

四川省宜宾市 2018 年中考数学真题试题

一、选择题：(本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分) 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将正确选项填在答题卡对应题目上。(注意：在试题卷上作答无效)

1. (3 分) 3 的相反数是 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. 3 C. -3 D. $\pm \frac{1}{3}$

2. (3 分) 我国首艘国产航母于 2018 年 4 月 26 日正式下水，排水量约为 65000 吨，将 65000 用科学记数法表示为 ()

- A. 6.5×10^{-4} B. 6.5×10^4 C. -6.5×10^4 D. 65×10^4

3. (3 分) 一个立体图形的三视图如图所示，则该立体图形是 ()



- A. 圆柱 B. 圆锥 C. 长方体 D. 球

4. (3 分) 一元二次方程 $x^2 - 2x = 0$ 的两根分别为 x_1 和 x_2 ，则 x_1x_2 为 ()

- A. -2 B. 1 C. 2 D. 0

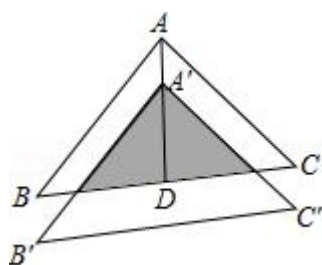
5. (3 分) 在 $\square ABCD$ 中，若 $\angle BAD$ 与 $\angle CDA$ 的角平分线交于点 E，则 $\triangle AED$ 的形状是 ()

- A. 锐角三角形 B. 直角三角形 C. 钝角三角形 D. 不能确定

6. (3 分) 某市从 2017 年开始大力发展“竹文化”旅游产业。据统计，该市 2017 年“竹文化”旅游收入约为 2 亿元。预计 2019 “竹文化”旅游收入达到 2.88 亿元，据此估计该市 2018 年、2019 年“竹文化”旅游收入的年平均增长率约为 ()

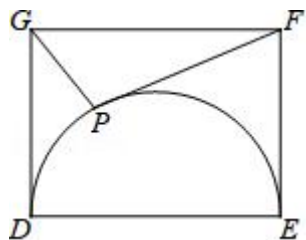
- A. 2% B. 4.4% C. 20% D. 44%

7. (3 分) 如图，将 $\triangle ABC$ 沿 BC 边上的中线 AD 平移到 $\triangle A'B'C'$ 的位置，已知 $\triangle ABC$ 的面积为 9，阴影部分三角形的面积为 4。若 $AA' = 1$ ，则 $A'D$ 等于 ()



- A. 2 B. 3 C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{2}$

8. (3分) 在 $\triangle ABC$ 中, 若 O 为 BC 边的中点, 则必有: $AB^2+AC^2=2AO^2+2BO^2$ 成立. 依据以上结论, 解决如下问题: 如图, 在矩形 $DEFG$ 中, 已知 $DE=4$, $EF=3$, 点 P 在以 DE 为直径的半圆上运动, 则 PF^2+PG^2 的最小值为 ()



- A. $\sqrt{10}$ B. $\frac{19}{2}$ C. 34 D. 10

二、填空题: (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分) 请把答案直接填在答题卡对应题中横线上 (注意: 在试题卷上作答无效)

9. (3分) 分解因式: $2a^3b - 4a^2b^2 + 2ab^3 =$ _____.

10. (3分) 不等式组 $1 < \frac{1}{2}x - 2 \leq 2$ 的所有整数解的和为_____.

11. (3分) 某校拟招聘一名优秀数学教师, 现有甲、乙、丙三名教师入围, 三名教师笔试成绩、面试成绩如右表所示, 综合成绩按照笔试占 60%、面试占 40%进行计算, 学校录取综合成绩得分最高者, 则被录取教师的综合成绩为分_____.

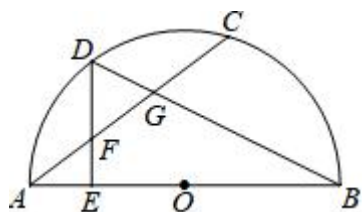
教师	甲	乙	丙
成绩			
笔试	80 分	82 分	78 分
面试	76 分	74 分	78 分

12. (3分) 已知点 A 是直线 $y=x+1$ 上一点, 其横坐标为 $-\frac{1}{2}$, 若点 B 与点 A 关于 y 轴对称, 则点 B 的坐标为_____.

13. (3分) 刘徽是中国古代卓越的数学家之一, 他在《九章算术》中提出了“割圆术”, 即用内接或外切正多边形逐步逼近圆来近似计算圆的面积, 设圆 O 的半径为 1, 若用圆 O 的外切正六边形的面积来近似估计圆 O 的面积, 则 $S=$ _____. (结果保留根号)

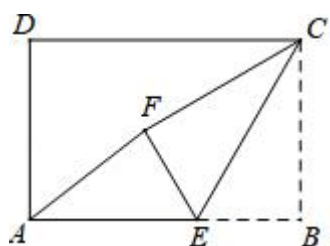
14. (3分) 已知: 点 $P(m, n)$ 在直线 $y=-x+2$ 上, 也在双曲线 $y=-\frac{1}{x}$ 上, 则 m^2+n^2 的值为_____

15. (3分) 如图, AB 是半圆的直径, AC 是一条弦, D 是 AC 的中点, $DE \perp AB$ 于点 E 且 DE 交 AC 于点 F, DB 交 AC 于点 G, 若 $\frac{EF}{AE} = \frac{3}{4}$, 则 $\frac{CG}{GB} =$ _____.



16. (3分) 如图, 在矩形 ABCD 中, $AB=3$, $CB=2$, 点 E 为线段 AB 上的动点, 将 $\triangle CBE$ 沿 CE 折叠, 使点 B 落在矩形内点 F 处, 下列结论正确的是_____ (写出所有正确结论的序号)

- ①当 E 为线段 AB 中点时, $AF \parallel CE$;
 ②当 E 为线段 AB 中点时, $AF = \frac{9}{5}$;
 ③当 A、F、C 三点共线时, $AE = \frac{13-2\sqrt{13}}{3}$;
 ④当 A、F、C 三点共线时, $\triangle CEF \cong \triangle AEF$.

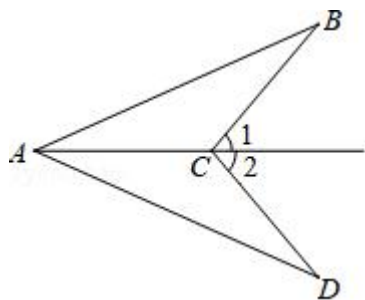


三、解答题: (本大题共 8 个题, 共 72 分) 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (10分) (1) 计算: $\sin 30^\circ + (2018 - \sqrt{3})^0 - 2^{-1} + |-4|$;

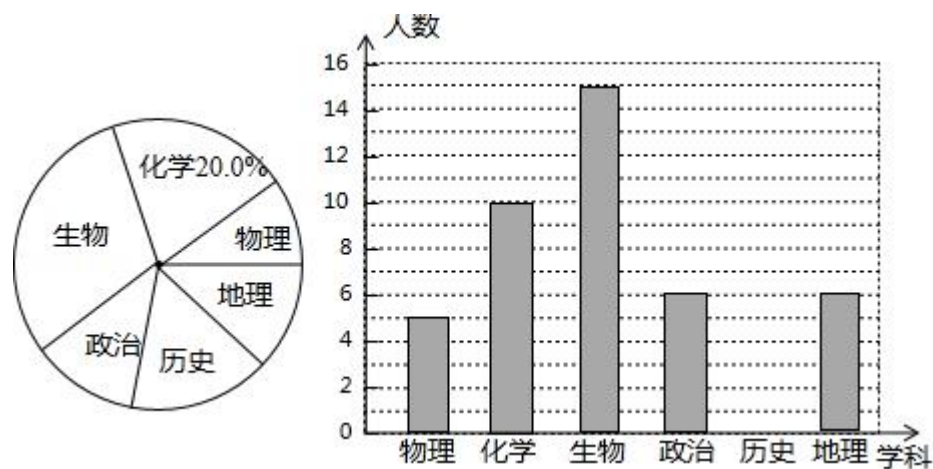
(2) 化简: $(1 - \frac{2}{x-1}) \div \frac{x-3}{x^2-1}$.

18. (6分) 如图, 已知 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle B = \angle D$, 求证: $CB = CD$.



19. (8分) 某高中进行“选科走班”教学改革, 语文、数学、英语三门为必修学科, 另外还需从物理、化学、生物、政治、历史、地理 (分别记为 A、B、C、D、E、F) 六门选修学

科中任选三门，现对该校某班选科情况进行调查，对调查结果进行了分析统计，并制作了两幅不完整的统计图.

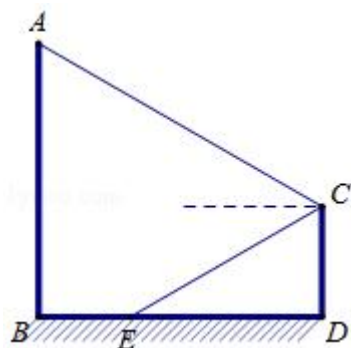


请根据以上信息，完成下列问题:

- (1) 该班共有学生人;
- (2) 请将条形统计图补充完整;
- (3) 该班某同学物理成绩特别优异，已经从选修学科中选定物理，还需从余下选修学科中任意选择两门，请用列表或画树状图的方法，求出该同学恰好选中化学、历史两科的概率.

20. (8分) 我市经济技术开发区某智能手机有限公司接到生产 300 万部智能手机的订单，为了尽快交货，增开了一条生产线，实际每月生产能力比原计划提高了 50%，结果比原计划提前 5 个月完成交货，求每月实际生产智能手机多少万部.

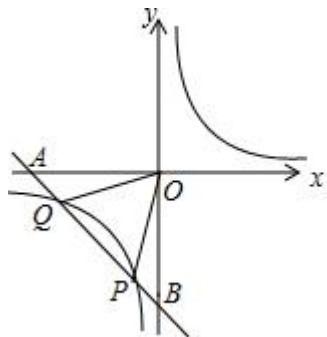
21. (8分) 某游乐场一转角滑梯如图所示，滑梯立柱 AB、CD 均垂直于地面，点 E 在线段 BD 上，在 C 点测得点 A 的仰角为 30° ，点 E 的俯角也为 30° ，测得 B、E 间距离为 10 米，立柱 AB 高 30 米. 求立柱 CD 的高 (结果保留根号)



22. (10分) 如图，已知反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ ($m \neq 0$) 的图象经过点 $(1, 4)$ ，一次函数 $y = -x + b$ 的图象经过反比例函数图象上的点 $Q(-4, n)$.

(1) 求反比例函数与一次函数的表达式;

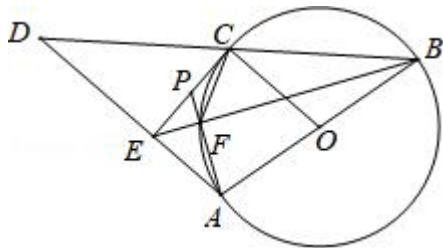
(2) 一次函数的图象分别与 x 轴、 y 轴交于 A 、 B 两点, 与反比例函数图象的另一个交点为 P 点, 连结 OP 、 OQ , 求 $\triangle OPQ$ 的面积.



23. (10 分) 如图, AB 为圆 O 的直径, C 为圆 O 上一点, D 为 BC 延长线一点, 且 $BC=CD$, $CE \perp AD$ 于点 E .

(1) 求证: 直线 EC 为圆 O 的切线;

(2) 设 BE 与圆 O 交于点 F , AF 的延长线与 CE 交于点 P , 已知 $\angle PCF = \angle CBF$, $PC=5$, $PF=4$, 求 $\sin \angle PEF$ 的值.

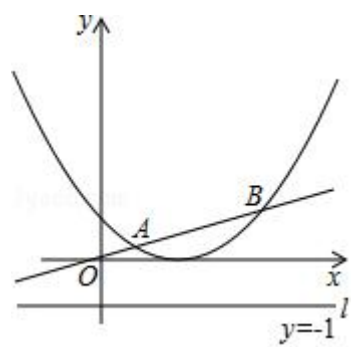


24. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线的顶点坐标为 $(2, 0)$, 且经过点 $(4, 1)$, 如图, 直线 $y = \frac{1}{4}x$ 与抛物线交于 A 、 B 两点, 直线 l 为 $y = -1$.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 在 l 上是否存在一点 P , 使 $PA+PB$ 取得最小值? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

(3) 知 $F(x_0, y_0)$ 为平面内一定点, $M(m, n)$ 为抛物线上一动点, 且点 M 到直线 l 的距离与点 M 到点 F 的距离总是相等, 求定点 F 的坐标.



2018 年四川省宜宾市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将正确选项填在答题卡对应题目上。（注意：在试题卷上作答无效）

1. (3 分) 3 的相反数是 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. 3 C. -3 D. $\pm \frac{1}{3}$

【考点】14：相反数.

【分析】根据相反数的概念：只有符号不同的两个数叫做互为相反数可得答案.

【解答】解：3 的相反数是 -3，

故选：C.

【点评】此题主要考查了相反数，关键是掌握相反数的定义.

2. (3 分) 我国首艘国产航母于 2018 年 4 月 26 日正式下水，排水量约为 65000 吨，将 65000 用科学记数法表示为 ()

- A. 6.5×10^{-4} B. 6.5×10^4 C. -6.5×10^4 D. 65×10^4

【考点】11：科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 10 时，n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时，n 是负数.

【解答】解：65000 = 6.5×10^4 ，

故选：B.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

3. (3 分) 一个立体图形的三视图如图所示，则该立体图形是 ()



A. 圆柱 B. 圆锥 C. 长方体 D. 球

【考点】U3: 由三视图判断几何体.

【分析】综合该物体的三种视图, 分析得出该立体图形是圆柱体.

【解答】解: A、圆柱的三视图分别是长方形, 长方形, 圆, 正确;

B、圆锥体的三视图分别是等腰三角形, 等腰三角形, 圆及一点, 错误;

C、长方体的三视图都是矩形, 错误;

D、球的三视图都是圆形, 错误;

故选: A.

【点评】本题由物体的三种视图推出原来几何体的形状, 考查了学生的思考能力和对几何体三种视图的空间想象能力.

4. (3分) 一元二次方程 $x^2 - 2x = 0$ 的两根分别为 x_1 和 x_2 , 则 x_1x_2 为 ()

A. -2 B. 1 C. 2 D. 0

【考点】AB: 根与系数的关系.

【分析】根据根与系数的关系可得出 $x_1x_2 = 0$, 此题得解.

【解答】解: $\because$ 一元二次方程 $x^2 - 2x = 0$ 的两根分别为 x_1 和 x_2 ,

$\therefore x_1x_2 = 0$.

故选: D.

【点评】本题考查了根与系数的关系, 牢记两根之积等于 $-\frac{c}{a}$ 是解题的关键.

5. (3分) 在 $\square ABCD$ 中, 若 $\angle BAD$ 与 $\angle CDA$ 的角平分线交于点 E, 则 $\triangle AED$ 的形状是 ()

A. 锐角三角形 B. 直角三角形 C. 钝角三角形 D. 不能确定

【考点】L5: 平行四边形的性质.

【分析】想办法证明 $\angle E = 90^\circ$ 即可判断.

【解答】解: 如图, $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AB \parallel CD$,

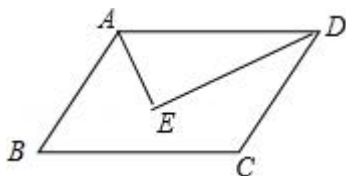
$$\therefore \angle BAD + \angle ADC = 180^\circ,$$

$$\because \angle EAD = \frac{1}{2} \angle BAD, \quad \angle ADE = \frac{1}{2} \angle ADC,$$

$$\therefore \angle EAD + \angle ADE = \frac{1}{2} (\angle BAD + \angle ADC) = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle E = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle ADE$ 是直角三角形,



故选: B.

【点评】 本题考查平行四边形的性质、角平分线的定义等知识, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题, 属于中考常考题型.

6. (3分) 某市从2017年开始大力发展“竹文化”旅游产业. 据统计, 该市2017年“竹文化”旅游收入约为2亿元. 预计2019“竹文化”旅游收入达到2.88亿元, 据此估计该市2018年、2019年“竹文化”旅游收入的年平均增长率约为 ()

A. 2% B. 4.4% C. 20% D. 44%

【考点】 AD: 一元二次方程的应用.

【分析】 设该市2018年、2019年“竹文化”旅游收入的年平均增长率为 x , 根据2017年及2019年“竹文化”旅游收入总额, 即可得出关于 x 的一元二次方程, 解之取其正值即可得出结论.

【解答】 解: 设该市2018年、2019年“竹文化”旅游收入的年平均增长率为 x ,

根据题意得: $2(1+x)^2 = 2.88$,

解得: $x_1 = 0.2 = 20\%$, $x_2 = -2.2$ (不合题意, 舍去).

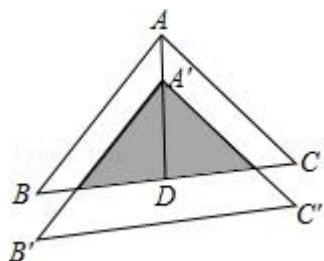
答: 该市2018年、2019年“竹文化”旅游收入的年平均增长率约为20%.

故选: C.

【点评】 本题考查了一元二次方程的应用, 找准等量关系, 正确列出一元二次方程是解题的关键.

7. (3分) 如图, 将 $\triangle ABC$ 沿 BC 边上的中线 AD 平移到 $\triangle A'B'C'$ 的位置, 已知 $\triangle ABC$ 的面

积为 9，阴影部分三角形的面积为 4. 若 $AA'=1$ ，则 $A'D$ 等于 ()



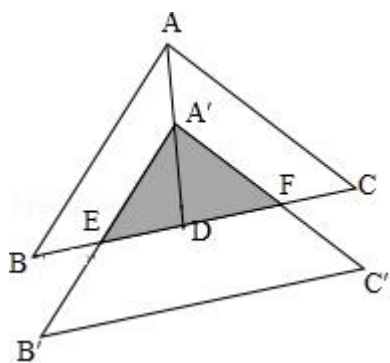
- A. 2 B. 3 C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{2}$

【考点】Q2: 平移的性质.

【分析】由 $S_{\triangle ABC}=9$ 、 $S_{\triangle A'EF}=4$ 且 AD 为 BC 边的中线知 $S_{\triangle A'DE}=\frac{1}{2}S_{\triangle A'EF}=2$, $S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}=\frac{9}{2}$,

根据 $\triangle DA'E \sim \triangle DAB$ 知 $(\frac{A'D}{AD})^2 = \frac{S_{\triangle A'DE}}{S_{\triangle ABD}}$, 据此求解可得.

【解答】解: 如图,



$\because S_{\triangle ABC}=9$ 、 $S_{\triangle A'EF}=4$, 且 AD 为 BC 边的中线,

$$\therefore S_{\triangle A'DE}=\frac{1}{2}S_{\triangle A'EF}=2, S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}=\frac{9}{2},$$

$\therefore$ 将 $\triangle ABC$ 沿 BC 边上的中线 AD 平移得到 $\triangle A'B'C'$,

$$\therefore A'E \parallel AB,$$

$$\therefore \triangle DA'E \sim \triangle DAB,$$

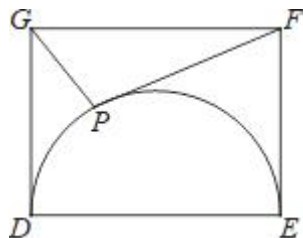
$$\text{则 } (\frac{A'D}{AD})^2 = \frac{S_{\triangle A'DE}}{S_{\triangle ABD}}, \text{ 即 } (\frac{A'D}{A'D+1})^2 = \frac{2}{\frac{9}{2}},$$

$$\text{解得 } A'D=2 \text{ 或 } A'D=-\frac{2}{5} \text{ (舍)},$$

故选: A.

【点评】本题主要平移的性质, 解题的关键是熟练掌握平移变换的性质与三角形中线的性质、相似三角形的判定与性质等知识.

8. (3分) 在 $\triangle ABC$ 中, 若 O 为 BC 边的中点, 则必有: $AB^2+AC^2=2AO^2+2BO^2$ 成立. 依据以上结论, 解决如下问题: 如图, 在矩形 $DEFG$ 中, 已知 $DE=4$, $EF=3$, 点 P 在以 DE 为直径的半圆上运动, 则 PF^2+PG^2 的最小值为 ()



- A. $\sqrt{10}$ B. $\frac{19}{2}$ C. 34 D. 10

【考点】 M8: 点与圆的位置关系; LB: 矩形的性质.

【分析】 设点 M 为 DE 的中点, 点 N 为 FG 的中点, 连接 MN , 则 MN 、 PM 的长度是定值, 利用三角形的三边关系可得出 NP 的最小值, 再利用 $PF^2+PG^2=2PN^2+2FN^2$ 即可求出结论.

【解答】 解: 设点 M 为 DE 的中点, 点 N 为 FG 的中点, 连接 MN 交半圆于点 P , 此时 PN 取最小值.

$\because DE=4$, 四边形 $DEFG$ 为矩形,

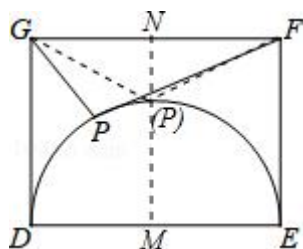
$\therefore GF=DE$, $MN=EF$,

$\therefore MP=FN=\frac{1}{2}DE=2$,

$\therefore NP=MN-MP=EF-MP=1$,

$\therefore PF^2+PG^2=2PN^2+2FN^2=2 \times 1^2+2 \times 2^2=10$.

故选: D.



【点评】 本题考查了点与圆的位置关系、矩形的性质以及三角形三变形关系, 利用三角形三边关系找出 PN 的最小值是解题的关键.

二、填空题: (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分) 请把答案直接填在答题卡对应题中横线上 (注意: 在试题卷上作答无效)

9. (3分) 分解因式: $2a^3b - 4a^2b^2 + 2ab^3 = \underline{2ab(a-b)^2}$.

【考点】55: 提公因式法与公式法的综合运用.

【分析】先提取公因式 $2ab$, 再对余下的多项式利用完全平方公式继续分解.

【解答】解: $2a^3b - 4a^2b^2 + 2ab^3$,
 $= 2ab(a^2 - 2ab + b^2)$,
 $= 2ab(a - b)^2$.

【点评】本题考查提公因式法, 公式法分解因式, 难点在于提取公因式后要继续进行二次分解因式.

10. (3分) 不等式组 $1 < \frac{1}{2}x - 2 \leq 2$ 的所有整数解的和为 15.

【考点】CC: 一元一次不等式组的整数解.

【分析】先解不等式组得到 $6 < x \leq 8$, 再找出此范围内的整数, 然后求这些整数的和即可.

【解答】解: 由题意可得
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x - 2 > 1 & \text{①} \\ \frac{1}{2}x - 2 \leq 2 & \text{②} \end{cases}$$
,

解不等式①, 得: $x > 6$,

解不等式②, 得: $x \leq 8$,

则不等式组的解集为 $6 < x \leq 8$,

所以不等式组的所有整数解的和为 $7 + 8 = 15$,

故答案为: 15.

【点评】本题考查了一元一次不等式组的整数解: 利用数轴确定不等式组的解 (整数解). 解决此类问题的关键在于正确解得不等式组或不等式的解集, 然后再根据题目中对于解集的限制得到下一步所需要的条件, 再根据得到的条件进而求得不等式组的整数解.

11. (3分) 某校拟招聘一名优秀数学教师, 现有甲、乙、丙三名教师入围, 三名教师笔试成绩、面试成绩如右表所示, 综合成绩按照笔试占 60%、面试占 40%进行计算, 学校录取综合成绩得分最高者, 则被录取教师的综合成绩为分 78.8 分.

教师	甲	乙	丙
成绩			

笔试	80 分	82 分	78 分
面试	76 分	74 分	78 分

【考点】W2: 加权平均数.

【分析】根据题意先算出甲、乙、丙三人的加权平均数, 再进行比较, 即可得出答案.

【解答】解: $\because$ 甲的综合成绩为 $80 \times 60\% + 76 \times 40\% = 78.4$ (分),

乙的综合成绩为 $82 \times 60\% + 74 \times 40\% = 78.8$ (分),

丙的综合成绩为 $78 \times 60\% + 78 \times 40\% = 78$ (分),

$\therefore$ 被录取的教师为乙, 其综合成绩为 78.8 分,

故答案为: 78.8 分.

【点评】本题考查了加权平均数的计算公式, 注意, 计算平均数时按 60% 和 40% 进行计算.

12. (3 分) 已知点 A 是直线 $y=x+1$ 上一点, 其横坐标为 $-\frac{1}{2}$, 若点 B 与点 A 关于 y 轴对称, 则点 B 的坐标为 $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$.

【考点】F8: 一次函数图象上点的坐标特征; P5: 关于 x 轴、y 轴对称的点的坐标.

【分析】利用待定系数法求出点 A 坐标, 再利用轴对称的性质求出点 B 坐标即可;

【解答】解: 由题意 A $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$,

$\because$ A、B 关于 y 轴对称,

$\therefore$ B $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$,

故答案为 $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$.

【点评】本题考查一次函数的应用、轴对称的性质等知识, 解题的关键是熟练掌握基本知识, 属于中考常考题型.

13. (3 分) 刘徽是中国古代卓越的数学家之一, 他在《九章算术》中提出了“割圆术”, 即用内接或外切正多边形逐步逼近圆来近似计算圆的面积, 设圆 O 的半径为 1, 若用圆 O 的外切正六边形的面积来近似估计圆 O 的面积, 则 $S = 2\sqrt{3}$. (结果保留根号)

【考点】MM: 正多边形和圆; 1O: 数学常识.

【分析】根据正多边形的定义可得出 $\triangle ABO$ 为等边三角形, 根据等边三角形的性质结合 OM 的长度可求出 AB 的长度, 再利用三角形的面积公式即可求出 S 的值.

【解答】解：依照题意画出图象，如图所示.

$\because$ 六边形 ABCDEF 为正六边形,

$\therefore \triangle ABO$ 为等边三角形,

$\because \odot O$ 的半径为 1,

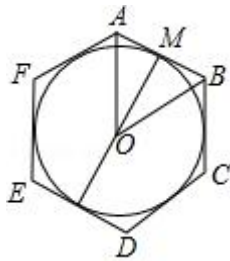
$\therefore OM=1$,

$$\therefore BM=AM=\frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore AB=\frac{2\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore S=6S_{\triangle ABO}=6 \times \frac{1}{2} \times \frac{2\sqrt{3}}{3} \times 1=2\sqrt{3}.$$

故答案为: $2\sqrt{3}$.



【点评】本题考查了正多边形和圆、三角形的面积以及数学常识，根据等边三角形的性质求出正六边形的边长是解题的关键.

14. (3 分) 已知: 点 P (m, n) 在直线 $y=-x+2$ 上, 也在双曲线 $y=-\frac{1}{x}$ 上, 则 m^2+n^2 的值为 6

【考点】G6: 反比例函数图象上点的坐标特征; F8: 一次函数图象上点的坐标特征.

【分析】直接利用一次函数图象上点的坐标特征以及反比例函数图象上点的特征得出 $n+m$ 以及 mn 的值, 再利用完全平方公式将原式变形得出答案.

【解答】解: $\because$ 点 P (m, n) 在直线 $y=-x+2$ 上,

$$\therefore n+m=2,$$

$$\because \text{点 P (m, n) 在双曲线 } y=-\frac{1}{x} \text{ 上,}$$

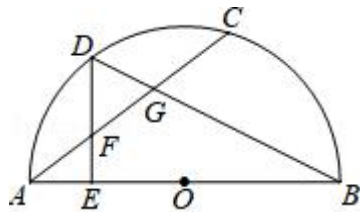
$$\therefore mn=-1,$$

$$\therefore m^2+n^2=(n+m)^2-2mn=4+2=6.$$

故答案为: 6.

【点评】此题主要考查了一次函数图象上点的坐标特征以及反比例函数图象上点的特征，正确得出 m, n 之间关系是解题关键.

15. (3分) 如图, AB 是半圆的直径, AC 是一条弦, D 是 AC 的中点, $DE \perp AB$ 于点 E 且 DE 交 AC 于点 F , DB 交 AC 于点 G , 若 $\frac{EF}{AE} = \frac{3}{4}$, 则 $\frac{CG}{GB} = \frac{\sqrt{5}}{5}$.



【考点】S9: 相似三角形的判定与性质; M2: 垂径定理.

【分析】由 AB 是直径, 推出 $\angle ADG = \angle GCB = 90^\circ$, 因为 $\angle AGD = \angle CGB$, 推出 $\cos \angle CGB = \cos \angle AGD$, 可得 $\frac{CG}{BG} = \frac{DG}{AG}$, 设 $EF = 3k$, $AE = 4k$, 则 $AF = DF = FG = 5k$, $DE = 8k$, 想办法求出 DG 、 AG 即可解决问题;

【解答】解: 连接 AD , BC .

$\because AB$ 是半圆的直径,

$\therefore \angle ADB = 90^\circ$, 又 $DE \perp AB$,

$\therefore \angle ADE = \angle ABD$,

$\because D$ 是 $\widehat{AC}$ 的中点,

$\therefore \angle DAC = \angle ABD$,

$\therefore \angle ADE = \angle DAC$,

$\therefore FA = FD$;

$\because \angle ADE = \angle DBC$, $\angle ADE + \angle EDB = 90^\circ$, $\angle DBC + \angle CGB = 90^\circ$,

$\therefore \angle EDB = \angle CGB$, 又 $\angle DGF = \angle CGB$,

$\therefore \angle EDB = \angle DGF$,

$\therefore FA = FG$,

$\because \frac{EF}{AE} = \frac{3}{4}$, 设 $EF = 3k$, $AE = 4k$, 则 $AF = DF = FG = 5k$, $DE = 8k$,

在 $Rt\triangle ADE$ 中, $AD = \sqrt{DE^2 + AE^2} = 4\sqrt{5}k$,

$\because AB$ 是直径,

$\therefore \angle ADG = \angle GCB = 90^\circ$,

$$\because \angle AGD = \angle CGB,$$

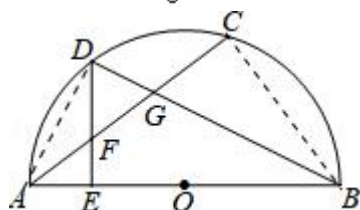
$$\therefore \cos \angle CGB = \cos \angle AGD,$$

$$\therefore \frac{CG}{BG} = \frac{DG}{AG},$$

$$\text{在 Rt}\triangle ADG \text{ 中, } DG = \sqrt{AG^2 - AD^2} = 2\sqrt{5}k,$$

$$\therefore \frac{CG}{BG} = \frac{2\sqrt{5}k}{10k} = \frac{\sqrt{5}}{5},$$

$$\text{故答案为: } \frac{\sqrt{5}}{5}.$$



【点评】 本题考查的是圆的有关性质、勾股定理、锐角三角函数等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，学会利用参数解决问题，属于中考常考题型.

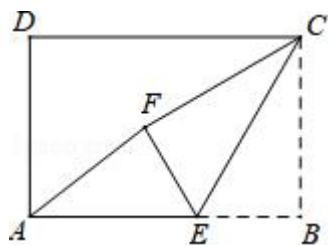
16. (3分) 如图，在矩形 ABCD 中，AB=3，CB=2，点 E 为线段 AB 上的动点，将 $\triangle CBE$ 沿 CE 折叠，使点 B 落在矩形内点 F 处，下列结论正确的是 ①②③ (写出所有正确结论的序号)

①当 E 为线段 AB 中点时，AF//CE;

②当 E 为线段 AB 中点时， $AF = \frac{9}{5}$;

③当 A、F、C 三点共线时， $AE = \frac{13-2\sqrt{13}}{3}$;

④当 A、F、C 三点共线时， $\triangle CEF \cong \triangle AEF$.



【考点】 PB: 翻折变换 (折叠问题); KB: 全等三角形的判定; LB: 矩形的性质.

【分析】 分两种情形分别求解即可解决问题;

【解答】 解: 如图 1 中, 当 $AE=EB$ 时,

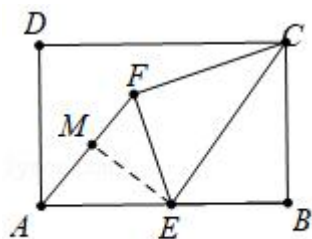


图1

$$\because AE=EB=EF,$$

$$\therefore \angle EAF=\angle EFA,$$

$$\because \angle CEF=\angle CEB, \angle BEF=\angle EAF+\angle EFA,$$

$$\therefore \angle BEC=\angle EAF,$$

$$\therefore AF \parallel EC, \text{ 故①正确,}$$

作 $EM \perp AF$, 则 $AM=FM$,

$$\text{在 Rt}\triangle ECB \text{ 中, } EC=\sqrt{2^2+(\frac{3}{2})^2}=\frac{5}{2},$$

$$\because \angle AME=\angle B=90^\circ, \angle EAM=\angle CEB,$$

$$\therefore \triangle CEB \sim \triangle EAM,$$

$$\therefore \frac{EB}{AM}=\frac{EC}{AE},$$

$$\therefore \frac{\frac{3}{2}}{AM}=\frac{\frac{5}{2}}{\frac{3}{2}},$$

$$\therefore AM=\frac{9}{10},$$

$$\therefore AF=2AM=\frac{9}{5}, \text{ 故②正确,}$$

如图 2 中, 当 A、F、C 共线时, 设 $AE=x$.

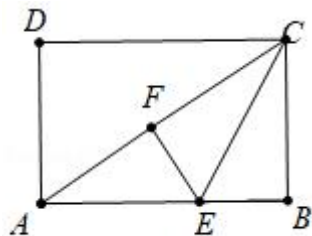


图2

$$\text{则 } EB=EF=3-x, AF=\sqrt{13}-2,$$

$$\text{在 Rt}\triangle AEF \text{ 中, } \because AE^2=AF^2+EF^2,$$

$$\therefore x^2=(\sqrt{13}-2)^2+(3-x)^2,$$

$$\therefore x = \frac{13-2\sqrt{13}}{3},$$

$$\therefore AE = \frac{13-2\sqrt{13}}{3}, \text{ 故③正确,}$$

如果, $\triangle CEF \cong \triangle AEF$, 则 $\angle EAF = \angle ECF = \angle ECB = 30^\circ$, 显然不符合题意, 故④错误,

故答案为①②③.

【点评】 本题考查翻折变换、全等三角形的性质、勾股定理、矩形的性质、相似三角形的判定和性质等知识, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题, 属于中考填空题中的压轴题.

三、解答题: (本大题共 8 个题, 共 72 分) 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (10 分) (1) 计算: $\sin 30^\circ + (2018 - \sqrt{3})^0 - 2^{-1} + |-4|$;

(2) 化简: $(1 - \frac{2}{x-1}) \div \frac{x-3}{x^2-1}$.

【考点】 6C: 分式的混合运算; 2C: 实数的运算; 6E: 零指数幂; 6F: 负整数指数幂; T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】 (1) 利用特殊角的三角函数值、零指数幂和负整数指数的意义计算;

(2) 先把括号内通分, 再把除法运算化为乘以运算, 然后把 $x^2 - 1$ 分解因式后约分即可.

【解答】 解: (1) 原式 $= \frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{2} + 4$

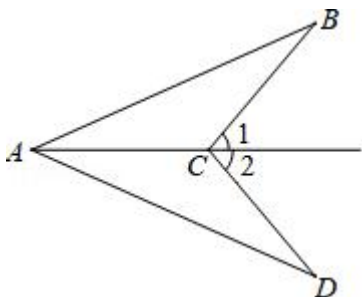
$= 5$;

(2) 原式 $= \frac{x-1-2}{x-1} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{x-3}$

$= x+1$.

【点评】 本题考查了分式的混合运算: 分式的混合运算, 要注意运算顺序, 式与数有相同的混合运算顺序: 先乘方, 再乘除, 然后加减, 有括号的先算括号里面的; 最后结果分子、分母要进行约分, 注意运算的结果要化成最简分式或整式.

18. (6 分) 如图, 已知 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle B = \angle D$, 求证: $CB = CD$.



【考点】KD：全等三角形的判定与性质.

【分析】由全等三角形的判定定理 AAS 证得 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ ，则其对应边相等.

【解答】证明：如图， $\because \angle 1 = \angle 2$ ，

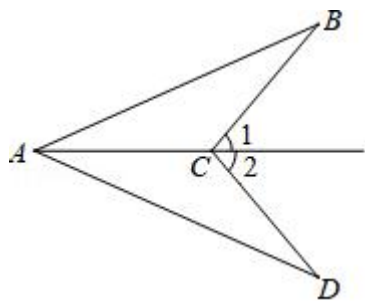
$\therefore \angle ACB = \angle ACD$.

在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADC$ 中，

$$\begin{cases} \angle B = \angle D \\ \angle ACB = \angle ACD, \\ AC = AC \end{cases}$$

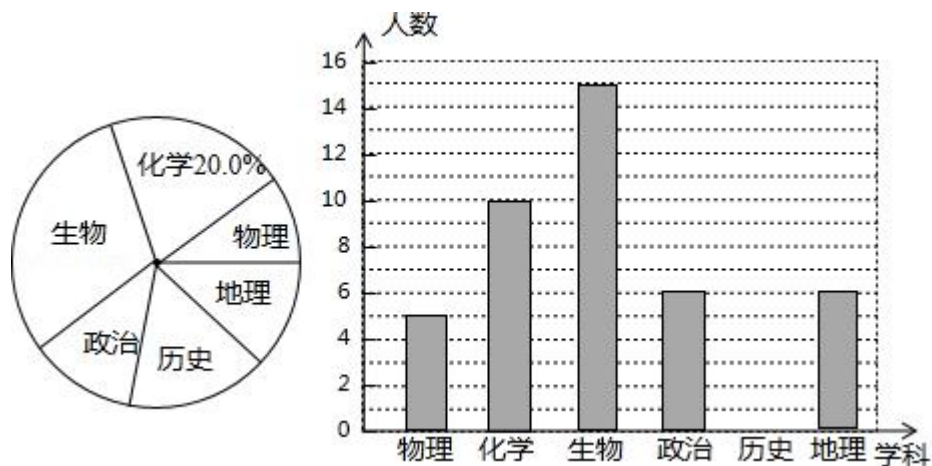
$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADC$ (AAS),

$\therefore CB = CD$.



【点评】考查了全等三角形的判定与性质. 在应用全等三角形的判定时，要注意三角形间的公共边和公共角，必要时添加适当辅助线构造三角形.

19. (8 分) 某高中进行“选科走班”教学改革，语文、数学、英语三门为必修学科，另外还需从物理、化学、生物、政治、历史、地理（分别记为 A、B、C、D、E、F）六门选修学科中任选三门，现对该校某班选科情况进行调查，对调查结果进行了分析统计，并制作了两幅不完整的统计图.



请根据以上信息，完成下列问题：

- (1) 该班共有学生人；
- (2) 请将条形统计图补充完整；
- (3) 该班某同学物理成绩特别优异，已经从选修学科中选定物理，还需从余下选修学科中任意选择两门，请用列表或画树状图的方法，求出该同学恰好选中化学、历史两科的概率.

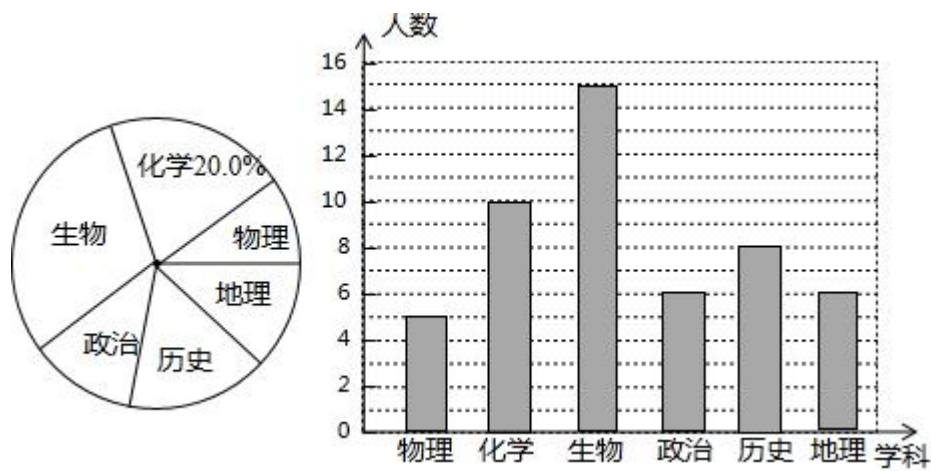
【考点】 X6：列表法与树状图法；VB：扇形统计图；VC：条形统计图.

【分析】 (1) 根据化学学科人数及其所占百分比可得总人数；
(2) 根据各学科人数之和等于总人数求得历史的人数即可；
(3) 列表得出所有等可能结果，从中找到恰好选中化学、历史两科的结果数，再利用概率公式计算可得.

【解答】 解：(1) 该班学生总数为 $10 \div 20\% = 50$ 人；

(2) 历史学科的人数为 $50 - (5 + 10 + 15 + 6 + 6) = 8$ 人，

补全图形如下：



(3) 列表如下：

	化学	生物	政治	历史	地理
化学		生物、化学	政治、化学	历史、化学	地理、化学
生物	化学、生物		政治、生物	历史、生物	地理、生物
政治	化学、政治	生物、政治		历史、政治	地理、政治
历史	化学、历史	生物、历史	政治、历史		地理、历史

地理	化学、地理	生物、地理	政治、地理	历史、地理	
----	-------	-------	-------	-------	--

由表可知，共有 20 种等可能结果，其中该同学恰好选中化学、历史两科的有 2 种结果，

所以该同学恰好选中化学、历史两科的概率为 $\frac{2}{20} = \frac{1}{10}$.

【点评】 本题考查了列表法与树状图法：利用列表法或树状图法展示所有等可能的结果 n ，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m ，然后利用概率公式求事件 A 或 B 的概率.

20. (8 分) 我市经济技术开发区某智能手机有限公司接到生产 300 万部智能手机的订单，为了尽快交货，增开了一条生产线，实际每月生产能力比原计划提高了 50%，结果比原计划提前 5 个月完成交货，求每月实际生产智能手机多少万部.

【考点】 B7：分式方程的应用.

【分析】 设原计划每月生产智能手机 x 万部，则实际每月生产智能手机 $(1+50\%)x$ 万部，根据工作时间=工作总量÷工作效率结合提前 5 个月完成任务，即可得出关于 x 的分式方程，解之经检验后即可得出结论.

【解答】 解：设原计划每月生产智能手机 x 万部，则实际每月生产智能手机 $(1+50\%)x$ 万部，

根据题意得： $\frac{300}{x} - \frac{300}{(1+50\%)x} = 5$,

解得： $x=20$,

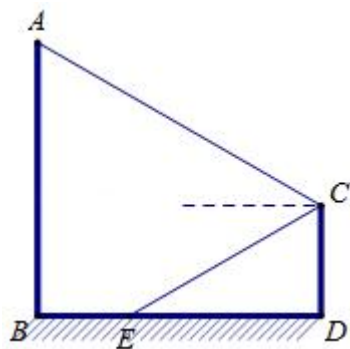
经检验， $x=20$ 是原方程的解，且符合题意，

$\therefore (1+50\%)x=30$.

答：每月实际生产智能手机 30 万部.

【点评】 本题考查了分式方程的应用，找准等量关系，正确列出分式方程是解题的关键.

21. (8 分) 某游乐场一转角滑梯如图所示，滑梯立柱 AB 、 CD 均垂直于地面，点 E 在线段 BD 上，在 C 点测得点 A 的仰角为 30° ，点 E 的俯角也为 30° ，测得 B 、 E 间距离为 10 米，立柱 AB 高 30 米. 求立柱 CD 的高 (结果保留根号)



【考点】TA：解直角三角形的应用－仰角俯角问题.

【分析】作 $CH \perp AB$ 于 H ，得到 $BD=CH$ ，设 $CD=x$ 米，根据正切的定义分别用 x 表示出 HC 、 ED ，根据正切的定义列出方程，解方程即可.

【解答】解：作 $CH \perp AB$ 于 H ，

则四边形 $HBDC$ 为矩形，

$\therefore BD=CH$ ，

由题意得， $\angle ACH=30^\circ$ ， $\angle CED=30^\circ$ ，

设 $CD=x$ 米，则 $AH=(30-x)$ 米，

在 $Rt\triangle AHC$ 中， $HC=\frac{AH}{\tan\angle ACH}=\sqrt{3}(30-x)$ ，

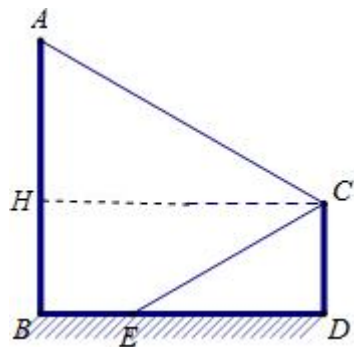
则 $BD=CH=\sqrt{3}(30-x)$ ，

$\therefore ED=\sqrt{3}(30-x)-10$ ，

在 $Rt\triangle CDE$ 中， $\frac{CD}{DE}=\tan\angle CED$ ，即 $\frac{x}{30\sqrt{3}-\sqrt{3}x-10}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ ，

解得， $x=15-\frac{5\sqrt{3}}{3}$ ，

答：立柱 CD 的高为 $(15-\frac{5\sqrt{3}}{3})$ 米.

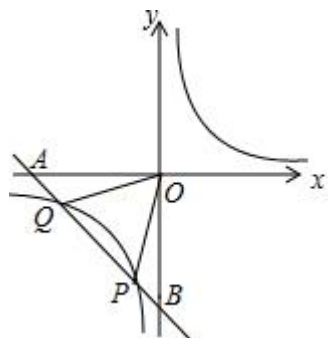


【点评】 本题考查的是解直角三角形的应用－仰角俯角问题，掌握锐角三角函数的概念、仰角俯角的定义是解题的关键.

22. (10分) 如图, 已知反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ ($m \neq 0$) 的图象经过点 $(1, 4)$, 一次函数 $y = -x + b$ 的图象经过反比例函数图象上的点 $Q(-4, n)$.

(1) 求反比例函数与一次函数的表达式;

(2) 一次函数的图象分别与 x 轴、 y 轴交于 A 、 B 两点, 与反比例函数图象的另一个交点为 P 点, 连结 OP 、 OQ , 求 $\triangle OPQ$ 的面积.



【考点】 G8: 反比例函数与一次函数的交点问题.

【分析】 (1) 根据待定系数法, 将点的坐标分别代入两个函数的表达式中求出待定系数, 可得答案;

(2) 利用 $\triangle AOP$ 的面积减去 $\triangle AOQ$ 的面积.

【解答】 解: (1) 反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ ($m \neq 0$) 的图象经过点 $(1, 4)$,

$$\therefore 4 = \frac{m}{1}, \text{ 解得 } m=4, \text{ 故反比例函数的表达式为 } y = \frac{4}{x},$$

一次函数 $y = -x + b$ 的图象与反比例函数的图象相交于点 $Q(-4, n)$,

$$\therefore \begin{cases} n = \frac{4}{-4} \\ n = -(-4) + b \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} n = -1 \\ b = -5 \end{cases},$$

$\therefore$ 一次函数的表达式 $y = -x - 5$;

$$(2) \text{ 由 } \begin{cases} y = \frac{4}{x} \\ y = -x - 5 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} x = -4 \\ y = -1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = -1 \\ y = -4 \end{cases},$$

$\therefore$ 点 $P(-1, -4)$,

在一次函数 $y = -x - 5$ 中, 令 $y=0$, 得 $-x - 5 = 0$, 解得 $x = -5$, 故点 $A(-5, 0)$,

$$S_{\triangle OPQ} = S_{\triangle OPA} - S_{\triangle OAQ} = \frac{1}{2} \times 5 \times 4 - \frac{1}{2} \times 5 \times 1 = 7.5.$$

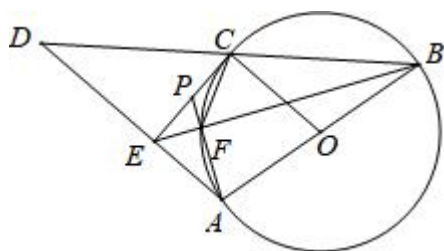
【点评】 本题考查了反比例函数图象与一次函数图象的交点坐标问题, (1) 用待定系数法求

出函数表达式是解题的关键，(2) 转化思想是解题关键，将三角形的面积转化成两个三角形的面积的差.

23. (10 分) 如图，AB 为圆 O 的直径，C 为圆 O 上一点，D 为 BC 延长线一点，且 $BC=CD$ ， $CE \perp AD$ 于点 E.

(1) 求证：直线 EC 为圆 O 的切线；

(2) 设 BE 与圆 O 交于点 F，AF 的延长线与 CE 交于点 P，已知 $\angle PCF = \angle CBF$ ， $PC=5$ ， $PF=4$ ，求 $\sin \angle PEF$ 的值.



【考点】 ME：切线的判定与性质；M5：圆周角定理；T7：解直角三角形.

【分析】 (1) 说明 OC 是 $\triangle BDA$ 的中位线，利用中位线的性质，得到 $\angle OCE = \angle CED = 90^\circ$ ，从而得到 CE 是圆 O 的切线.

(2) 利用直径上的圆周角，得到 $\triangle PEF$ 是直角三角形，利用角相等，可得到 $\triangle PEF \sim \triangle PEA$ 、 $\triangle PCF \sim \triangle PAC$ ，从而得到 $PC=PE=5$. 然后求出 $\sin \angle PEF$ 的值.

【解答】 解：(1) 证明： $\because CE \perp AD$ 于点 E

$$\therefore \angle DEC = 90^\circ,$$

$$\because BC = CD,$$

$$\therefore C \text{ 是 } BD \text{ 的中点, 又 } \because O \text{ 是 } AB \text{ 的中点,}$$

$$\therefore OC \text{ 是 } \triangle BDA \text{ 的中位线,}$$

$$\therefore OC \parallel AD$$

$$\therefore \angle OCE = \angle CED = 90^\circ$$

$$\therefore OC \perp CE, \text{ 又 } \because \text{点 } C \text{ 在圆上,}$$

$$\therefore CE \text{ 是圆 } O \text{ 的切线.}$$

(2) 连接 AC

$$\because AB \text{ 是直径, 点 } F \text{ 在圆上}$$

$$\therefore \angle AFB = \angle PFE = 90^\circ = \angle CEA$$

$$\therefore \angle EPF = \angle EPA$$

$$\therefore \triangle PEF \sim \triangle PEA$$

$$\therefore PE^2 = PF \times PA$$

$$\because \angle FBC = \angle PCF = \angle CAF$$

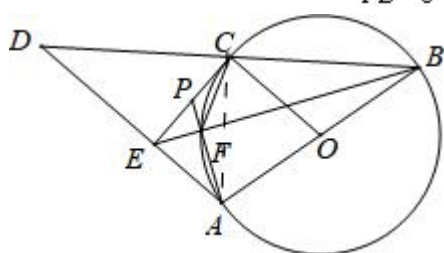
$$\text{又} \because \angle CPF = \angle CPA$$

$$\therefore \triangle PCF \sim \triangle PAC$$

$$\therefore PC^2 = PF \times PA$$

$$\therefore PE = PC$$

$$\text{在直角} \triangle PEF \text{ 中, } \sin \angle PEF = \frac{PF}{PE} = \frac{4}{5}.$$



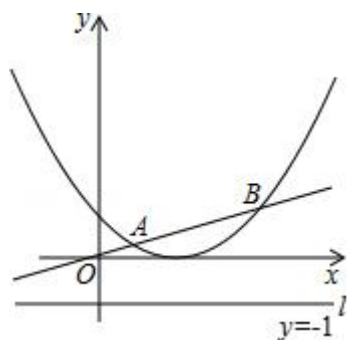
【点评】 本题考查了切线的判定、三角形的中位线定理、相似三角形的性质和判定等知识. 利用三角形相似, 说明 $PE = PC$ 是解决本题的难点和关键.

24. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线的顶点坐标为 $(2, 0)$, 且经过点 $(4, 1)$, 如图, 直线 $y = \frac{1}{4}x$ 与抛物线交于 A, B 两点, 直线 l 为 $y = -1$.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 在 l 上是否存在一点 P , 使 $PA + PB$ 取得最小值? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

(3) 知 $F(x_0, y_0)$ 为平面内一定点, $M(m, n)$ 为抛物线上一动点, 且点 M 到直线 l 的距离与点 M 到点 F 的距离总是相等, 求定点 F 的坐标.



【考点】 HF: 二次函数综合题.

【分析】 (1) 由抛物线的顶点坐标为 (2, 0), 可设抛物线的解析式为 $y=a(x-2)^2$, 由抛物线过点 (4, 1), 利用待定系数法即可求出抛物线的解析式;

(2) 联立直线 AB 与抛物线解析式成方程组, 通过解方程组可求出点 A、B 的坐标, 作点 B 关于直线 l 的对称点 B', 连接 AB' 交直线 l 于点 P, 此时 PA+PB 取得最小值, 根据点 B 的坐标可得出点 B' 的坐标, 根据点 A、B' 的坐标利用待定系数法可求出直线 AB' 的解析式, 再利用一次函数图象上点的坐标特征即可求出点 P 的坐标;

(3) 由点 M 到直线 l 的距离与点 M 到点 F 的距离总是相等结合二次函数图象上点的坐标特征, 即可得出 $(1-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}y_0)m^2-(2-2x_0-2y_0)m+x_0^2+y_0^2-2y_0-3=0$, 由 m 的任意性可得出关于 x_0 、 y_0 的方程组, 解之即可求出顶点 F 的坐标.

【解答】 解: (1) $\because$ 抛物线的顶点坐标为 (2, 0),
设抛物线的解析式为 $y=a(x-2)^2$.

$\because$ 该抛物线经过点 (4, 1),

$\therefore 1=4a$, 解得: $a=\frac{1}{4}$,

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y=\frac{1}{4}(x-2)^2=\frac{1}{4}x^2-x+1$.

(2) 联立直线 AB 与抛物线解析式成方程组, 得:

$$\begin{cases} y=\frac{1}{4}x \\ y=\frac{1}{4}x^2-x+1 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} x_1=1 \\ y_1=\frac{1}{4} \end{cases}, \begin{cases} x_2=4 \\ y_2=1 \end{cases},$$

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(1, \frac{1}{4})$, 点 B 的坐标为 (4, 1).

作点 B 关于直线 l 的对称点 B', 连接 AB' 交直线 l 于点 P, 此时 PA+PB 取得最小值 (如图 1 所示).

$\because$ 点 B (4, 1), 直线 l 为 $y=-1$,

$\therefore$ 点 B' 的坐标为 (4, -3).

设直线 AB' 的解析式为 $y=kx+b$ ($k \neq 0$),

将 A $(1, \frac{1}{4})$ 、B' (4, -3) 代入 $y=kx+b$, 得:

$$\begin{cases} k+b=\frac{1}{4} \\ 4k+b=-3 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} k=-\frac{13}{12} \\ b=\frac{4}{3} \end{cases},$$

∴ 直线 AB' 的解析式为 $y = -\frac{13}{12}x + \frac{4}{3}$,

当 $y = -1$ 时, 有 $-\frac{13}{12}x + \frac{4}{3} = -1$,

解得: $x = \frac{28}{13}$,

∴ 点 P 的坐标为 $(\frac{28}{13}, -1)$.

(3) ∵ 点 M 到直线 l 的距离与点 M 到点 F 的距离总是相等,

$$\therefore (m - x_0)^2 + (n - y_0)^2 = (n + 1)^2,$$

$$\therefore m^2 - 2x_0m + x_0^2 - 2y_0n + y_0^2 = 2n + 1.$$

∵ M (m, n) 为抛物线上一动点,

$$\therefore n = \frac{1}{4}m^2 - m + 1,$$

$$\therefore m^2 - 2x_0m + x_0^2 - 2y_0(\frac{1}{4}m^2 - m + 1) + y_0^2 = 2(\frac{1}{4}m^2 - m + 1) + 1,$$

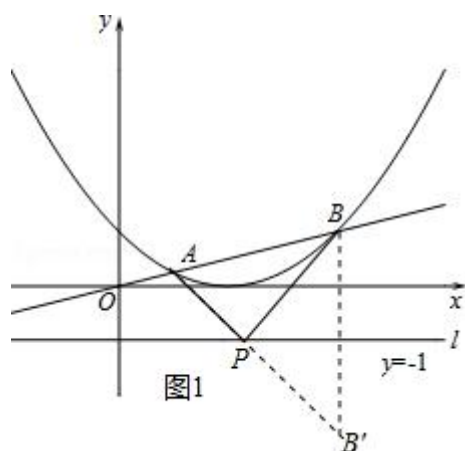
$$\text{整理得: } (1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}y_0)m^2 - (2 - 2x_0 - 2y_0)m + x_0^2 + y_0^2 - 2y_0 - 3 = 0.$$

∵ m 为任意值,

$$\therefore \begin{cases} 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}y_0 = 0 \\ 2 - 2x_0 - 2y_0 = 0 \\ x_0^2 + y_0^2 - 2y_0 - 3 = 0 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} x_0 = 2 \\ y_0 = 1 \end{cases},$$

∴ 定点 F 的坐标为 (2, 1).



【点评】 本题考查了待定系数法求二次（一次）函数解析式、二次（一次）函数图象上点的坐标特征、轴对称中的最短路径问题以及解方程组, 解题的关键是: (1) 根据点的坐标, 利

用待定系数法求出二次函数解析式；(2) 利用两点之间线段最短找出点 P 的位置；(3) 根据点 M 到直线 l 的距离与点 M 到点 F 的距离总是相等结合二次函数图象上点的坐标特征，找出关于 x_0 、 y_0 的方程组.