

## 2018 年四川省乐山市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，在每小题给出的四个选项中，只有一个选项符合题目要求

1. (3 分)  $-2$  的相反数是 ( )

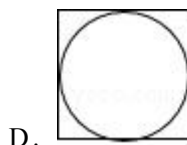
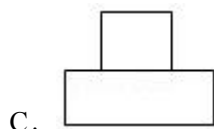
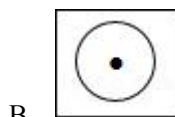
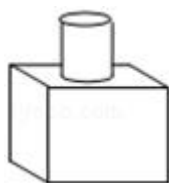
A.  $-2$

B.  $2$

C.  $\frac{1}{2}$

D.  $-\frac{1}{2}$

2. (3 分) 如图是由长方体和圆柱组成的几何体，它的俯视图是 ( )



3. (3 分) 方程组  $\begin{cases} \frac{x}{3} = \frac{y}{2} \\ x + y = 4 \end{cases}$  的解是 ( )

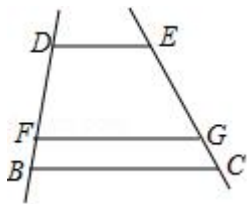
A.  $\begin{cases} x = -3 \\ y = -2 \end{cases}$

B.  $\begin{cases} x = 6 \\ y = 4 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$

D.  $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$

4. (3 分) 如图， $DE \parallel FG \parallel BC$ ，若  $DB = 4FB$ ，则  $EG$  与  $GC$  的关系是 ( )



A.  $EG = 4GC$

B.  $EG = 3GC$

C.  $EG = \frac{5}{2}GC$

D.  $EG = 2GC$

5. (3 分) 下列调查中，适宜采用普查方式的是 ( )

A. 调查全国中学生心理健康现状

B. 调查一片试验田里某种大麦的穗长情况

C. 调查冷饮市场上冰淇淋的质量情况

D. 调查你所在班级的每一个同学所穿鞋子的尺码情况

6. (3 分) 估计  $\sqrt{5} + 1$  的值，应在 ( )

A. 1 和 2 之间

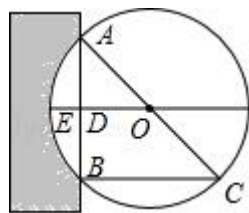
B. 2 和 3 之间

C. 3 和 4 之间

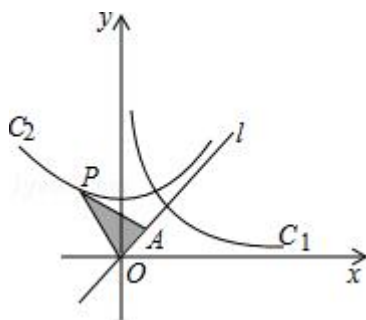
D. 4 和 5 之间

7. (3分)《九章算术》是我国古代第一部自成体系的数学专著，代表了东方数学的最高成就．它的算法体系至今仍在推动着计算机的发展和应用．书中记载：“今有圆材埋在壁中，不知大小，以锯锯之，深一寸，锯道长一尺，问径几何？”译为：“今有一圆柱形木材，埋在墙壁中，不知其大小，用锯去锯这木材，锯口深1寸( $ED=1$ 寸)，锯道长1尺( $AB=1$ 尺= $10$ 寸)”，问这块圆柱形木材的直径是多少？”

如图所示，请根据所学知识计算：圆柱形木材的直径  $AC$  是 ( )



- A. 13 寸                      B. 20 寸                      C. 26 寸                      D. 28 寸
8. (3分) 已知实数  $a$ 、 $b$  满足  $a+b=2$ ,  $ab=\frac{3}{4}$ , 则  $a-b=$  ( )
- A. 1                      B.  $-\frac{5}{2}$                       C.  $\pm 1$                       D.  $\pm \frac{5}{2}$
9. (3分) 如图，曲线  $C_2$  是双曲线  $C_1: y=\frac{6}{x}$  ( $x>0$ ) 绕原点  $O$  逆时针旋转  $45^\circ$  得到的图形， $P$  是曲线  $C_2$  上任意一点，点  $A$  在直线  $l: y=x$  上，且  $PA=PO$ ，则  $\triangle POA$  的面积等于 ( )



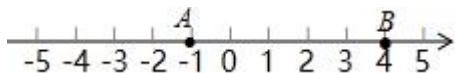
- A.  $\sqrt{6}$                       B. 6                      C. 3                      D. 12
10. (3分) 二次函数  $y=x^2+(a-2)x+3$  的图象与一次函数  $y=x$  ( $1\leq x\leq 2$ ) 的图象有且仅有一个交点，则实数  $a$  的取值范围是 ( )
- A.  $a=3\pm 2\sqrt{3}$                       B.  $-1\leq a<2$
- C.  $a=3+2\sqrt{3}$  或  $-\frac{1}{2}\leq a<2$                       D.  $a=3-2\sqrt{3}$  或  $-1\leq a<-\frac{1}{2}$

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分

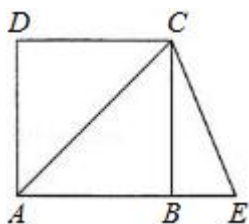
11. (3分) 计算： $|-3| =$  \_\_\_\_\_.

12. (3分) 化简  $\frac{a}{b-a} + \frac{b}{a-b}$  的结果是\_\_\_\_\_

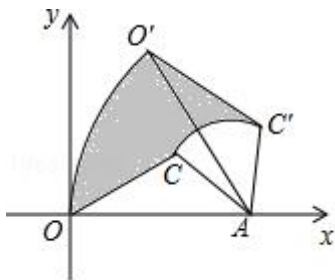
13. (3分) 如图, 在数轴上, 点  $A$  表示的数为  $-1$ , 点  $B$  表示的数为  $4$ ,  $C$  是点  $B$  关于点  $A$  的对称点, 则点  $C$  表示的数为\_\_\_\_\_.



14. (3分) 如图, 四边形  $ABCD$  是正方形, 延长  $AB$  到点  $E$ , 使  $AE = AC$ , 连结  $CE$ , 则  $\angle BCE$  的度数是\_\_\_\_\_度.



15. (3分) 如图,  $\triangle OAC$  的顶点  $O$  在坐标原点,  $OA$  边在  $x$  轴上,  $OA = 2$ ,  $AC = 1$ , 把  $\triangle OAC$  绕点  $A$  按顺时针方向旋转到  $\triangle O'AC'$ , 使得点  $O'$  的坐标是  $(1, \sqrt{3})$ , 则在旋转过程中线段  $OC$  扫过部分 (阴影部分) 的面积为\_\_\_\_\_.



16. (3分) 已知直线  $l_1: y = (k-1)x + k + 1$  和直线  $l_2: y = kx + k + 2$ , 其中  $k$  为不小于 2 的自然数.

(1) 当  $k = 2$  时, 直线  $l_1$ 、 $l_2$  与  $x$  轴围成的三角形的面积  $S_2 =$  \_\_\_\_\_;

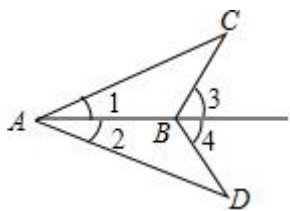
(2) 当  $k = 2, 3, 4, \dots, 2018$  时, 设直线  $l_1$ 、 $l_2$  与  $x$  轴围成的三角形的面积分别为  $S_2, S_3, S_4, \dots, S_{2018}$ , 则  $S_2 + S_3 + S_4 + \dots + S_{2018} =$  \_\_\_\_\_.

三、简答题: 本大题共 3 小题, 每小题 9 分, 共 27 分

17. (9分) 计算:  $4\cos 45^\circ + (\pi - 2018)^0 - \sqrt{8}$

18. (9分) 解不等式组: 
$$\begin{cases} 3x - 2 < 4x - 2 \\ \frac{2}{3}x < 7 - \frac{1}{2}x \end{cases}$$

19. (9分) 如图, 已知  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 3 = \angle 4$ , 求证:  $BC = BD$ .



四、本大题共 3 小题，每小题 10 分，共 30 分

20. (10 分) 先化简，再求值： $(2m+1)(2m-1) - (m-1)^2 + (2m)^3 \div (-8m)$ ，其中  $m$  是方程  $x^2+x-2=0$  的根

21. (10 分) 某校八年级甲、乙两班各有学生 50 人，为了了解这两个班学生身体素质情况，进行了抽样调查，过程如下，请补充完整.

(1) 收集数据

从甲、乙两个班各随机抽取 10 名学生进行身体素质测试，测试成绩（百分制）如下：

甲班 65 75 75 80 60 50 75 90 85 65

乙班 90 55 80 70 55 70 95 80 65 70

(2) 整理描述数据

按如下分数段整理、描述这两组样本数据：

| 成绩 $x$ | $50 \leq x < 60$ | $60 \leq x < 70$ | $70 \leq x < 80$ | $80 \leq x < 90$ | $90 \leq x \leq 100$ |
|--------|------------------|------------------|------------------|------------------|----------------------|
| 人数     |                  |                  |                  |                  |                      |
| 班级     |                  |                  |                  |                  |                      |
| 甲班     | 1                | 3                | 3                | 2                | 1                    |
| 乙班     | 2                | 1                | $m$              | 2                | $n$                  |

在表中： $m =$  \_\_\_\_\_， $n =$  \_\_\_\_\_.

(3) 分析数据

①两组样本数据的平均数、中位数、众数如表所示：

| 班级 | 平均数 | 中位数 | 众数  |
|----|-----|-----|-----|
| 甲班 | 72  | $x$ | 75  |
| 乙班 | 72  | 70  | $y$ |

在表中： $x =$  \_\_\_\_\_， $y =$  \_\_\_\_\_.

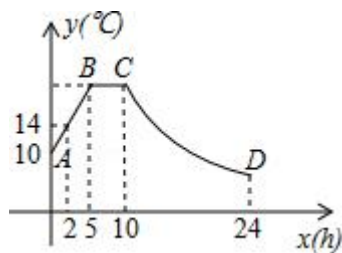
②若规定测试成绩在 80 分（含 80 分）以上的学生身体素质为优秀，请估计乙班 50 名学生中身体素质为优秀的学生有\_\_\_\_\_人.

③现从甲班指定的2名学生(1男1女),乙班指定的3名学生(2男1女)中分别抽取1名学生去参加上级部门组织的身体素质测试,用树状图和列表法求抽到的2名同学是1男1女的概率.

22.(10分)某蔬菜生产基地的气温较低时,用装有恒温系统的大棚栽培一种新品种蔬菜.如图是试验阶段的某天恒温系统从开启到关闭后,大棚内的温度 $y$ ( $^{\circ}\text{C}$ )与时间 $x$ ( $h$ )之间的函数关系,其中线段 $AB$ 、 $BC$ 表示恒温系统开启阶段,双曲线的一部分 $CD$ 表示恒温系统关闭阶段.

请根据图中信息解答下列问题:

- (1)求这天的温度 $y$ 与时间 $x$ ( $0 \leq x \leq 24$ )的函数关系式;
- (2)求恒温系统设定的恒定温度;
- (3)若大棚内的温度低于 $10^{\circ}\text{C}$ 时,蔬菜会受到伤害.问这天内,恒温系统最多可以关闭多少小时,才能使蔬菜避免受到伤害?



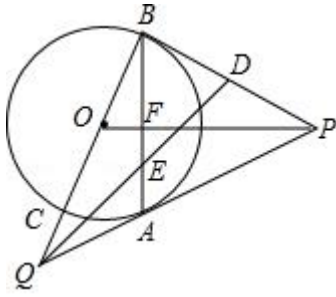
五、本大题共2小题,每小题10分,共20分

23.(10分)已知关于 $x$ 的一元二次方程 $mx^2 + (1 - 5m)x - 5 = 0$  ( $m \neq 0$ ).

- (1)求证:无论 $m$ 为任何非零实数,此方程总有两个实数根;
- (2)若抛物线 $y = mx^2 + (1 - 5m)x - 5$ 与 $x$ 轴交于 $A(x_1, 0)$ 、 $B(x_2, 0)$ 两点,且 $|x_1 - x_2| = 6$ ,求 $m$ 的值;
- (3)若 $m > 0$ ,点 $P(a, b)$ 与 $Q(a+n, b)$ 在(2)中的抛物线上(点 $P$ 、 $Q$ 不重合),求代数式 $4a^2 - n^2 + 8n$ 的值.

24.(10分)如图, $P$ 是 $\odot O$ 外的一点, $PA$ 、 $PB$ 是 $\odot O$ 的两条切线, $A$ 、 $B$ 是切点, $PO$ 交 $AB$ 于点 $F$ ,延长 $BO$ 交 $\odot O$ 于点 $C$ ,交 $PA$ 的延长交于点 $Q$ ,连结 $AC$ .

- (1)求证: $AC \parallel PO$ ;
- (2)设 $D$ 为 $PB$ 的中点, $QD$ 交 $AB$ 于点 $E$ ,若 $\odot O$ 的半径为3, $CQ = 2$ ,求 $\frac{AE}{BE}$ 的值.



六、本大题共 2 小题，第 25 题 12 分，第 26 题 13 分，共 25 分

25. (12 分) 已知  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，点  $D$ 、 $E$  分别在  $BC$ 、 $AC$  边上，连结  $BE$ 、 $AD$  交于点  $P$ ，设  $AC = kBD$ ， $CD = kAE$ ， $k$  为常数，试探究  $\angle APE$  的度数：

(1) 如图 1，若  $k = 1$ ，则  $\angle APE$  的度数为\_\_\_\_\_；

(2) 如图 2，若  $k = \sqrt{3}$ ，试问 (1) 中的结论是否成立？若成立，请说明理由；若不成立，求出  $\angle APE$  的度数.

(3) 如图 3，若  $k = \sqrt{3}$ ，且  $D$ 、 $E$  分别在  $CB$ 、 $CA$  的延长线上，(2) 中的结论是否成立，请说明理由.

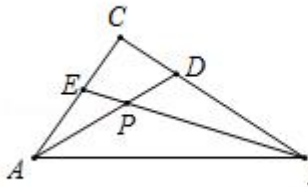


图1

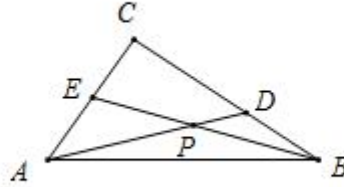


图2

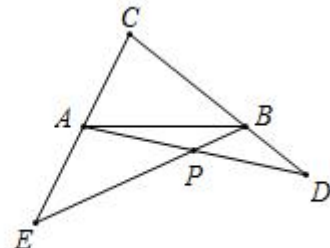


图3

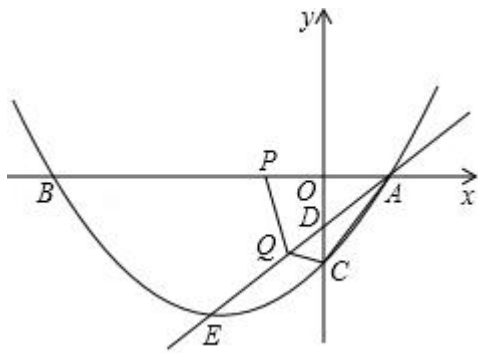
26. (13 分) 如图，在平面直角坐标系中，抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  交  $x$  轴于  $A$ 、 $B$  两点，交  $y$  轴于点  $C(0, -\frac{4}{3})$ ， $OA = 1$ ， $OB = 4$ ，直线  $l$  过点  $A$ ，交  $y$  轴于点  $D$ ，交抛物线于点  $E$ ，且满足  $\tan \angle OAD = \frac{3}{4}$ .

(1) 求抛物线的解析式；

(2) 动点  $P$  从点  $B$  出发，沿  $x$  轴正方向以每秒 2 个单位长度的速度向点  $A$  运动，动点  $Q$  从点  $A$  出发，沿射线  $AE$  以每秒 1 个单位长度的速度向点  $E$  运动，当点  $P$  运动到点  $A$  时，点  $Q$  也停止运动，设运动时间为  $t$  秒.

①在  $P$ 、 $Q$  的运动过程中，是否存在某一时刻  $t$ ，使得  $\triangle ADC$  与  $\triangle PQA$  相似，若存在，求出  $t$  的值；若不存在，请说明理由.

②在  $P$ 、 $Q$  的运动过程中，是否存在某一时刻  $t$ ，使得  $\triangle APQ$  与  $\triangle CAQ$  的面积之和最大？若存在，求出  $t$  的值；若不存在，请说明理由.



## 2018 年四川省乐山市中考数学试卷

### 参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，在每小题给出的四个选项中，只有一个选项符合题目要求

1. 【分析】根据只有符号不同的两个数叫做互为相反数解答.

【解答】解：-2 的相反数是 2.

故选：B.

【点评】本题考查了相反数的定义，是基础题，熟记概念是解题的关键.

2. 【分析】根据从上边看得到的图形是俯视图，可得答案.

【解答】解：从上边看外面是正方形，里面是没有圆心的圆，

故选：A.

【点评】本题考查了简单组合体的三视图，从上边看得到的图形是俯视图.

3. 【分析】先把原方程组化为  $\begin{cases} 2x=3y \\ x+\frac{1}{2}y=4 \end{cases}$ ，进而利用代入消元法得到方程组的解为  $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$ .

【解答】解：由题可得， $\begin{cases} 2x=3y \\ x+\frac{1}{2}y=4 \end{cases}$ ,

消去  $x$ ，可得

$$2\left(4 - \frac{1}{2}y\right) = 3y,$$

解得  $y = 2$ ,

把  $y = 2$  代入  $2x = 3y$ ，可得

$$x = 3,$$

$\therefore$  方程组的解为  $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$ .

故选：D.

【点评】本题主要考查了解二元一次方程组，用代入法解二元一次方程组的一般步骤：

从方程组中选一个系数比较简单的方程，将这个方程组中的一个未知数用含另一个未知数的代数式表示出来，将变形后的关系式代入另一个方程，消去一个未知数，得到一个一元一次方程，解这个一元一次方程，求出  $x$ （或  $y$ ）的值.

4. 【分析】根据平行线分线段成比例定理即可得到答案.

【解答】解： $\because DE \parallel FG \parallel BC$ ， $DB = 4FB$ ，

$$\therefore \frac{EG}{GC} = \frac{DF}{FB} = \frac{3}{1} = 3.$$

故选：B.

【点评】此题主要考查平行线分线段成比例定理的理解及运用. 根据平行线分线段成比例定理解答是解题的关键.

5. 【分析】根据普查得到的调查结果比较准确，但所费人力、物力和时间较多，而抽样调查得到的调查结果比较近似判断即可.

【解答】解：A、了解全国中学生心理健康现状调查范围广，适合抽样调查，故 A 错误；  
B、了解一片试验田里某种大麦的穗长情况调查范围广，适合抽样调查，故 B 错误；  
C、了解冷饮市场上冰淇淋的质量情况调查范围广，适合抽样调查，故 C 错误；  
D、调查你所在班级的每一个同学所穿鞋子的尺码情况，适合全面调查，故 D 正确；

故选：D.

【点评】本题考查的是抽样调查和全面调查的区别，选择普查还是抽样调查要根据所要考查的对象的特征灵活选用，一般来说，对于具有破坏性的调查、无法进行普查、普查的意义或价值不大.

6. 【分析】根据  $\sqrt{5} \approx 2.236$ ，可得答案.

【解答】解：  $\because \sqrt{5} \approx 2.236$ ,

$$\therefore \sqrt{5} + 1 \approx 3.236,$$

故选：C.

【点评】本题考查了估算无理数的大小，利用  $\sqrt{5} \approx 2.236$  是解题关键.

7. 【分析】设  $\odot O$  的半径为  $r$ . 在  $\text{Rt}\triangle ADO$  中， $AD = 5$ ， $OD = r - 1$ ， $OA = r$ ，则有  $r^2 = 5^2 + (r - 1)^2$ ，解方程即可；

【解答】解：设  $\odot O$  的半径为  $r$ .

在  $\text{Rt}\triangle ADO$  中， $AD = 5$ ， $OD = r - 1$ ， $OA = r$ ，

$$\text{则有 } r^2 = 5^2 + (r - 1)^2,$$

解得  $r = 13$ ，

$\therefore \odot O$  的直径为 26 寸，

故选：C.

【点评】本题考查垂径定理、勾股定理等知识，解题的关键是学会利用参数构建方程解决问题，属于中考常考题型.

8. 【分析】利用完全平方公式解答即可.

【解答】解:  $\because a+b=2, ab=\frac{3}{4},$

$$\therefore (a+b)^2 = 4 = a^2 + 2ab + b^2,$$

$$\therefore a^2 + b^2 = \frac{5}{2},$$

$$\therefore (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 = 1,$$

$$\therefore a-b = \pm 1,$$

故选: C.

【点评】本题考查了完全平方公式的运用, 熟记公式结构是解题的关键.

9. 【分析】将双曲线逆时针旋转使得  $l$  与  $y$  轴重合, 等腰三角形  $\triangle PAO$  的底边在  $y$  轴上, 应用反比例函数比例系数  $k$  的性质解答问题.

【解答】解: 如图, 将  $C_2$  及直线  $y=x$  绕点  $O$  逆时针旋转  $45^\circ$ , 则得到双曲线  $C_3$ , 直线  $l$  与  $y$  轴重合.

双曲线  $C_3$ , 的解析式为  $y = -\frac{6}{x}$

过点  $P$  作  $PB \perp y$  轴于点  $B$

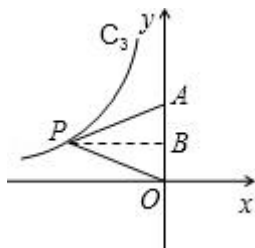
$$\because PA = PO$$

$\therefore B$  为  $OA$  中点.

$$\therefore S_{\triangle PAB} = S_{\triangle POB}$$

由反比例函数比例系数  $k$  的性质,  $S_{\triangle POB} = 3$

$\therefore \triangle POA$  的面积是 6



故选: B.

【点评】本题为反比例函数综合题, 考查了反比例函数的轴对称性以及反比例函数比例系数  $k$  的几何意义.

10. 【分析】根据二次函数的图象性质即可求出答案.

【解答】解: 由题意可知: 方程  $x^2 + (a-2)x + 3 = x$  在  $1 \leq x \leq 2$  上只有一个解,

即  $x^2 + (a-3)x + 3 = 0$  在  $1 \leq x \leq 2$  上只有一个解,

当 $\Delta = 0$ 时,

$$\text{即 } (a-3)^2 - 12 = 0$$

$$a = 3 \pm 2\sqrt{3}$$

当 $a = 3 + 2\sqrt{3}$ 时,

此时 $x = -\sqrt{3}$ , 不满足题意,

当 $a = 3 - 2\sqrt{3}$ 时,

此时 $x = \sqrt{3}$ , 满足题意,

当 $\Delta > 0$ 时,

$$\text{令 } y = x^2 + (a-3)x + 3,$$

$$\text{令 } x = 1, y = a+1,$$

$$\text{令 } x = 2, y = 2a+1$$

$$(a+1)(2a+1) \leq 0$$

$$\text{解得: } -1 \leq a \leq -\frac{1}{2},$$

当 $a = -1$ 时, 此时 $x = 1$ 或 $3$ , 满足题意;

当 $a = -\frac{1}{2}$ 时, 此时 $x = 2$ 或 $x = \frac{3}{2}$ , 不满足题意,

综上所述,  $a = 3 - 2\sqrt{3}$ 或 $-1 \leq a < -\frac{1}{2}$ ,

故选: D.

**【点评】** 本题考查二次函数的综合问题, 解题的关键是将问题转化为 $x^2 + (a-3)x + 3 = 0$

在 $1 \leq x \leq 2$ 上只有一个解, 根据二次函数的性质即可求出答案, 本题属于中等题型.

## 二、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分

11. **【分析】** 根据负数的绝对值等于这个数的相反数, 即可得出答案.

**【解答】** 解:  $|-3| = 3$ .

故答案为: 3.

**【点评】** 此题主要考查了绝对值的性质, 正确记忆绝对值的性质是解决问题的关键.

12. **【分析】** 直接利用分式加减运算法则计算得出答案.

$$\begin{aligned} \text{【解答】 解: } & \frac{a}{b-a} + \frac{b}{a-b} \\ &= \frac{a}{b-a} - \frac{b}{b-a} \end{aligned}$$

$$= \frac{a-b}{b-a}$$

$$= -1.$$

故答案为：-1.

【点评】此题主要考查了分式的加减运算，正确掌握运算法则是解题关键.

13. 【分析】先根据已知条件可以确定线段  $AB$  的长度，然后根据点  $B$ 、点  $C$  关于点  $A$  对称，设点  $C$  所表示的数为  $x$ ，列出方程即可解决.

【解答】解：设点  $C$  所表示的数为  $x$ ，

$\because$  数轴上  $A$ 、 $B$  两点表示的数分别为 -1 和 4，点  $B$  关于点  $A$  的对称点是点  $C$ ，

$$\therefore AB = 4 - (-1), AC = -1 - x,$$

根据题意  $AB = AC$ ，

$$\therefore 4 - (-1) = -1 - x,$$

解得  $x = -6$ .

故答案为：-6.

【点评】本题主要考查实数与数轴的对应关系和轴对称的性质，熟练掌握对称性质是解本题的关键.

14. 【分析】根据正方形的性质，易知  $\angle CAE = \angle ACB = 45^\circ$ ；等腰  $\triangle CAE$  中，根据三角形内角和定理可求得  $\angle ACE$  的度数，进而可由  $\angle BCE = \angle ACE - \angle ACB$  得出  $\angle BCE$  的度数.

【解答】解： $\because$  四边形  $ABCD$  是正方形，

$$\therefore \angle CAB = \angle BCA = 45^\circ ;$$

$\triangle ACE$  中， $AC = AE$ ，则：

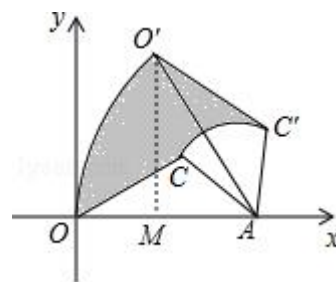
$$\angle ACE = \angle AEC = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle CAE) = 67.5^\circ ;$$

$$\therefore \angle BCE = \angle ACE - \angle ACB = 22.5^\circ .$$

故答案为 22.5.

【点评】此题主要考查的是正方形、等腰三角形的性质及三角形内角和定理.

15. 【分析】过  $O'$  作  $O'M \perp OA$  于  $M$ ，解直角三角形求出旋转角的度数，根据图形得出阴影部分的面积  $S = S_{\text{扇形 } OAO'} + S_{\triangle O'AC'} - S_{\triangle OAC} - S_{\text{扇形 } CAC'} = S_{\text{扇形 } OAO'} - S_{\text{扇形 } CAC'}$ ，分别求出即可.



【解答】解：过  $O'$  作  $O'M \perp OA$  于  $M$ ，则  $\angle O'MA = 90^\circ$ ，

$\therefore$  点  $O'$  的坐标是  $(1, \sqrt{3})$ ，

$\therefore O'M = \sqrt{3}$ ， $OM = 1$ ，

$\therefore AO = 2$ ，

$\therefore AM = 2 - 1 = 1$ ，

$\therefore \tan \angle O'AM = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$ ，

$\therefore \angle O'AM = 60^\circ$ ，

即旋转角为  $60^\circ$ ，

$\therefore \angle CAC' = \angle OAO' = 60^\circ$ ，

$\therefore$  把  $\triangle OAC$  绕点  $A$  按顺时针方向旋转到  $\triangle O'AC'$ ，

$\therefore S_{\triangle OAC} = S_{\triangle O'AC'}$ ，

$\therefore$  阴影部分的面积  $S = S_{\text{扇形} OAO'} + S_{\triangle O'AC'} - S_{\triangle OAC} - S_{\text{扇形} CAC'} = S_{\text{扇形} OAO'} - S_{\text{扇形} CAC'} =$

$$\frac{60\pi \times 2^2}{360} - \frac{60\pi \times 1^2}{360} = \frac{\pi}{2}.$$

故答案为： $\frac{\pi}{2}$ 。

【点评】本题考查了解直角三角形，旋转的性质、扇形的面积计算等知识点，能把求不规则图形的面积转化成求出规则图形的面积是解此题的关键。

16. 【分析】利用一次函数图象上点的坐标特征可求出两直线与  $x$  轴的交点坐标，进而可得出两点间的距离，联立两直线解析式成方程组，通过解方程组可求出两直线的交点坐标。

(1) 代入  $k=2$ ，可得出  $d$  的值，利用三角形的面积公式可求出  $S_2$  的值；

(2) 分别代入  $k=2, 3, 4, \dots, 2018$  求出  $S_2, S_3, S_4, \dots, S_{2018}$  值，将其相加即可得出结论。

【解答】解：当  $y=0$  时，有  $(k-1)x+k+1=0$ ，

$$\text{解得：} x = -1 - \frac{2}{k-1},$$

$\therefore$  直线  $l_1$  与  $x$  轴的交点坐标为  $(-1 - \frac{2}{k-1}, 0)$ ，

同理，可得出：直线  $l_2$  与  $x$  轴的交点坐标为  $(-1 - \frac{2}{k}, 0)$ ，

$$\therefore \text{两直线与 } x \text{ 轴交点间的距离 } d = -1 - \frac{2}{k} - (-1 - \frac{2}{k-1}) = \frac{2}{k-1} - \frac{2}{k}.$$

联立直线  $l_1$ 、 $l_2$  成方程组，得：

$$\begin{cases} y = (k-1)x + k + 1 \\ y = kx + k + 2 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases},$$

$\therefore$  直线  $l_1$ 、 $l_2$  的交点坐标为  $(-1, 2)$ 。

$$(1) \text{ 当 } k=2 \text{ 时, } d = \frac{2}{k-1} - \frac{2}{k} = 1,$$

$$\therefore S_2 = \frac{1}{2} \times 2d = 1.$$

故答案为：1。

$$(2) \text{ 当 } k=3 \text{ 时, } S_3 = \frac{2}{2} - \frac{2}{3}; \text{ 当 } k=4 \text{ 时, } S_4 = \frac{2}{3} - \frac{2}{4}; \dots; S_{2018} = \frac{2}{2017} - \frac{2}{2018},$$

$$\therefore S_2 + S_3 + S_4 + \dots + S_{2018} = \frac{2}{1} - \frac{2}{2} + \frac{2}{2} - \frac{2}{3} + \frac{2}{3} - \frac{2}{4} + \dots + \frac{2}{2017} - \frac{2}{2018},$$

$$= \frac{2}{1} - \frac{2}{2018},$$

$$= 2 - \frac{1}{1009},$$

$$= \frac{2017}{1009}.$$

故答案为： $\frac{2017}{1009}$ 。

**【点评】** 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征以及规律型中图形的变化类，利用一次函数图象上点的坐标特征求出两直线与  $x$  轴交点间的距离是解题的关键。

### 三、简答题：本大题共 3 小题，每小题 9 分，共 27 分

17. **【分析】** 原式利用特殊角的三角函数值，零指数幂法则，以及算术平方根定义计算即可求出值。

$$\text{【解答】 解：原式} = 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 - 2\sqrt{2} = 1.$$

**【点评】** 此题考查了实数的运算，熟练掌握运算是解本题的关键

18. **【分析】** 先求出每个不等式的解集，再求出不等式组的解集即可。

$$\text{【解答】 解：} \begin{cases} 3x-2 < 4x-2 \text{ ①} \\ \frac{2}{3}x < 7 - \frac{1}{2}x \text{ ②} \end{cases},$$

$\therefore$  解不等式①得： $x > 0$ ，

解不等式②得： $x < 6$ ，

∴ 不等式组的解集为  $0 < x < 6$ .

【点评】 本题考查了解一元一次不等式组，能根据不等式的解集得不等式组的解集是解此题的关键.

19. 【分析】 由  $\angle 3 = \angle 4$  可以得出  $\angle ABD = \angle ABC$ ，再利用  $ASA$  就可以得出  $\triangle ADB \cong \triangle ACB$ ，就可以得出结论.

【解答】 证明：∵  $\angle ABD + \angle 3 = 180^\circ$   $\angle ABC + \angle 4 = 180^\circ$ ，且  $\angle 3 = \angle 4$ ，

∴  $\angle ABD = \angle ABC$

在  $\triangle ADB$  和  $\triangle ACB$  中，

$$\begin{cases} \angle 1 = \angle 2 \\ AB = AB \\ \angle ABD = \angle ABC \end{cases},$$

∴  $\triangle ADB \cong \triangle ACB$  ( $ASA$ ),

∴  $BD = BC$ .

【点评】 本题考查了等角的补角相等的性质的运用，全等三角形的判定与性质的运用，解答时证明三角形全等是关键.

#### 四、本大题共 3 小题，每小题 10 分，共 30 分

20. 【分析】 先利用平方差公式和完全平方公式及单项式的除法化简原式，再由方程的解的定义得出  $m^2 + m = 2$ ，代入计算可得.

【解答】 解：原式  $= 4m^2 - 1 - (m^2 - 2m + 1) + 8m^3 \div (-8m)$

$$= 4m^2 - 1 - m^2 + 2m - 1 - m^2$$

$$= 2m^2 + 2m - 2$$

$$= 2(m^2 + m - 1),$$

∵  $m$  是方程  $x^2 + x - 2 = 0$  的根，

∴  $m^2 + m - 2 = 0$ ，即  $m^2 + m = 2$ ，

则原式  $= 2 \times (2 - 1) = 2$ .

【点评】 本题主要考查整式的化简求值，解题的关键是掌握平方差公式和完全平方公式、整式的混合运算顺序和运算法则、方程的解的定义.

21. 【分析】 (2) 由收集的数据即可得；

(3) ①根据众数和中位数的定义求解可得；

②用总人数乘以乙班样本中优秀人数所占比例可得；

③列表得出所有等可能结果，利用概率公式求解可得.

【解答】解：（2）由收集的数据得知  $m = 3$ 、 $n = 2$ ，

故答案为：3、2；

（3）①甲班成绩为：50、60、65、65、75、75、75、80、85、90，

$$\therefore \text{甲班成绩的中位数 } x = \frac{75+75}{2} = 75,$$

乙班成绩 70 分出现次数最多，所以的众数  $y = 70$ ，

故答案为：75、70；

②估计乙班 50 名学生中身体素质为优秀的学生有  $50 \times \frac{4}{10} = 20$  人；

③列表如下：

|   | 男   | 女   |
|---|-----|-----|
| 男 | 男、男 | 女、男 |
| 男 | 男、男 | 女、男 |
| 女 | 男、女 | 女、女 |

由表可知，共有 6 种等可能结果，其中抽到的 2 名同学是 1 男 1 女的有 3 种结果，

所以抽到的 2 名同学是 1 男 1 女的概率为  $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ 。

【点评】本题考查了众数、中位数以及概率公式的应用，掌握众数、中位数以及用样本估计总体是解题的关键。

22. 【分析】（1）应用待定系数法分段求函数解析式；

（2）观察图象可得；

（3）代入临界值  $y = 10$  即可。

【解答】解：（1）设线段  $AB$  解析式为  $y = k_1x + b$  ( $k \neq 0$ )

$\therefore$  线段  $AB$  过点  $(0, 10)$ ,  $(2, 14)$

$$\text{代入得} \begin{cases} b=10 \\ 2k_1+b=14 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k_1=2 \\ b=10 \end{cases}$$

$\therefore AB$  解析式为：  $y = 2x + 10$  ( $0 \leq x < 5$ )

$\therefore B$  在线段  $AB$  上当  $x = 5$  时，  $y = 20$

∴B 坐标为 (5, 20)

∴线段 BC 的解析式为:  $y = 20$  ( $5 \leq x < 10$ )

设双曲线 CD 解析式为:  $y = \frac{k_2}{x}$  ( $k_2 \neq 0$ )

∵C (10, 20)

∴ $k_2 = 200$

∴双曲线 CD 解析式为:  $y = \frac{200}{x}$  ( $10 \leq x \leq 24$ )

∴y 关于 x 的函数解析式为:

$$y = \begin{cases} 2x+10 & (0 \leq x < 5) \\ 20 & (5 \leq x < 10) \\ \frac{200}{x} & (10 \leq x \leq 24) \end{cases}$$

(2) 由 (1) 恒温系统设定恒温为 20°C

(3) 把  $y = 10$  代入  $y = \frac{200}{x}$  中, 解得,  $x = 20$

∴ $20 - 10 = 10$

答: 恒温系统最多关闭 10 小时, 蔬菜才能避免受到伤害.

**【点评】** 本题为实际应用背景的函数综合题, 考查求得一次函数、反比例函数和常函数关系式. 解答时应注意临界点的应用.

## 五、本大题共 2 小题, 每小题 10 分, 共 20 分

23. **【分析】** (1) 直接利用  $\Delta = b^2 - 4ac$ , 进而利用偶次方的性质得出答案;

(2) 首先解方程, 进而由  $|x_1 - x_2| = 6$ , 求出答案;

(3) 利用 (2) 中所求得  $m$  的值, 进而利用二次函数对称轴得出答案.

**【解答】** (1) 证明: 由题意可得:

$$\Delta = (1 - 5m)^2 - 4m \times (-5)$$

$$= 1 + 25m^2 - 10m + 20m$$

$$= 25m^2 + 10m + 1$$

$$= (5m + 1)^2 \geq 0,$$

故无论  $m$  为任何非零实数, 此方程总有两个实数根;

(2) 解:  $mx^2 + (1 - 5m)x - 5 = 0,$

$$(x-5)(mx+1)=0,$$

$$\text{解得: } x_1 = -\frac{1}{m}, x_2 = 5,$$

$$\text{由 } |x_1 - x_2| = 6,$$

$$\text{得 } |-\frac{1}{m} - 5| = 6,$$

$$\text{解得: } m = 1 \text{ 或 } m = -\frac{1}{11};$$

(3) 解: 由(2)得, 当  $m > 0$  时,  $m = 1$ ,

此时抛物线为  $y = x^2 - 4x - 5$ , 其对称轴为:  $x = 2$ ,

由题已知,  $P, Q$  关于  $x = 2$  对称,

$$\therefore \frac{a+a+n}{2} = 2, \text{ 即 } 2a = 4 - n,$$

$$\therefore 4a^2 - n^2 + 8n = (4 - n)^2 - n^2 + 8n = 16.$$

**【点评】** 此题主要考查了抛物线与  $x$  轴的交点以及根的判别式, 正确得出方程的根是解题关键.

24. **【分析】** (1) 根据切线长定理得出  $PA = PB$ , 且  $PO$  平分  $\angle BPA$ , 利用等腰三角形三线合一的性质得出  $PO \perp AB$ . 根据圆周角定理得出  $AC \perp AB$ , 进而得到  $AC \parallel PO$ ;

(2) 连结  $OA, DF$ . 先用勾股定理计算出  $AQ = 4$ , 再计算出  $PA = PB = 6$ , 利用切线长定理可得到  $F$  点为  $AB$  的中点, 易得  $DF$  为  $\triangle BAP$  的中位线, 则  $DF = \frac{1}{2}PA = 3$ ,  $DF \parallel PA$ ,

利用  $DF \parallel AQ$  得到  $\triangle DFE \sim \triangle QEA$ , 所以  $\frac{AE}{FE} = \frac{AQ}{DF} = \frac{4}{3}$ , 设  $AE = 4t$ ,  $FE = 3t$ , 则  $AF =$

$AE + FE = 7t$ , 于是  $BE = BF + FE = AF + FE = 7t + 3t = 10t$ , 最后计算  $\frac{AE}{BE}$ .

**【解答】** (1) 证明:  $\because PA, PB$  是  $\odot O$  的两条切线,  $A, B$  是切点,

$\therefore PA = PB$ , 且  $PO$  平分  $\angle BPA$ ,

$\therefore PO \perp AB$ .

$\because BC$  是直径,

$\therefore \angle CAB = 90^\circ$ ,

$\therefore AC \perp AB$ ,

$\therefore AC \parallel PO$ ;

(2) 解: 连结  $OA$ 、 $DF$ , 如图,

$\because PA$ 、 $PB$  是  $\odot O$  的两条切线,  $A$ 、 $B$  是切点,

$$\therefore \angle OAQ = \angle PBQ = 90^\circ.$$

在  $\text{Rt}\triangle OAQ$  中,  $OA = OC = 3$ ,  $\therefore OQ = 5$ .

由  $QA^2 + OA^2 = OQ^2$ , 得  $QA = 4$ .

在  $\text{Rt}\triangle PBQ$  中,  $PA = PB$ ,  $QB = OQ + OB = 8$ ,

由  $QB^2 + PB^2 = PQ^2$ , 得  $8^2 + PB^2 = (PB + 4)^2$ ,

解得  $PB = 6$ ,

$$\therefore PA = PB = 6,$$

$\because OP \perp AB$ ,

$$\therefore BF = AF = \frac{1}{2}AB.$$

又  $\because D$  为  $PB$  的中点,

$$\therefore DF \parallel AP, DF = \frac{1}{2}PA = 3,$$

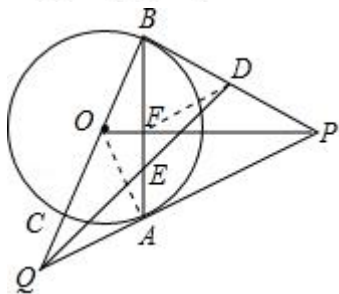
$$\therefore \triangle DFE \sim \triangle QEA,$$

$$\therefore \frac{AE}{FE} = \frac{AQ}{DF} = \frac{4}{3},$$

设  $AE = 4t$ ,  $FE = 3t$ , 则  $AF = AE + FE = 7t$ ,

$$\therefore BE = BF + FE = AF + FE = 7t + 3t = 10t,$$

$$\therefore \frac{AE}{BE} = \frac{4t}{10t} = \frac{2}{5}.$$



**【点评】** 本题考查了切线的判定与性质: 圆的切线垂直于经过切点的半径; 经过半径的外端且垂直于这条半径的直线是圆的切线. 也考查了勾股定理和相似三角形的判定与性质.

## 六、本大题共 2 小题, 第 25 题 12 分, 第 26 题 13 分, 共 25 分

25. **【分析】** (1) 先判断出四边形  $ADBF$  是平行四边形, 得出  $BD = AF$ ,  $BF = AD$ , 进而判断出  $\triangle FAE \cong \triangle ACD$ , 得出  $EF = AD = BF$ , 再判断出  $\angle EFB = 90^\circ$ , 即可得出结论;

(2) 先判断出四边形  $ADBF$  是平行四边形, 得出  $BD = AF$ ,  $BF = AD$ , 进而判断出  $\triangle FAE \sim \triangle ACD$ , 再判断出  $\angle EFB = 90^\circ$ , 即可得出结论;

(3) 先判断出四边形  $ADBF$  是平行四边形, 得出  $BD = AF$ ,  $BF = AD$ , 进而判断出  $\triangle ACD \sim \triangle HEA$ , 再判断出  $\angle EFB = 90^\circ$ , 即可得出结论;

**【解答】**解: (1) 如图 1, 过点  $A$  作  $AF \parallel CB$ , 过点  $B$  作  $BF \parallel AD$  相交于  $F$ , 连接  $EF$ ,  
 $\therefore \angle FBE = \angle APE$ ,  $\angle FAC = \angle C = 90^\circ$ ,

四边形  $ADBF$  是平行四边形,

$$\therefore BD = AF, BF = AD,$$

$$\because AC = BD, CD = AE,$$

$$\therefore AF = AC,$$

$$\because \angle FAC = \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle FAE \cong \triangle ACD,$$

$$\therefore EF = AD = BF, \angle FEA = \angle ADC,$$

$$\because \angle ADC + \angle CAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle FEA + \angle CAD = 90^\circ = \angle EHD,$$

$$\because AD \parallel BF,$$

$$\therefore \angle EFB = 90^\circ,$$

$$\because EF = BF,$$

$$\therefore \angle FBE = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle APE = 45^\circ,$$

故答案为:  $45^\circ$ .

(2) (1) 中结论不成立, 理由如下:

如图 2,

过点  $A$  作  $AF \parallel CB$ , 过点  $B$  作  $BF \parallel AD$  相交于  $F$ , 连接  $EF$ ,

$$\therefore \angle FBE = \angle APE, \angle FAC = \angle C = 90^\circ,$$

四边形  $ADBF$  是平行四边形,

$$\therefore BD = AF, BF = AD,$$

$$\because AC = \sqrt{3}BD, CD = \sqrt{3}AE,$$

$$\therefore \frac{AC}{BD} = \frac{CD}{AE} = \sqrt{3},$$

$$\therefore BD = AF,$$

$$\therefore \frac{AC}{AF} = \frac{CD}{AE} = \sqrt{3},$$

$$\therefore \angle FAC = \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle FAE \sim \triangle ACD,$$

$$\therefore \frac{AC}{AF} = \frac{AD}{EF} = \frac{BF}{EF} = \sqrt{3}, \quad \angle FEA = \angle ADC,$$

$$\therefore \angle ADC + \angle CAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle FEA + \angle CAD = 90^\circ = \angle EMD, \quad \therefore AD \parallel BF,$$

$$\therefore \angle EFB = 90^\circ,$$

$$\text{在 Rt}\triangle EFB \text{ 中, } \tan \angle FBE = \frac{EF}{BF} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \angle FBE = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle APE = 30^\circ,$$

(3)(2) 中结论成立, 如图 3, 作  $EH \parallel CD$ ,  $DH \parallel BE$ ,  $EH$ ,  $DH$  相交于  $H$ , 连接  $AH$ ,

$\therefore \angle APE = \angle ADH$ ,  $\angle HEC = \angle C = 90^\circ$ , 四边形  $EBDH$  是平行四边形,

$$\therefore BE = DH, \quad EH = BD,$$

$$\therefore AC = \sqrt{3}BD, \quad CD = \sqrt{3}AE,$$

$$\therefore \frac{AC}{BD} = \frac{CD}{AE} = \sqrt{3},$$

$$\therefore \angle HEA = \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ACD \sim \triangle HEA,$$

$$\therefore \frac{AD}{AH} = \frac{AC}{EH} = \sqrt{3}, \quad \angle ADC = \angle HAE,$$

$$\therefore \angle CAD + \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle HAE + \angle CAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle HAD = 90^\circ,$$

$$\text{在 Rt}\triangle DAH \text{ 中, } \tan \angle ADH = \frac{AH}{AD} = \sqrt{3},$$

$$\therefore \angle ADH = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle APE = 30^\circ.$$



26. 【分析】(1) 应用待定系数法求解析式

②分别用  $t$  表示  $\triangle APQ$  与  $\triangle CAQ$  的面积之和, 讨论最大值.

$$\therefore A ( 1, 0 ), B ( -4, 0 )$$

∵ 点  $C(0, -\frac{4}{3})$  在抛物线上

解得  $a = \frac{1}{3}$

第 22 页 (共 24 页)

(2) 存在  $t$ , 使得  $\triangle ADC$  与  $\triangle PQA$  相似.

理由: ①在  $\text{Rt}\triangle AOC$  中,  $OA = 1$ ,  $OC = \frac{4}{3}$

$$\text{则 } \tan \angle ACO = \frac{OA}{OC} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \tan \angle OAD = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \angle OAD = \angle ACO$$

$$\therefore \text{直线 } l \text{ 的解析式为 } y = \frac{3}{4}(x-1)$$

$$\therefore D(0, -\frac{3}{4})$$

$$\therefore \text{点 } C(0, -\frac{4}{3})$$

$$\therefore CD = \frac{4}{3} - \frac{3}{4} = \frac{7}{12}$$

$$\text{由 } AC^2 = OC^2 + OA^2, \text{ 得 } AC = \frac{5}{3}$$

$$\text{在 } \triangle AQP \text{ 中, } AP = AB - PB = 5 - 2t, \quad AQ = t$$

由  $\angle PAQ = \angle ACD$ , 要使  $\triangle ADC$  与  $\triangle PQA$  相似

$$\text{只需 } \frac{AP}{AQ} = \frac{CD}{AC} \text{ 或 } \frac{AP}{AQ} = \frac{AC}{CD}$$

$$\text{则有 } \frac{5-2t}{t} = \frac{\frac{7}{12}}{\frac{5}{3}} \text{ 或 } \frac{5-2t}{t} = \frac{\frac{5}{3}}{\frac{7}{12}}$$

$$\text{解得 } t_1 = \frac{100}{47}, \quad t_2 = \frac{35}{34}$$

$$\therefore t_1 < 2.5, \quad t_2 < 2.5$$

$$\therefore \text{存在 } t = \frac{100}{47} \text{ 或 } t = \frac{35}{34}, \text{ 使得 } \triangle ADC \text{ 与 } \triangle PQA \text{ 相似}$$

②存在  $t$ , 使得  $\triangle APQ$  与  $\triangle CAQ$  的面积之和最大

理由: 作  $PF \perp AQ$  于点  $F$ ,  $CN \perp AQ$  于  $N$

$$\text{在 } \triangle APF \text{ 中, } PF = AP \cdot \sin \angle PAF = \frac{3}{5}(5-2t)$$

$$\text{在 } \triangle AOD \text{ 中, 由 } AD^2 = OD^2 + OA^2, \text{ 得 } AD = \frac{5}{4}$$

$$\text{在 } \triangle ADC \text{ 中, 由 } S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2}AD \cdot CN = \frac{1}{2}CD \cdot OA$$

$$\therefore CN = \frac{CD \cdot OA}{AD} = \frac{\frac{7}{12} \times 1}{\frac{5}{4}} = \frac{7}{15}$$

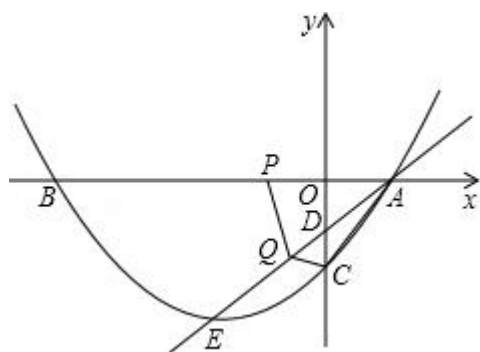
$$\begin{aligned} \therefore S_{\triangle AQP} + S_{\triangle AQC} &= \frac{1}{2}AQ(PF + CN) \\ &= -\frac{1}{2}t\left[\frac{3}{5}(5-2t) + \frac{7}{15}\right] = -\frac{3}{5}\left(t - \frac{13}{9}\right)^2 + \frac{169}{135} \end{aligned}$$

$\therefore$  当  $t = \frac{13}{9}$  时,  $\triangle APQ$  与  $\triangle CAQ$  的面积之和最大.

方法二: 由题意可得  $Q$  点的坐标为  $\left(\frac{-4t+5}{5}, -\frac{3}{5}t\right)$ ,

$$\therefore S_{\triangle AQP} + S_{\triangle AQC} = \frac{1}{2}(5-2t) \times \frac{3}{5}t + \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3} - \frac{3}{4}\right)\left(\frac{4}{5}t - 1 + 1\right) = -\frac{3}{5}t^2 + \frac{26}{15}t.$$

可得当  $t = \frac{13}{9}$  时,  $\triangle APQ$  与  $\triangle CAQ$  的面积之和最大.



**【点评】** 本题为代数、几何综合题, 考查待定系数法、相似三角形判定、二次函数最值, 应用了分类讨论和数形结合思想.