

2017 年四川省资阳市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. (3 分) -2 的绝对值是 ()

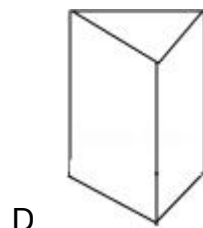
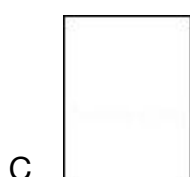
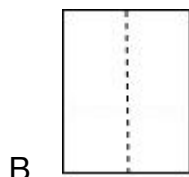
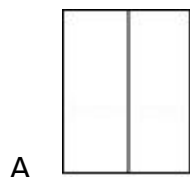
A. ± 2

B. 2

C. -2

D. $\frac{1}{2}$

2. (3 分) 如图所示的立体图形的主视图是 ()



3. (3 分) 下列运算正确的是 ()

A. $(x+y)^2 = x^2 + y^2$

B. $(x^2)^3 = x^5$

C. $\sqrt{x^2} = |x|$

D. $x^6 \div x^2 = x^3$

4. (3 分) 如今网络购物已成为一种常见的购物方式，2016 年 11 月 11 日当天某电商平台的交易额就达到了 1107 亿元，用科学记数法表示为 (单位：元) ()

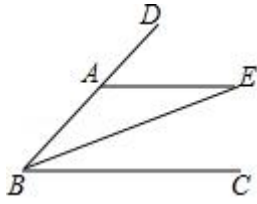
A. 1.107×10^{10}

B. 1.107×10^{11}

C. 0.1107×10^{12}

D. 1.107×10^{12}

5. (3 分) 如图，BE 平分 $\angle DBC$ ，点 A 是 BD 上一点，过点 A 作 $AE \parallel BC$ 交 BE 于点 E， $\angle DAE = 56^\circ$ ，则 $\angle E$ 的度数为 ()

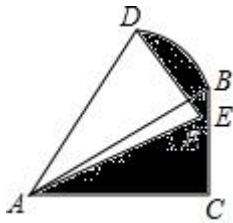


- A. 56° B. 36° C. 26° D. 28°

6. (3分) 一组数据 5, 2, 6, 9, 5, 3 的众数、中位数、平均数分别是 ()

- A. 5, 5, 6 B. 9, 5, 5 C. 5, 5, 5 D. 2, 6, 5

7. (3分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=4$, $BC=3$, 将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 30° 后得到 $\triangle ADE$, 则图中阴影部分的面积为 ()

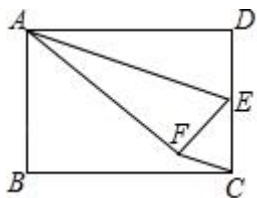


- A. $\frac{13}{12}\pi$ B. $\frac{3}{4}\pi$ C. $\frac{4}{3}\pi$ D. $\frac{25}{12}\pi$

8. (3分) 若一次函数 $y=mx+n$ ($m \neq 0$) 中的 m , n 是使等式 $m=\frac{1}{n+2}$ 成立的整数, 则一次函数 $y=mx+n$ ($m \neq 0$) 的图象一定经过的象限是 ()

- A. 一、三 B. 三、四 C. 一、二 D. 二、四

9. (3分) 如图, 在矩形 ABCD 中, $AB=2$, $AD=2\sqrt{2}$, 点 E 是 CD 的中点, 连接 AE, 将 $\triangle ADE$ 沿直线 AE 折叠, 使点 D 落在点 F 处, 则线段 CF 的长度是 ()



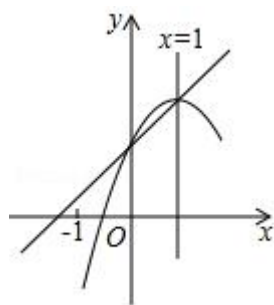
- A. 1 B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

10. (3分) 如图, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的顶点和该抛物线与 y 轴的交点

在一次函数 $y=kx+1$ ($k \neq 0$) 的图象上, 它的对称轴是 $x=1$, 有下列四个结论:

- ① $abc < 0$,
- ② $a < -\frac{1}{3}$,
- ③ $a = -k$,
- ④ 当 $0 < x < 1$ 时, $ax+b > k$,

其中正确结论的个数是 ()



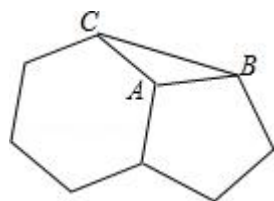
- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分, 请把答案填在题中的横线上)

11. (3 分) 使分式 $\frac{2}{x-1}$ 有意义的 x 的取值范围是_____.

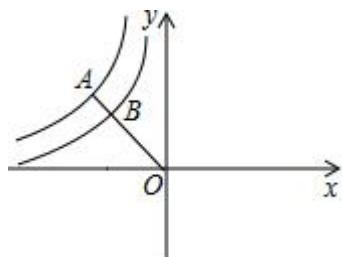
12. (3 分) 一个不透明口袋里装有形状、大小都相同的 2 个红球和 4 个黑球, 从中任意摸出一个球恰好是红球的概率是_____.

13. (3 分) 边长相等的正五边形与正六边形按如图所示拼接在一起, 则 $\angle ABC =$ 度.

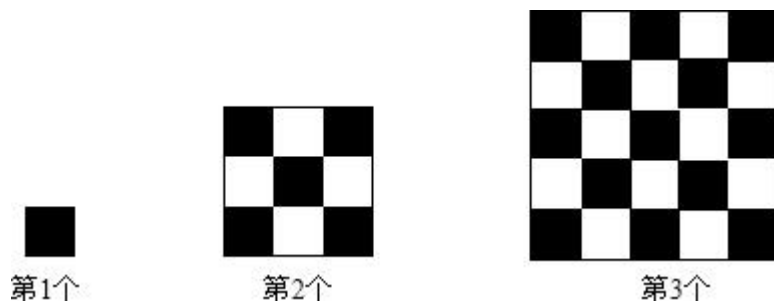


14. (3 分) 关于 x 的一元二次方程 $(a-1)x^2 + (2a+1)x + a = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 a 的取值范围是_____.

15. (3分) 如图, 点A是函数 $y_1 = -\frac{6}{x}$ 图象上一点, 连接AO交反比例函数 $y_2 = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象于点B, 若 $BO = 2AB$, 则 k _____.



16. (3分) 按照如图所示的方法排列黑色小正方形地砖, 则第14个图案中黑色小正方形地砖的块数是_____.



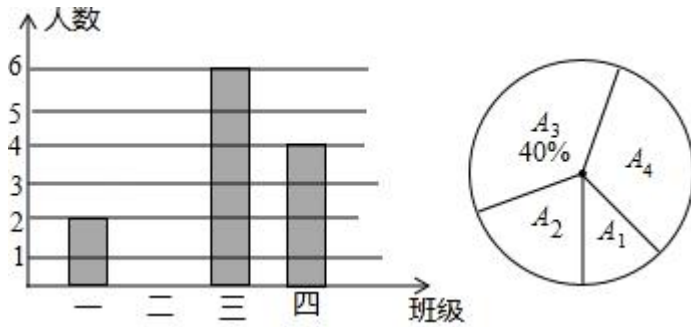
三、解答题 (本大题共8小题, 共72分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (7分) 先化简, 再求值: $(\frac{x^2+1}{2x} - 1) \div \frac{x^2-1}{8x}$, 其中 $x=2$.

18. (8分) 当前, “精准扶贫”工作已进入攻坚阶段, 凡贫困家庭均要“建档立卡”. 某初级中学七年级共有四个班, 已“建档立卡”的贫困家庭的学生人数按一、二、三、四班分别记为 A_1 , A_2 , A_3 , A_4 , 现对 A_1 , A_2 , A_3 , A_4 统计后, 制成如图所示的统计图.

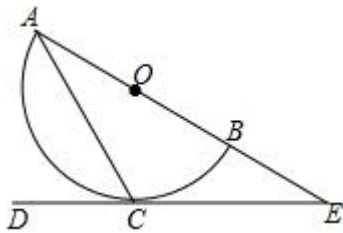
(1) 求七年级已“建档立卡”的贫困家庭的学生总人数;

- (2) 将条形统计图补充完整，并求出 A_1 所在扇形的圆心角的度数；
- (3) 现从 A_1 , A_2 中各选出一人进行座谈，若 A_1 中有一名女生， A_2 中有两名女生，请用树状图表示所有可能情况，并求出恰好选出一名男生和一名女生的概率。



19. (8 分) 如图， AB 是半圆的直径， AC 为弦，过点 C 作直线 DE 交 AB 的延长线于点 E 。若 $\angle ACD=60^\circ$ ， $\angle E=30^\circ$ 。

- (1) 求证：直线 DE 与半圆相切；
- (2) 若 $BE=3$ ，求 CE 的长。

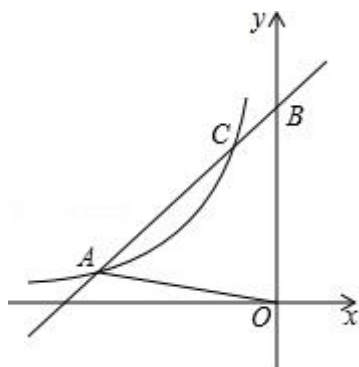


20. (8 分) 如图，一次函数 $y_1=kx+b$ ($k \neq 0$) 的图象与反比例函数 $y_2=\frac{m}{x}$ ($m \neq 0$, $x < 0$) 的图象交于点 $A(-3, 1)$ 和点 C ，与 y 轴交于点 B ， $\triangle AOB$ 的

面积是 6.

(1) 求一次函数与反比例函数的解析式;

(2) 当 $x < 0$ 时, 比较 y_1 与 y_2 的大小.



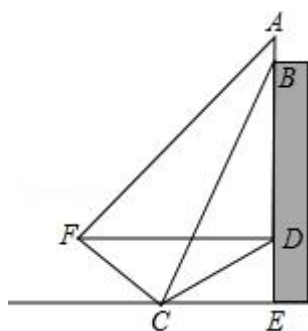
21. (9 分) 四川省安岳县盛产柠檬和柚子两种水果, 今年, 某公司计划用两种型号的汽车运输柠檬和柚子到外地销售, 运输中要求每辆汽车都要满载满运, 且只能装运一种水果. 若用 3 辆汽车装载柠檬、2 辆汽车装载柚子可共装载 33 吨, 若用 2 辆汽车装载柠檬、3 辆汽车装载柚子可共装载 32 吨.

(1) 求每辆汽车可装载柠檬或柚子各多少吨?

(2) 据调查, 全部销售完后, 每吨柠檬可获利 700 元、每吨柚子可获利 500 元, 计划用 20 辆汽车运输, 且柚子不少于 30 吨, 如何安排运输才能使公司获利最大, 最大利润是多少元?

22. (9 分) 如图, 光明中学一教学楼顶上竖有一块高为 AB 的宣传牌, 点 E 和点 D 分别是教学楼底部和外墙上的一点 (A, B, D, E 在同一直线上), 小红同学在距 E 点 9 米的 C 处测得宣传牌底部点 B 的仰角为 67° , 同时测得教学楼外墙外点 D 的仰角为 30° , 从点 C 沿坡度为 $1:\sqrt{3}$ 的斜坡向上走到点 F 时, DF 正好与水平线 CE 平行.

- (1) 求点 F 到直线 CE 的距离 (结果保留根号);
- (2) 若在点 F 处测得宣传牌顶部 A 的仰角为 45° , 求出宣传牌 AB 的高度 (结果精确到 0.01). (注: $\sin 67^\circ \approx 0.92$, $\tan 67^\circ \approx 2.36$, $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{3} \approx 1.73$)



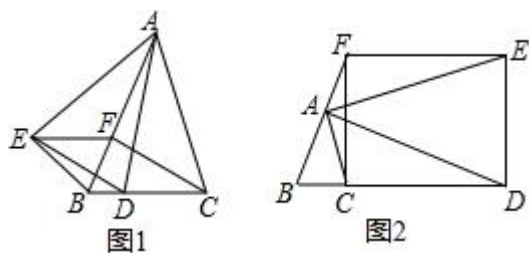
23. (11 分) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC>BC$, D 是 BC 上一点, 连接 AD , 作 $\triangle ADE$, 使 $AD=AE$, 且 $\angle DAE=\angle BAC$, 过点 E 作 $EF\parallel BC$ 交 AB 于 F , 连接 FC .

(1) 如图 1.

①连接 BE , 求证: $\triangle AEB \cong \triangle ADC$:

②若 D 是线段 BC 的中点, 且 $AC=6$, $BC=4$, 求 CF 的长;

(2) 如图 2, 若点 D 在线段 BC 的延长线上, 且四边形 $CDEF$ 是矩形, 当 $AC=m$, $BC=n$ 时, 求 CD 的长 (用含 m, n 的代数式表示).



24. (12 分) 如图, 抛物线 $y=a(x+1)^2+4$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于 A, C 两点, 与直线 $y=x-1$ 交于 A, B 两点, 直线 AB 与抛物线的对称轴交于点 E .

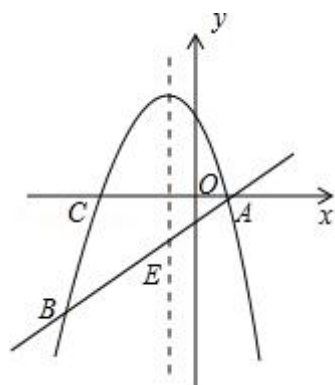
(1) 求抛物线的解析式;

(2) 若点 P 在直线 AB 上方的抛物线上运动.

①点 P 在什么位置时, $\triangle ABP$ 的面积最大, 求出此时点 P 的坐标;

②当点 P 与点 C 重合时, 连接 PE , 将 $\triangle PEB$ 补成矩形, 使 $\triangle PEB$ 上的两个顶

点成为矩形一边的两个顶点，第三个顶点落在矩形这一边的对边上，求出矩形未知顶点的坐标.



2017 年四川省资阳市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. (3 分) -2 的绝对值是 ()

- A. ± 2 B. 2 C. -2 D. $\frac{1}{2}$

【考点】15: 绝对值.

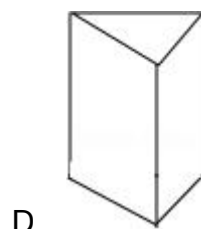
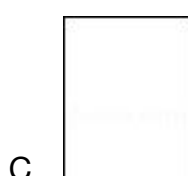
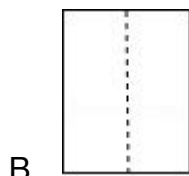
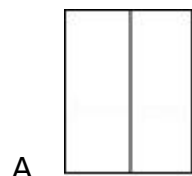
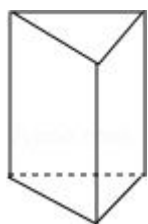
【分析】根据负数的绝对值等于它的相反数解答.

【解答】解: -2 的绝对值是 2 .

故选: B.

【点评】本题考查了绝对值的性质: 正数的绝对值是它本身; 负数的绝对值是它的相反数; 0 的绝对值是 0 .

2. (3 分) 如图所示的立体图形的主视图是 ()



【考点】U1: 简单几何体的三视图.

【分析】分别找出此几何体从正面看所得到的视图即可.

【解答】解: 此立体图形从正面看所得到的图形为矩形, 里面有一条竖线,

故选：A.

【点评】此题主要考查了简单几何体的三视图，关键是注意所有的看到的棱都应表现在三视图中.

3. (3分) 下列运算正确的是 ()

A. $(x+y)^2 = x^2 + y^2$

B. $(x^2)^3 = x^5$

C. $\sqrt{x^2} = |x|$

D. $x^6 \div x^2 = x^3$

【考点】15: 绝对值; 47: 幂的乘方与积的乘方; 48: 同底数幂的除法; 4C:

完全平方公式; 73: 二次根式的性质与化简.

【分析】先根据完全平方公式, 幂的乘方, 二次根式的性质与化简, 同底数幂的除法分别求出每个式子的值, 再判断即可.

【解答】解: A、 $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$, 故本选项错误;

B、 $(x^2)^3 = x^6$, 故本选项错误;

C、故本选项正确;

D、 $x^6 \div x^2 = x^4$, 故本选项错误;

故选: C.

【点评】本题考查了完全平方公式, 幂的乘方, 二次根式的性质与化简, 同底数幂的除法等知识点, 能正确求出每个式子的值是解此题的关键.

4. (3分) 如今网络购物已成为一种常见的购物方式, 2016年11月11日当天某电商平台的交易额就达到了1107亿元, 用科学记数法表示为(单位: 元) ()

A. 1.107×10^{10}

B. 1.107×10^{11}

C. 0.1107×10^{12}

D. 1.107×10^{12}

【考点】11: 科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确

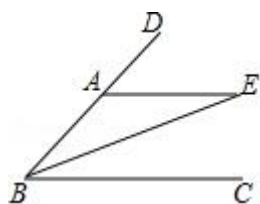
定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同。当原数绝对值大于 10 时， n 是正数；当原数的绝对值小于 1 时， n 是负数。

【解答】 解：1107 亿 = 110700000000 = 1.107×10^{11} ，

故选：B。

【点评】 本题主要考查了科学计数法：熟记规律：(1) 当 $|a| \geq 1$ 时， n 的值为 a 的整数位数减 1；(2) 当 $|a| < 1$ 时， n 的值是第一个不是 0 的数字前 0 的个数，包括整数位上的 0 是解题的关键。

5. (3 分) 如图，BE 平分 $\angle DBC$ ，点 A 是 BD 上一点，过点 A 作 $AE \parallel BC$ 交 BE 于点 E， $\angle DAE = 56^\circ$ ，则 $\angle E$ 的度数为 ()



A. 56°

B. 36°

C. 26°

D. 28°

【考点】 JA: 平行线的性质.

【分析】 根据平行线的性质，可得 $\angle DBC = 56^\circ$ ， $\angle E = \angle EBC$ ，根据角平分线的定义，可得 $\angle EBC = \frac{1}{2} \angle DBC = 28^\circ$ ，进而得到 $\angle E = 28^\circ$ 。

【解答】 解： $\because AE \parallel BC$ ， $\angle DAE = 56^\circ$ ，

$\therefore \angle DBC = 56^\circ$ ， $\angle E = \angle EBC$ ，

$\because BE$ 平分 $\angle DBC$ ，

$\therefore \angle EBC = \frac{1}{2} \angle DBC = 28^\circ$ ，

$\therefore \angle E = 28^\circ$ ，

故选：D。

【点评】 本题主要考查了平行线的性质的运用，解题时注意：两直线平行，同位角相等.

6. (3分) 一组数据 5, 2, 6, 9, 5, 3 的众数、中位数、平均数分别是 ()

- A. 5, 5, 6 B. 9, 5, 5 C. 5, 5, 5 D. 2, 6, 5

【考点】 W1: 算术平均数; W4: 中位数; W5: 众数.

【分析】 根据一组数据中出现次数最多的数据叫做众数; 将一组数据按照从小到大 (或从大到小) 的顺序排列, 如果数据的个数是奇数, 则处于中间位置的数就是这组数据的中位数; 对于 n 个数 $x_1, x_2, \dots, x_n$, 则 $\bar{x} = \frac{1}{n} (x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ 就叫做这 n 个数的算术平均数进行分析和计算可得答案.

【解答】 解: 众数是 5,

中位数: 5,

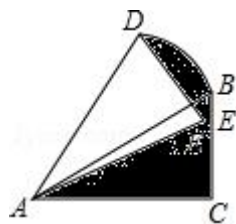
平均数: $\frac{5+2+6+9+5+3}{6}=5$,

故选: C.

【点评】 此题主要考查了众数、中位数和平均数, 关键是掌握三种数的概念.

7. (3分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=4$, $BC=3$, 将 $\text{Rt}\triangle ABC$

绕点 A 逆时针旋转 30° 后得到 $\triangle ADE$, 则图中阴影部分的面积为 ()



- A. $\frac{13}{12}\pi$ B. $\frac{3}{4}\pi$ C. $\frac{4}{3}\pi$ D. $\frac{25}{12}\pi$

【考点】 MO: 扇形面积的计算; R2: 旋转的性质.

【分析】 观察图象可 $S_{\text{阴}} = S_{\text{扇形 ADB}} + S_{\triangle ABC} - S_{\triangle AED} = S_{\text{扇形 ABD}}$, 只要求出 AB, $\angle DAB$ 即可解决问题.

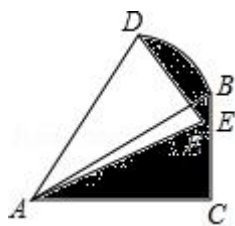
【解答】解：在 Rt△ABC 中，∵ AC=4，BC=3，

$$\therefore AB=AD=\sqrt{3^2+4^2}=5,$$

由题意 $\angle EAC = \angle DAB = 30^\circ$ ， $S_{\text{阴}} = S_{\text{扇形 ADB}} + S_{\triangle ABC} - S_{\triangle AED} = S_{\text{扇形 ABD}}$

$$= \frac{30 \cdot \pi \cdot 5^2}{360} = \frac{25\pi}{12},$$

故选：D.



【点评】本题考查旋转变换、扇形的面积公式、勾股定理等知识，解题的关键是学会用分割法求阴影部分的面积，属于中考常考题型.

8. (3分) 若一次函数 $y=mx+n$ ($m \neq 0$) 中的 m , n 是使等式 $m = \frac{1}{n+2}$ 成立的整

数，则一次函数 $y=mx+n$ ($m \neq 0$) 的图象一定经过的象限是 ()

- A. 一、三 B. 三、四 C. 一、二 D. 二、四

【考点】F7：一次函数图象与系数的关系.

【分析】根据题意分别求出 m 、 n 的值，根据一次函数图象与系数的关系判断即可.

【解答】解：∵ n 是使等式 $m = \frac{1}{n+2}$ 成立的整数，

$$\therefore n = -1 \text{ 或 } -3,$$

则 $m=1$ 或 -1 ,

当 $m=1$, $n=-1$ 时, $y=mx+n$ 经过第一、三、四象限,

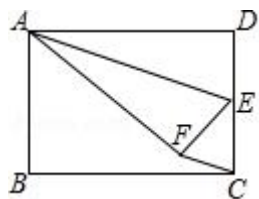
当 $m=-1$, $n=-3$ 时, $y=mx+n$ 经过第二、三、四象限,

∴ 一次函数 $y=mx+n$ ($m \neq 0$) 的图象一定经过的象限第三、四象限,

故选：B.

【点评】 本题考查的是一次函数图象与系数的关系，掌握 k 、 b 对一次函数图象的影响是解题的关键.

9. (3分) 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB=2$ ， $AD=2\sqrt{2}$ ，点 E 是 CD 的中点，连接 AE ，将 $\triangle ADE$ 沿直线 AE 折叠，使点 D 落在点 F 处，则线段 CF 的长度是 ()



- A. 1 B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

【考点】 LB: 矩形的性质; PB: 翻折变换 (折叠问题).

【分析】 过点 E 作 $EM \perp CF$ 于点 M ，在 $Rt\triangle ADE$ 中利用勾股定理可求出 AE 的长度，根据折叠的性质可得出 $ED=EF$ 、 $\angle AED=\angle AEF$ ，进而可得出 $\triangle CEF$ 为等腰三角形，根据等腰三角形的性质结合平角等于 180° 可得出 $\angle AEF + \angle FEM = 90^\circ$ ，根据同角的补角相等可得出 $\angle EAF = \angle FEM$ ，结合 $\angle AFE = \angle EMF = 90^\circ$ 可得出 $\triangle AFE \sim \triangle EMF$ ，再利用相似三角形的性质可求出 MF 的长度，将其代入 $CF=2MF$ 即可得出结论.

【解答】 解：过点 E 作 $EM \perp CF$ 于点 M ，如图所示.

在 $Rt\triangle ADE$ 中， $AD=2\sqrt{2}$ ， $DE=\frac{1}{2}AB=1$ ，

$$\therefore AE = \sqrt{AD^2 + DE^2} = 3.$$

根据折叠的性质可知： $ED=EF$ ， $\angle AED=\angle AEF$.

$\because$ 点 E 是 CD 的中点，

$$\therefore CE=DE=FE,$$

$$\therefore \angle FEM = \angle CEM, \quad CM=FM.$$

$$\therefore \angle DEA + \angle AEF + \angle FEM + \angle MEC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle AEF + \angle FEM = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ.$$

$$\text{又} \because \angle EAF + \angle AEF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EAF = \angle FEM.$$

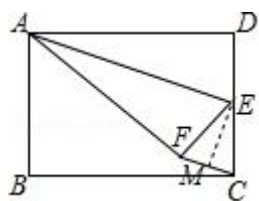
$$\therefore \angle AFE = \angle EMF = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle AFE \sim \triangle EMF,$$

$$\therefore \frac{MF}{FE} = \frac{FE}{EA}, \text{ 即 } \frac{MF}{1} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore MF = \frac{1}{3}, \quad CF = 2MF = \frac{2}{3}.$$

故选：C.



【点评】 本题考查了翻折变换、矩形的性质、勾股定理以及相似三角形的判定与性质，利用相似三角形的性质求出 MF 的长度是解题的关键.

10. (3 分) 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的顶点和该抛物线与 y 轴的交点

在一次函数 $y = kx + 1$ ($k \neq 0$) 的图象上，它的对称轴是 $x = 1$ ，有下列四个结论：

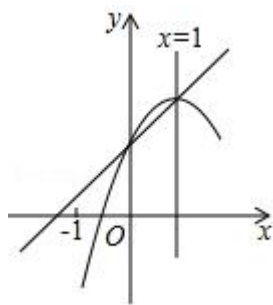
① $abc < 0$,

② $a < -\frac{1}{3}$,

③ $a = -k$,

④ 当 $0 < x < 1$ 时， $ax + b > k$,

其中正确结论的个数是 ()



A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

【考点】H4：二次函数图象与系数的关系.

【分析】由抛物线开口方向及对称轴位置、抛物线与 y 轴交点可判断①；由①知 $y=ax^2-2ax+1$ ，根据 $x=-1$ 时 $y<0$ 可判断②；由抛物线顶点在一次函数图象上知 $a+b+1=k+1$ ，即 $a+b=k$ ，结合 $b=-2a$ 可判断③；根据 $0<x<1$ 时二次函数图象在一次函数图象上方知 $ax^2+bx+1>kx+1$ ，即 $ax^2+bx>kx$ ，两边都除以 x 可判断④.

【解答】解：由抛物线的开口向下，且对称轴为 $x=1$ 可知 $a<0$ ， $-\frac{b}{2a}=1$ ，即 $b=-2a>0$ ，

由抛物线与 y 轴的交点在一次函数 $y=kx+1$ ($k\neq 0$) 的图象上知 $c=1$ ，

则 $abc<0$ ，故①正确；

由①知 $y=ax^2-2ax+1$ ，

$\because x=-1$ 时， $y=a+2a+1=3a+1<0$ ，

$\therefore a<-\frac{1}{3}$ ，故②正确；

$\because$ 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a\neq 0$) 的顶点在一次函数 $y=kx+1$ ($k\neq 0$) 的图象上，

$\therefore a+b+1=k+1$ ，即 $a+b=k$ ，

$\because b=-2a$ ，

$\therefore -a=k$, 即 $a=-k$, 故③正确;

由函数图象知, 当 $0 < x < 1$ 时, 二次函数图象在一次函数图象上方,

$\therefore ax^2+bx+1 > kx+1$, 即 $ax^2+bx > kx$,

$\therefore x > 0$,

$\therefore ax+b > k$, 故④正确;

故选: A.

【点评】 本题考查了抛物线与 x 轴的交点, 二次函数的性质, 主要利用了二次函数的开口方向, 对称轴, 最值问题, 以及二次函数图象上点的坐标特征.

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分, 请把答案填在题中的横线上)

11. (3 分) 使分式 $\frac{2}{x-1}$ 有意义的 x 的取值范围是 $x \neq 1$.

【考点】 62: 分式有意义的条件.

【分析】 分式有意义时, 分母不等于零.

【解答】 解: 当分母 $x-1 \neq 0$, 即 $x \neq 1$ 时, 分式 $\frac{2}{x-1}$ 有意义.

故答案是: $x \neq 1$.

【点评】 本题考查了分式有意义的条件. 从以下三个方面透彻理解分式的概念:

(1) 分式无意义 $\Leftrightarrow$ 分母为零;

(2) 分式有意义 $\Leftrightarrow$ 分母不为零;

(3) 分式值为零 $\Leftrightarrow$ 分子为零且分母不为零.

12. (3 分) 一个不透明口袋里装有形状、大小都相同的 2 个红球和 4 个黑球,

从中任意摸出一个球恰好是红球的概率是 $\frac{1}{3}$.

【考点】 X4: 概率公式.

【分析】根据随机事件概率大小的求法，找准两点：①符合条件的情况数目；②全部情况的总数．二者的比值就是其发生的概率的大小．

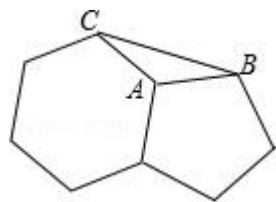
【解答】解：∵一个不透明口袋里装有形状、大小都相同的 2 个红球和 4 个黑球，

∴从中任意摸出一个球恰好是红球的概率为： $\frac{2}{2+4}=\frac{1}{3}$ ．

故答案为 $\frac{1}{3}$ ．

【点评】此题考查了概率公式的应用．注意概率=所求情况数与总情况数之比．

13. (3 分) 边长相等的正五边形与正六边形按如图所示拼接在一起，则 $\angle ABC=$
24 度．



【考点】L3：多边形内角与外角．

【专题】555：多边形与平行四边形．

【分析】根据正五边形的内角和和正六边形的内角和公式求得正五边形的内角 108° 和正六边形的内角 120° ，然后根据周角的定义和等腰三角形性质可得结论．

【解答】解：由题意得：正六边形的每个内角都等于 120° ，正五边形的每个内角都等于 108°

$$\therefore \angle BAC = 360^\circ - 120^\circ - 108^\circ = 132^\circ$$

$$\therefore AB = AC$$

$$\therefore \angle ACB = \angle ABC = \frac{180^\circ - 132^\circ}{2} = 24^\circ$$

故答案为：24．

【点评】本题考查了正多边形的内角与外角、等腰三角形的性质，熟练正五边形

的内角，正六边形的内角是解题的关键.

14. (3分) 关于 x 的一元二次方程 $(a-1)x^2 + (2a+1)x + a = 0$ 有两个不相等的实数根，则 a 的取值范围是 $a > -\frac{1}{8}$ 且 $a \neq 1$.

【考点】AA: 根的判别式.

【分析】根据二次项系数非零及根的判别式 $\Delta > 0$ ，即可得出关于 a 的一元一次不等式组，解之即可得出结论.

【解答】解： $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $(a-1)x^2 + (2a+1)x + a = 0$ 有两个不相等的实数根，

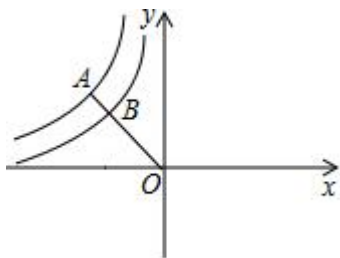
$$\therefore \begin{cases} a-1 \neq 0 \\ \Delta = (2a+1)^2 - 4a(a-1) > 0 \end{cases}$$

解得： $a > -\frac{1}{8}$ 且 $a \neq 1$.

故答案为： $a > -\frac{1}{8}$ 且 $a \neq 1$.

【点评】本题考查了根的判别式以及一元二次方程的定义，牢记“当 $\Delta > 0$ 时，方程有两个不相等的实数根”是解题的关键.

15. (3分) 如图，点 A 是函数 $y_1 = -\frac{6}{x}$ 图象上一点，连接 AO 交反比例函数 $y_2 = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象于点 B ，若 $BO = 2AB$ ，则 k $= -\frac{8}{3}$.



【考点】G6: 反比例函数图象上点的坐标特征.

【分析】设点 A 的坐标为 $(-m, n)$ ，根据题意用 m 和 n 表示出点 B 的坐标，再根据反比例函数系数的意义整体代入求出 k 的值.

【解答】解：设点 A 的坐标为 $(-m, n)$ ，

$$\therefore OB=2AB,$$

$$\therefore \frac{OB}{OA} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore \text{点 } B \text{ 的坐标为 } \left(-\frac{2}{3}m, \frac{2}{3}n\right),$$

$$\therefore \text{点 } A \text{ 在函数 } y_1 = -\frac{6}{x} \text{ 上},$$

$$\therefore mn=6,$$

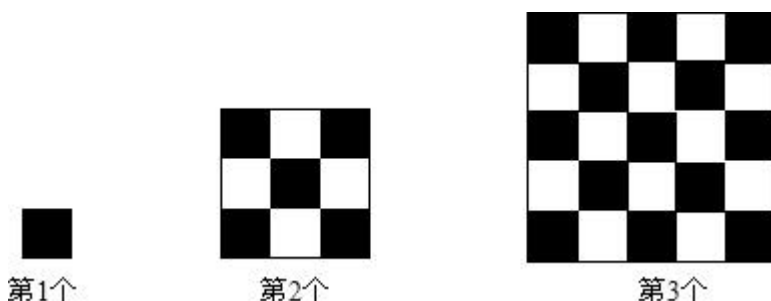
$$\therefore \text{点 } B \text{ 在反比例函数 } y_2 = \frac{k}{x} \text{ 上},$$

$$\therefore k = -\frac{2}{3}m \cdot \frac{2}{3}n = -\frac{4}{9}mn = -\frac{4}{9} \times 6 = -\frac{8}{3},$$

$$\text{故答案为 } -\frac{8}{3}$$

【点评】 本题主要考查了反比例函数图象上点的坐标特征，解题的关键是用 m 和 n 表示出点 A 和点 B 的坐标，此题难度不大.

16. (3 分) 按照如图所示的方法排列黑色小正方形地砖，则第 14 个图案中黑色小正方形地砖的块数是 365.



【考点】 38: 规律型: 图形的变化类.

【专题】 16: 压轴题; 2A: 规律型.

【分析】 观察图形可知，黑色与白色的地砖的个数的和是连续奇数的平方，而黑色地砖比白色地砖多 1 个，求出第 n 个图案中的黑色与白色地砖的和，然后求出黑色地砖的块数，再把 $n=14$ 代入进行计算即可.

【解答】 解：第 1 个图案只有 1 块黑色地砖，

第 2 个图案有黑色与白色地砖共 $3^2=9$ ，其中黑色的有 5 块，

第3个图案有黑色与白色地砖共 $5^2=25$ ，其中黑色的有13块，

...

第 n 个图案有黑色与白色地砖共 $(2n-1)^2$ ，其中黑色的有 $\frac{1}{2}[(2n-1)^2+1]$ ，

当 $n=14$ 时，黑色地砖的块数有 $\frac{1}{2}[(2 \times 14 - 1)^2 + 1] = \frac{1}{2} \times 730 = 365$ 。

故答案为：365。

【点评】 本题是对图形变化规律的考查，观察图形找出黑色与白色地砖的总块数与图案序号之间的关系是解题的关键。

三、解答题（本大题共8小题，共72分。解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

17. (7分) 先化简，再求值： $(\frac{x^2+1}{2x} - 1) \div \frac{x^2-1}{8x}$ ，其中 $x=2$ 。

【考点】 6D：分式的化简求值。

【分析】 先将 $(\frac{x^2+1}{2x} - 1) \div \frac{x^2-1}{8x}$ 进行化简，然后再将 $x=2$ 代入求解即可。

【解答】 解：原式 $= \frac{x^2-2x+1}{2x} \cdot \frac{8x}{x^2-1} = \frac{4x-4}{x+1}$ 。

当 $x=2$ 时，原式 $= \frac{4}{3}$ 。

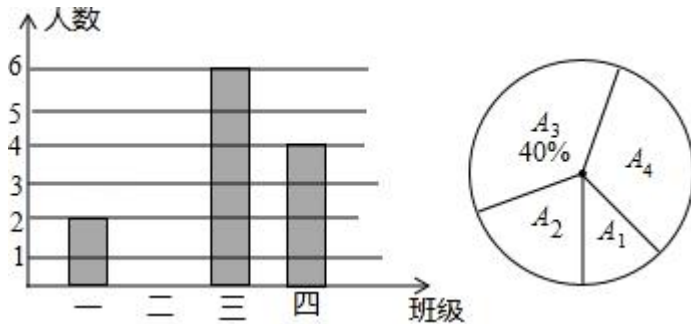
【点评】 本题考查了分式的化简求值，解答本题的关键在于先将 $(\frac{x^2+1}{2x} - 1) \div \frac{x^2-1}{8x}$ 进行化简，然后再将 $x=2$ 代入求解。

18. (8分) 当前，“精准扶贫”工作已进入攻坚阶段，凡贫困家庭均要“建档立卡”。某初级中学七年级共有四个班，已“建档立卡”的贫困家庭的学生人数按一、二、三、四班分别记为 A_1, A_2, A_3, A_4 ，现对 A_1, A_2, A_3, A_4 统计后，制成如图所示的统计图。

(1) 求七年级已“建档立卡”的贫困家庭的学生总人数；

(2) 将条形统计图补充完整，并求出 A_1 所在扇形的圆心角的度数；

(3) 现从 A_1 , A_2 中各选出一人进行座谈, 若 A_1 中有一名女生, A_2 中有两名女生, 请用树状图表示所有可能情况, 并求出恰好选出一名男生和一名女生的概率.



【考点】 VB: 扇形统计图; VC: 条形统计图; X6: 列表法与树状图法.

【分析】 (1) 根据 A_3 的人数除以 A_3 所占的百分比即可求出总人数.

(2) 根据 A_1 的人数的所占的百分比即可取出圆心角的度数.

(3) 列出树状图即可求出答案.

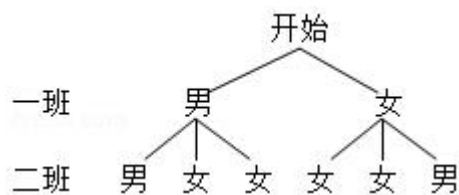
【解答】 解: (1) 总数人数为: $6 \div 40\% = 15$ 人

(2) A_2 的人数为 $15 - 2 - 6 - 4 = 3$ (人)

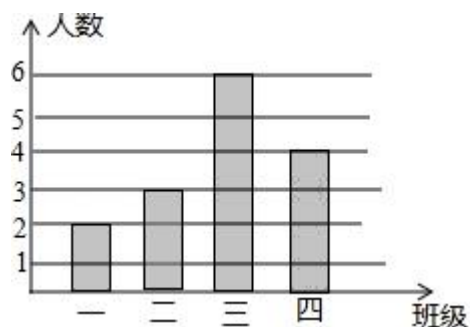
补全图形, 如图所示

A_1 所在圆心角度数为: $\frac{2}{15} \times 360^\circ = 48^\circ$

(3) 画出树状图如下:



故所求概率为: $P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

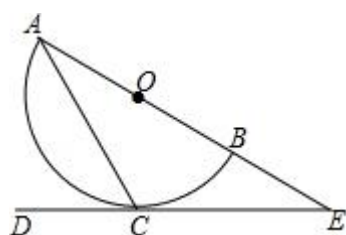


【点评】 本题考查统计与概率，解题的关键是熟练运用统计与概率的公式，本题属于基础题型.

19. (8 分) 如图， AB 是半圆的直径， AC 为弦，过点 C 作直线 DE 交 AB 的延长线于点 E . 若 $\angle ACD=60^\circ$ ， $\angle E=30^\circ$.

(1) 求证：直线 DE 与半圆相切；

(2) 若 $BE=3$ ，求 CE 的长.



【考点】 ME：切线的判定与性质.

【分析】 (1) 连接 OC ，根据相切的判定证明即可；

(2) 根据直角三角形的边角关系解答即可.

【解答】 证明：(1) 连接 OC ，

$$\because \angle ACD=60^\circ, \angle E=30^\circ,$$

$$\therefore \angle A=30^\circ,$$

$$\because OA=OC,$$

$$\therefore \angle OCA=\angle A=30^\circ,$$

$$\therefore \angle OCD=\angle OCA+\angle ACD=90^\circ,$$

$\therefore$ 直线 DE 与半圆相切；

(2) 在 $\text{Rt}\triangle OCE$ 中, $\angle E=30^\circ$,

$$\therefore OE=2OC=OB+BE,$$

$$\therefore OC=OB,$$

$$\therefore OB=BE,$$

$$\therefore OE=2BE=6,$$

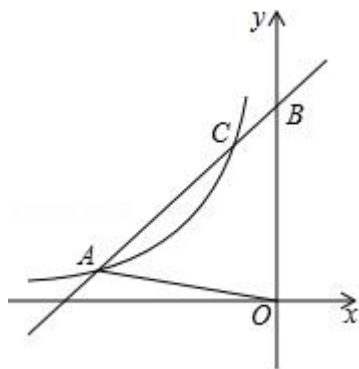
$$\therefore CE=OE \cdot \cos E = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}.$$

【点评】 本题考查了切线的性质和判定, 关键是根据切线的性质和判定进行解答.

20. (8 分) 如图, 一次函数 $y_1=kx+b$ ($k \neq 0$) 的图象与反比例函数 $y_2=\frac{m}{x}$ ($m \neq 0, x < 0$) 的图象交于点 $A(-3, 1)$ 和点 C , 与 y 轴交于点 B , $\triangle AOB$ 的面积是 6.

(1) 求一次函数与反比例函数的解析式;

(2) 当 $x < 0$ 时, 比较 y_1 与 y_2 的大小.



【考点】 G8: 反比例函数与一次函数的交点问题.

【分析】 (1) 根据题意和图象可以分别求得一次函数与反比例函数的解析式;

(2) 根据 (1) 中的函数解析式可以求得点 C 的坐标, 然后根据数形结合的思想的即可解答本题.

【解答】 解: (1) 反比例函数 $y_2=\frac{m}{x}$ ($m \neq 0, x < 0$) 的图象过点 $A(-3, 1)$,

$$\therefore 1=\frac{m}{-3}, \text{ 得 } m=-3,$$

即反比例函数 $y_2 = \frac{-3}{x}$,

$\therefore$ 一次函数 $y_1 = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象与反比例函数 $y_2 = \frac{m}{x}$ ($m \neq 0, x < 0$) 的图象

交于点 A (-3, 1) 和点 C, 与 y 轴交于点 B, $\triangle AOB$ 的面积是 6,

$$\therefore \frac{b \times |-3|}{2} = 6, \text{ 得 } b = 4,$$

$\therefore$ 一次函数 $y_1 = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象过点 A (-3, 1) 与点 B (0, 4),

$$\therefore \begin{cases} -3k + b = 1 \\ b = 4 \end{cases},$$

$$\text{解得, } \begin{cases} k = 1 \\ b = 4 \end{cases},$$

即一次函数 $y_1 = x + 4$;

$$(2) \begin{cases} y = \frac{-3}{x} \\ y = x + 4 \end{cases},$$

$$\text{解得, } \begin{cases} x_1 = -3 \\ y_1 = 1 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = -1 \\ y_2 = 3 \end{cases},$$

$\therefore$ 点 C 的坐标为 (-1, 3),

$\therefore$ 当 $-1 < x < 0$ 时或 $x < -3$ 时, $y_1 < y_2$,

当 $-3 < x < -1$ 时, $y_1 > y_2$,

当 $x = -1$ 或 $x = -3$ 时, $y_1 = y_2$.

【点评】 本题考查反比例函数与一次函数的交点问题, 解答本题的关键是明确题意, 找出所求问题需要的条件, 利用数形结合的思想解答.

21. (9 分) 四川省安岳县盛产柠檬和柚子两种水果, 今年, 某公司计划用两种型号的汽车运输柠檬和柚子到外地销售, 运输中要求每辆汽车都要满载满运, 且只能装运一种水果. 若用 3 辆汽车装载柠檬、2 辆汽车装载柚子可共装载 33 吨, 若用 2 辆汽车装载柠檬、3 辆汽车装载柚子可共装载 32 吨.

(1) 求每辆汽车可装载柠檬或柚子各多少吨?

(2) 据调查, 全部销售完后, 每吨柠檬可获利 700 元、每吨柚子可获利 500 元,

计划用 20 辆汽车运输，且柚子不少于 30 吨，如何安排运输才能使公司获利最大，最大利润是多少元？

【考点】 9A: 二元一次方程组的应用；FH: 一次函数的应用.

【分析】 (1) 设每辆汽车可装载柠檬 x 吨，每辆汽车可装载柚子 y 吨，根据若用 3 辆汽车装载柠檬、2 辆汽车装载柚子可共装载 33 吨，若用 2 辆汽车装载柠檬、3 辆汽车装载柚子可共装载 32 吨，列方程组求解；

(2) 设用 a 辆汽车装载柚子，则用 $(20 - a)$ 辆汽车装载柠檬，设总利润为 y 元. 根据柚子不少于 30 吨列出不等式，求出 a 的范围，再列出 y 关于 a 的函数关系式，根据函数的性质求解即可.

【解答】 解：(1) 设每辆汽车可装载柠檬 x 吨，每辆汽车可装载柚子 y 吨，

根据题意，得
$$\begin{cases} 3x+2y=33 \\ 2x+3y=32 \end{cases},$$

解得
$$\begin{cases} x=7 \\ y=6 \end{cases}.$$

答：每辆汽车可装载柠檬 7 吨或柚子 6 吨；

(2) 设用 a 辆汽车装载柚子，则用 $(20 - a)$ 辆汽车装载柠檬，设总利润为 y 元.

根据题意，得 $6a \geq 30$ ，解得 $a \geq 5$.

$$y = 500 \times 6a + 700 \times 7(20 - a) = -1900a + 98000,$$

$$\therefore -1900 < 0,$$

$\therefore y$ 随 a 的增大而减小，

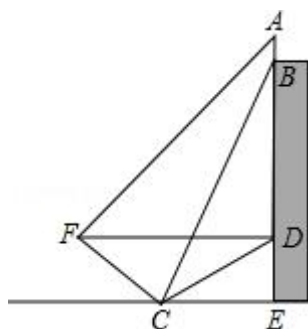
$\therefore$ 当 $a=5$ 时， y 有最大值，最大值是 $-1900 \times 5 + 98000 = 88500$.

答：安排 5 辆汽车运输柚子，15 辆汽车运输柠檬，可使公司获利最大，最大利润是 88500 元.

【点评】 本题考查了一次函数的应用、二元一次方程组的应用及一元一次不等式的应用，解决本题的关键是读懂题意，根据关键描述语，找到所求量的等量关系或不等关系.

22. (9 分) 如图，光明中学一教学楼顶上竖有一块高为 AB 的宣传牌，点 E 和点 D 分别是教学楼底部和外墙上的一点 (A, B, D, E 在同一直线上)，小红同学在距 E 点 9 米的 C 处测得宣传牌底部点 B 的仰角为 67° ，同时测得教学楼外墙外点 D 的仰角为 30° ，从点 C 沿坡度为 $1:\sqrt{3}$ 的斜坡向上走到点 F 时， DF 正好与水平线 CE 平行.

- (1) 求点 F 到直线 CE 的距离 (结果保留根号);
- (2) 若在点 F 处测得宣传牌顶部 A 的仰角为 45° ，求出宣传牌 AB 的高度 (结果精确到 0.01). (注: $\sin 67^\circ \approx 0.92$, $\tan 67^\circ \approx 2.36$, $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{3} \approx 1.73$)



【考点】 T9: 解直角三角形的应用 – 坡度坡角问题; TA: 解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题.

【分析】 (1) 过点 F 作 $FH \perp CE$ 于 H . 则四边形 $FHED$ 是矩形, 在 $\text{Rt}\triangle CDE$ 中, 求出 DE 即可解决问题.

(2) 根据 $AB = AD + DE - BE$, 求出 AD 、 BE 、 DE 即可解决问题;

【解答】 解: (1) 过点 F 作 $FH \perp CE$ 于 H .

$\therefore FD \parallel CE$,

$\therefore FH \parallel DE$, $DF \parallel HE$, $\angle FHE = 90^\circ$,

∴ 四边形 FHED 是矩形，则 FH=DE，

在 Rt△CDE 中， $DE=CE \cdot \tan \angle DCE=9 \times \tan 30^\circ=3\sqrt{3}$ (米)，

∴ $FH=DE=3\sqrt{3}$ (米)．

答：点 F 到 CE 的距离为 $3\sqrt{3}$ 米．

(2) ∵ CF 的坡度为 1: $\sqrt{3}$ ，

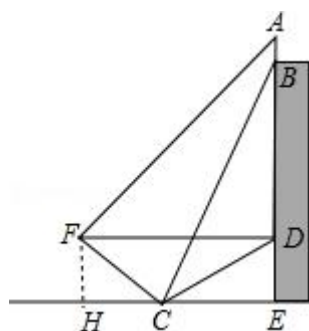
∴ 在 Rt△FCH 中， $CH=\sqrt{3}FH=9$ (米)，

∴ $EH=DF=18$ (米)，

在 Rt△BCE 中， $BE=CE \cdot \tan \angle BCE=9 \times \tan 67^\circ \approx 21.24$ (米)，

∴ $AB=AD+DE-BE=18+3\sqrt{3}-21.24 \approx 1.95$ (米)，

答：宣传牌 AB 的高度约为 1.95 米．



【点评】 本题考查解直角三角形的应用－仰角俯角问题，坡度坡角问题，解直角三角形等知识，解题的关键是熟练掌握锐角三角函数的定义，灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型．

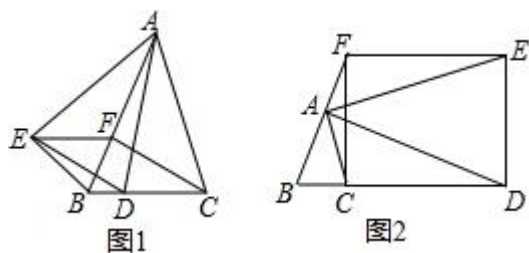
23. (11 分) 在△ABC 中， $AB=AC>BC$ ，D 是 BC 上一点，连接 AD，作△ADE，使 $AD=AE$ ，且 $\angle DAE=\angle BAC$ ，过点 E 作 $EF\parallel BC$ 交 AB 于 F，连接 FC．

(1) 如图 1．

①连接 BE，求证：△AEB≌△ADC；

②若 D 是线段 BC 的中点，且 $AC=6$ ， $BC=4$ ，求 CF 的长；

(2) 如图 2, 若点 D 在线段 BC 的延长线上, 且四边形 CDEF 是矩形, 当 $AC=m$, $BC=n$ 时, 求 CD 的长 (用含 m , n 的代数式表示).



【考点】LO: 四边形综合题.

【分析】(1) ①根据 SAS, 由 $\angle DAC = \angle EAB$, $AB = AC$, $AD = AE$, 即可推出 $\triangle$

$ADC \cong \triangle AEB$;

②首先证明四边形 EDCF 是平行四边形, 推出 $ED = CF$, 由 $\triangle ADE \sim \triangle ACB$, 可

得 $\frac{AC}{AD} = \frac{BC}{ED}$, 推出 $ED = \frac{BC \cdot AD}{AC} = \frac{4 \times 4\sqrt{2}}{6} = \frac{8\sqrt{2}}{3}$, 由此即可解决问题;

(2) 由 $\triangle FBC \sim \triangle DBA$, 可得 $\frac{FB}{BD} = \frac{BC}{AB}$, 由此求出 BD 即可;

【解答】(1) ①证明: $\because \angle BAC = \angle DAE$,

$\therefore \angle DAC = \angle EAB$,

$\because AB = AC$, $AD = AE$,

$\therefore \triangle ADC \cong \triangle AEB$.

②解: $\because \triangle ADC \cong \triangle AEB$,

$\therefore \angle EBA = \angle DCA$, $EB = DC$,

$\because \angle ACD = \angle ABC$,

$\therefore \angle EBA = \angle ABC$,

$\therefore EF \parallel BC$,

$\therefore \angle ABC = \angle EFB$,

$$\therefore \angle EFB = \angle EBF,$$

$$\therefore EB = EF,$$

$$\therefore EF = DC,$$

$\therefore$ 四边形 EDCF 是平行四边形,

$$\therefore ED = CF,$$

$\because AB = AC$, D 是 BC 中点,

$$\therefore AD \perp BC, \quad CD = \frac{1}{2}BC = 2,$$

$$\therefore AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = \sqrt{6^2 - 2^2} = 4\sqrt{2},$$

$$\because \triangle ADE \sim \triangle ACB,$$

$$\therefore \frac{AC}{AD} = \frac{BC}{ED},$$

$$\therefore ED = \frac{BC \cdot AD}{AC} = \frac{4 \times 4\sqrt{2}}{6} = \frac{8\sqrt{2}}{3},$$

$$\therefore FC = ED = \frac{8\sqrt{2}}{3}.$$

(2) 解: $\because$ 四边形 CDEF 是矩形,

$$\therefore \angle CDA + \angle ADE = 90^\circ,$$

$$\because \angle BAC = \angle DAE, \quad AB = AC, \quad AD = AE,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ADE,$$

$$\therefore \angle ABC + \angle CDA = 90^\circ,$$

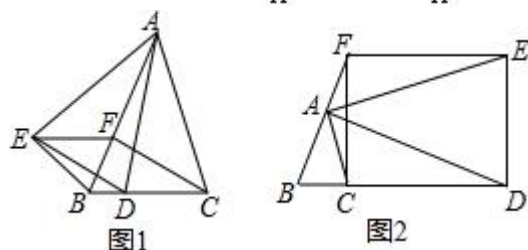
$$\therefore \angle BAD = \angle BCF = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle FBC \sim \triangle DBA,$$

$$\therefore \frac{FB}{BD} = \frac{BC}{AB},$$

$$\because AB = AC,$$

$$\begin{aligned}
&\therefore \angle ABC = \angle ACB, \\
&\therefore \angle ABC + \angle BFC = 90^\circ, \quad \angle ACB + \angle ACF = 90^\circ, \\
&\therefore \angle ACF = \angle AFC, \\
&\therefore AF = AC, \\
&\therefore FB = 2AC = 2m, \\
&\therefore \frac{2m-n}{BD} = \frac{n}{m}, \quad BD = \frac{2m^2}{n}, \\
&\therefore CD = BD - BC = \frac{2m^2}{n} - n = \frac{2m^2 - n^2}{n}.
\end{aligned}$$



【点评】 本题考查四边形综合题、全等三角形的判定和性质、相似三角形的判定和性质等知识，解题的关键是正确寻找全等三角形或相似三角形解决问题，属于中考压轴题.

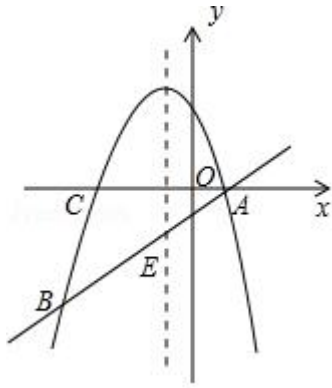
24. (12 分) 如图，抛物线 $y = a(x+1)^2 + 4$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于 A , C 两点，与直线 $y = x - 1$ 交于 A , B 两点，直线 AB 与抛物线的对称轴交于点 E .

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 若点 P 在直线 AB 上方的抛物线上运动.

①点 P 在什么位置时， $\triangle ABP$ 的面积最大，求出此时点 P 的坐标;

②当点 P 与点 C 重合时，连接 PE ，将 $\triangle PEB$ 补成矩形，使 $\triangle PEB$ 上的两个顶点成为矩形一边的两个顶点，第三个顶点落在矩形这一边的对边上，求出矩形未知顶点的坐标.



【考点】HF：二次函数综合题.

【分析】(1) 先确定出点 A 的坐标，进而用待定系数法求出抛物线解析式；

(2) 先确定出点 B 的坐标，①设点 P (m , $-m^2 - 2m + 3$), 得出 $PG = -m^2 - 3m + 4$, 利用三角形的面积公式建立函数关系式即可得出结论；

②先确定出点 E 的坐标，进而判断出 $\triangle BPE$ 是直角三角形，即可作出图形，利用两直线的交点坐标的求法即可得出结论.

【解答】解：(1) $\because$ 点 A 是直线 $y = x - 1$ 与 x 轴的交点，

$$\therefore A(1, 0),$$

$$\because \text{过点 } A(1, 0) \text{ 在 } y = a(x+1)^2 + 4,$$

$$\therefore a(1+1)^2 + 4 = 0,$$

$$\therefore a = -1,$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为 } y = -(x+1)^2 + 4 = -x^2 - 2x + 3$$

$$(2) \text{ 由题意知, } \begin{cases} y = x - 1 \\ y = -x^2 - 2x + 3 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases} \text{ (是点 A 的纵横坐标) 或 } \begin{cases} x = -4 \\ y = -5 \end{cases},$$

$$\therefore B(-4, -5),$$

①如图，设点 P (m , $-m^2 - 2m + 3$),

过点 P 作 $PG \parallel y$ 轴交 AB 于 G,

$$\therefore G(m, m-1),$$

$$\therefore PG = -m^2 - 2m + 3 - (m-1) = -m^2 - 3m + 4,$$

$$\begin{aligned}\therefore S_{\triangle ABP} &= S_{\triangle PBG} + S_{\triangle PAG} = \frac{1}{2} PG \times (x_A - x_B) \\ &= \frac{1}{2} (-m^2 - 3m + 4)(1+4) = -\frac{5}{2} \left(m + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{125}{8},\end{aligned}$$

当 $m = -\frac{3}{2}$ 时, $S_{\triangle ABP}$ 最大, 为 $\frac{125}{8}$, 此时点 P $\left(-\frac{3}{2}, \frac{15}{4}\right)$;

②方法 1、由 (1) 知, 抛物线的解析式为 $y = -x^2 - 2x + 3$,

$$\therefore C(-3, 0) \text{ 抛物线的对称轴为直线 } x = -1,$$

$\therefore$ 点 E 在直线 $y = x - 1$ 上,

$$\therefore E(-1, -2),$$

$\therefore$ 点 P 与点 C 重合,

$$\therefore P(-3, 0),$$

$$\therefore B(-4, -5),$$

$$\therefore PE^2 = 8, BE^2 = 18, BP^2 = 26,$$

$$\therefore PE^2 + BE^2 = BP^2,$$

$\therefore \triangle BPE$ 是直角三角形, 且 $\angle BEP = 90^\circ$,

$$\therefore C(-3, 0), E(-1, -2),$$

$\therefore$ 直线 CE 的解析式为 $y = -x - 3$,

$\therefore \triangle PEB$ 上的两个顶点成为矩形一边的两个顶点, 第三个顶点落在矩形这一边的对边上,

$\therefore$ I、作出如图 1 所示的矩形 BECD (以 BE 为矩形的一边),

$$\therefore AB \parallel CD, BD \parallel CE,$$

$$\therefore B(-4, -5),$$

$$\therefore \text{直线 } BD \text{ 的解析式为 } y = -x - 9 \text{ ①},$$

$$\therefore \text{直线 } AB \text{ 的解析式为 } y = x - 1, \text{ 且 } AB \parallel CD,$$

$$\therefore \text{直线 } CD \text{ 的解析式为 } y = x + 3 \text{ ②},$$

$$\text{联立①②解得, } \begin{cases} x = -6 \\ y = -3 \end{cases},$$

$$\therefore D(-6, -3),$$

即：矩形未知顶点的坐标 $(-6, -3)$ 。

II、以 BP 为矩形的一边，如图 1 所示的矩形 BD'F'P，

$$\therefore P(-3, 0), B(-4, -5), \therefore \text{直线 } BP \text{ 的解析式为 } y = 5x + 15,$$

$$\therefore D'F' \parallel BP, E(-1, -2), \therefore D'F' \text{ 的解析式为 } y = 5x + 3 \text{ ③},$$

$$\therefore PF' \perp D'F', \text{ 且 } P(-3, 0), \therefore PF' \text{ 的解析式为 } y = -\frac{1}{5}x - \frac{3}{5} \text{ ④},$$

$$\text{联立③④解得, } \begin{cases} x = -\frac{9}{13} \\ y = \frac{6}{13} \end{cases},$$

$$\therefore F'(-\frac{9}{13}, \frac{6}{13}),$$

$$\text{同理: } D'(-\frac{22}{13}, -\frac{71}{13});$$

方法 2、I、由 (1) 知，抛物线的解析式为 $y = -x^2 - 2x + 3$,

$$\therefore C(-3, 0) \text{ 抛物线的对称轴为直线 } x = -1,$$

$$\therefore \text{点 } E \text{ 在直线 } y = x - 1 \text{ 上},$$

$$\therefore E(-1, -2),$$

$$\therefore \text{四边形 } BDCE \text{ 是矩形, } \therefore C(-3, 0),$$

$\therefore$ 点 C 看作点 E 平移得到，向左平移 2 个单位，再向上平移 2 个单位，

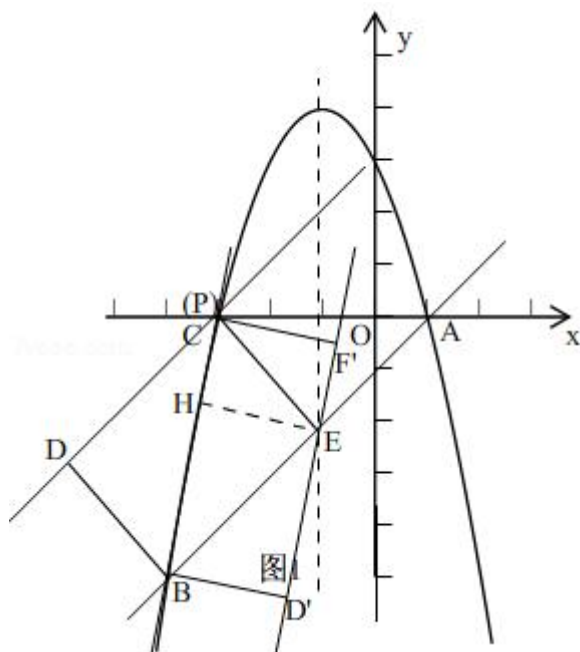
$$\therefore D \quad (-6, -3),$$
$$\therefore P (-3, 0), B (-4, -5),$$
$$\therefore D'F' \parallel BP, \quad E(-1, -2),$$
$$\therefore PF' \perp D'F', \text{ 且 } P(-3, 0),$$

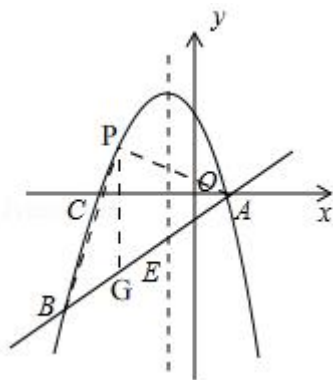
∴PF'的解析式为 $y = -\frac{1}{5}x - \frac{3}{5}$ ④,

联立③④解得, $\begin{cases} x = -\frac{9}{13} \\ y = \frac{6}{13} \end{cases}$,

$$\therefore F' \left(-\frac{9}{13}, -\frac{6}{13} \right),$$

同理: $D'(-\frac{22}{13}, -\frac{71}{13})$;





【点评】此题是二次函数综合题，主要考查了待定系数法，矩形的性质，直角三角形的判定，解（1）的关键是求出点 A 坐标，解（2）的关键是判断出 $\triangle BPE$ 是直角三角形，是一道中等难度的中考常考题.