

四川省南充市 2018 年中考数学真题试题

一、选择题（本大题共 10 个小题，每小题 2018 年四川省南充市，共 30 分）每小题都有代号为 A、B、C、D 四个答选项，其中只有一个是正确的。请根据正确选项的代号填涂答题卡对应位置，填涂正确记 2018 年四川省南充市，不涂、错涂或多涂记 0 分。

1. （2018 年四川省南充市）下列实数中，最小的数是（ ）

A. $-\sqrt{2}$ B. 0 C. 1 D. $\sqrt[3]{8}$

【考点】2A：实数大小比较.

【分析】将各项数字按照从小到大顺序排列，找出最小的数即可.

【解答】解：根据题意得： $-\sqrt{2} < 0 < 1 < \sqrt[3]{8}$,

则最小的数是 $-\sqrt{2}$.

故选：A.

【点评】此题考查了实数大小比较，正确排列出数字是解本题的关键.

2. （2018 年四川省南充市）下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）

A. 扇形 B. 正五边形 C. 菱形 D. 平行四边形

【考点】R5：中心对称图形；P3：轴对称图形.

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

【解答】解：A、扇形，是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项错误；

B、正五边形是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项错误；

C、菱形既是轴对称图形又是中心对称图形，故此选项正确；

D、平行四边形不是轴对称图形，是中心对称图形，故此选项错误.

故选：C.

【点评】本题考查了中心对称图形与轴对称图形的知识，轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合，中心对称图形的关键是要寻找对称中心，旋转 180 度后两部分重合.

3. （2018 年四川省南充市）下列说法正确的是（ ）

A. 调查某班学生的身高情况，适宜采用全面调查

B. 篮球队员在罚球线上投篮两次都未投中，这是不可能事件

C. 天气预报说明天的降水概率为 95%，意味着明天一定下雨

D. 小南抛掷两次硬币都是正面向上, 说明抛掷硬币正面向上的概率是 1

【考点】X3: 概率的意义; V2: 全面调查与抽样调查; X1: 随机事件.

【分析】利用概率的意义以及实际生活常识分析得出即可.

【解答】解: A、调查某班学生的身高情况, 适宜采用全面调查, 此选项正确;

B、篮球队员在罚球线上投篮两次都未投中, 这是随机事件, 此选项错误;

C、天气预报说明天的降水概率为 95%, 意味着明天下雨可能性较大, 此选项错误;

D、小南抛掷两次硬币都是正面向上, 说明抛掷硬币正面向上的概率是 1, 此选项错误;

故选: A.

【点评】此题主要考查了随机事件的定义和概率的意义, 正确把握相关定义是解题关键.

4. (2018 年四川省南充市) 下列计算正确的是 ()

A. $-a^4b \div a^2b = -a^2$ B. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$

C. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ D. $-3a^2 + 2a^2 = -a^2$

【考点】4I: 整式的混合运算.

【分析】根据各个选项中的式子可以计算出正确的结果, 从而可以解答本题.

【解答】解: $-a^4b \div a^2b = -a^2$, 故选项 A 错误,

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, 故选项 B 错误,

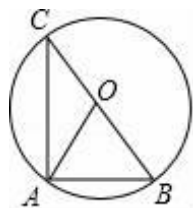
$a^2 \cdot a^3 = a^5$, 故选项 C 错误,

$-3a^2 + 2a^2 = -a^2$, 故选项 D 正确,

故选: D.

【点评】本题考查整式的混合运算, 解答本题的关键是明确整式混合运算的计算方法.

5. (2018 年四川省南充市) 如图, BC 是 $\odot O$ 的直径, A 是 $\odot O$ 上的一点, $\angle OAC = 32^\circ$, 则 $\angle B$ 的度数是 ()



A. 58° B. 60° C. 64° D. 68°

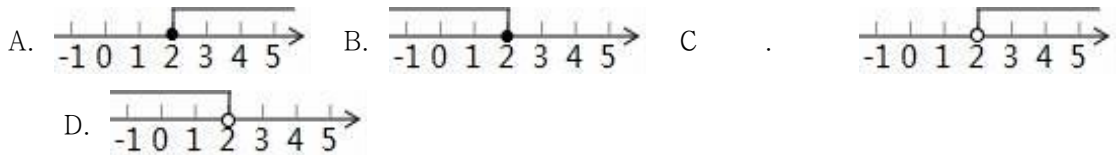
【考点】M5: 圆周角定理.

【分析】根据半径相等，得出 $OC=OA$ ，进而得出 $\angle C=32^\circ$ ，利用直径和圆周角定理解答即可.

【解答】解： $\because OA=OC$ ，
 $\therefore \angle C=\angle OAC=32^\circ$ ，
 $\because BC$ 是直径，
 $\therefore \angle B=90^\circ - 32^\circ =58^\circ$ ，
故选：A.

【点评】此题考查了圆周角的性质与等腰三角形的性质. 此题比较简单，解题的关键是注意数形结合思想的应用.

6. (2018 年四川省南充市) 不等式 $x+1 \geq 2x-1$ 的解集在数轴上表示为 ()



【考点】C6: 解一元一次不等式; C4: 在数轴上表示不等式的解集.

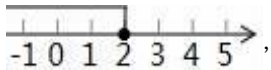
【分析】根据不等式解集的表示方法，可得答案.

【解答】解：移项，得： $x-2x \geq -1-1$ ，

合并同类项，得： $-x \geq -2$ ，

系数化为 1，得： $x \leq 2$ ，

将不等式的解集表示在数轴上如下：



故选：B.

【点评】本题考查了在数轴上表示不等式的解集，不等式的解集在数轴上表示出来 ($>$ ， $\geq$ 向右画； $<$ ， $\leq$ 向左画)，注意在表示解集时“ $\geq$ ”，“ $\leq$ ”要用实心圆点表示；“ $<$ ”，“ $>$ ”要用空心圆点表示.

7. (2018 年四川省南充市) 直线 $y=2x$ 向下平移 2 个单位长度得到的直线是 ()

A. $y=2(x+2)$ B. $y=2(x-2)$ C. $y=2x-2$ D. $y=2x+2$

【考点】F9: 一次函数图象与几何变换.

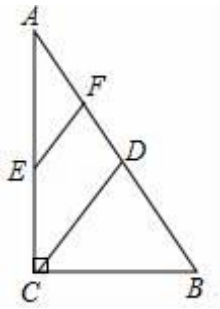
【分析】据一次函数图象与几何变换得到直线 $y=2x$ 向下平移 2 个单位得到的函数解析式为 $y=2x-2$.

【解答】解：直线 $y=2x$ 向下平移 2 个单位得到的函数解析式为 $y=2x-2$.

故选：C.

【点评】本题考查了一次函数图象与几何变换：一次函数 $y=kx$ ($k \neq 0$) 的图象为直线，当直线平移时 k 不变，当向上平移 m 个单位，则平移后直线的解析式为 $y=kx+m$.

8. (2018 年四川省南充市) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $\angle A=30^\circ$ ，D，E，F 分别为 AB，AC，AD 的中点，若 $BC=2$ ，则 EF 的长度为 ()



- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{3}{2}$ D. $\sqrt{3}$

【考点】KX：三角形中位线定理；KO：含 30° 角的直角三角形；KP：直角三角形斜边上的中线.

【分析】根据直角三角形的性质得到 $CD=BD=AD$ ，得到 $\triangle CBD$ 为等边三角形，根据三角形的中位线定理计算即可.

【解答】解： $\because \angle ACB=90^\circ$ ，D 为 AB 的中点，

$$\therefore CD=BD=AD,$$

$$\because \angle ACB=90^\circ, \angle A=30^\circ,$$

$$\therefore \angle B=60^\circ,$$

$$\therefore \triangle CBD \text{ 为等边三角形},$$

$$\therefore CD=BC=2,$$

$$\because E, F \text{ 分别为 } AC, AD \text{ 的中点},$$

$$\therefore EF=\frac{1}{2}CD=1,$$

故选：B.

【点评】本题考查的是三角形中位线定理、勾股定理、直角三角形的性质，掌握三角形的中位线平行于第三边，并且等于第三边的一半是解题的关键.

9. (2018 年四川省南充市) 已知 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 3$, 则代数式 $\frac{2x+3xy-2y}{x-xy-y}$ 的值是 ()

- A. $-\frac{7}{2}$ B. $-\frac{11}{2}$ C. $\frac{9}{2}$ D. $\frac{3}{4}$

【考点】6B: 分式的加减法; 64: 分式的值.

【分析】由 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 3$ 得出 $\frac{y-x}{xy} = 3$, 即 $x-y = -3xy$, 整体代入原式 $= \frac{2(x-y)+3xy}{(x-y)-xy}$, 计算可得.

【解答】解: $\because \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 3$,

$$\therefore \frac{y-x}{xy} = 3,$$

$$\therefore x-y = -3xy,$$

$$\text{则原式} = \frac{2(x-y)+3xy}{(x-y)-xy}$$

$$= \frac{-6xy+3xy}{-3xy-xy}$$

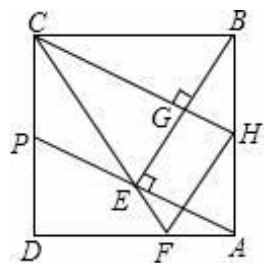
$$= \frac{-3xy}{-4xy}$$

$$= \frac{3}{4},$$

故选: D.

【点评】本题主要考查分式的加减法, 解题的关键是掌握分式加减运算法则和整体代入思想的运用.

10. (2018 年四川省南充市) 如图, 正方形 ABCD 的边长为 2, P 为 CD 的中点, 连结 AP, 过点 B 作 $BE \perp AP$ 于点 E, 延长 CE 交 AD 于点 F, 过点 C 作 $CH \perp BE$ 于点 G, 交 AB 于点 H, 连接 HF. 下列结论正确的是 ()



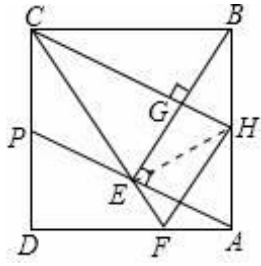
- A. $CE = \sqrt{5}$ B. $EF = \frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\cos \angle CEP = \frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $HF^2 = EF \cdot CF$

【考点】S9: 相似三角形的判定与性质; KD: 全等三角形的判定与性质; LE: 正方形的性质; T7: 解直角三角形.

【分析】首先证明 $BH = AH$, 推出 $EG = BG$, 推出 $CE = CB$, 再证明 $\triangle ABC \cong \triangle CEH$, $\text{Rt} \triangle HFE$

$\cong \text{Rt} \triangle \text{HFA}$, 利用全等三角形的性质即可一一判断.

【解答】解: 连接 EH.



$\because$ 四边形 ABCD 是正方形,

$\therefore \text{CD}=\text{AB}=\text{BC}=\text{AD}=2$, $\text{CD} \parallel \text{AB}$,

$\because \text{BE} \perp \text{AP}$, $\text{CH} \perp \text{BE}$,

$\therefore \text{CH} \parallel \text{PA}$,

$\therefore$ 四边形 CPAH 是平行四边形,

$\therefore \text{CP}=\text{AH}$,

$\because \text{CP}=\text{PD}=1$,

$\therefore \text{AH}=\text{PC}=1$,

$\therefore \text{AH}=\text{BH}$,

在 $\text{Rt} \triangle \text{ABE}$ 中, $\because \text{AH}=\text{HB}$,

$\therefore \text{EH}=\text{HB}$, $\because \text{HC} \perp \text{BE}$,

$\therefore \text{BG}=\text{EG}$,

$\therefore \text{CB}=\text{CE}=2$, 故选项 A 错误,

$\because \text{CH}=\text{CH}$, $\text{CB}=\text{CE}$, $\text{HB}=\text{HE}$,

$\therefore \triangle \text{ABC} \cong \triangle \text{CEH}$,

$\therefore \angle \text{CBH}=\angle \text{CEH}=90^\circ$,

$\because \text{HF}=\text{HF}$, $\text{HE}=\text{HA}$,

$\therefore \text{Rt} \triangle \text{HFE} \cong \text{Rt} \triangle \text{HFA}$,

$\therefore \text{AF}=\text{EF}$, 设 $\text{EF}=\text{AF}=x$,

在 $\text{Rt} \triangle \text{CDF}$ 中, 有 $2^2 + (2-x)^2 = (2+x)^2$,

$$\therefore x = \frac{1}{2},$$

$\therefore \text{EF} = \frac{1}{2}$, 故 B 错误,

$\because PA \parallel CH$,

$\therefore \angle CEP = \angle ECH = \angle BCH$,

$\therefore \cos \angle CEP = \cos \angle BCH = \frac{BC}{CH} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$, 故 C 错误.

$\therefore HF = \frac{\sqrt{5}}{2}$, $EF = \frac{1}{2}$, $FC = \frac{5}{2}$

$\therefore HF^2 = EF \cdot FC$, 故 D 正确,

故选: D.

【点评】本题考查正方形的性质、全等三角形的判定和性质、勾股定理、锐角三角函数等知识, 解题的关键是学会添加常用辅助线, 构造全等三角形解决问题, 属于中考选择题中的压轴题.

二、填空题 (本大题共 6 个小题, 每小题 2018 年四川省南充市, 共 12018 年四川省南充市) 请将答案填在答题卡对应的横线上.

11. (2018 年四川省南充市) 某地某天的最高气温是 6°C , 最低气温是 -4°C , 则该地当天的温差为 10 $^{\circ}\text{C}$.

【考点】1A: 有理数的减法.

【分析】用最高温度减去最低温度, 再根据减去一个数等于加上这个数的相反数进行计算即可得解.

【解答】解: $6 - (-4)$,
 $= 6 + 4$,
 $= 10^{\circ}\text{C}$.

故答案为: 10

【点评】本题考查了有理数的减法, 熟记减去一个数等于加上这个数的相反数是解题的关键.

12. (2018 年四川省南充市) 甲、乙两名同学的 5 次射击训练成绩 (单位: 环) 如下表.

甲	7	8	9	8	8
乙	6	10	9	7	8

比较甲、乙这 5 次射击成绩的方差 $S_{\text{甲}}^2$, $S_{\text{乙}}^2$, 结果为: $S_{\text{甲}}^2$ < $S_{\text{乙}}^2$. (选填 “>” “=” 或 “<”)

【考点】W7: 方差.

【分析】首先求出各组数据的平均数，再利用方差公式计算得出答案.

【解答】解： $\overline{x}_{甲} = \frac{1}{5} (7+8+9+8+8) = 8,$

$$\overline{x}_{乙} = \frac{1}{5} (6+10+9+7+8) = 8,$$

$$S_{甲}^2 = \frac{1}{5} [(7-8)^2 + (8-8)^2 + (9-8)^2 + (8-8)^2 + (8-8)^2]$$

$$= 0.4;$$

$$S_{乙}^2 = \frac{1}{5} [(6-8)^2 + (10-8)^2 + (9-8)^2 + (7-8)^2 + (8-8)^2]$$

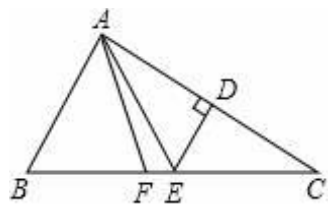
$$= 2;$$

$$\text{则 } S_{甲}^2 < S_{乙}^2.$$

故答案为：<.

【点评】此题主要考查了方差，正确掌握方差计算公式是解题关键.

13. (2018 年四川省南充市) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，AF 平分 $\angle BAC$ ，AC 的垂直平分线交 BC 于点 E， $\angle B = 70^\circ$ ， $\angle FAE = 19^\circ$ ，则 $\angle C =$ 24 度.



【考点】KG：线段垂直平分线的性质.

【分析】根据线段的垂直平分线的性质得到 $EA = EC$ ，得到 $\angle EAC = \angle C$ ，根据角平分线的定义、三角形内角和定理计算即可.

【解答】解： $\because DE$ 是 AC 的垂直平分线，

$$\therefore EA = EC,$$

$$\therefore \angle EAC = \angle C,$$

$$\therefore \angle FAC = \angle EAC + 19^\circ,$$

$$\because AF \text{ 平分 } \angle BAC,$$

$$\therefore \angle FAB = \angle EAC + 19^\circ,$$

$$\because \angle B + \angle BAC + \angle C = 180^\circ, [$$

$$\therefore 70^\circ + 2(\angle C + 19^\circ) + \angle C = 180^\circ,$$

解得， $\angle C = 24^\circ$,

故答案为：24.

【点评】本题考查的是线段的垂直平分线的性质、三角形内角和定理，掌握线段的垂直平分线上的点到线段的两个端点的距离相等是解题的关键.

14. (2018 年四川省南充市) 若 $2n$ ($n \neq 0$) 是关于 x 的方程 $x^2 - 2mx + 2n = 0$ 的根, 则 $m - n$ 的值为 $-\frac{1}{2}$.

【考点】A3: 一元二次方程的解.

【分析】根据一元二次方程的解的定义, 把 $x=2n$ 代入方程得到 $x^2 - 2mx + 2n = 0$, 然后把等式两边除以 n 即可.

【解答】解: $\because 2n$ ($n \neq 0$) 是关于 x 的方程 $x^2 - 2mx + 2n = 0$ 的根,

$$\therefore 4n^2 - 4mn + 2n = 0,$$

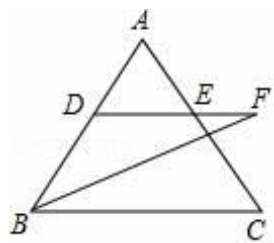
$$\therefore 4n - 4m + 2 = 0,$$

$$\therefore m - n = -\frac{1}{2}.$$

故答案是: $-\frac{1}{2}$.

【点评】本题考查了一元二次方程的解: 能使一元二次方程左右两边相等的未知数的值是一元二次方程的解.

15. (2018 年四川省南充市) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$, BF 平分 $\angle ABC$, 交 DE 的延长线于点 F . 若 $AD=1$, $BD=2$, $BC=4$, 则 $EF = \frac{2}{3}$.



【考点】S9: 相似三角形的判定与性质; KJ: 等腰三角形的判定与性质.

【分析】由 $DE \parallel BC$ 可得出 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$, 根据相似三角形的性质和平行线的性质解答即可.

【解答】解: $\because DE \parallel BC$,

$$\therefore \angle F = \angle FBC,$$

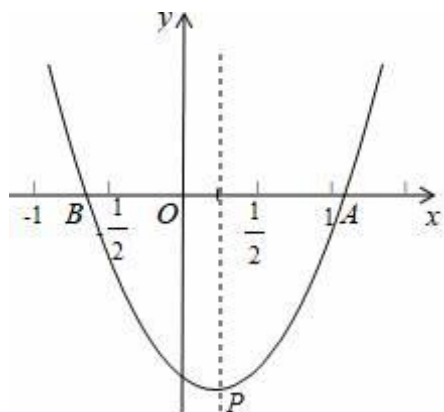
$\because BF$ 平分 $\angle ABC$,
 $\therefore \angle DBF = \angle FBC$,
 $\therefore \angle F = \angle DBF$,
 $\therefore DB = DF$,
 $\because DE \parallel BC$,
 $\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$,
 $\therefore \frac{AD}{AD+DB} = \frac{DE}{BC}$, 即 $\frac{1}{1+2} = \frac{DE}{4}$,
 解得: $DE = \frac{4}{3}$,
 $\because DF = DB = 2$,
 $\therefore EF = DF - DE = 2 - \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$,
 故答案为: $\frac{2}{3}$

【点评】此题考查相似三角形的判定和性质，关键是由 $DE \parallel BC$ 可得出 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$.

16. (2018 年四川省南充市) 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 与 x 轴交于 A, B 两点，顶点 $P(m, n)$. 给出下列结论:

- ① $2a + c < 0$;
- ② 若 $(-\frac{3}{2}, y_1), (-\frac{1}{2}, y_2), (\frac{1}{2}, y_3)$ 在抛物线上，则 $y_1 > y_2 > y_3$;
- ③ 关于 x 的方程 $ax^2 + bx + k = 0$ 有实数解，则 $k > c - n$;
- ④ 当 $n = -\frac{1}{a}$ 时， $\triangle ABP$ 为等腰直角三角形.

其中正确结论是 ②③④ (填写序号).



【考点】H4: 二次函数图象与系数的关系; H5: 二次函数图象上点的坐标特征; HA: 抛物

线与 x 轴的交点.

【分析】利用二次函数的性质一一判断即可;

【解答】解: $\because -\frac{b}{2a} < \frac{1}{2}, a > 0,$

$$\therefore a > -b,$$

$$\because x = -1 \text{ 时, } y > 0,$$

$$\therefore a - b + c > 0,$$

$$\therefore 2a + c > a - b + c > 0, \text{ 故①错误,}$$

若 $(-\frac{3}{2}, y_1), (-\frac{1}{2}, y_2), (\frac{1}{2}, y_3)$ 在抛物线上,

由图象法可知, $y_1 > y_2 > y_3$; 故②正确,

$\because$ 抛物线与直线 $y=t$ 有交点时, 方程 $ax^2+bx+c=t$ 有解, $t \leq n$,

$\therefore ax^2+bx+k=0$ 有实数解, 则 $k > c - n$; 故③正确,

设抛物线的对称轴交 x 轴于 H.

$$\therefore \frac{4ac - b^2}{4a} = -\frac{1}{2},$$

$$\therefore b^2 - 4ac = 4,$$

$$\therefore x = \frac{-b \pm 2}{2a},$$

$$\therefore |x_1 - x_2| = \frac{2}{a},$$

$$\therefore AB = 2PH,$$

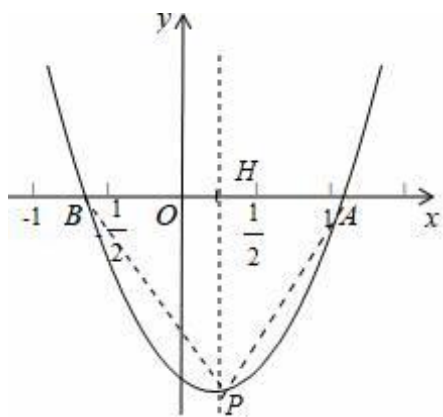
$$\therefore BH = AH,$$

$$\therefore PH = BH = AH,$$

$\therefore \triangle PAB$ 是直角三角形, $\because PA = PB$,

$\therefore \triangle PAB$ 是等腰直角三角形.

故答案为②③④.



【点评】本题考查二次函数的应用、二次函数与坐标轴的交点等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考填空题中的压轴题.

三、解答题（本大题共 9 个小题，共 72 分）解答应写出必要的文字说明，证明过程或演算步骤.

17. （2018 年四川省南充市）计算： $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} - (1 - \frac{\sqrt{2}}{2})^0 + \sin 45^\circ + (\frac{1}{2})^{-1}$

【考点】2C：实数的运算；6E：零指数幂；6F：负整数指数幂；T5：特殊角的三角函数值.

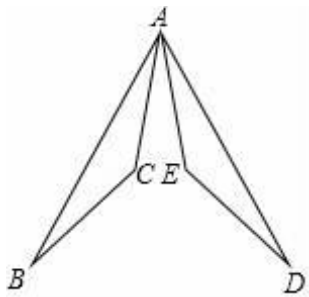
【分析】直接利用零指数幂的性质以及负整数指数幂的性质、特殊角的三角函数值、二次根式的性质分别化简得出答案.

【解答】解：原式 $= \sqrt{2} - 1 - 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} + 2$
 $= \frac{3\sqrt{2}}{2}.$

【点评】此题主要考查了实数运算，正确化简各数是解题关键.

18. （2018 年四川省南充市）如图，已知 $AB=AD$ ， $AC=AE$ ， $\angle BAE=\angle DAC$.

求证： $\angle C=\angle E$.



【考点】KD：全等三角形的判定与性质.

【分析】由 $\angle BAE=\angle DAC$ 可得到 $\angle BAC=\angle DAE$ ，再根据“SAS”可判断 $\triangle BAC \cong \triangle DAE$,

根据全等的性质即可得到 $\angle C = \angle E$.

【解答】解： $\because \angle BAE = \angle DAC$,

$\therefore \angle BAE - \angle CAE = \angle DAC - \angle CAE$, 即 $\angle BAC = \angle DAE$,

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 中,

$$\therefore \begin{cases} AB=AD \\ \angle BAC=\angle DAE, \\ AC=AE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADE$ (SAS) ,

$\therefore \angle C = \angle E$.

【点评】本题考查了全等三角形的判定与性质: 判断三角形全等的方法有“SSS”、“SAS”、“ASA”、“AAS”; 全等三角形的对应角相等, 对应边相等.

19. (2018 年四川省南充市) “每天锻炼一小时, 健康生活一辈子”. 为了选拔“阳光大课间”领操员, 学校组织初中三个年级推选出来的 15 名领操员进行比赛, 成绩如下表:

成绩/分	7	8	9	10
人数/人	2	5	4	4

(1) 这组数据的众数是 2018 年四川省南充市, 中位数是 2018 年四川省南充市.

(2) 已知获得 2018 年四川省南充市的选手中, 七、八、九年级分别有 1 人、2 人、1 人, 学校准备从中随机抽取两人领操, 求恰好抽到八年级两名领操员的概率.

【考点】X6: 列表法与树状图法; W4: 中位数; W5: 众数.

【分析】(1) 根据众数和中位数的定义求解可得;

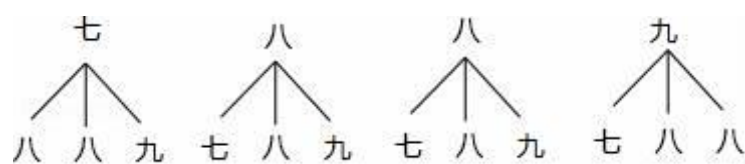
(2) 利用树状图法列举出所有可能的结果, 然后利用概率公式即可求解.

【解答】解: (1) 由于 2018 年四川省南充市出现次数最多, 所以众数为 2018 年四川省南充市,

中位数为第 8 个数, 即中位数为 2018 年四川省南充市,

故答案为: 2018 年四川省南充市、2018 年四川省南充市;

(2) 画树状图如下:



由树状图可知, 共有 12 种等可能结果, 其中恰好抽到八年级两名领操员的有 2 种结果,

所以恰好抽到八年级两名领操员的概率为 $\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$.

【点评】本题主要考查众数、中位数及列表法与树状图法，解题的关键是掌握众数和中位数的定义，列举法（树形图法）求概率的关键在于列举出所有可能的结果，列表法是一种，但当一事件涉及三个或更多元素时，为不重不漏地列出所有可能的结果，通常采用树形图.

20. (2018 年四川省南充市) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (2m - 2)x + (m^2 - 2m) = 0$.

(1) 求证：方程有两个不相等的实数根.

(2) 如果方程的两实数根为 x_1, x_2 , 且 $x_1^2 + x_2^2 = 10$, 求 m 的值.

【考点】AB: 根与系数的关系; AA: 根的判别式.

【分析】根据根与系数的关系即可求出答案.

【解答】解: (1) 由题意可知: $\Delta = (2m - 2)^2 - 4(m^2 - 2m)$
 $= 4 > 0$,

$\therefore$ 方程有两个不相等的实数根.

(2) $\because x_1 + x_2 = 2m - 2, x_1 x_2 = m^2 - 2m$,

$\therefore x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 10$,

$\therefore (2m - 2)^2 - 2(m^2 - 2m) = 10$,

$\therefore m^2 - 2m - 3 = 0$,

$\therefore m = -1$ 或 $m = 3$

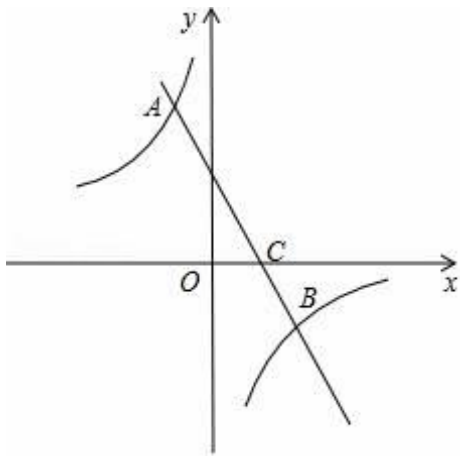
【点评】本题考查根与系数的关系，解题的关键是熟练运用根与系数的关系以及一元二次方程的解法，本题属于中等题型.

21. (2018 年四川省南充市) 如图，直线 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 与双曲线 $y = \frac{m}{x}$ ($m \neq 0$) 交于点 A

$(-\frac{1}{2}, 2)$, B ($n, -1$).

(1) 求直线与双曲线的解析式.

(2) 点 P 在 x 轴上，如果 $S_{\triangle ABP} = 3$, 求点 P 的坐标.



【考点】G8：反比例函数与一次函数的交点问题.

【分析】(1) 把 A 的坐标代入可求出 m ，即可求出反比例函数解析式，把 B 点的坐标代入反比例函数解析式，即可求出 n ，把 A、B 的坐标代入一次函数解析式即可求出一次函数解析式；

(2) 利用一次函数图象上点的坐标特征可求出点 C 的坐标，设点 P 的坐标为 $(x, 0)$ ，根据三角形的面积公式结合 $S_{\triangle ABP}=3$ ，即可得出 $|x - \frac{1}{2}|=2$ ，解之即可得出结论.

【解答】解：(1) $\because$ 双曲线 $y=\frac{m}{x}$ ($m \neq 0$) 经过点 A $(-\frac{1}{2}, 2)$ ，

$\therefore m = -1$.

$\therefore$ 双曲线的表达式为 $y = -\frac{1}{x}$.

$\because$ 点 B $(n, -1)$ 在双曲线 $y = -\frac{1}{x}$ 上，

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(1, -1)$.

$\because$ 直线 $y=kx+b$ 经过点 A $(-\frac{1}{2}, 2)$ ，B $(1, -1)$ ，

$\therefore \begin{cases} -\frac{1}{2}k+b=2 \\ k+b=-1 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} k=-2 \\ b=1 \end{cases}$ ，

$\therefore$ 直线的表达式为 $y = -2x+1$ ；

(2) 当 $y = -2x+1=0$ 时， $x = \frac{1}{2}$ ，

$\therefore$ 点 C $(\frac{1}{2}, 0)$.

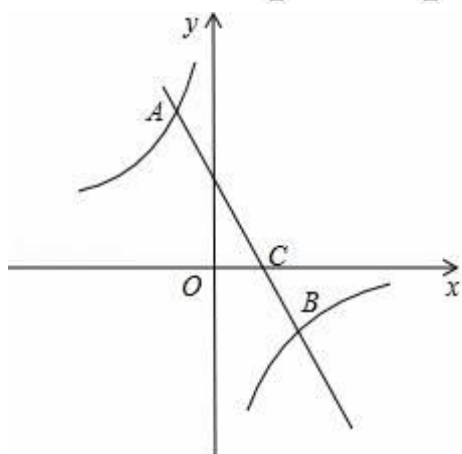
设点 P 的坐标为 $(x, 0)$ ，

$\because S_{\triangle ABP}=3$ ，A $(-\frac{1}{2}, 2)$ ，B $(1, -1)$ ，

$$\therefore \frac{1}{2} \times 3|x - \frac{1}{2}| = 3, \text{ 即 } |x - \frac{1}{2}| = 2,$$

$$\text{解得: } x_1 = -\frac{3}{2}, x_2 = \frac{5}{2}.$$

$$\therefore \text{点 P 的坐标为 } (-\frac{3}{2}, 0) \text{ 或 } (\frac{5}{2}, 0).$$



【点评】本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题、一次（反比例）函数图象上点的坐标特征、待定系数法求一次函数、反比例函数的解析式以及三角形的面积，解题的关键是：

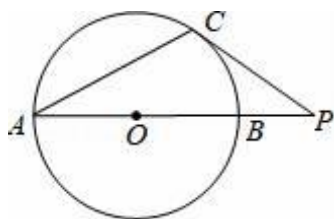
(1) 根据点的坐标利用待定系数法求出函数的解析式； (2) 根据三角形的面积公式以及 $S_{\triangle ABP} = 3$ ，得出 $|x - \frac{1}{2}| = 2$ 。

$$\triangle ABP = 3, \text{ 得出 } |x - \frac{1}{2}| = 2.$$

22. (2018 年四川省南充市) 如图，C 是 $\odot O$ 上一点，点 P 在直径 AB 的延长线上， $\odot O$ 的半径为 3，PB=2，PC=4.

(1) 求证：PC 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 求 $\tan \angle CAB$ 的值.



【考点】ME：切线的判定与性质；M5：圆周角定理；T7：解直角三角形.

【分析】(1) 可以证明 $OC^2 + PC^2 = OP^2$ 得 $\triangle OCP$ 是直角三角形，即 $OC \perp PC$ ，PC 是 $\odot O$ 的切线

(2)) AB 是直径，得 $\angle ACB = 90^\circ$ ，通过角的关系可以证明 $\triangle PBC \sim \triangle PCA$ ，进而

$$\frac{BC}{AC} = \frac{PB}{PC} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}, \text{ 得出 } \tan \angle CAB = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{2}.$$

【解答】解：（1）如图，连接 OC、BC

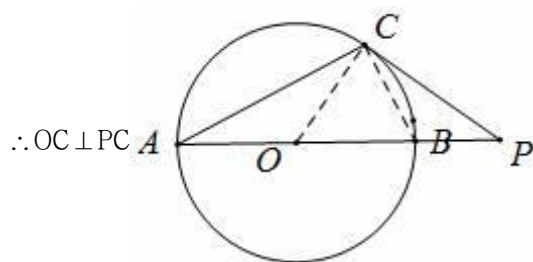
$\because \odot O$ 的半径为 3, $PB=2$

$\therefore OC=OB=3$, $OP=OB+PB=5$

$\therefore PC=4$

$\therefore OC^2+PC^2=OP^2$

$\therefore \triangle OCP$ 是直角三角形,



$\therefore PC$ 是 $\odot O$ 的切线.

（2） $\because AB$ 是直径

$\therefore \angle ACB=90^\circ$

$\therefore \angle ACO + \angle OCB = 90^\circ$

$\because OC \perp PC$

$\therefore \angle BCP + \angle OCB = 90^\circ$

$\therefore \angle BCP = \angle ACO$

$\because OA=OC$

$\therefore \angle A = \angle ACO$

$\therefore \angle A = \angle BCP$

在 $\triangle PBC$ 和 $\triangle PCA$ 中:

$\angle BCP = \angle A$, $\angle P = \angle P$

$\therefore \triangle PBC \sim \triangle PCA$,

$$\therefore \frac{BC}{AC} = \frac{PB}{PC} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \tan \angle CAB = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{2}$$

【点评】该题考查圆的相关知识和勾股定理逆定理、三角函数等内容，能借助证明图中相似三角形可以是解决问题的关键.

23. (2018 年四川省南充市) 某销售商准备在南充采购一批丝绸, 经调查, 用 10000 元采购 A 型丝绸的件数与用 8000 元采购 B 型丝绸的件数相等, 一件 A 型丝绸进价比一件 B 型丝绸进价多 100 元.

(1) 求一件 A 型、B 型丝绸的进价分别为多少元?

(2) 若销售商购进 A 型、B 型丝绸共 50 件, 其中 A 型的件数不大于 B 型的件数, 且不少于 16 件, 设购进 A 型丝绸 m 件.

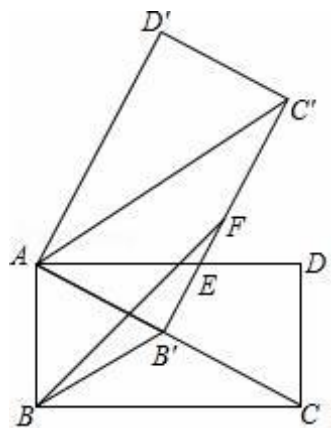
①求 m 的取值范围.

②已知 A 型的售价是 800 元/件, 销售成本为 $2n$ 元/件; B 型的售价为 600 元/件, 销售成本为 n 元/件. 如果 $50 \leq n \leq 150$, 求销售这批丝绸的最大利润 w (元) 与 n (元) 的函数关系式如图, 矩形 ABCD 中, $AC=2AB$, 将矩形 ABCD 绕点 A 旋转得到矩形 $AB'C'D'$, 使点 B 的对应点 B' 落在 AC 上, $B'C'$ 交 AD 于点 E, 在 $B'C'$ 上取点 F, 使 $B'F=AB$.

(1) 求证: $AE=C'E$.

(2) 求 $\angle FBB'$ 的度数.

(3) 已知 $AB=2$, 求 BF 的长.

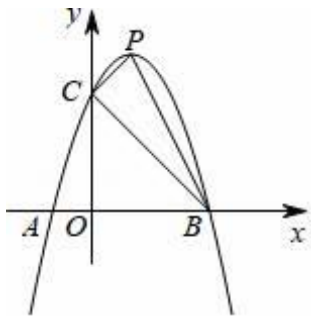


【考点】R2: 旋转的性质; LB: 矩形的性质.

【分析】(1) 在直角三角形 ABC 中, 由 $AC=2AB$, 得到 $\angle ACB=30^\circ$, 再由折叠的性质得到一对角相等, 利用等角对等边即可得证;

(2) 由 (1) 得到 $\triangle ABB'$ 为等边三角形, 利用矩形的性质及等边三角形的内角为 60° , 即可求出所求角度数;

(3) 由 $AB=2$, 得到 $B'B=B'F=2$, $\angle B'BF=15^\circ$, 过 B 作 $BH \perp BF$, 在直角三角形 $BB'H$ 中, 利用锐角三角函数定义求出 BH 的长, 由 $BF=2BH$ 即可求出 BF 的长.



【考点】HF：二次函数综合题.

【分析】（1）设出抛物线顶点坐标，把 C 坐标代入求出即可；

（2）由 $\triangle BCQ$ 与 $\triangle BCP$ 的面积相等，得到 PQ 与 BC 平行，①过 P 作 $PQ \parallel BC$ ，交抛物线于点 Q，如图 1 所示；②设 $G(1, 2)$ ，可得 $PG = GH = 2$ ，过 H 作直线 $Q_2Q_3 \parallel BC$ ，交 x 轴于点 H，分别求出 Q 的坐标即可；

（3）存在点 M，N 使四边形 MNED 为正方形，如图 2 所示，过 M 作 $MF \parallel y$ 轴，过 N 作 $NF \parallel x$ 轴，过 N 作 $NH \parallel y$ 轴，则有 $\triangle MNF$ 与 $\triangle NEH$ 都为等腰直角三角形，设 $M(x_1, y_1)$ ， $N(x_2, y_2)$ ，设直线 MN 解析式为 $y = -x + b$ ，与二次函数解析式联立，消去 y 得到关于 x 的一元二次方程，利用根与系数关系表示出 NF^2 ，由 $\triangle MNF$ 为等腰直角三角形，得到 $MN^2 = 2NF^2$ ，若四边形 MNED 为正方形，得到 $NE^2 = MN^2$ ，求出 b 的值，进而确定出 MN 的长，即为正方形边长.

【解答】解：（1）设 $y = a(x - 1)^2 + 4$ ($a \neq 0$)，

把 C(0, 3) 代入抛物线解析式得： $a + 4 = 3$ ，即 $a = -1$ ，

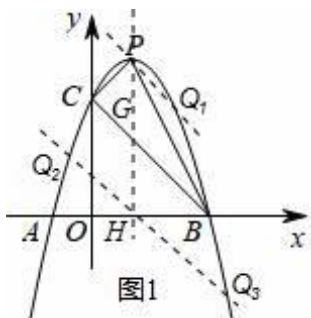
则抛物线解析式为 $y = -(x - 1)^2 + 4 = -x^2 + 2x + 3$ ；

（2）由 B(3, 0)，C(0, 3)，得到直线 BC 解析式为 $y = -x + 3$ ，

$$\therefore S_{\triangle OBC} = S_{\triangle QBC},$$

$$\therefore PQ \parallel BC,$$

①过 P 作 $PQ \parallel BC$ ，交抛物线于点 Q，如图 1 所示，



$\therefore P(1, 4)$ ， $\therefore$ 直线 PQ 解析式为 $y = -x + 5$ ，

$$\text{联立得: } \begin{cases} y = -x + 5 \\ y = -x^2 + 2x + 3 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x=1 \\ y=4 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}, \text{ 即 } Q(2, 3);$$

②设 $G(1, 2)$, $\therefore PG = GH = 2$,

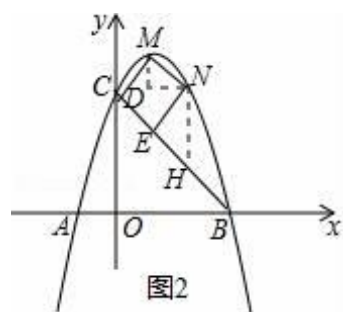
过 H 作直线 $Q_2Q_3 \parallel BC$, 交 x 轴于点 H , 则直线 Q_2Q_3 解析式为 $y = -x + 1$,

$$\text{联立得: } \begin{cases} y = -x + 1 \\ y = -x^2 + 2x + 3 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x = \frac{3 + \sqrt{17}}{2} \\ y = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = \frac{3 - \sqrt{17}}{2} \\ y = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \end{cases},$$

$$\therefore Q_2 \left(\frac{3 - \sqrt{17}}{2}, \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \right), Q_3 \left(\frac{3 + \sqrt{17}}{2}, \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} \right);$$

(3) 存在点 M, N 使四边形 $MNED$ 为正方形,



如图 2 所示, 过 M 作 $MF \parallel y$ 轴, 过 N 作 $NF \parallel x$ 轴, 过 N 作 $NH \parallel y$ 轴, 则有 $\triangle MNF$ 与 $\triangle NEH$ 都为等腰直角三角形,

设 $M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2)$, 设直线 MN 解析式为 $y = -x + b$,

$$\text{联立得: } \begin{cases} y = -x + b \\ y = -x^2 + 2x + 3 \end{cases},$$

消去 y 得: $x^2 - 3x + b - 3 = 0$,

$$\therefore NF^2 = |x_1 - x_2|^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 21 - 4b,$$

$\therefore \triangle MNF$ 为等腰直角三角形,

$$\therefore MN^2 = 2NF^2 = 42 - 8b,$$

$$\therefore NH^2 = (b - 3)^2, \therefore NF^2 = \frac{1}{2}(b - 3)^2,$$

若四边形 $MNED$ 为正方形, 则有 $NE^2 = MN^2$,

$$\therefore 42 - 8b = \frac{1}{2} (b^2 - 6b + 9),$$

整理得: $b^2 + 10b - 75 = 0$,

解得: $b = -15$ 或 $b = 5$,

$\therefore$ 正方形边长为 $MN = \sqrt{42 - 8b}$,

$\therefore MN = 9\sqrt{2}$ 或 $\sqrt{2}$.

【点评】 此题属于二次函数综合题, 涉及的知识有: 待定系数法确定函数解析式, 根与系数的关系, 等腰直角三角形的性质, 正方形的性质, 勾股定理, 以及一次函数与二次函数的性质, 熟练掌握待定系数法是解本题的关键.