perp PD$, 所以 PD 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 如图 2, 作辅助线, 构建直角三角形, 根据三角函数设 $CG=\sqrt{2}x$, $BG=2x$, 利用勾股定理计算 $x=\frac{4\sqrt{6}}{3}$, 设 $AC=a$, 则 $AB=a$, $AG=\frac{8\sqrt{6}}{3}-a$, 在 $Rt\triangle ACG$ 中, 由勾股定理列方程可得 a 的值, 同理设 $\odot O$ 的半径为 r , 同理列方程可得 r 的值.

【解答】(1) 证明: 如图 1, 连接 OP ,

$$\because PA=PB,$$

$$\therefore \widehat{PA}=\widehat{PB},$$

$$\therefore OP \perp AB,$$

$$\because PD \parallel AB,$$

$$\therefore OP \perp PD,$$

$$\therefore PD \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线};$$

(2) 如图 2, 过 C 作 $CG \perp BA$, 交 BA 的延长线于 G ,

$$Rt\triangle BCG \text{ 中, } \tan \angle ABC = \frac{CG}{BG} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\text{设 } CG=\sqrt{2}x, \quad BG=2x,$$

$$\therefore BC=\sqrt{6}x,$$

$$\because BC=8, \text{ 即 } \sqrt{6}x=8,$$

$$x=\frac{4\sqrt{6}}{3},$$

$$\therefore CG=\sqrt{2}x=\frac{8\sqrt{3}}{3}, \quad BG=2x=\frac{8\sqrt{6}}{3},$$

$$\text{设 } AC=a, \text{ 则 } AB=a, \quad AG=\frac{8\sqrt{6}}{3}-a,$$

$$\text{在 } Rt\triangle ACG \text{ 中, 由勾股定理得: } AG^2+CG^2=AC^2,$$

$$\therefore \left(\frac{8\sqrt{6}}{3}-a\right)^2+\left(\frac{8\sqrt{3}}{3}\right)^2=a^2,$$

$$a=2\sqrt{6},$$

$$\therefore AB=2\sqrt{6}, BE=\sqrt{6},$$

Rt△BEP 中，同理可得：PE=√3，

设⊙O 的半径为 r，则 OB=r，OE=r-√3，

由勾股定理得：r²=(r-√3)²+(√6)²，

$$r=\frac{3\sqrt{3}}{2},$$

答：⊙O 的半径是 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ 。

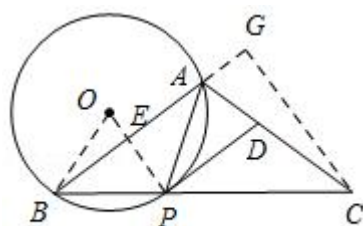


图2

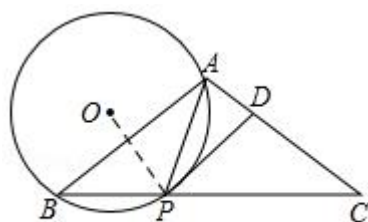


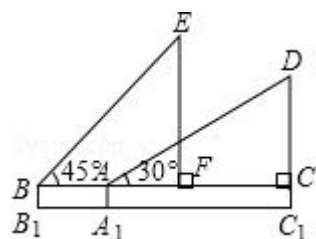
图1

【点评】本题考查了切线的判定，等腰三角形的性质，直角三角形的性质，三角函数和勾股定理的计算，利用勾股定理列方程是解题的关键。

22. (9.00 分) 如图是小红在一次放风筝活动中某时段的示意图，她在 A 处时的风筝线（整个过程中风筝线近似地看作直线）与水平线构成 30° 角，线段 AA₁ 表示小红身高 1.5 米。

(1) 当风筝的水平距离 AC=18 米时，求此时风筝线 AD 的长度；

(2) 当她从点 A 跑动 $9\sqrt{2}$ 米到达点 B 处时，风筝线与水平线构成 45° 角，此时风筝到达点 E 处，风筝的水平移动距离 CF= $10\sqrt{3}$ 米，这一过程中风筝线的长度保持不变，求风筝原来的高度 C₁D。



【分析】(1) 在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, 由 $AD = \frac{AC}{\cos \angle CAD}$ 可得答案;

(2) 设 $AF = x$ 米, 则 $BF = AB + AF = 9\sqrt{2} + x$, 在 $\text{Rt}\triangle BEF$ 中求得 $AD = BE = \frac{BF}{\cos \angle EBF} = 18 + \sqrt{2}x$,
由 $\cos \angle CAD = \frac{AC}{AD}$ 可建立关于 x 的方程, 解之求得 x 的值, 即可得出 AD 的长, 继而根据 $CD = AD \sin \angle CAD$ 求得 CD 从而得出答案.

【解答】解: (1) $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $\cos \angle CAD = \frac{AC}{AD}$, $AC = 18$ 、 $\angle CAD = 30^\circ$,

$$\therefore AD = \frac{AC}{\cos \angle CAD} = \frac{18}{\cos 30^\circ} = \frac{18}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 12\sqrt{3} \text{ (米)},$$

答: 此时风筝线 AD 的长度为 $12\sqrt{3}$ 米;

(2) 设 $AF = x$ 米, 则 $BF = AB + AF = 9\sqrt{2} + x$ (米),

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle BEF \text{ 中, } BE = \frac{BF}{\cos \angle EBF} = \frac{9\sqrt{2} + x}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 18 + \sqrt{2}x \text{ (米)},$$

由题意知 $AD = BE = 18 + \sqrt{2}x$ (米),

$$\therefore CF = 10\sqrt{3},$$

$$\therefore AC = AF + CF = 10\sqrt{3} + x,$$

$$\text{由 } \cos \angle CAD = \frac{AC}{AD} \text{ 可得 } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{10\sqrt{3} + x}{18 + \sqrt{2}x},$$

$$\text{解得: } x = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3},$$

$$\text{则 } AD = 18 + \sqrt{3}(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}) = 24 + 3\sqrt{6},$$

$$\therefore CD = AD \sin \angle CAD = (24 + 3\sqrt{6}) \times \frac{1}{2} = \frac{24 + 3\sqrt{6}}{2},$$

$$\text{则 } C_1D = CD + C_1C = \frac{24 + 3\sqrt{6}}{2} + \frac{3}{2} = \frac{27 + 3\sqrt{6}}{2},$$

$$\text{答: 风筝原来的高度 } C_1D \text{ 为 } \frac{27 + 3\sqrt{6}}{2} \text{ 米.}$$

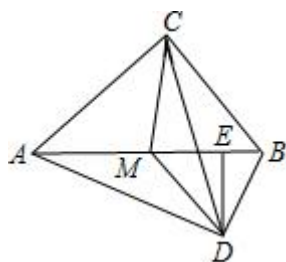
【点评】本题主要考查解直角三角形的应用, 解题的关键是掌握三角函数的定义及根据题意找到两直角三角形间的关联.

23. (11.00 分) 已知: 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 点 M 是斜边 AB 的中点, $MD \parallel BC$, 且 $MD = CM$, $DE \perp AB$ 于点 E , 连结 AD 、 CD .

(1) 求证: $\triangle MED \sim \triangle BCA$;

(2) 求证: $\triangle AMD \cong \triangle CMD$;

(3) 设 $\triangle MDE$ 的面积为 S_1 , 四边形 $BCMD$ 的面积为 S_2 , 当 $S_2 = \frac{17}{5}S_1$ 时, 求 $\cos \angle ABC$ 的值.



【分析】(1) 易证 $\angle DME = \angle CBA$, $\angle ACB = \angle MED = 90^\circ$, 从而可证明 $\triangle MED \sim \triangle BCA$;

(2) 由 $\angle ACB = 90^\circ$, 点 M 是斜边 AB 的中点, 可知 $MB = MC = AM$, 从而可证明 $\angle AMD = \angle CMD$, 从而可利用全等三角形的判定证明 $\triangle AMD \cong \triangle CMD$;

(3) 易证 $MD = 2AB$, 由 (1) 可知: $\triangle MED \sim \triangle BCA$, 所以 $\frac{S_1}{S_{\triangle ACB}} = \left(\frac{MD}{AB}\right)^2 = \frac{1}{4}$, 所以 $S_{\triangle MCB} = \frac{1}{2}S_{\triangle ACB} = 2S_1$, 从而可求出 $S_{\triangle EBD} = S_2 - S_{\triangle MCB} - S_1 = \frac{2}{5}S_1$, 由于 $\frac{S_1}{S_{\triangle EBD}} = \frac{ME}{EB}$, 从而可知 $\frac{ME}{EB} = \frac{5}{2}$,

设 $ME = 5x$, $EB = 2x$, 从而可求出 $AB = 14x$, $BC = \frac{7}{2}x$, 最后根据锐角三角函数的定义即可求出答案.

【解答】解: (1) $\because MD \parallel BC$,

$$\therefore \angle DME = \angle CBA,$$

$$\because \angle ACB = \angle MED = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle MED \sim \triangle BCA,$$

(2) $\because \angle ACB = 90^\circ$, 点 M 是斜边 AB 的中点,

$$\therefore MB = MC = AM,$$

$$\therefore \angle MCB = \angle MBC,$$

$$\because \angle DMB = \angle MBC,$$

$$\therefore \angle MCB = \angle DMB = \angle MBC,$$

$$\because \angle AMD = 180^\circ - \angle DMB,$$

$$\angle CMD = 180^\circ - \angle MCB - \angle MBC + \angle DMB = 180^\circ - \angle MBC$$

$$\therefore \angle AMD = \angle CMD,$$

在 $\triangle AMD$ 与 $\triangle CMD$ 中,

$$\begin{cases} MD=MD \\ \angle AMD=\angle CMD \\ AM=CM \end{cases}$$

$$\triangle AMD \cong \triangle CMD \quad (\text{SAS})$$

$$(3) \because MD=CM,$$

$$\therefore AM=MC=MD=MB,$$

$$\therefore MD=2AB,$$

由 (1) 可知: $\triangle MED \sim \triangle BCA$,

$$\therefore \frac{S_1}{S_{\triangle ACB}} = \left(\frac{MD}{AB}\right)^2 = \frac{1}{4},$$

$$\therefore S_{\triangle ACB} = 4S_1,$$

$\therefore CM$ 是 $\triangle ACB$ 的中线,

$$\therefore S_{\triangle MCB} = \frac{1}{2} S_{\triangle ACB} = 2S_1,$$

$$\therefore S_{\triangle EBD} = S_2 - S_{\triangle MCB} - S_1 = \frac{2}{5} S_1,$$

$$\therefore \frac{S_1}{S_{\triangle EBD}} = \frac{ME}{EB},$$

$$\therefore \frac{S_1}{\frac{2}{5} S_1} = \frac{ME}{EB},$$

$$\therefore \frac{ME}{EB} = \frac{5}{2},$$

设 $ME=5x$, $EB=2x$,

$$\therefore MB=7x,$$

$$\therefore AB=2MB=14x,$$

$$\therefore \frac{MD}{AB} = \frac{ME}{BC} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore BC = \frac{7}{2} x,$$

$$\therefore \cos \angle ABC = \frac{BC}{AB} = \frac{\frac{7}{2} x}{14x} = \frac{1}{4}$$

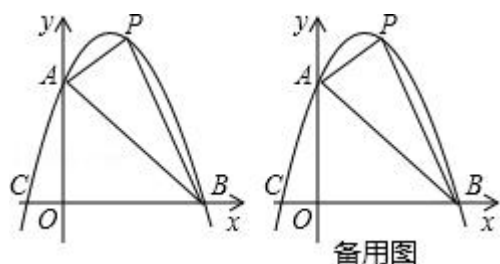
【点评】 本题考查相似三角形的综合问题, 涉及直角三角形斜边中线的性质, 全等三角形的性质与判定, 相似三角形的判定与性质, 三角形面积的面积比, 锐角三角函数的定义等知识, 综合程度较高, 需要学生灵活运用所学知识.

24. (12.00 分) 已知: 如图, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与坐标轴分别交于点 A (0, 6), B (6, 0), C (-2, 0), 点 P 是线段 AB 上方抛物线上的一个动点.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 当点 P 运动到什么位置时, $\triangle PAB$ 的面积有最大值?

(3) 过点 P 作 x 轴的垂线, 交线段 AB 于点 D, 再过点 P 做 $PE \parallel x$ 轴交抛物线于点 E, 连结 DE, 请问是否存在点 P 使 $\triangle PDE$ 为等腰直角三角形? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 说明理由.



【分析】(1) 待定系数法求解可得;

(2) 作 $PM \perp OB$ 与点 M, 交 AB 于点 N, 作 $AG \perp PM$, 先求出直线 AB 解析式为 $y = -x + 6$, 设 P $(t, -\frac{1}{2}t^2 + 2t + 6)$, 则 N $(t, -t + 6)$, 由 $S_{\triangle PAB} = S_{\triangle PAN} + S_{\triangle PBN} = \frac{1}{2}PN \cdot AG + \frac{1}{2}PN \cdot BM = \frac{1}{2}PN \cdot OB$ 列出关于 t 的函数表达式, 利用二次函数的性质求解可得;

(3) 由 $PH \perp OB$ 知 $DH \parallel AO$, 据此由 $OA = OB = 6$ 得 $\angle BDH = \angle BAO = 45^\circ$, 结合 $\angle DPE = 90^\circ$ 知若 $\triangle PDE$ 为等腰直角三角形, 则 $\angle EDP = 45^\circ$, 从而得出点 E 与点 A 重合, 求出 $y = 6$ 时 x 的值即可得出答案.

【解答】解: (1) $\because$ 抛物线过点 B (6, 0)、C (-2, 0),

$\therefore$ 设抛物线解析式为 $y = a(x - 6)(x + 2)$,

将点 A (0, 6) 代入, 得: $-12a = 6$,

解得: $a = -\frac{1}{2}$,

所以抛物线解析式为 $y = -\frac{1}{2}(x - 6)(x + 2) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 6$;

(2) 如图 1, 过点 P 作 $PM \perp OB$ 与点 M, 交 AB 于点 N, 作 $AG \perp PM$ 于点 G,

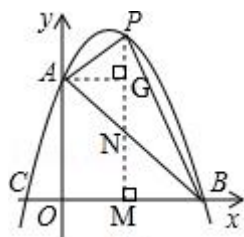


图 1

设直线 AB 解析式为 $y=kx+b$,

将点 A (0, 6)、B (6, 0) 代入, 得:

$$\begin{cases} b=6 \\ 6k+b=0 \end{cases}$$

解得: $\begin{cases} k=-1 \\ b=6 \end{cases}$,

则直线 AB 解析式为 $y=-x+6$,

设 P $(t, -\frac{1}{2}t^2+2t+6)$ 其中 $0 < t < 6$,

则 N $(t, -t+6)$,

$$\therefore PN=PM-MN=-\frac{1}{2}t^2+2t+6-(-t+6)=-\frac{1}{2}t^2+2t+6+t-6=-\frac{1}{2}t^2+3t,$$

$$\therefore S_{\triangle PAB}=S_{\triangle PAN}+S_{\triangle PBN}$$

$$=\frac{1}{2}PN \cdot AG+\frac{1}{2}PN \cdot BM$$

$$=\frac{1}{2}PN \cdot (AG+BM)$$

$$=\frac{1}{2}PN \cdot OB$$

$$=\frac{1}{2} \times (-\frac{1}{2}t^2+3t) \times 6$$

$$=-\frac{3}{2}t^2+9t$$

$$=-\frac{3}{2}(t-3)^2+\frac{27}{2},$$

$\therefore$ 当 $t=3$ 时, $\triangle PAB$ 的面积有最大值;

(3) 如图 2,

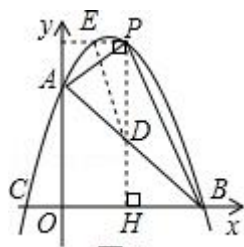


图 2

$\because PH \perp OB$ 于 H ,

$\therefore \angle DHB = \angle AOB = 90^\circ$,

$\therefore DH \parallel AO$,

$\because OA = OB = 6$,

$\therefore \angle BDH = \angle BAO = 45^\circ$,

$\because PE \parallel x$ 轴、 $PD \perp x$ 轴,

$\therefore \angle DPE = 90^\circ$,

若 $\triangle PDE$ 为等腰直角三角形,

则 $\angle EDP = 45^\circ$,

$\therefore \angle EDP$ 与 $\angle BDH$ 互为对顶角, 即点 E 与点 A 重合,

则当 $y=6$ 时, $-\frac{1}{2}x^2 + 2x + 6 = 6$,

解得: $x=0$ (舍) 或 $x=4$,

即点 $P(4, 6)$.

【点评】 本题主要考查二次函数的综合问题, 解题的关键是掌握待定系数法求函数解析式、二次函数的性质、等腰直角三角形的判定与性质等知识点.