

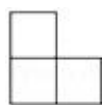
2017 年四川省阿坝州中考数学试卷

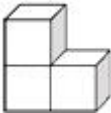
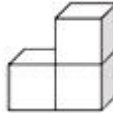
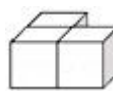
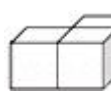
一、选择题 (共 10 小题, 每小题 4 分, 满分 40 分)

1. (4 分) -2 的倒数是 ()

- A. -2 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 2

2. (4 分) 如图是由三个相同小正方体组成的几何体的主视图, 那么这个几何体可以是 ()



- A.  B.  C.  D. 

3. (4 分) 下列计算正确的是 ()

- A. $a^3 + a^2 = 2a^5$ B. $a^3 \cdot a^2 = a^6$ C. $a^3 \div a^2 = a$ D. $(a^3)^2 = a^9$

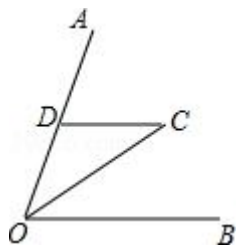
4. (4 分) 已知一个正多边形的一个外角为 36° , 则这个正多边形的边数是 ()

- A. 8 B. 9 C. 10 D. 11

5. (4 分) 对“某市明天下雨的概率是 75%”这句话, 理解正确的是 ()

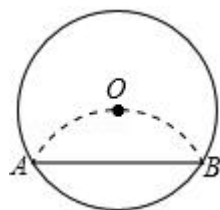
- A. 某市明天将有 75% 的时间下雨
B. 某市明天将有 75% 的地区下雨
C. 某市明天一定下雨
D. 某市明天下雨的可能性较大

6. (4 分) 如图, 已知 $\angle AOB = 70^\circ$, OC 平分 $\angle AOB$, $DC \parallel OB$, 则 $\angle C$ 为 ()



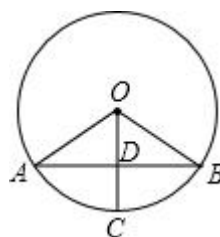
A. 20° B. 35° C. 45° D. 70°

7. (4分) 如图将半径为 2cm 的圆形纸片折叠后, 圆弧恰好经过圆心 O , 则折痕 AB 的长为 ()



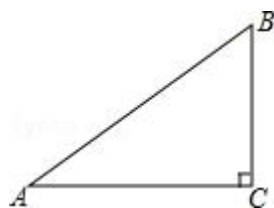
A. 2cm B. $\sqrt{3}\text{cm}$ C. $2\sqrt{5}\text{cm}$ D. $2\sqrt{3}\text{cm}$

8. (4分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的弦, 半径 $OC \perp AB$ 于点 D , 若 $\odot O$ 的半径为 5 , $AB=8$, 则 CD 的长是 ()



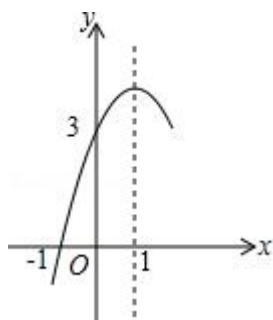
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

9. (4分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 斜边 AB 的长为 m , $\angle A=35^\circ$, 则直角边 BC 的长是 ()



A. $m\sin 35^\circ$ B. $m\cos 35^\circ$ C. $\frac{m}{\sin 35^\circ}$ D. $\frac{m}{\cos 35^\circ}$

10. (4分) 如图, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的对称轴为直线 $x=1$, 与 x 轴的一个交点坐标为 $(-1, 0)$, 其部分图象如图所示, 下列结论: ① $4ac < b^2$; ② 方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两个根是 $x_1=-1$, $x_2=3$; ③ $3a+c > 0$ ④当 $y > 0$ 时, x 的取值范围是 $-1 \leq x < 3$ ⑤当 $x < 0$ 时, y 随 x 增大而增大其中结论正确的个数是 ()



A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

二、填空题 (共 5 小题, 每小题 4 分, 满分 20 分)

11. (4 分) 因式分解: $2x^2 - 18 =$ _____.

12. (4 分) 数据 1, 2, 3, 0, -3, -2, -1 的中位数是_____.

13. (4 分) 某种电子元件的面积大约为 0.00000069 平方毫米, 将 0.00000069 这个数用科学记数法表示为_____.

14. (4 分) 若一元二次方程 $x^2 + 4x + c = 0$ 有两个相等的实数根, 则 c 的值是_____.

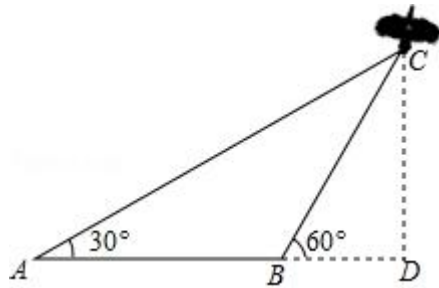
15. (4 分) 在函数 $y = \frac{\sqrt{3x+1}}{x-2}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

三、解答题 (共 5 小题, 满分 40 分)

16. (10 分) (1) 计算: $(\sqrt{3} - 2)^0 + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} + 4\sin 60^\circ - |-\sqrt{72}|$.

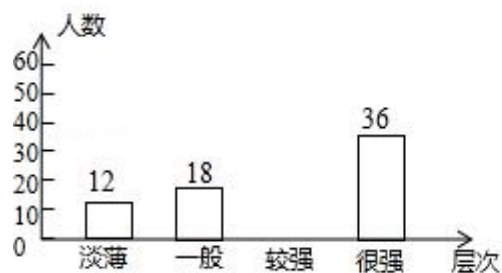
(2) 先化简, 再求值: $\left(1 - \frac{2}{x}\right) \div \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4} - \frac{x+4}{x+2}$, 其中 $x^2 + 2x - 1 = 0$.

17. (6分) 如图, 小明在 A 处测得风筝 (C 处) 的仰角为 30° , 同时在 A 正对着风筝方向距 A 处 30 米的 B 处, 小明测得风筝的仰角为 60° , 求风筝此时的高度. (结果保留根号)

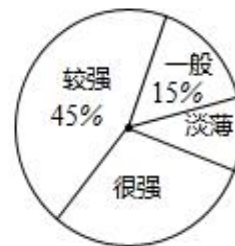


18. (6分) 某校为了解学生的安全意识情况, 在全校范围内随机抽取部分学生进行问卷调查, 根据调查结果, 把学生的安全意识分成“淡薄”、“一般”、“较强”、“很强”四个层次, 并绘制成如下两幅尚不完整的统计图.

学生安全意识情况条形统计图



学生安全意识情况扇形统计图



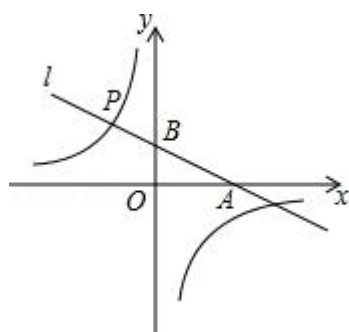
根据以上信息, 解答下列问题:

- (1) 这次调查一共抽取了_____名学生, 其中安全意识为“很强”的学生占被调查学生总数的百分比是_____;
- (2) 请将条形统计图补充完整;
- (3) 该校有 1800 名学生, 现要对安全意识为“淡薄”、“一般”的学生强化安全教育, 根据调查结果, 估计全校需要强化安全教育的学生约有_____名.

19. (8分) 如图, 在平面直角坐标系中, 过点 $A(2, 0)$ 的直线 l 与 y 轴交于点 B , $\tan \angle OAB = \frac{1}{2}$, 直线 l 上的点 P 位于 y 轴左侧, 且到 y 轴的距离为 1.

(1) 求直线 l 的表达式;

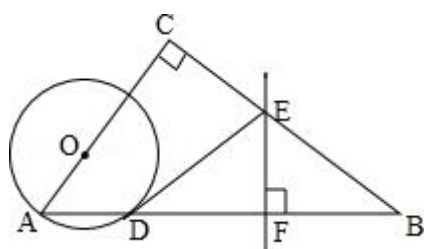
(2) 若反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象经过点 P , 求 m 的值.



20. (10分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 点 O 在 AC 上, 以 OA 为半径的 $\odot O$ 交 AB 于点 D , BD 的垂直平分线交 BC 于点 E , 交 BD 于点 F , 连接 DE .

(1) 判断直线 DE 与 $\odot O$ 的位置关系, 并说明理由;

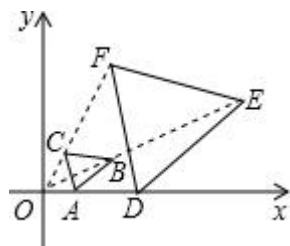
(2) 若 $AC = 6$, $BC = 8$, $OA = 2$, 求线段 DE 的长.



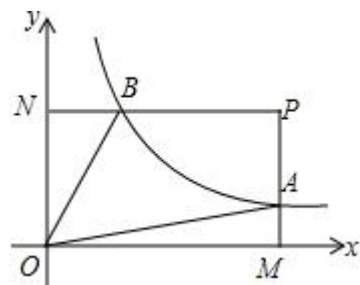
四、填空题 (每小题 4 分, 共 20 分)

21. (4分) 在一个不透明的空袋子里，放入仅颜色不同的 2 个红球和 1 个白球，从中随机摸出 1 个球后不放回，再从中随机摸出 1 个球，两次都摸到红球的概率是_____.

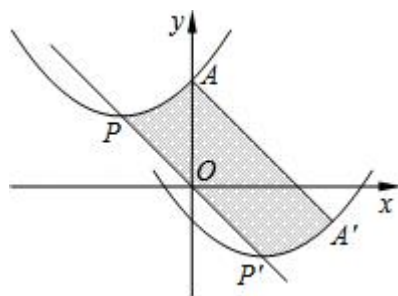
22. (4分) 如图，在平面直角坐标系中，已知 $A(1, 0)$ ， $D(3, 0)$ ， $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 位似，原点 O 是位似中心. 若 $AB=1.5$ ，则 $DE=$ _____.



23. (4分) 如图，已知点 $P(6, 3)$ ，过点 P 作 $PM \perp x$ 轴于点 M ， $PN \perp y$ 轴于点 N ，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象交 PM 于点 A ，交 PN 于点 B . 若四边形 $OAPB$ 的面积为 12，则 $k=$ _____.

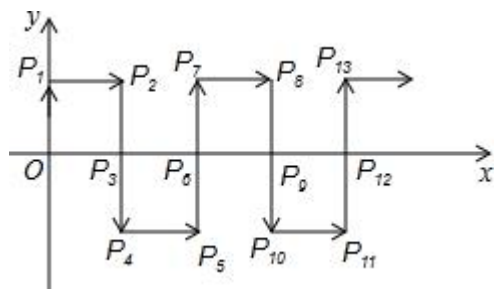


24. (4分) 如图，抛物线的顶点为 $P(-2, 2)$ ，与 y 轴交于点 $A(0, 3)$. 若平移该抛物线使其顶点 P 沿直线移动到点 $P'(2, -2)$ ，点 A 的对应点为 A' ，则抛物线上 PA 段扫过的区域（阴影部分）的面积为_____.



25. (4分) 如图，在平面直角坐标系中，一动点从原点 O 出发，沿着箭头所示

方向，每次移动 1 个单位，依次得到点 $P_1 (0, 1)$, $P_2 (1, 1)$, $P_3 (1, 0)$, $P_4 (1, -1)$, $P_5 (2, -1)$, $P_6 (2, 0)$, ..., 则点 P_{2017} 的坐标是_____.



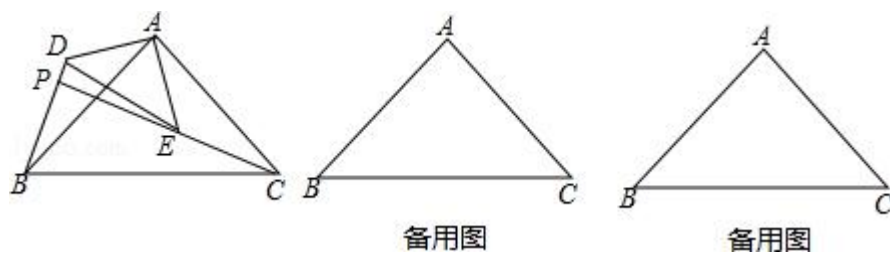
五、解答题：(本大题共 3 小题，共 30 分)

26. (8 分) 某商品的进价为每件 40 元，售价为每件 60 元时，每个月可卖出 100 件；如果每件商品的售价每上涨 1 元，则每个月少卖 2 件. 设每件商品的售价为 x 元 (x 为正整数)，每个月的销售利润为 y 元.

- (1) 当每件商品的售价是多少元时，每个月的利润刚好是 2250 元？
- (2) 当每件商品的售价定为多少元时，每个月可获得最大利润？最大的月利润是多少元？

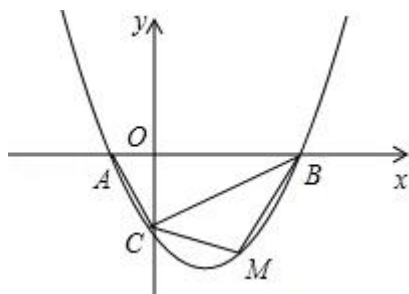
27. (10 分) 如图， $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 是有公共顶点的等腰直角三角形， $\angle BAC = \angle DAE = 90^\circ$ ，点 P 为射线 BD , CE 的交点.

- (1) 求证： $BD = CE$;
- (2) 若 $AB = 2$, $AD = 1$ ，把 $\triangle ADE$ 绕点 A 旋转，当 $\angle EAC = 90^\circ$ 时，求 PB 的长；



28. (12 分) 如图, 抛物线 $y=ax^2 - \frac{3}{2}x - 2$ ($a \neq 0$) 的图象与 x 轴交于 A、B 两点, 与 y 轴交于 C 点, 已知 B 点坐标为 $(4, 0)$.

- (1) 求抛物线的解析式;
- (2) 试探究 $\triangle ABC$ 的外接圆的圆心位置, 并求出圆心坐标;
- (3) 若点 M 是线段 BC 下方的抛物线上一点, 求 $\triangle MBC$ 的面积的最大值, 并求出此时 M 点的坐标.



2017 年四川省阿坝州中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 10 小题，每小题 4 分，满分 40 分）

1. （4 分）（2017•阿坝州） -2 的倒数是（ ）

- A. -2 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 2

【考点】17：倒数.

【分析】根据倒数的意义，乘积是 1 的两个数叫做互为倒数，据此解答.

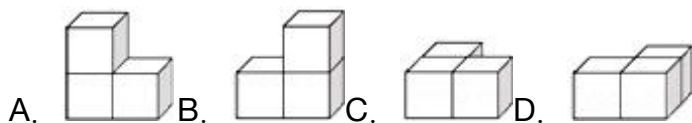
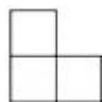
【解答】解： $\because -2 \times (-\frac{1}{2}) = 1$.

$\therefore -2$ 的倒数是 $-\frac{1}{2}$

故选：B.

【点评】本题主要考查倒数的意义，解决本题的关键是熟记乘积是 1 的两个数叫做互为倒数.

2. （4 分）（2017•阿坝州）如图是由三个相同小正方体组成的几何体的主视图，那么这个几何体可以是（ ）



【考点】U3：由三视图判断几何体.

【分析】解答此题首先要明确主视图是从物体正面看到的图形，然后根据几何体的主视图，判断出这个几何体可以是哪个图形即可.

【解答】解： $\because$ 几何体的主视图由 3 个小正方形组成，下面两个，上面一个靠左，

$\therefore$ 这个几何体可以是

故选：A.

【点评】此题主要考查了三视图的概念，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：主视图是从物体正面看到的图形.

3. (4分) (2017•阿坝州) 下列计算正确的是 ()

A. $a^3+a^2=2a^5$ B. $a^3 \cdot a^2=a^6$ C. $a^3 \div a^2=a$ D. $(a^3)^2=a^9$

【考点】48: 同底数幂的除法; 35: 合并同类项; 46: 同底数幂的乘法; 47: 幂的乘方与积的乘方.

【分析】根据合并同类项法则、同底数幂的乘法法则、同底数幂的除法法则、积的乘方法则计算，判定即可.

【解答】解: a^3 与 a^2 不是同类项，不能合并，A 错误;

$a^3 \cdot a^2=a^5$ ，B 错误;

$a^3 \div a^2=a$ ，C 正确;

$(a^3)^2=a^6$ ，D 错误，

故选: C.

【点评】本题考查的是合并同类项、同底数幂的乘法、同底数幂的除法、积的乘方，掌握相关的法则是解题的关键.

4. (4分) (2017•阿坝州) 已知一个正多边形的一个外角为 36° ，则这个正多边形的边数是 ()

A. 8 B. 9 C. 10 D. 11

【考点】L3: 多边形内角与外角.

【分析】利用多边形的外角和是 360° ，正多边形的每个外角都是 36° ，即可求出答案.

【解答】解: $360^\circ \div 36^\circ=10$ ，所以这个正多边形是正十边形.

故选 C.

【点评】本题主要考查了多边形的外角和定理. 是需要识记的内容.

5. (4分) (2017•阿坝州) 对“某市明天下雨的概率是 75%”这句话，理解正确的是 ()

- A. 某市明天将有 75%的时间下雨
- B. 某市明天将有 75%的地区下雨
- C. 某市明天一定下雨
- D. 某市明天下雨的可能性较大

【考点】X3: 概率的意义.

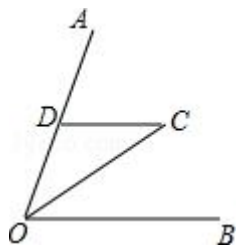
【分析】根据概率的意义进行解答即可.

【解答】解: “某市明天下雨的概率是 75%”说明某市明天下雨的可能性较大,

故选: D.

【点评】本题考查的是概率的意义, 概率是反映事件发生机会的大小的概念, 只是表示发生的机会的大小, 机会大也不一定发生, 机会小也有可能发生.

6. (4 分) (2017•阿坝州) 如图, 已知 $\angle AOB=70^\circ$, OC 平分 $\angle AOB$, $DC \parallel OB$, 则 $\angle C$ 为 ()



- A. 20° B. 35° C. 45° D. 70°

【考点】JA: 平行线的性质.

【分析】根据角平分线的定义可得 $\angle AOC = \angle BOC$, 再根据两直线平行, 内错角相等即可得到结论.

【解答】解: $\because$ OC 平分 $\angle AOB$,

$$\therefore \angle AOC = \angle BOC = \frac{1}{2} \angle AOB = 35^\circ,$$

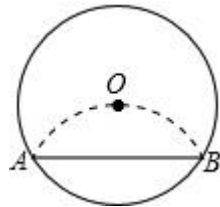
$$\because CD \parallel OB,$$

$$\therefore \angle BOC = \angle C = 35^\circ,$$

故选 B.

【点评】本题考查了等腰三角形的判定与性质，角平分线的定义，平行线的性质，熟记各性质并准确识图是解题的关键.

7. (4分) (2017•阿坝州) 如图将半径为 2cm 的圆形纸片折叠后，圆弧恰好经过圆心 O，则折痕 AB 的长为 ()



A. 2cm B. $\sqrt{3}$ cm C. $2\sqrt{5}$ cm D. $2\sqrt{3}$ cm

【考点】M2: 垂径定理; PB: 翻折变换 (折叠问题).

【分析】通过作辅助线，过点 O 作 $OD \perp AB$ 交 AB 于点 D，根据折叠的性质可知 $OA=2OD$ ，根据勾股定理可将 AD 的长求出，通过垂径定理可求出 AB 的长.

【解答】解：过点 O 作 $OD \perp AB$ 交 AB 于点 D，连接 OA，

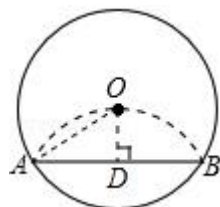
$$\therefore OA=2OD=2\text{cm},$$

$$\therefore AD=\sqrt{OA^2-OD^2}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3} \text{ (cm)},$$

$$\therefore OD \perp AB,$$

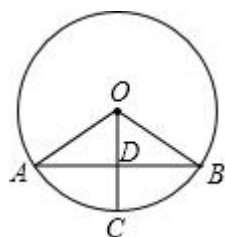
$$\therefore AB=2AD=2\sqrt{3}\text{cm}.$$

故选：D.



【点评】本题考查了垂径定理和勾股定理的运用，正确应用勾股定理是解题关键.

8. (4分) (2017•阿坝州) 如图，AB 是 $\odot O$ 的弦，半径 $OC \perp AB$ 于点 D，若 $\odot O$ 的半径为 5， $AB=8$ ，则 CD 的长是 ()



A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

【考点】 M2: 垂径定理; KQ: 勾股定理.

【分析】 根据垂径定理由 $OC \perp AB$ 得到 $AD = \frac{1}{2}AB = 4$, 再根据勾股定理求出 OD, 然后用 $OC - OD$ 即可得到 DC.

【解答】 解: $\because OC \perp AB$,

$$\therefore AD = BD = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 8 = 4,$$

在 $Rt\triangle OAD$ 中, $OA = 5$, $AD = 4$,

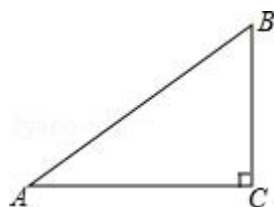
$$\therefore OD = \sqrt{OA^2 - AD^2} = 3,$$

$$\therefore CD = OC - OD = 5 - 3 = 2.$$

故选 A.

【点评】 本题考查了垂径定理: 平分弦的直径平分这条弦, 并且平分弦所对的两条弧. 也考查了勾股定理.

9. (4 分) (2017·阿坝州) 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, 斜边 AB 的长为 m, $\angle A = 35^\circ$, 则直角边 BC 的长是 ()



A. $m \sin 35^\circ$ B. $m \cos 35^\circ$ C. $\frac{m}{\sin 35^\circ}$ D. $\frac{m}{\cos 35^\circ}$

【考点】 T1: 锐角三角函数的定义.

【分析】 根据正弦定义: 把锐角 A 的对边 a 与斜边 c 的比叫做 $\angle A$ 的正弦可得

答案.

【解答】解: $\sin \angle A = \frac{BC}{AB}$,

$\therefore AB = m, \angle A = 35^\circ$,

$\therefore BC = m \sin 35^\circ$,

故选: A.

【点评】此题主要考查了锐角三角函数, 关键是掌握正弦定义.

10. (4 分) (2017•阿坝州) 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的对称轴为直线 $x = 1$, 与 x 轴的一个交点坐标为 $(-1, 0)$, 其部分图象如图所示, 下列结论:

① $4ac < b^2$;

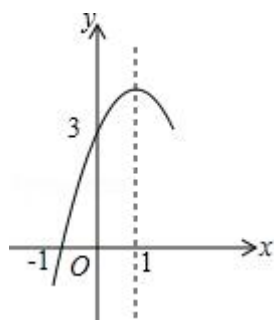
② 方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两个根是 $x_1 = -1$, $x_2 = 3$;

③ $3a + c > 0$

④ 当 $y > 0$ 时, x 的取值范围是 $-1 \leq x < 3$

⑤ 当 $x < 0$ 时, y 随 x 增大而增大

其中结论正确的个数是 ()



A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

【考点】H4: 二次函数图象与系数的关系.

【分析】利用抛物线与 x 轴的交点个数可对①进行判断; 利用抛物线的对称性得到抛物线与 x 轴的一个交点坐标为 $(3, 0)$, 则可对②进行判断; 由对称轴方程得到 $b = -2a$, 然后根据 $x = -1$ 时函数值为 0 可得到 $3a + c = 0$, 则可对③进行判

断；根据抛物线在 x 轴上方所对应的自变量的范围可对④进行判断；根据二次函数的性质对⑤进行判断.

【解答】解： $\because$ 抛物线与 x 轴有 2 个交点，

$\therefore b^2 - 4ac > 0$ ，所以①正确；

$\because$ 抛物线的对称轴为直线 $x=1$ ，

而点 $(-1, 0)$ 关于直线 $x=1$ 的对称点的坐标为 $(3, 0)$ ，

$\therefore$ 方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两个根是 $x_1=-1$ ， $x_2=3$ ，所以②正确；

$\because x = -\frac{b}{2a} = 1$ ，即 $b = -2a$ ，

而 $x = -1$ 时， $y=0$ ，即 $a - b + c = 0$ ，

$\therefore a + 2a + c = 0$ ，所以③错误；

$\because$ 抛物线与 x 轴的两点坐标为 $(-1, 0)$ ， $(3, 0)$ ，

$\therefore$ 当 $-1 < x < 3$ 时， $y > 0$ ，所以④错误；

$\because$ 抛物线的对称轴为直线 $x=1$ ，

$\therefore$ 当 $x < 1$ 时， y 随 x 增大而增大，所以⑤正确.

故选 B.

【点评】 本题考查了二次函数图象与系数的关系：对于二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$)，二次项系数 a 决定抛物线的开口方向和大小：当 $a > 0$ 时，抛物线向上开口；当 $a < 0$ 时，抛物线向下开口；一次项系数 b 和二次项系数 a 共同决定对称轴的位置：当 a 与 b 同号时（即 $ab > 0$ ），对称轴在 y 轴左；当 a 与 b 异号时（即 $ab < 0$ ），对称轴在 y 轴右；常数项 c 决定抛物线与 y 轴交点位置：抛物线与 y 轴交于 $(0, c)$ ；抛物线与 x 轴交点个数由 Δ 决定： $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ 时，抛物线与 x 轴有 2 个交点； $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ 时，抛物线与 x 轴有 1 个交点； $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ 时，抛物线与 x 轴没有交点.

$-4ac < 0$ 时, 抛物线与 x 轴没有交点.

二、填空题 (共 5 小题, 每小题 4 分, 满分 20 分)

11. (4 分) (2017·阿坝州) 因式分解: $2x^2 - 18 = \underline{2(x+3)(x-3)}$.

【考点】55: 提公因式法与公式法的综合运用.

【分析】提公因式 2, 再运用平方差公式因式分解.

【解答】解: $2x^2 - 18 = 2(x^2 - 9) = 2(x+3)(x-3)$,

故答案为: $2(x+3)(x-3)$.

【点评】本题考查了用提公因式法和公式法进行因式分解, 一个多项式有公因式首先提取公因式, 然后再用其他方法进行因式分解, 同时因式分解要彻底, 直到不能分解为止.

12. (4 分) (2017·阿坝州) 数据 1, 2, 3, 0, -3, -2, -1 的中位数是 0.

【考点】W4: 中位数.

【分析】先把数据按从小到大排列: -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 共有 7 个数, 最中间一个数为 0, 根据中位数的定义求解.

【解答】解: 把数据按从小到大排列: -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 共有 7 个数, 最中间一个数为 0, 所以这组数据的中位数为 0.

故答案为: 0.

【点评】本题考查了中位数的定义: 把数据按从小到大排列, 最中间那个数或最中间两个数的平均数叫这组数据的中位数.

13. (4 分) (2017·阿坝州) 某种电子元件的面积大约为 0.00000069 平方毫米, 将 0.00000069 这个数用科学记数法表示为 6.9×10^{-7} .

【考点】1J: 科学记数法—表示较小的数.

【分析】绝对值小于 1 的数也可以利用科学记数法表示，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂，指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

【解答】解： $0.00000069 = 6.9 \times 10^{-7}$.

故答案为： 6.9×10^{-7} .

【点评】本题考查用科学记数法表示较小的数，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

14. (4 分) (2017•阿坝州) 若一元二次方程 $x^2 + 4x + c = 0$ 有两个相等的实数根，则 c 的值是 4.

【考点】AA: 根的判别式.

【分析】根据一元二次方程 $x^2 + 4x + c = 0$ 有两个相等的实数根，得出 $\Delta = 16 - 4c = 0$ ，解方程即可求出 c 的值.

【解答】解： $\because$ 一元二次方程 $x^2 + 4x + c = 0$ 有两个相等的实数根，

$\therefore \Delta = 16 - 4c = 0$ ，解得 $c = 4$.

故答案为 4.

【点评】本题考查了根的判别式. 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系：

①当 $\Delta > 0$ 时，方程有两个不相等的实数根；

②当 $\Delta = 0$ 时，方程有两个相等的实数根；

③当 $\Delta < 0$ 时，方程无实数根.

上面的结论反过来也成立.

15. (4 分) (2017•阿坝州) 在函数 $y = \frac{\sqrt{3x+1}}{x-2}$ 中，自变量 x 的取值范围是 $x \geq -\frac{1}{3}$

$$-\frac{1}{3}, \text{ 且 } x \neq 2.$$

【考点】 E4: 函数自变量的取值范围.

【分析】 根据被开方数是非负数, 分母不能为零, 可得答案.

【解答】 解: 由题意, 得

$$3x+1 \geq 0 \text{ 且 } x-2 \neq 0,$$

$$\text{解得 } x \geq -\frac{1}{3}, \text{ 且 } x \neq 2,$$

$$\text{故答案为: } x \geq -\frac{1}{3}, \text{ 且 } x \neq 2.$$

【点评】 本题考查了函数自变量的取值范围, 利用被开方数是非负数, 分母不能为零得出不等式是解题关键.

三、解答题 (共 5 小题, 满分 40 分)

16. (10 分) (2017·阿坝州) (1) 计算: $(\sqrt{3}-2)^0 + (\frac{1}{3})^{-1} + 4\sin 60^\circ - |-\sqrt{12}|$.

(2) 先化简, 再求值: $(1 - \frac{2}{x}) \div \frac{x^2-4x+4}{x^2-4} - \frac{x+4}{x+2}$, 其中 $x^2+2x-1=0$.

【考点】 6D: 分式的化简求值; 2C: 实数的运算; 6E: 零指数幂; 6F: 负整数指数幂; T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】 (1) 根据零指数幂、负指数幂、特殊角的三角函数值、绝对值的性质化简即可.

(2) 根据分式的混合运算法则, 化简后整体代入即可解决问题;

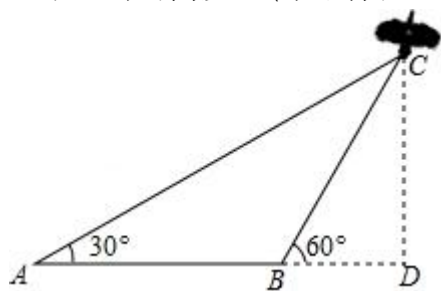
【解答】 解: (1) 原式 $= 1 + 3 + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 4$.

$$\begin{aligned} (2) \text{ 原式} &= \frac{x-2}{x} \cdot \frac{(x+2)(x-2)}{(x-2)^2} - \frac{x+4}{x+2} \\ &= \frac{x+2}{x} - \frac{x+4}{x+2} \\ &= \frac{x^2+4x+4-x^2-4x}{x(x+2)} \\ &= \frac{4}{x(x+2)} \end{aligned}$$

当 $x(x+2) = 1$ 时，原式=4.

【点评】 本题考查零指数幂、负指数幂、特殊角的三角函数值、绝对值的性质、分式的混合运算法则等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型.

17. (6分) (2017·阿坝州) 如图，小明在 A 处测得风筝 (C 处) 的仰角为 30° ，同时在 A 正对着风筝方向距 A 处 30 米的 B 处，小明测得风筝的仰角为 60° ，求风筝此时的高度. (结果保留根号)



【考点】 TA: 解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题.

【分析】 根据“等角对等边”求出 BC 的长，然后在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中，利用三角函数求出 CD 的长.

【解答】 解: $\because \angle A = 30^\circ$, $\angle CBD = 60^\circ$,

$$\therefore \angle ACB = 30^\circ,$$

$$\therefore BC = AB = 30 \text{ 米},$$

在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中, $\angle CBD = 60^\circ$, $BC = 30$,

$$\therefore \sin \angle CBD = \frac{CD}{BC}, \quad \sin 60^\circ = \frac{CD}{30},$$

$$\therefore CD = 15\sqrt{3} \text{ 米},$$

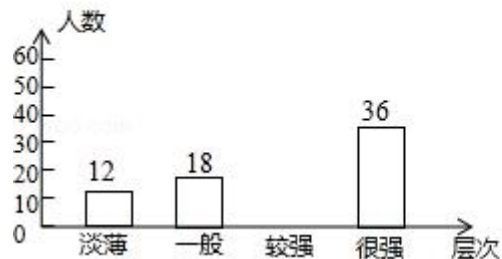
答: 风筝此时的高度 $15\sqrt{3}$ 米.

【点评】 本题考查了等腰三角形的应用 – 仰角俯角问题，构造合适的直角三角形是解题的关键.

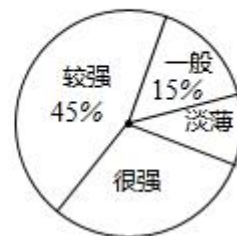
18. (6分) (2017·阿坝州) 某校为了解学生的安全意识情况，在全校范围内随

机抽取部分学生进行问卷调查，根据调查结果，把学生的安全意识分成“淡薄”、“一般”、“较强”、“很强”四个层次，并绘制成如下两幅尚不完整的统计图。

学生安全意识情况条形统计图



学生安全意识情况扇形统计图



根据以上信息，解答下列问题：

(1) 这次调查一共抽取了 120 名学生，其中安全意识为“很强”的学生占被调查学生总数的百分比是 30%；

(2) 请将条形统计图补充完整；

(3) 该校有 1800 名学生，现要对安全意识为“淡薄”、“一般”的学生强化安全教育，根据调查结果，估计全校需要强化安全教育的学生约有 450 名。

【考点】 VC：条形统计图；V5：用样本估计总体；VB：扇形统计图。

【分析】 (1) 根据安全意识一般的有 18 人，所占的百分比是 15%，据此即可求得调查的总人数，然后利用百分比的意义求得安全意识为“很强”的学生占被调查学生总数的百分比；

(2) 利用总人数乘以对应的百分比即可求解；

(3) 利用总人数 1800 乘以对应的比例即可。

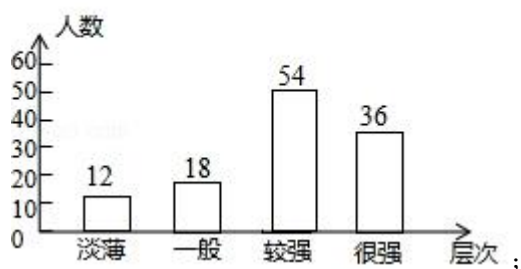
【解答】 解：(1) 调查的总人数是： $18 \div 15\% = 120$ (人)，

安全意识为“很强”的学生占被调查学生总数的百分比是： $\frac{36}{120} = 30\%$ 。

故答案是：120，30%；

(2) 安全意识“较强”的人数是： $120 \times 45\% = 54$ (人)，

学生安全意识情况条形统计图



(3) 估计全校需要强化安全教育的学生约 $1800 \times \frac{12+18}{120} = 450$ (人),

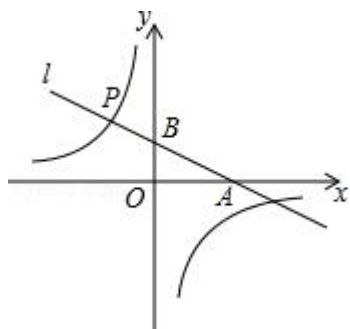
故答案是: 450.

【点评】 本题考查扇形统计图及相关计算. 在扇形统计图中, 每部分占总部分的百分比等于该部分所对应的扇形圆心角的度数与 360° 的比.

19. (8分) (2017·阿坝州) 如图, 在平面直角坐标系中, 过点 $A(2, 0)$ 的直线 l 与 y 轴交于点 B , $\tan \angle OAB = \frac{1}{2}$, 直线 l 上的点 P 位于 y 轴左侧, 且到 y 轴的距离为 1.

(1) 求直线 l 的表达式;

(2) 若反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象经过点 P , 求 m 的值.



【考点】 G8: 反比例函数与一次函数的交点问题.

【分析】 (1) 由条件可先求得 B 点坐标, 再利用待定系数法可求得直线 l 的表达式;

(2) 先求得 P 点坐标, 再代入反比例函数解析式可求得 m 的值.

【解答】 解:

(1) $\because A(2, 0)$, $\therefore OA=2$.

$$\therefore \tan \angle OAB = \frac{OB}{OA} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore OB=1,$$

$$\therefore B(0, 1),$$

$$\text{设直线 } l \text{ 的表达式为 } y=kx+b, \text{ 则 } \begin{cases} b=1 \\ 2k+b=0 \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k=-\frac{1}{2} \\ b=1 \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 } l \text{ 的表达式为 } y=-\frac{1}{2}x+1;$$

(2) $\because$ 点 P 到 y 轴的距离为 1, 且点 P 在 y 轴左侧,

$$\therefore \text{点 P 的横坐标为 } -1,$$

又 $\because$ 点 P 在直线 l 上,

$$\therefore \text{点 P 的纵坐标为: } -\frac{1}{2} \times (-1) + 1 = \frac{3}{2},$$

$$\therefore \text{点 P 的坐标是 } (-1, \frac{3}{2}),$$

$\therefore$ 反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象经过点 P,

$$\therefore \frac{3}{2} = \frac{m}{-1},$$

$$\therefore m = -1 \times \frac{3}{2} = -\frac{3}{2}.$$

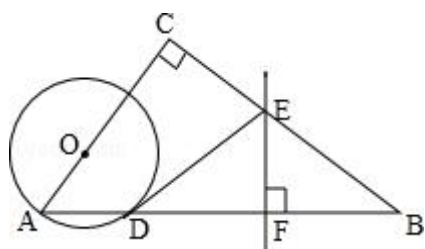
【点评】 本题主要考查函数图象上点的坐标特征, 掌握待定系数应用的关键是求得点的坐标, 注意三角函数定义的应用.

20. (10 分) (2017•阿坝州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 点 O 在 AC 上,

以 OA 为半径的 $\odot O$ 交 AB 于点 D, BD 的垂直平分线交 BC 于点 E, 交 BD 于点 F, 连接 DE.

(1) 判断直线 DE 与 $\odot O$ 的位置关系, 并说明理由;

(2) 若 $AC=6$, $BC=8$, $OA=2$, 求线段 DE 的长.



【考点】 MB: 直线与圆的位置关系; KG: 线段垂直平分线的性质.

【分析】 (1) 直线 DE 与圆 O 相切, 理由如下: 连接 OD, 由 $OD=OA$, 利用等边对等角得到一对角相等, 等量代换得到 $\angle ODE$ 为直角, 即可得证;

(2) 连接 OE, 设 $DE=x$, 则 $EB=ED=x$, $CE=8-x$, 在直角三角形 OCE 中, 利用勾股定理列出关于 x 的方程, 求出方程的得到 x 的值, 即可确定出 DE 的长.

【解答】 解: (1) 直线 DE 与 $\odot O$ 相切, 理由如下:

连接 OD,

$$\because OD=OA,$$

$$\therefore \angle A = \angle ODA,$$

$$\because EF \text{ 是 } BD \text{ 的垂直平分线},$$

$$\therefore EB=ED,$$

$$\therefore \angle B = \angle EDB,$$

$$\because \angle C=90^\circ,$$

$$\therefore \angle A + \angle B = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ODA + \angle EDB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ODE = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{直线 } DE \text{ 与 } \odot O \text{ 相切};$$

(2) 连接 OE,

设 $DE=x$, 则 $EB=ED=x$, $CE=8-x$,

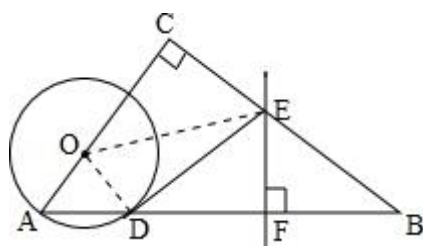
$$\therefore \angle C = \angle ODE = 90^\circ,$$

$$\therefore OC^2 + CE^2 = OE^2 = OD^2 + DE^2,$$

$$\therefore 4^2 + (8 - x)^2 = 2^2 + x^2,$$

解得： $x = 4.75$,

则 $DE = 4.75$.



【点评】此题考查了直线与圆的位置关系，以及线段垂直平分线定理，熟练掌握直线与圆相切的性质是解本题的关键.

四、填空题（每小题 4 分，共 20 分）

21. (4 分) (2017·阿坝州) 在一个不透明的空袋子里，放入仅颜色不同的 2 个红球和 1 个白球，从中随机摸出 1 个球后不放回，再从中随机摸出 1 个球，两次都摸到红球的概率是 $\frac{1}{3}$.

【考点】X6: 列表法与树状图法.

【分析】先画树状图展示所有 6 种等可能的结果数，再找出两次都摸到红球的结果数，然后根据概率公式求解.

【解答】解：画树状图为：



共有 6 种等可能的结果数，其中两次都摸到红球的结果数为 2，

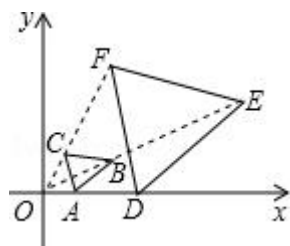
所以随机摸出 1 个球，两次都摸到红球的概率 $= \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

故答案为 $\frac{1}{3}$.

【点评】本题考查了列表法与树状图法：通过列表法或树状图法展示所有等可能

的结果求出 n ，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m ，然后根据概率公式求出事件 A 或 B 的概率.

22. (4 分) (2017•阿坝州) 如图，在平面直角坐标系中，已知 $A(1, 0)$ ， $D(3, 0)$ ， $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 位似，原点 O 是位似中心. 若 $AB=1.5$ ，则 $DE=$ 4.5.



【考点】 SC: 位似变换; D5: 坐标与图形性质.

【分析】 根据位似图形的性质得出 AO ， DO 的长，进而得出 $\frac{AO}{DO} = \frac{AB}{DE} = \frac{1}{3}$ ，求出 DE 的长即可.

【解答】 解： $\because \triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 是位似图形，它们的位似中心恰好为原点，已知 A 点坐标为 $(1, 0)$ ， D 点坐标为 $(3, 0)$ ，

$\therefore AO=1$ ， $DO=3$ ，

$$\therefore \frac{AO}{DO} = \frac{AB}{DE} = \frac{1}{3}$$

$\therefore AB=1.5$ ，

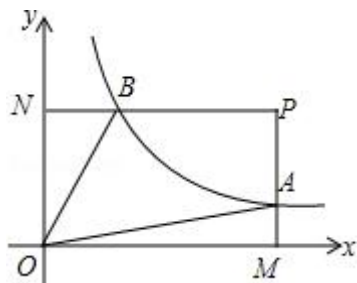
$\therefore DE=4.5$.

故答案为：4.5.

【点评】 此题主要考查了位似图形的性质以及坐标与图形的性质，根据已知点的坐标得出 $\frac{AO}{DO} = \frac{AB}{DE} = \frac{1}{3}$ 是解题关键.

23. (4 分) (2017•阿坝州) 如图，已知点 $P(6, 3)$ ，过点 P 作 $PM \perp x$ 轴于点

M, $PN \perp y$ 轴于点 N, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象交 PM 于点 A, 交 PN 于点 B. 若四边形 OAPB 的面积为 12, 则 $k = \underline{6}$.



【考点】 G5: 反比例函数系数 k 的几何意义.

【分析】 根据点 P (6, 3), 可得点 A 的横坐标为 6, 点 B 的纵坐标为 3, 代入函数解析式分别求出点 A 的纵坐标和点 B 的横坐标, 然后根据四边形 OAPB 的面积为 12, 列出方程求出 k 的值.

【解答】 解: $\because$ 点 P (6, 3),

$\therefore$ 点 A 的横坐标为 6, 点 B 的纵坐标为 3,

代入反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 得,

点 A 的纵坐标为 $\frac{k}{6}$, 点 B 的横坐标为 $\frac{k}{3}$,

即 $AM = \frac{k}{6}$, $NB = \frac{k}{3}$,

$\therefore S_{\text{四边形 OAPB}} = 12$,

即 $S_{\text{矩形 OMPN}} - S_{\triangle OAM} - S_{\triangle NBO} = 12$,

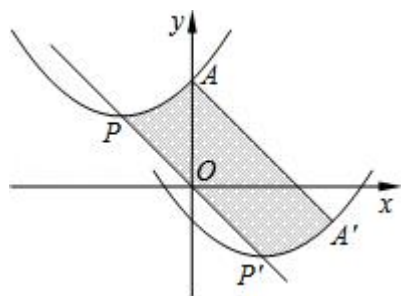
$$6 \times 3 - \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{k}{6} - \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{k}{3} = 12,$$

解得: $k = 6$.

故答案为: 6.

【点评】 本题考查了反比例函数系数 k 的几何意义, 解答本题的关键是根据点 A 、 B 的纵横坐标, 代入解析式表示出其坐标, 然后根据面积公式求解.

24. (4 分) (2017•阿坝州) 如图, 抛物线的顶点为 $P(-2, 2)$, 与 y 轴交于点 $A(0, 3)$. 若平移该抛物线使其顶点 P 沿直线移动到点 $P'(2, -2)$, 点 A 的对应点为 A' , 则抛物线上 PA 段扫过的区域 (阴影部分) 的面积为 12.



【考点】 H6: 二次函数图象与几何变换.

【分析】 根据平移的性质得出四边形 $APP'A'$ 是平行四边形, 进而得出 AD , PP' 的长, 求出面积即可.

【解答】 解: 连接 AP , $A'P'$, 过点 A 作 $AD \perp PP'$ 于点 D ,

由题意可得出: $AP \parallel A'P'$, $AP = A'P'$,

$\therefore$ 四边形 $APP'A'$ 是平行四边形,

$\therefore$ 抛物线的顶点为 $P(-2, 2)$, 与 y 轴交于点 $A(0, 3)$, 平移该抛物线使其顶点 P 沿直线移动到点 $P'(2, -2)$,

$$\therefore PO = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}, \quad \angle AOP = 45^\circ,$$

又 $\because AD \perp OP$,

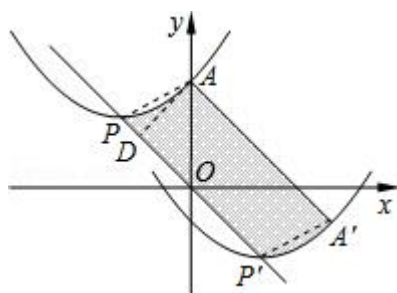
$\therefore \triangle ADO$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore PP' = 2\sqrt{2} \times 2 = 4\sqrt{2},$$

$$\therefore AD = DO = \sin 45^\circ \cdot OA = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 3 = \frac{3\sqrt{2}}{2},$$

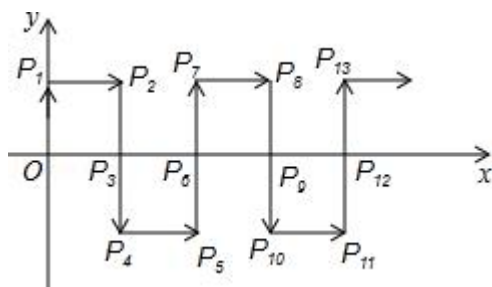
∴ 抛物线上 PA 段扫过的区域（阴影部分）的面积为： $4\sqrt{2} \times \frac{3\sqrt{2}}{2} = 12$.

故答案为：12.



【点评】此题主要考查了二次函数图象与几何变换以及平行四边形面积求法和勾股定理等知识，根据已知得出 AD，PP'是解题关键.

25. (4 分) (2017•阿坝州) 如图，在平面直角坐标系中，一动点从原点 O 出发，沿着箭头所示方向，每次移动 1 个单位，依次得到点 $P_1 (0, 1)$ ， $P_2 (1, 1)$ ， $P_3 (1, 0)$ ， $P_4 (1, -1)$ ， $P_5 (2, -1)$ ， $P_6 (2, 0)$ ，...，则点 P_{2017} 的坐标是 (672, 1).



【考点】 D2：规律型：点的坐标.

【分析】先根据 $P_6 (2, 0)$ ， $P_{12} (4, 0)$ ，即可得到 $P_{6n} (2n, 0)$ ， $P_{6n+1} (2n, 1)$ ，再根据 $P_{6 \times 336} (2 \times 336, 0)$ ，可得 $P_{2016} (672, 0)$ ，进而得到 $P_{2017} (672, 1)$.

【解答】解：由图可得， $P_6 (2, 0)$ ， $P_{12} (4, 0)$ ，...， $P_{6n} (2n, 0)$ ， $P_{6n+1} (2n, 1)$ ，
 $2016 \div 6 = 336$,

$\therefore P_{6 \times 336} (2 \times 336, 0)$, 即 $P_{2016} (672, 0)$,

$\therefore P_{2017} (672, 1)$,

故答案为: $(672, 1)$.

【点评】 本题主要考查了点的坐标变化规律, 解决问题的关键是根据图形的变化规律得到 $P_{6n} (2n, 0)$.

五、解答题: (本大题共 3 小题, 共 30 分)

26. (8 分) (2017·阿坝州) 某商品的进价为每件 40 元, 售价为每件 60 元时, 每个月可卖出 100 件; 如果每件商品的售价每上涨 1 元, 则每个月少卖 2 件. 设每件商品的售价为 x 元 (x 为正整数), 每个月的销售利润为 y 元.

(1) 当每件商品的售价是多少元时, 每个月的利润刚好是 2250 元?

(2) 当每件商品的售价定为多少元时, 每个月可获得最大利润? 最大的月利润是多少元?

【考点】 HE: 二次函数的应用; AD: 一元二次方程的应用.

【分析】 (1) 如果每件商品的售价每上涨 1 元, 则每个月少卖 2 件, 可得销售量为 $100 - 2(x - 60)$, 销售量乘以利润即可得到等式 $[100 - 2(x - 60)](x - 40) = 2250$, 解答即可;

(2) 将 (1) 中的 2250 换成 y 即可解答.

【解答】 解: (1) $[100 - 2(x - 60)](x - 40) = 2250$,

解得: $x_1 = 65$, $x_2 = 85$.

(2) 由题意: $y = [100 - 2(x - 60)](x - 40) = -2x^2 + 300x - 8800$;

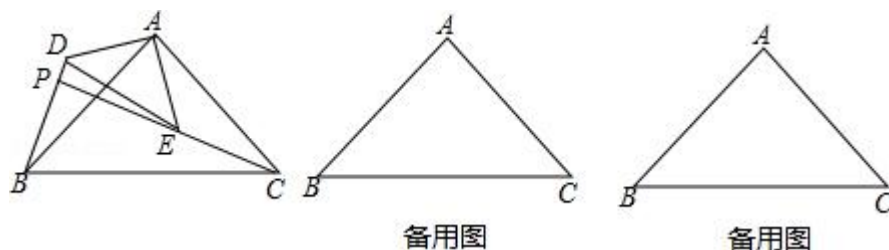
$y = -2(x - 75)^2 + 2450$, 当 $x = 75$ 时, y 有最大值为 2450 元.

【点评】 本题考查了一元二次方程的应用和二次函数的应用, 最大销售利润的问题常利用函数的增减性来解答, 我们首先要吃透题意, 确定变量, 建立函数模型, 然后结合实际选择最优方案.

27. (10 分) (2017•阿坝州) 如图, $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 是有公共顶点的等腰直角三角形, $\angle BAC = \angle DAE = 90^\circ$, 点 P 为射线 BD , CE 的交点.

(1) 求证: $BD = CE$;

(2) 若 $AB = 2$, $AD = 1$, 把 $\triangle ADE$ 绕点 A 旋转, 当 $\angle EAC = 90^\circ$ 时, 求 PB 的长;



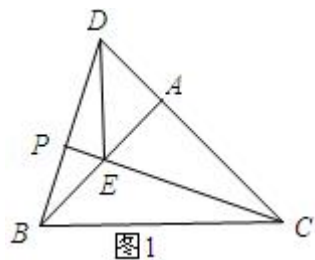
【考点】 S9: 相似三角形的判定与性质; KD: 全等三角形的判定与性质; KW: 等腰直角三角形; R2: 旋转的性质.

【分析】 (1) 依据等腰三角形的性质得到 $AB = AC$, $AD = AE$, 依据同角的余角相等得到 $\angle DAB = \angle CAE$, 然后依据 SAS 可证明 $\triangle ADB \cong \triangle AEC$, 最后, 依据全等三角形的性质可得到 $BD = CE$;

(2) 分为点 E 在 AB 上和点 E 在 AB 的延长线上两种情况画出图形, 然后再证明 $\triangle PEB \sim \triangle AEC$, 最后依据相似三角形的性质进行证明即可.

【解答】 解: (1) $\because \triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 是等腰直角三角形, $\angle BAC = \angle DAE = 90^\circ$,
 $\therefore AB = AC$, $AD = AE$, $\angle DAB = \angle CAE$.
 $\therefore \triangle ADB \cong \triangle AEC$.
 $\therefore BD = CE$.

(2) 解: ①当点 E 在 AB 上时, $BE = AB - AE = 1$.



$$\therefore \angle EAC = 90^\circ,$$

$$\therefore CE = \sqrt{AE^2 + AC^2} = \sqrt{5}.$$

同 (1) 可证 $\triangle ADB \cong \triangle AEC$.

$$\therefore \angle DBA = \angle ECA.$$

$$\therefore \angle PEB = \angle AEC,$$

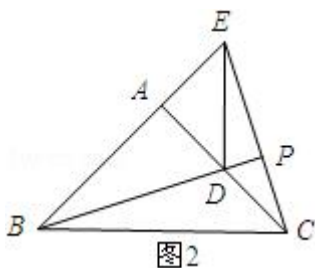
$$\therefore \triangle PEB \sim \triangle AEC.$$

$$\therefore \frac{PB}{AC} = \frac{BE}{CE}.$$

$$\therefore \frac{PB}{2} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\therefore PB = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

② 当点 E 在 BA 延长线上时, $BE = 3$.



$$\therefore \angle EAC = 90^\circ,$$

$$\therefore CE = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{5}.$$

同 (1) 可证 $\triangle ADB \cong \triangle AEC$.

$$\therefore \angle DBA = \angle ECA.$$

$$\therefore \angle BEP = \angle CEA,$$

$$\therefore \triangle PEB \sim \triangle AEC.$$

$$\therefore \frac{PB}{AC} = \frac{BE}{CE}.$$

$$\therefore \frac{PB}{2} = \frac{3}{\sqrt{5}}$$

$$\therefore PB = \frac{6\sqrt{5}}{5}.$$

综上所述，PB 的长为 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ 或 $\frac{6\sqrt{5}}{5}$.

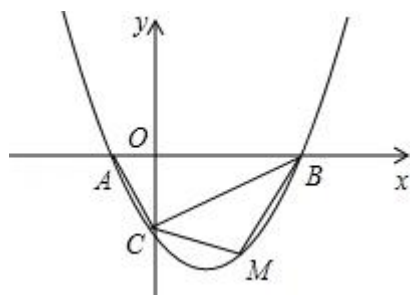
【点评】 本题主要考查的是旋转的性质、等腰三角形的性质、全等三角形的性质和判定、相似三角形的性质和判定，证明得 $\triangle PEB \sim \triangle AEC$ 是解题的关键.

28. (12 分) (2017•阿坝州) 如图，抛物线 $y = ax^2 - \frac{3}{2}x - 2$ ($a \neq 0$) 的图象与 x 轴交于 A、B 两点，与 y 轴交于 C 点，已知 B 点坐标为 (4, 0).

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 试探究 $\triangle ABC$ 的外接圆的圆心位置，并求出圆心坐标;

(3) 若点 M 是线段 BC 下方的抛物线上一点，求 $\triangle MBC$ 的面积的最大值，并求出此时 M 点的坐标.



【考点】 HF: 二次函数综合题.

【分析】 方法一:

(1) 该函数解析式只有一个待定系数，只需将 B 点坐标代入解析式中即可.

(2) 首先根据抛物线的解析式确定 A 点坐标，然后通过证明 $\triangle ABC$ 是直角三角

形来推导出直径 AB 和圆心的位置，由此确定圆心坐标.

(3) $\triangle MBC$ 的面积可由 $S_{\triangle MBC} = \frac{1}{2}BC \times h$ 表示，若要它的面积最大，需要使 h 取最大值，即点 M 到直线 BC 的距离最大，若设一条平行于 BC 的直线，那么当该直线与抛物线有且只有一个交点时，该交点就是点 M .

方法二：

(1) 略.

(2) 通过求出 A , B , C 三点坐标，利用勾股定理或利用斜率垂直公式可求出 $AC \perp BC$ ，从而求出圆心坐标.

(3) 利用三角形面积公式，过 M 点作 x 轴垂线，水平底与铅垂高乘积的一半，得出 $\triangle MBC$ 的面积函数，从而求出 M 点.

【解答】 方法一：

解：(1) 将 $B(4, 0)$ 代入抛物线的解析式中，得：

$$0 = 16a - \frac{3}{2} \times 4 - 2, \text{ 即: } a = \frac{1}{2};$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为: } y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - 2.$$

(2) 由 (1) 的函数解析式可求得： $A(-1, 0)$ 、 $C(0, -2)$ ；

$$\therefore OA=1, OC=2, OB=4,$$

$$\text{即: } OC^2 = OA \cdot OB, \text{ 又: } OC \perp AB,$$

$$\therefore \triangle OAC \sim \triangle OCB, \text{ 得: } \angle OCA = \angle OBC;$$

$$\therefore \angle ACB = \angle OCA + \angle OCB = \angle OBC + \angle OCB = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle ABC$ 为直角三角形， AB 为 $\triangle ABC$ 外接圆的直径；

所以该外接圆的圆心为 AB 的中点，且坐标为： $(\frac{3}{2}, 0)$.

(3) 已求得： $B(4, 0)$ 、 $C(0, -2)$ ，可得直线 BC 的解析式为： $y = \frac{1}{2}x - 2$ ；

设直线 $l \parallel BC$, 则该直线的解析式可表示为: $y = \frac{1}{2}x + b$, 当直线 l 与抛物线只有一个交点时, 可列方程:

$$\frac{1}{2}x + b = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - 2, \text{ 即: } \frac{1}{2}x^2 - 2x - 2 - b = 0, \text{ 且 } \Delta = 0;$$

$$\therefore 4 - 4 \times \frac{1}{2}(-2 - b) = 0, \text{ 即 } b = -4;$$

$$\therefore \text{直线 } l: y = \frac{1}{2}x - 4.$$

所以点 M 即直线 l 和抛物线的唯一交点, 有:

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - 2 \\ y = \frac{1}{2}x - 4 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$$

即 $M(2, -3)$.

过 M 点作 $MN \perp x$ 轴于 N ,

$$S_{\triangle BMC} = S_{\text{梯形 } OCMN} + S_{\triangle MNB} - S_{\triangle OCB} = \frac{1}{2} \times 2 \times (2+3) + \frac{1}{2} \times 2 \times 3 - \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4.$$

方法二:

(1) 略.

$$(2) \because y = \frac{1}{2}(x-4)(x+1),$$

$$\therefore A(-1, 0), B(4, 0), C(0, -2),$$

$$\therefore K_{AC} = \frac{0+2}{-1-0} = -2, K_{BC} = \frac{0+2}{4-0} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore K_{AC} \times K_{BC} = -1, \therefore AC \perp BC,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是以 AB 为斜边的直角三角形, $\triangle ABC$ 的外接圆的圆心是 AB 的中点,

$\triangle ABC$ 的外接圆的圆心坐标为 $(\frac{3}{2}, 0)$.

(3) 过点 M 作 x 轴的垂线交 BC' 于 H ,

$$\therefore B(4, 0), C(0, -2),$$

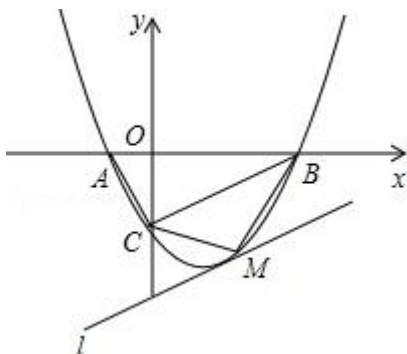
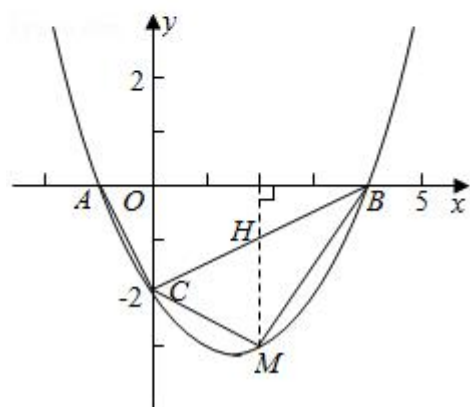
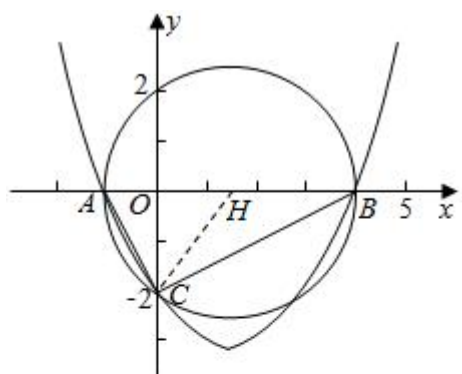
$$\therefore l_{BC}: y = -\frac{1}{2}x - 2,$$

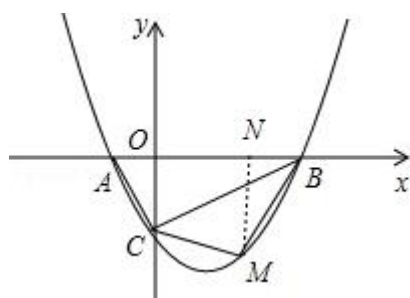
$$\text{设 } H \left(t, \frac{1}{2}t - 2 \right), M \left(t, \frac{1}{2}t^2 - \frac{3}{2}t - 2 \right),$$

$$\therefore S_{\triangle MBC} = \frac{1}{2} \times (H_Y - M_Y) (B_X - C_X) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}t - 2 - \frac{1}{2}t^2 + \frac{3}{2}t + 2 \right) (4 - 0) = -t^2 + 4t,$$

$\therefore$ 当 $t=2$ 时, S 有最大值 4,

$$\therefore M(2, -3).$$





【点评】考查了二次函数综合题，该题的难度不算太大，但用到的琐碎知识点较多，综合性很强．熟练掌握直角三角形的相关性质以及三角形的面积公式是理出思路的关键．