

四川省攀枝花市 2018 年中考数学真题试题

一、选择题：本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分．在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的

1. 下列实数中，无理数是（ ）

- A. 0 B. -2 C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{1}{7}$

解：0，-2， $\frac{1}{7}$ 是有理数， $\sqrt{3}$ 是无理数.

故选 C.

2. 下列运算结果是 a^5 的是（ ）

- A. $a^{10} \div a^2$ B. $(a^2)^3$ C. $(-a)^5$ D. $a^3 \cdot a^2$

解：A. $a^{10} \div a^2 = a^8$ ，错误；

B. $(a^2)^3 = a^6$ ，错误；

C. $(-a)^5 = -a^5$ ，错误；

D. $a^3 \cdot a^2 = a^5$ ，正确；

故选 D.

3. 如图，实数 -3、x、3、y 在数轴上的对应点分别为 M、N、P、Q，这四个数中绝对值最小的数对应的点是（ ）

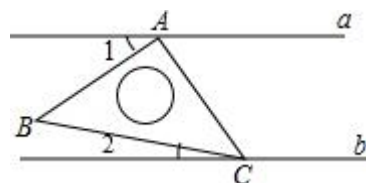


- A. 点 M B. 点 N C. 点 P D. 点 Q

解：∵ 实数 -3，x，3，y 在数轴上的对应点分别为 M、N、P、Q，∴ 原点在点 M 与 N 之间，∴ 这四个数中绝对值最小的数对应的点是点 N.

故选 B.

4. 如图，等腰直角三角形的顶点 A、C 分别在直线 a、b 上，若 $a \parallel b$ ， $\angle 1 = 30^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为（ ）



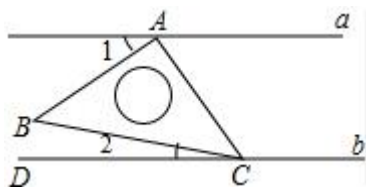
- A. 30° B. 15° C. 10° D. 20°

解：如图所示：

∵ $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形，∴ $\angle BAC = 90^\circ$ ， $\angle ACB = 45^\circ$ ，∴ $\angle 1 + \angle BAC = 30^\circ + 90^\circ = 120^\circ$.

∵ $a \parallel b$ ，∴ $\angle ACD = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ ，∴ $\angle 2 = \angle ACD - \angle ACB = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ$ ；

故选 B.



5. 下列平面图形中, 既是中心对称图形, 又是轴对称图形的是 ()

- A. 菱形 B. 等边三角形 C. 平行四边形 D. 等腰梯形

解: A. 菱形既是中心对称图形, 也是轴对称图形, 故本选项正确;

B. 等边三角形不是中心对称图形, 是轴对称图形, 故本选项错误;

C. 平行四边形是中心对称图形, 不是轴对称图形, 故本选项错误;

D. 等腰梯形不是中心对称图形, 是轴对称图形, 故本选项错误.

故选 A.

6. 抛物线 $y=x^2-2x+2$ 的顶点坐标为 ()

- A. (1, 1) B. (-1, 1) C. (1, 3) D. (-1, 3)

解: $\because y=x^2-2x+2=(x-1)^2+1$, $\therefore$ 顶点坐标为 (1, 1).

故选 A.

7. 若点 A (a+1, b-2) 在第二象限, 则点 B (-a, 1-b) 在 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

解: $\because$ 点 A (a+1, b-2) 在第二象限, $\therefore a+1<0$, $b-2>0$, 解得: $a<-1$, $b>2$, 则 $-a>1$, $1-b<-1$,

故点 B (-a, 1-b) 在第四象限.

故选 D.

8. 布袋中装有除颜色外没有其他区别的 1 个红球和 2 个白球, 搅匀后从中摸出一个球, 放回搅匀, 再摸出第二个球, 两次都摸出白球的概率是 ()

- A. $\frac{4}{9}$ B. $\frac{2}{9}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

解: 画树状图得:

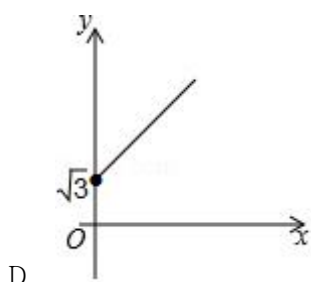
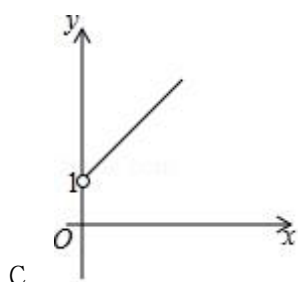
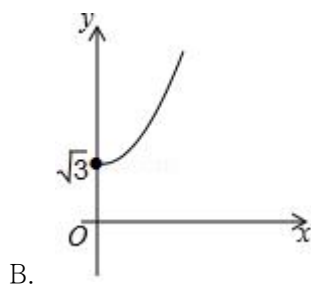
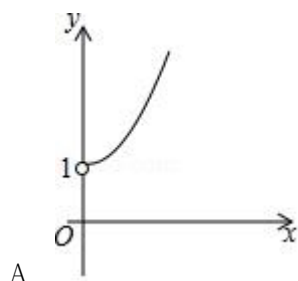
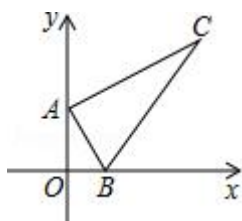


则共有 9 种等可能的结果, 两次都摸到白球的有 4 种情况, $\therefore$ 两次都摸到白球的概率为 $\frac{4}{9}$.

故选 A.

9. 如图, 点 A 的坐标为 (0, 1), 点 B 是 x 轴正半轴上的一动点, 以 AB 为边作 Rt $\triangle ABC$, 使 $\angle BAC=90^\circ$,

$\angle ACB=30^\circ$ ，设点 B 的横坐标为 x ，点 C 的纵坐标为 y ，能表示 y 与 x 的函数关系的图象大致是（ ）



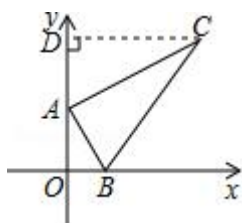
解：如图所示：过点 C 作 $CD \perp y$ 轴于点 D.

$\because \angle BAC=90^\circ$ ， $\therefore \angle DAC+\angle OAB=90^\circ$.

$\because \angle DCA+\angle DAC=90^\circ$ ， $\therefore \angle DCA=\angle OAB$. 又 $\because \angle CDA=\angle AOB=90^\circ$ ， $\therefore \triangle CDA \sim \triangle AOB$ ， $\therefore \frac{OB}{DA}$

$=\frac{OA}{DC}=\frac{AB}{AC}=\tan 30^\circ$ ，则 $\frac{x}{y-1}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ ，故 $y=\sqrt{3}x+1$ ($x>0$)，则选项 C 符合题意.

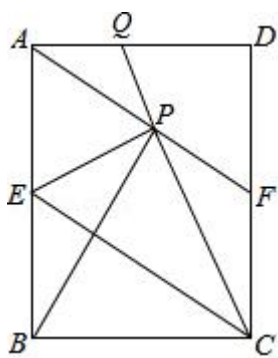
故选 C.



10. 如图，在矩形 ABCD 中，E 是 AB 边的中点，沿 EC 对折矩形 ABCD，使 B 点落在点 P 处，折痕为 EC，连结 AP 并延长 AP 交 CD 于 F 点，连结 CP 并延长 CP 交 AD 于 Q 点. 给出以下结论：

- ① 四边形 AECF 为平行四边形；
- ② $\angle PBA=\angle APQ$ ；
- ③ $\triangle FPC$ 为等腰三角形；
- ④ $\triangle APB \cong \triangle EPC$.

其中正确结论的个数为（ ）



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

解: ①如图, EC, BP 交于点 G;

$\because$ 点 P 是点 B 关于直线 EC 的对称点, $\therefore$ EC 垂直平分 BP, $\therefore$ EP=EB, $\therefore \angle EBP=\angle EPB$.

$\because$ 点 E 为 AB 中点, $\therefore$ AE=EB, $\therefore$ AE=EP, $\therefore \angle PAB=\angle PBA$.

$\because \angle PAB+\angle PBA+\angle APB=180^\circ$, 即 $\angle PAB+\angle PBA+\angle APE+\angle BPE=2(\angle PAB+\angle PBA)=180^\circ$, $\therefore \angle PAB+\angle PBA=90^\circ$, $\therefore$ AP $\perp$ BP, $\therefore$ AF $\parallel$ EC;

$\because$ AE $\parallel$ CF, $\therefore$ 四边形 AECF 是平行四边形, 故①正确;

② $\because \angle APB=90^\circ$, $\therefore \angle APQ+\angle BPC=90^\circ$, 由折叠得: BC=PC, $\therefore \angle BPC=\angle PBC$.

$\because$ 四边形 ABCD 是正方形, $\therefore \angle ABC=\angle ABP+\angle PBC=90^\circ$, $\therefore \angle ABP=\angle APQ$, 故②正确;

③ $\because$ AF $\parallel$ EC, $\therefore \angle FPC=\angle PCE=\angle BCE$.

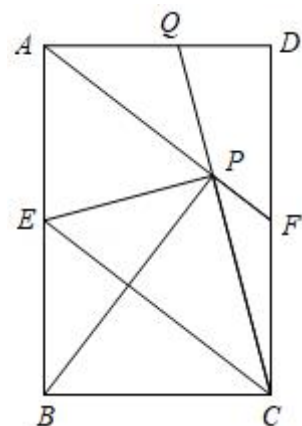
$\because \angle PFC$ 是钝角, 当 $\triangle BPC$ 是等边三角形, 即 $\angle BCE=30^\circ$ 时, 才有 $\angle FPC=\angle FCP$, 如右图, $\triangle PCF$ 不一定是等腰三角形, 故③不正确;

④ $\because$ AF=EC, AD=BC=PC, $\angle ADF=\angle EPC=90^\circ$, $\therefore \text{Rt}\triangle EPC \cong \triangle FDA$ (HL).

$\because \angle ADF=\angle APB=90^\circ$, $\angle FAD=\angle ABP$, 当 BP=AD 或 $\triangle BPC$ 是等边三角形时, $\triangle APB \cong \triangle FDA$, $\therefore \triangle APB \cong \triangle EPC$, 故④不正确;

其中正确结论有①②, 2 个.

故选 B.



二、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分.

11. 分解因式: $x^3y - 2x^2y + xy =$ _____.

解: 原式 $= xy(x^2 - 2x + 1) = xy(x - 1)^2$.

故答案为: $xy(x - 1)^2$.

12. 如果 $a+b=2$, 那么代数式 $(a - \frac{b^2}{a}) \div \frac{a-b}{a}$ 的值是_____.

解: 当 $a+b=2$ 时, 原式 $= \frac{a^2 - b^2}{a} \cdot \frac{a}{a-b}$
 $= \frac{(a-b)(a+b)}{a} \cdot \frac{a}{a-b}$

$= a+b$

$= 2$

故答案为: 2.

13. 样本数据 1, 2, 3, 4, 5. 则这个样本的方差是_____.

解: $\because$ 1, 2, 3, 4, 5 的平均数是 $(1+2+3+4+5) \div 5 = 3$, $\therefore$ 这个样本方差为 $s^2 = \frac{1}{5} [(1-3)^2 + (2-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2 + (5-3)^2] = 2$;

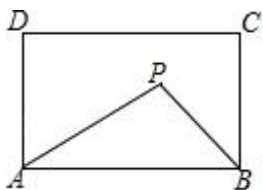
故答案为: 2.

14. 关于 x 的不等式 $-1 < x \leq a$ 有 3 个正整数解, 则 a 的取值范围是_____.

解: $\because$ 不等式 $-1 < x \leq a$ 有 3 个正整数解, $\therefore$ 这 3 个整数解为 1, 2, 3, 则 $3 \leq a < 4$.

故答案为: $3 \leq a < 4$.

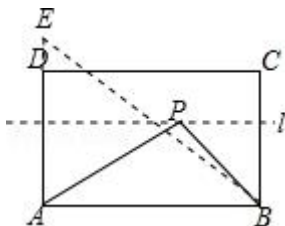
15. 如图, 在矩形 ABCD 中, $AB=4$, $AD=3$, 矩形内部有一动点 P 满足 $S_{\triangle PAB} = \frac{1}{3} S_{\text{矩形} ABCD}$, 则点 P 到 A、B 两点的距离之和 PA+PB 的最小值为_____.



解: 设 $\triangle ABP$ 中 AB 边上的高是 h.

$\because S_{\triangle PAB} = \frac{1}{3} S_{\text{矩形} ABCD}$, $\therefore \frac{1}{2} AB \cdot h = \frac{1}{3} AB \cdot AD$, $\therefore h = \frac{2}{3} AD = 2$, $\therefore$ 动点 P 在与 AB 平行且与 AB 的距离是 2 的直

线 l 上, 如图, 作 A 关于直线 l 的对称点 E, 连接 AE, 连接 BE, 则 BE 的长就是所求的最短距离.

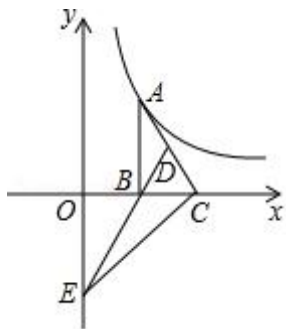


在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中, $\because AB=4$, $AE=2+2=4$, $\therefore BE=\sqrt{AB^2+AE^2}=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$, 即 $PA+PB$ 的最小值为 $4\sqrt{2}$.

故答案为: $4\sqrt{2}$.

16. 如图, 已知点 A 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x>0$) 的图象上, 作 $\text{Rt}\triangle ABC$, 边 BC 在 x 轴上, 点 D 为斜边

AC 的中点, 连结 DB 并延长交 y 轴于点 E , 若 $\triangle BCE$ 的面积为 4, 则 $k=\underline{\hspace{2cm}}$.



解: $\because BD$ 为 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的斜边 AC 上的中线, $\therefore BD=DC$, $\angle DBC=\angle ACB$, 又 $\angle DBC=\angle EBO$, $\therefore \angle EBO=\angle ACB$, 又 $\angle BOE=\angle CBA=90^\circ$, $\therefore \triangle BOE\sim\triangle CBA$, $\therefore \frac{BO}{BC}=\frac{OE}{AB}$, 即 $BC\times OE=BO\times AB$.

又 $\because S_{\triangle BEC}=4$, $\therefore \frac{1}{2} BC\cdot EO=4$, 即 $BC\times OE=8=BO\times AB=|k|$.

$\because$ 反比例函数图象在第一象限, $k>0$, $\therefore k=8$.

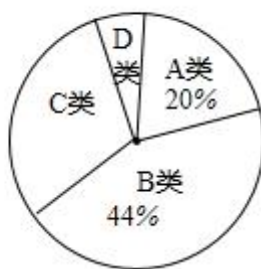
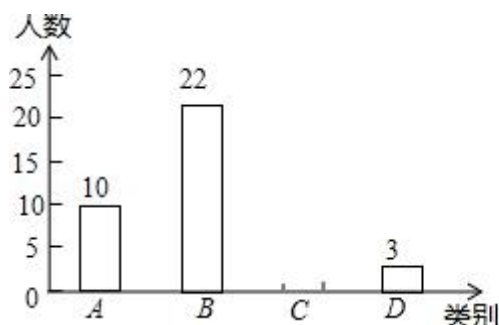
故答案为: 8.

三、解答题: 本大题共 8 小题, 共 66 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤

17. 解方程: $\frac{x-3}{2}-\frac{2x+1}{3}=1$.

解: 去分母得: $3(x-3)-2(2x+1)=6$, 去括号得: $3x-9-4x-2=6$, 移项得: $-x=17$, 系数化为 1 得: $x=-17$.

18. 某校为了预测本校九年级男生毕业体育测试达标情况, 随机抽取该年级部分男生进行了一次测试 (满分 50 分, 成绩均记为整数分), 并按测试成绩 m (单位: 分) 分成四类: A 类 ($45<m\leq 50$), B 类 ($40<m\leq 45$), C 类 ($35<m\leq 40$), D 类 ($m\leq 35$) 绘制出如图所示的两幅不完整的统计图, 请根据图中信息解答下列问题:



(1) 求本次抽取的样本容量和扇形统计图中 A 类所对的圆心角的度数;

(2) 若该校九年级男生有 500 名, D 类为测试成绩不达标, 请估计该校九年级男生毕业体育测试成绩能

达标的有多少名？

解：(1) 本次抽取的样本容量为 $10 \div 20\% = 50$ ，扇形统计图中 A 类所对的圆心角的度数为 $360^\circ \times 20\% = 72^\circ$ ；

(2) 估计该校九年级男生毕业体育测试成绩能达标的有 $500 \times (1 - \frac{3}{50}) = 470$ 名。

19. 攀枝花市出租车的收费标准是：起步价 5 元（即行驶距离不超过 2 千米都需付 5 元车费），超过 2 千米以后，每增加 1 千米，加收 1.8 元（不足 1 千米按 1 千米计）。某同学从家乘出租车到学校，付了车费 24.8 元。求该同学的家到学校的距离在什么范围？

解：设该同学的家到学校的距离是 x 千米，依题意：

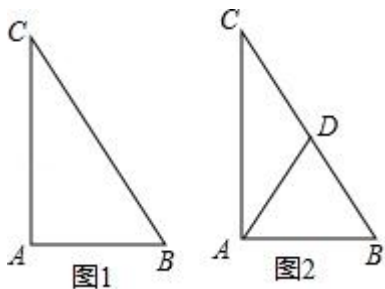
$$24.8 - 1.8 < 5 + 1.8(x - 2) \leq 24.8, \text{ 解得: } 12 < x \leq 13.$$

故该同学的家到学校的距离在大于 12 小于等于 13 的范围。

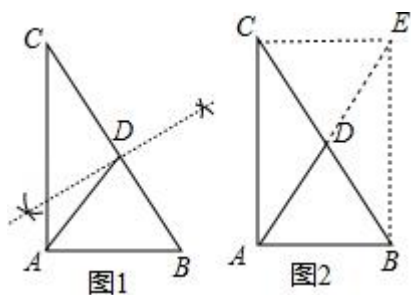
20. 已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ 。

(1) 请在图 1 中作出 BC 边上的中线（保留作图痕迹，不写作法）；

(2) 如图 2，设 BC 边上的中线为 AD，求证：BC=2AD。



(1) 解：如图 1，AD 为所作；



(2) 证明：延长 AD 到 E，使 $ED = AD$ ，连接 EB、EC，如图 2。

$\because CD = BD, AD = ED, \therefore$ 四边形 ABEC 为平行四边形。

$\because \angle CAB = 90^\circ, \therefore$ 四边形 ABEC 为矩形， $\therefore AE = BC, \therefore BC = 2AD$ 。

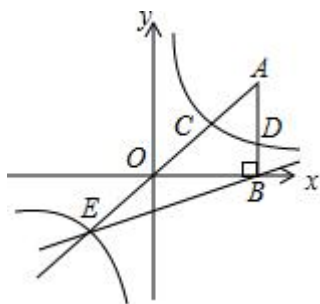
21. 如图，在平面直角坐标系中，A 点的坐标为 $(a, 6)$ ， $AB \perp x$ 轴于点 B， $\cos \angle OAB = \frac{3}{5}$ ，反比例函数

$y = \frac{k}{x}$ 的图象的一支分别交 AO、AB 于点 C、D。延长 AO 交反比例函数的图象的另一支于点 E。已知点 D 的纵坐标为 $\frac{3}{2}$ 。

(1) 求反比例函数的解析式；

(2) 求直线 EB 的解析式;

(3) 求 $S_{\triangle OEB}$.



解: (1) $\because$ A 点的坐标为 $(a, 6)$, $AB \perp x$ 轴, $\therefore AB=6$.

$\because \cos \angle OAB = \frac{3}{5} = \frac{AB}{OA}$, $\therefore \frac{6}{OA} = \frac{3}{5}$, $\therefore OA=10$, 由勾股定理得: $OB=8$, $\therefore A(8, 6)$, $\therefore D(8, \frac{3}{2})$.

$\because$ 点 D 在反比例函数的图象上, $\therefore k=8 \times \frac{3}{2}=12$, $\therefore$ 反比例函数的解析式为: $y=\frac{12}{x}$;

(2) 设直线 OA 的解析式为: $y=bx$.

$\because A(8, 6)$, $\therefore 8b=6$, $b=\frac{3}{4}$, $\therefore$ 直线 OA 的解析式为: $y=\frac{3}{4}x$, 则 $\frac{12}{x}=\frac{3x}{4}$, $x=\pm 4$, $\therefore E(-4, -3)$, 设

直线 BE 的解式为: $y=mx+n$, 把 $B(8, 0)$, $E(-4, -3)$ 代入得: $\begin{cases} 8m+n=0 \\ -4m+n=-3 \end{cases}$, 解得: $\begin{cases} m=\frac{1}{4} \\ n=-2 \end{cases}$, $\therefore$ 直

线 BE 的解式为: $y=\frac{1}{4}x-2$;

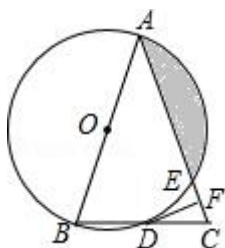
(3) $S_{\triangle OEB} = \frac{1}{2}OB \cdot |y_E| = \frac{1}{2} \times 8 \times 3 = 12$.

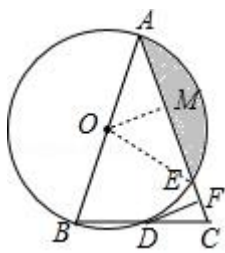
22. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 分别与 BC、AC 交于点 D、E, 过点 D 作 $DF \perp AC$ 于点 F.

(1) 若 $\odot O$ 的半径为 3, $\angle CDF=15^\circ$, 求阴影部分的面积;

(2) 求证: DF 是 $\odot O$ 的切线;

(3) 求证: $\angle EDF = \angle DAC$.





(1) 解:

连接 OE, 过 O 作 $OM \perp AC$ 于 M, 则 $\angle AMO = 90^\circ$.

$\because DF \perp AC, \therefore \angle DFC = 90^\circ$.

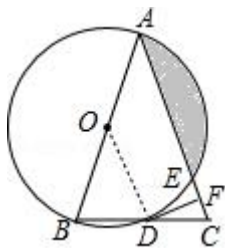
$\because \angle FDC = 15^\circ, \therefore \angle C = 180^\circ - 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$.

$\because AB = AC, \therefore \angle ABC = \angle C = 75^\circ, \therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle ABC - \angle C = 30^\circ, \therefore OM = \frac{1}{2}OA = \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2},$

$$AM = \sqrt{3}OM = \frac{3\sqrt{3}}{2}.$$

$\because OA = OE, OM \perp AC, \therefore AE = 2AM = 3\sqrt{3}, \therefore \angle BAC = \angle AEO = 30^\circ, \therefore \angle AOE = 180^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 120^\circ,$

$\therefore$ 阴影部分的面积 $S = S_{\text{扇形} AOE} - S_{\triangle AOE} = \frac{120\pi \times 3^2}{360} - \frac{1}{2} \times 3\sqrt{3} \times \frac{3}{2} = 3\pi - \frac{9\sqrt{3}}{4};$

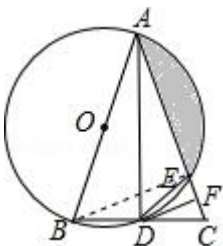


(2) 证明: 连接 OD,

$\because AB = AC, OB = OD, \therefore \angle ABC = \angle C, \angle ABC = \angle ODB, \therefore \angle ODB = \angle C, \therefore AC \parallel OD.$

$\because DF \perp AC, \therefore DF \perp OD.$

$\because OD$ 过 O, $\therefore DF$ 是 $\odot O$ 的切线;



(3) 证明: 连接 BE,

$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径, $\therefore \angle AEB = 90^\circ, \therefore BE \perp AC.$

$\because DF \perp AC, \therefore BE \parallel DF, \therefore \angle FDC = \angle EBC.$

$\because \angle EBC = \angle DAC, \therefore \angle FDC = \angle DAC.$

$\because A, B, D, E$ 四点共圆, $\therefore \angle DEF = \angle ABC.$

$\because \angle ABC = \angle C, \therefore \angle DEC = \angle C.$

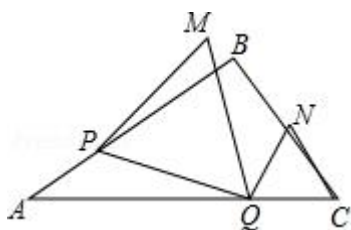
$\because DF \perp AC, \therefore \angle EDF = \angle FDC, \therefore \angle EDF = \angle DAC.$

23. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=7.5$, $AC=9$, $S_{\triangle ABC}=\frac{81}{4}$. 动点 P 从 A 点出发, 沿 AB 方向以每秒5个单位长度的速度向 B 点匀速运动, 动点 Q 从 C 点同时出发, 以相同的速度沿 CA 方向向 A 点匀速运动, 当点 P 运动到 B 点时, P 、 Q 两点同时停止运动, 以 PQ 为边作正 $\triangle PQM$ (P 、 Q 、 M 按逆时针排序), 以 QC 为边在 AC 上方作正 $\triangle QCN$, 设点 P 运动时间为 t 秒.

(1) 求 $\cos A$ 的值;

(2) 当 $\triangle PQM$ 与 $\triangle QCN$ 的面积满足 $S_{\triangle PQM}=\frac{9}{5}S_{\triangle QCN}$ 时, 求 t 的值;

(3) 当 t 为何值时, $\triangle PQM$ 的某个顶点 (Q 点除外) 落在 $\triangle QCN$ 的边上.



解: (1) 如图1中, 作 $BE \perp AC$ 于 E .

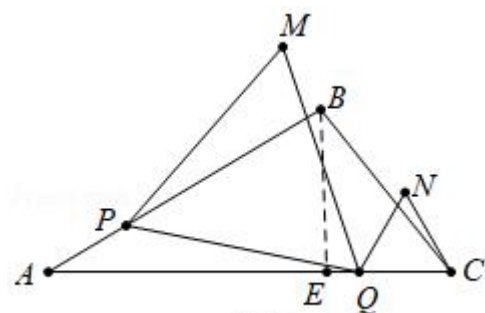


图1

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BE = \frac{81}{4}, \therefore BE = \frac{9}{2}. \text{ 在 } Rt\triangle ABE \text{ 中, } AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = 6, \therefore \cos A = \frac{AE}{AB} = \frac{6}{7.5} = \frac{4}{5}.$$

(2) 如图2中, 作 $PH \perp AC$ 于 H .

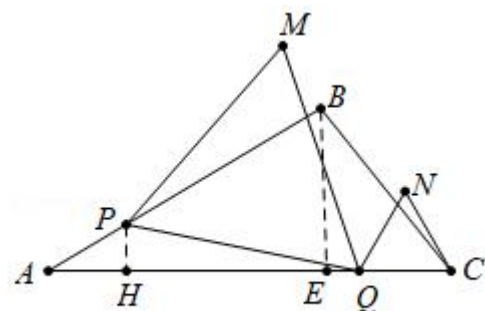


图2

$$\therefore PA = 5t, PH = 3t, AH = 4t, HQ = AC - AH - CQ = 9 - 9t, \therefore PQ^2 = PH^2 + HQ^2 = 9t^2 + (9 - 9t)^2.$$

$$\therefore S_{\triangle PQM} = \frac{9}{5} S_{\triangle QCN}, \therefore \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot PQ^2 = \frac{9}{5} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot CQ^2, \therefore 9t^2 + (9 - 9t)^2 = \frac{9}{5} \times (5t)^2, \text{ 整理得: } 5t^2 - 18t + 9 = 0, \text{ 解得}$$

$$t = 3 \text{ (舍弃) 或 } \frac{3}{5}, \therefore \text{当 } t = \frac{3}{5} \text{ 时, 满足 } S_{\triangle PQM} = \frac{9}{5} S_{\triangle QCN}.$$

(3) ①如图 3 中, 当点 M 落在 QN 上时, 作 $PH \perp AC$ 于 H.

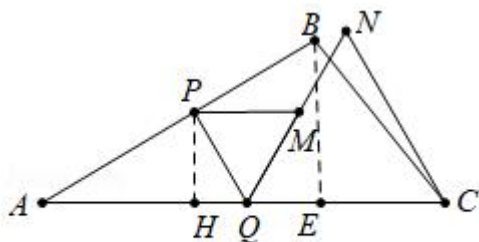


图3

易知: $PM \parallel AC$, $\therefore \angle MPQ = \angle PQH = 60^\circ$, $\therefore PH = \sqrt{3}HQ$, $\therefore 3t = \sqrt{3}(9 - 9t)$, $\therefore t = \frac{27 - 3\sqrt{3}}{26}$.

②如图 4 中, 当点 M 在 CQ 上时, 作 $PH \perp AC$ 于 H.

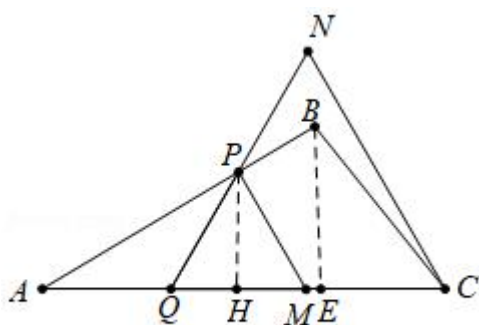


图4

同法可得 $PH = \sqrt{3}QH$, $\therefore 3t = \sqrt{3}(9t - 9)$, $\therefore t = \frac{27 + 3\sqrt{3}}{26}$.

综上所述: 当 $t = \frac{27 - 3\sqrt{3}}{26}s$ 或 $\frac{27 + 3\sqrt{3}}{26}s$ 时, $\triangle PQM$ 的某个顶点 (Q 点除外) 落在 $\triangle QCN$ 的边上.

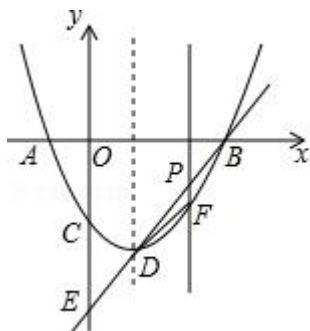
24. 如图, 对称轴为直线 $x=1$ 的抛物线 $y=x^2 - bx + c$ 与 x 轴交于 $A(x_1, 0)$ 、 $B(x_2, 0)$ ($x_1 < x_2$) 两点, 与 y 轴交于 C 点, 且 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{2}{3}$.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 抛物线顶点为 D , 直线 BD 交 y 轴于 E 点;

①设点 P 为线段 BD 上一点 (点 P 不与 B 、 D 两点重合), 过点 P 作 x 轴的垂线与抛物线交于点 F , 求 $\triangle BDF$ 面积的最大值;

②在线段 BD 上是否存在点 Q , 使得 $\angle BDC = \angle QCE$? 若存在, 求出点 Q 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



解：(1) $\because$ 抛物线对称轴为直线 $x=1$

$$\therefore -\frac{-b}{2}=1$$

$$\therefore b=2$$

由一元二次方程根与系数关系：

$$x_1+x_2=-\frac{b}{a}, \quad x_1x_2=\frac{c}{a}$$

$$\therefore \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1+x_2}{x_1x_2} = -\frac{b}{c} = -\frac{2}{3}$$

$$\therefore -\frac{-b}{c} = -\frac{2}{3}$$

则 $c=-3$

$$\therefore \text{抛物线解析式为: } y=x^2-2x-3$$

(2) 由 (1) 点 D 坐标为 (1, -4)

当 $y=0$ 时, $x^2-2x-3=0$

解得 $x_1=-1$, $x_2=3$

$\therefore$ 点 B 坐标为 (3, 0)

① 设点 F 坐标为 (a, b)

$$\therefore \triangle BDF \text{ 的面积 } S = \frac{1}{2} \times (4-b)(a-1) + \frac{1}{2} \times (-b)(3-a) - \frac{1}{2} \times 2 \times 4$$

整理的 $S=2a-b-6$

$$\therefore b=a^2-2a-3$$

$$\therefore S=2a-(a^2-2a-3)-6=-a^2+4a-3$$

$$\therefore a=-1 < 0$$

$$\therefore \text{当 } a=2 \text{ 时, } S_{\text{最大}}=-4+8-3=1$$

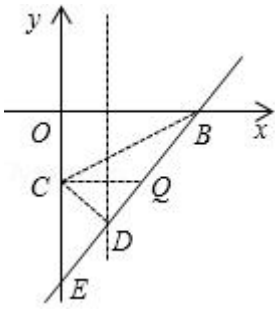
② 存在

由已知点 D 坐标为 (1, -4), 点 B 坐标为 (3, 0)

$\therefore$ 直线 BD 解析式为: $y=2x-6$

则点 E 坐标为 (0, -6)

连 BC、CD, 则由勾股定理



$$CB^2 = (3 - 0)^2 + (-3 - 0)^2 = 18$$

$$CD^2 = 1^2 + (-4 + 3)^2 = 2$$

$$BD^2 = (-4)^2 + (3 - 1)^2 = 20$$

$$\therefore CB^2 + CD^2 = BD^2$$

$$\therefore \angle BDC = 90^\circ$$

$$\because \angle BDC = \angle QCE$$

$$\therefore \angle QCE = 90^\circ$$

$$\therefore \text{点 } Q \text{ 纵坐标为 } -3$$

$$\text{代入 } -3 = 2x - 6$$

$$\therefore x = \frac{3}{2}$$

$$\therefore \text{存在点 } Q \text{ 坐标为 } \left(\frac{3}{2}, -3\right)$$