

2017 年四川省自贡市中考数学试卷

一.选择题（共 12 个小题，每小题 4 分，共 48 分；在每题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1.（4 分）计算 $(-1)^{2017}$ 的结果是（ ）

- A. -1 B. 1 C. -2017 D. 2017

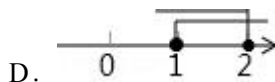
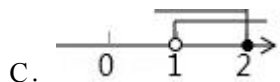
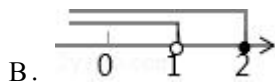
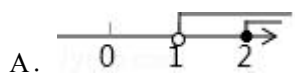
2.（4 分）下列成语描述的事件为随机事件的是（ ）

- A. 水涨船高 B. 守株待兔 C. 水中捞月 D. 缘木求鱼

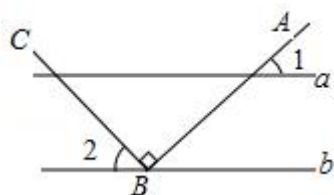
3.（4 分）380 亿用科学记数法表示为（ ）

- A. 38×10^9 B. 0.38×10^{13} C. 3.8×10^{11} D. 3.8×10^{10}

4.（4 分）不等式组 $\begin{cases} x+1 > 2 \\ 3x-4 \leq 2 \end{cases}$ 的解集表示在数轴上正确的是（ ）

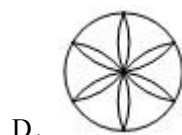
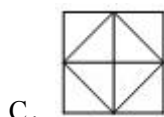
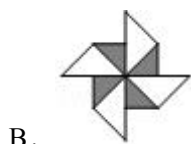


5.（4 分）如图， $a \parallel b$ ，点 B 在直线 b 上，且 $AB \perp BC$ ， $\angle 1 = 35^\circ$ ，那么 $\angle 2 =$ （ ）



- A. 45° B. 50° C. 55° D. 60°

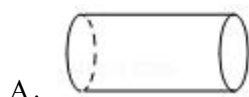
6.（4 分）下列图形中，是轴对称图形，但不是中心对称图形的是（ ）



7.（4 分）对于一组统计数据 3, 3, 6, 5, 3. 下列说法错误的是（ ）

- A. 众数是 3 B. 平均数是 4 C. 方差是 1.6 D. 中位数是 6

8.（4 分）下面是几何体中，主视图是矩形的（ ）



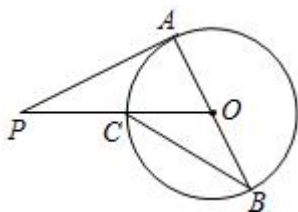


9. (4分) 下列四个命题中, 其正确命题的个数是 ()

- ①若 $a > b$, 则 $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$; ②垂直于弦的直径平分弦; ③平行四边形的对角线互相平分; ④反比例函数 $y = \frac{k}{x}$, 当 $k < 0$ 时, y 随 x 的增大而增大.

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

10. (4分) AB 是 $\odot O$ 的直径, PA 切 $\odot O$ 于点 A , PO 交 $\odot O$ 于点 C ; 连接 BC , 若 $\angle P = 40^\circ$, 则 $\angle B$ 等于 ()



A. 20° B. 25° C. 30° D. 40°

11. (4分) 填在下面各正方形中四个数之间都有相同的规律, 根据这种规律 m 的值为 ()

1	5
3	14

3	7
5	32

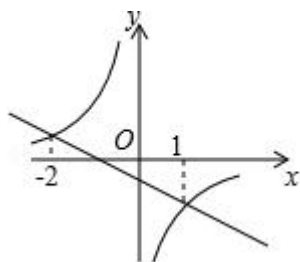
5	9
7	58

.....

11	
	m

A. 180 B. 182 C. 184 D. 186

12. (4分) 一次函数 $y_1 = k_1x + b$ 和反比例函数 $y_2 = \frac{k_2}{x}$ ($k_1 \cdot k_2 \neq 0$) 的图象如图所示, 若 $y_1 > y_2$, 则 x 的取值范围是 ()



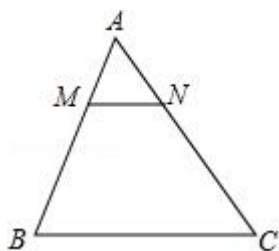
A. $-2 < x < 0$ 或 $x > 1$ B. $-2 < x < 1$
C. $x < -2$ 或 $x > 1$ D. $x < -2$ 或 $0 < x < 1$

二、填空题 (共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分)

13. (4分) 计算 $(-\frac{1}{2})^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. (4分) 在 $\triangle ABC$ 中, $MN \parallel BC$ 分别交 AB , AC 于点 M , N ; 若 $AM = 1$, $MB = 2$, $BC =$

3, 则 MN 的长为_____.

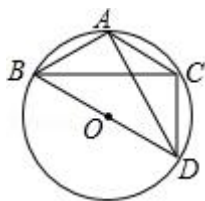


15. (4分) 我国明代数学家程大位的名著《直接算法统宗》里有一道著名算题:

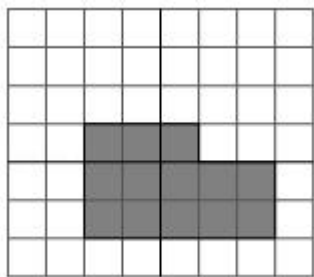
“一百馒头一百僧，大僧三个更无争，小僧三人分一个，大小和尚各几丁？”意思是：有 100 个和尚分 100 个馒头，正好分完；如果大和尚一人分 3 个，小和尚 3 人分一个，试问大、小和尚各几人？设大、小和尚各有 x, y 人，则可以列方程组_____.

16. (4分) 圆锥的底面周长为 $6\pi\text{cm}$ ，高为 4cm ，则该圆锥的全面积是_____；侧面展开扇形的圆心角是_____.

17. (4分) 如图，等腰 $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ，已知 $AB = AC$ ， $\angle ABC = 30^\circ$ ， BD 是 $\odot O$ 的直径，如果 $CD = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ ，则 $AD =$ _____.



18. (4分) 如图，13 个边长为 1 的小正方形，排列形式如图，把它们分割，使分割后能拼成一个大正方形. 请在如图所示的网格中 (网格的边长为 1) 中，用直尺作出这个大正方形.



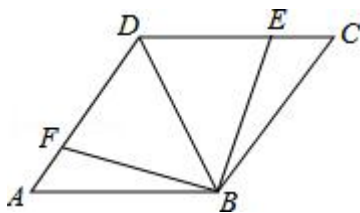
三、解答题 (共 8 个题，共 78 分)

19. (8分) 计算: $4\sin 45^\circ + |-2| - \sqrt{8} + (\frac{1}{3})^0$.

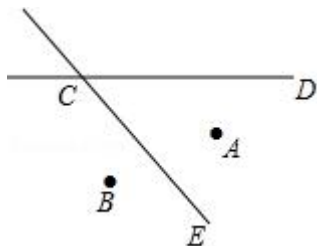
20. (8分) 先化简，再求值: $(a + \frac{1}{a+2}) \div \frac{a^2-1}{a+2}$ ，其中 $a = 2$.

21. (8分) 如图，点 E, F 分别在菱形 $ABCD$ 的边 DC, DA 上，且 $CE = AF$.

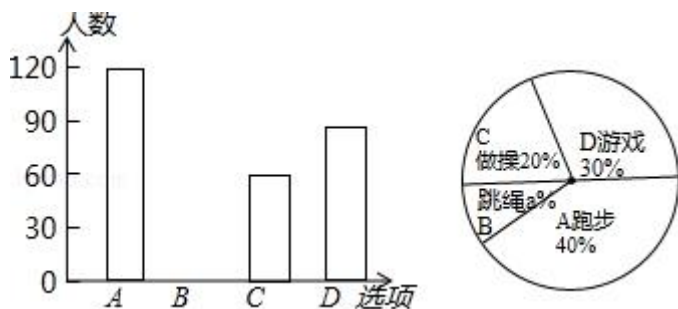
求证: $\angle ABF = \angle CBE$.



22. (8 分) 两个城镇 A, B 与一条公路 CD , 一条河流 CE 的位置如图所示, 某人要修建一避暑山庄, 要求该山庄到 A, B 的距离必须相等, 到 CD 和 CE 的距离也必须相等, 且在 $\angle DCE$ 的内部, 请画出该山庄的位置 P . (不要求写作法, 保留作图痕迹.)



23. (10 分) 某校在一次大课间活动中, 采用了四种活动形式: A 、跑步, B 、跳绳, C 、做操, D 、游戏. 全校学生都选择了一种形式参与活动, 小杰对同学们选用的活动形式进行了随机抽样调查, 根据调查统计结果, 绘制了不完整的统计图.

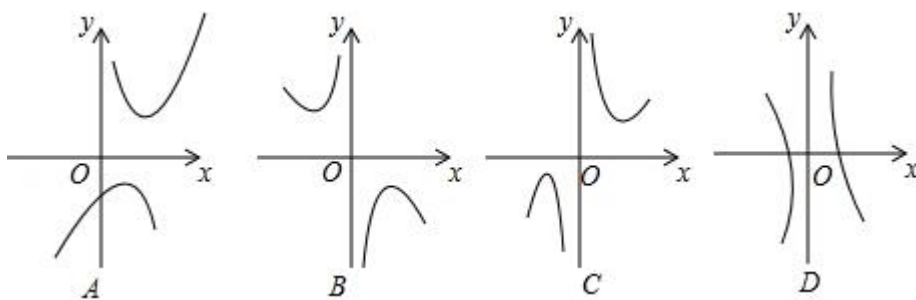


请结合统计图, 回答下列问题:

- (1) 本次调查学生共_____人, $a =$ _____, 并将条形图补充完整;
- (2) 如果该校有学生 2000 人, 请你估计该校选择“跑步”这种活动的学生约有多少人?
- (3) 学校让每班在 A, B, C, D 四种活动形式中, 随机抽取两种开展活动, 请用树状图或列表的方法, 求每班抽取的两种形式恰好是“跑步”和“跳绳”的概率.

24. (10 分) 【探究函数 $y = x + \frac{4}{x}$ 的图象与性质】

- (1) 函数 $y = x + \frac{4}{x}$ 的自变量 x 的取值范围是_____;
- (2) 下列四个函数图象中函数 $y = x + \frac{4}{x}$ 的图象大致是_____;



(3) 对于函数 $y = x + \frac{4}{x}$, 求当 $x > 0$ 时, y 的取值范围.

请将下列的求解过程补充完整.

解: $\because x > 0$

$$\therefore y = x + \frac{4}{x} = (\sqrt{x})^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^2 = \left(\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^2 + \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\because \left(\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^2 \geq 0$$

$$\therefore y \geq \underline{\hspace{2cm}}.$$

[拓展运用]

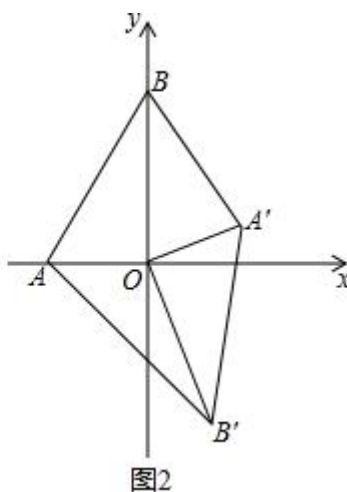
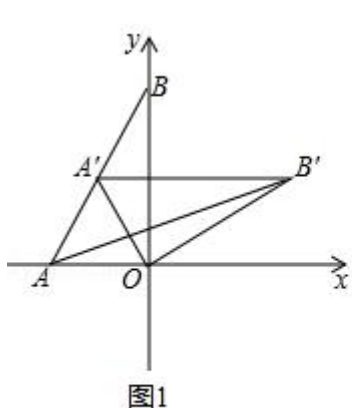
(4) 若函数 $y = \frac{x^2 - 5x + 9}{x}$, 则 y 的取值范围 $\underline{\hspace{2cm}}$.

25. (12分) 如图1, 在平面直角坐标系, O 为坐标原点, 点 $A(-1, 0)$, 点 $B(0, \sqrt{3})$.

(1) 求 $\angle BAO$ 的度数;

(2) 如图1, 将 $\triangle AOB$ 绕点 O 顺时针旋转得 $\triangle A'OB'$, 当 A' 恰好落在 AB 边上时, 设 $\triangle AB'O$ 的面积为 S_1 , $\triangle BA'O$ 的面积为 S_2 , S_1 与 S_2 有何关系? 为什么?

(3) 若将 $\triangle AOB$ 绕点 O 顺时针旋转到如图2所示的位置, S_1 与 S_2 的关系发生变化了吗? 证明你的判断.



26. (14分) 抛物线 $y = 4x^2 - 2ax + b$ 与 x 轴相交于 $A(x_1, 0)$, $B(x_2, 0)$ ($0 < x_1 < x_2$) 两点,

与 y 轴交于点 C .

(1) 设 $AB = 2$, $\tan \angle ABC = 4$, 求该抛物线的解析式;

(2) 在 (1) 中, 若点 D 为直线 BC 下方抛物线上一动点, 当 $\triangle BCD$ 的面积最大时, 求点 D 的坐标;

(3) 是否存在整数 a, b 使得 $1 < x_1 < 2$ 和 $1 < x_2 < 2$ 同时成立, 请证明你的结论.

2017 年四川省自贡市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一.选择题（共 12 个小题，每小题 4 分，共 48 分；在每题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 【分析】直接利用有理数的乘方性质得出答案．

【解答】解： $(-1)^{2017} = -1$ ，

故选：A．

【点评】本题主要考查了有理数的乘方，正确掌握： -1 的奇数次方为 -1 ， -1 的偶数次方为 1 是解题关键．

2. 【分析】根据必然事件、不可能事件、随机事件的概念进行解答即可．

【解答】解：水涨船高是必然事件，A 不正确；

守株待兔是随机事件，B 正确；

水中捞月是不可能事件，C 不正确

缘木求鱼是不可能事件，D 不正确；

故选：B．

【点评】本题考查的是必然事件、不可能事件、随机事件的概念．必然事件指在一定条件下一定发生的事件．不可能事件是指在一定条件下，一定不发生的事件．不确定事件即随机事件是指在一定条件下，可能发生也可能不发生的事件．

3. 【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数．确定 n 的值是易错点，由于 380 亿有 11 位，所以可以确定 $n = 11 - 1 = 10$ ．

【解答】解：380 亿 $= 38\,000\,000\,000 = 3.8 \times 10^{10}$ ．

故选：D．

【点评】此题考查科学记数法表示较大的数的方法，准确确定 n 值是关键．

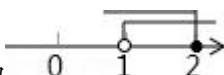
4. 【分析】首先分别解出两个不等式的解集，然后根据大小小大中间找确定解集，再利用数轴画出解集即可．

【解答】解：
$$\begin{cases} x+1 > 2 & \text{①} \\ 3x-4 \leq 2 & \text{②} \end{cases}$$

解①得： $x > 1$ ，

解②得： $x \leq 2$ ，

不等式组的解集为： $1 < x \leq 2$ ，

在数轴上表示为  ,
 故选: C.

【点评】此题主要考查了解一元一次不等式组, 以及把每个不等式的解集在数轴上表示出来 ($>$, $\geq$ 向右画; $<$, $\leq$ 向左画), 在表示解集时 “ $\geq$ ”, “ $\leq$ ” 要用实心圆点表示; “ $<$ ”, “ $>$ ” 要用空心圆点表示.

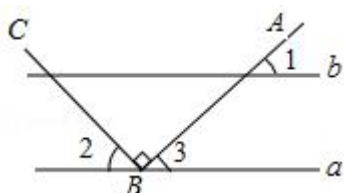
5. 【分析】先根据 $\angle 1 = 35^\circ$, $a \parallel b$ 求出 $\angle 3$ 的度数, 再由 $AB \perp BC$ 即可得出答案.

【解答】解: $\because a \parallel b$, $\angle 1 = 35^\circ$,
 $\therefore \angle 3 = \angle 1 = 35^\circ$.

$\because AB \perp BC$,

$\therefore \angle 2 = 90^\circ - \angle 3 = 55^\circ$.

故选: C.



【点评】本题考查的是平行线的性质、垂线的性质, 熟练掌握垂线的性质和平行线的性质是解决问题的关键.

6. 【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

【解答】解: A、是轴对称图形, 不是中心对称图形, 符合题意;

B、不是轴对称图形, 是中心对称图形, 不合题意;

C、是轴对称图形, 也是中心对称图形, 不合题意;

D、是轴对称图形, 也是中心对称图形, 不合题意.

故选: A.

【点评】此题主要考查了中心对称图形与轴对称图形的概念. 轴对称图形的关键是寻找对称轴, 图形两部分折叠后可重合, 中心对称图形是要寻找对称中心, 旋转 180° 后两部分重合.

7. 【分析】找中位数要把数据按从小到大的顺序排列, 位于最中间的一个数或两个数的平均数为中位数; 众数是一组数据中出现次数最多的数据, 注意众数可以不止一个, 利用平均数和方差的定义可分别求出.

【解答】解: A、这组数据中 3 都出现了 3 次, 出现的次数最多, 所以这组数据的众数为

3, 此选项正确;

B、由平均数公式求得这组数据的平均数为 4, 故此选项正确;

C、 $S^2 = \frac{1}{5}[(3-4)^2 + (3-4)^2 + (6-4)^2 + (5-4)^2 + (3-4)^2] = 1.6$, 故此选项正确;

D、将这组数据按从大到小的顺序排列, 第 3 个数是 3, 故中位数为 3, 故此选项错误;

故选: D.

【点评】 本题考查了统计学中的平均数, 众数, 中位数与方差的定义. 解答这类题学生常常对中位数的计算方法掌握不好而错选.

8. **【分析】** 先得到相应的几何体, 找到从正面看所得到的图形即可.

【解答】 解: A、圆柱的主视图为矩形, 符合题意;

B、球体的主视图为圆, 不合题意;

C、圆锥的主视图为三角形, 不合题意;

D、圆台的主视图为等腰梯形, 不合题意.

故选: A.

【点评】 本题考查了三视图的知识, 主视图是从物体的正面看得到的视图.

9. **【分析】** 根据不等式的性质、垂径定理、平行四边形的性质、反比例函数的性质进行判断即可.

【解答】 解: ①若 $a > b$, 则 $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$; 不正确;

②垂直于弦的直径平分弦; 正确;

③平行四边形的对角线互相平分; 正确;

④反比例函数 $y = \frac{k}{x}$, 当 $k < 0$ 时, y 随 x 的增大而增大; 不正确.

其中正确命题的个数为 2 个,

故选: B.

【点评】 此题考查了命题的真假判断, 正确的命题叫真命题, 错误的命题叫做假命题. 判断命题的真假关键是要熟悉课本中的性质定理.

10. **【分析】** 由切线的性质得: $\angle PAB = 90^\circ$, 根据直角三角形的两锐角互余计算 $\angle POA = 50^\circ$, 最后利用同圆的半径相等得结论.

【解答】 解: $\because PA$ 切 $\odot O$ 于点 A ,

$\therefore \angle PAB = 90^\circ$,

$\therefore \angle P = 40^\circ$,

$$\therefore \angle POA = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ,$$

$$\because OC = OB,$$

$$\therefore \angle B = \angle BCO = 25^\circ,$$

故选：B.

【点评】本题考查了切线的性质、等腰三角形的性质，属于常考题型，熟练掌握圆的切线垂直于过切点的半径是关键.

11. 【分析】利用已知数据的规律进而得出最后表格中数据，进而利用数据之间关系得出 m 的值.

【解答】解：由前面数字关系：1, 3, 5; 3, 5, 7; 5, 7, 9,

可得最后一个三个数分别为：11, 13, 15,

$$\because 3 \times 5 - 1 = 14,;$$

$$5 \times 7 - 3 = 32;$$

$$7 \times 9 - 5 = 58;$$

$$\therefore m = 13 \times 15 - 11 = 184.$$

故选：C.

【点评】此题主要考查了数字变化规律，正确得出表格中数据是解题关键.

12. 【分析】直接利用两函数图象的交点横坐标得出 $y_1 > y_2$ 时， x 的取值范围.

【解答】解：如图所示：

若 $y_1 > y_2$ ，则 x 的取值范围是： $x < -2$ 或 $0 < x < 1$.

故选：D.

【点评】此题主要考查了反比例函数与一次函数的交点，正确利用函数图象分析是解题关键.

二、填空题（共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

13. 【分析】根据幂的负整数指数运算法则进行计算即可.

$$\text{【解答】解：原式} = \frac{1}{-\frac{1}{2}} = -2,$$

故答案为 -2.

【点评】本题主要考查了负整数指数幂的运算，先把底数化成其倒数，然后将负整数指数幂当成正的进行计算，比较简单.

14. 【分析】根据相似三角形的判定和性质即可得到结论.

【解答】解：∵ $MN \parallel BC$,

∴ $\triangle AMN \sim \triangle ABC$,

$$\therefore \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}, \text{ 即 } \frac{1}{1+2} = \frac{MN}{3},$$

∴ $MN = 1$,

故答案为：1.

【点评】本题考查了相似三角形的判定和性质，熟练掌握相似三角形的判定和性质是解题的关键.

15. 【分析】分别利用大、小和尚一共 100 人以及馒头大和尚一人分 3 个，小和尚 3 人分一个，馒头一共 100 个分别得出等式得出答案.

【解答】解：设大、小和尚各有 x, y 人，则可以列方程组：

$$\begin{cases} 3x + \frac{1}{3}y = 100 \\ x + y = 100 \end{cases}.$$

故答案为：
$$\begin{cases} 3x + \frac{1}{3}y = 100 \\ x + y = 100 \end{cases}.$$

【点评】此题主要考查了由实际问题抽象出二元一次方程组，正确得出等量关系是解题关键.

16. 【分析】根据底面周长可求得底面半径，由勾股定理求出母线长（扇形的半径），进而可求得圆锥的全面积，根据扇形的弧长公式求出侧面展开扇形的圆心角度数即可.

【解答】解：设圆锥的底面半径为 r ，母线长为 R ，侧面展开扇形的圆心角为 n° ；

∵ 圆锥的底面周长为 $2\pi r = 6\pi \text{ cm}$,

∴ $r = 3$,

∵ 圆锥的高为 4 cm ,

$$\therefore R = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 (\text{cm}),$$

$$\therefore \text{圆锥的全面积} = \text{底面积} + \text{侧面积} = \pi \times 3^2 + \frac{1}{2} \times 6\pi \times 5 = 24\pi (\text{cm}^2),$$

$$\therefore \text{侧面展开扇形的弧长 } l = \text{底面周长} = 6\pi = \frac{n\pi R}{180},$$

$$\therefore n = \frac{180 \times 6\pi}{\pi \times 5} = 216,$$

即侧面展开扇形的圆心角是 216° ；

故答案为： $24\pi \text{ cm}^2$, 216° .

【点评】 本题考查了圆锥的计算、勾股定理、弧长公式；解决本题的关键是根据底面周长得到圆锥的底面半径和母线长．

17. 【分析】 只要证明 $AD = BC$ ，在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中求出 BC 即可解决问题．

【解答】 解： $\because AB = AC$ ，

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB = \angle ADB = 30^\circ ,$$

$\because BD$ 是直径，

$$\therefore \angle BAD = 90^\circ , \quad \angle ABD = 60^\circ ,$$

$$\therefore \angle CBD = \angle ABD - \angle ABC = 30^\circ ,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle CBD,$$

$$\therefore \widehat{AC} = \widehat{CD} = \widehat{AB},$$

$$\therefore \widehat{CB} = \widehat{AD},$$

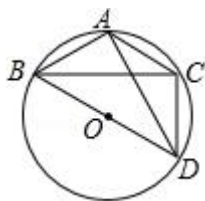
$$\therefore AD = CB,$$

$$\because \angle BCD = 90^\circ ,$$

$$\therefore BC = CD \cdot \tan 60^\circ = \frac{4\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{3} = 4,$$

$$\therefore AD = BC = 4.$$

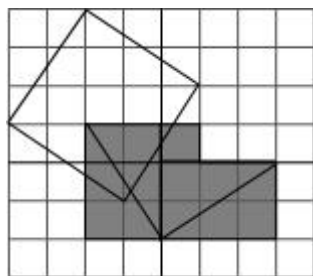
故答案为 4．



【点评】 本题考查圆周角定理、等腰三角形的性质、含 30 度的直角三角形的性质等知识，解题的关键是学会用转化的思想思考问题，属于中考常考题型．

18. 【分析】 直接根据阴影部分面积得出正方形边长，进而得出答案．

【解答】 解： 如图所示：所画正方形即为所求．



【点评】 此题主要考查了应用设计与作图，正确得出正方形边长是解题关键．

三、解答题（共 8 个题，共 78 分）

19. 【分析】 直接利用特殊角的三角函数值以及结合零指数幂的性质分别化简得出答案.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解: } & 4\sin 45^\circ + |-2| - \sqrt{8} + \left(\frac{1}{3}\right)^0 \\ &= 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 2 - 2\sqrt{2} + 1 \\ &= 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 3 \\ &= 3. \end{aligned}$$

【点评】 此题主要考查了实数运算，正确化简各数是解题关键.

20. 【分析】 原式括号中两项通分并利用同分母分式的加法法则计算，同时利用除法法则变形，约分即可得到结果.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解: } & \left(a + \frac{1}{a+2}\right) \div \frac{a^2-1}{a+2}, \\ &= \left(\frac{a}{1} + \frac{1}{a+2}\right) \div \frac{(a-1)(a+1)}{a+2}, \\ &= \left[\frac{a(a+2)}{a+2} + \frac{1}{a+2}\right] \cdot \frac{a+2}{(a-1)(a+1)}, \\ &= \frac{a^2+2a+1}{a+2} \cdot \frac{a+2}{(a-1)(a+1)}, \\ &= \frac{(a+1)^2}{a+2} \cdot \frac{a+2}{(a-1)(a+1)}, \\ &= \frac{a+1}{a-1}. \end{aligned}$$

$$\text{当 } a=2 \text{ 时, 原式} = \frac{2+1}{2-1} = 3.$$

【点评】 此题考查了分式的混合运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

21. 【分析】 根据菱形的性质可得 $AB=BC$ ， $\angle A=\angle C$ ，再证明 $\triangle ABF \cong \triangle CBE$ ，根据全等三角形的性质可得结论.

【解答】 证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$$\therefore AB=BC, \angle A=\angle C,$$

$$\therefore \text{在 } \triangle ABF \text{ 和 } \triangle CBE \text{ 中, } \begin{cases} AF=CE \\ \angle A=\angle C \\ AB=CB \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABF \cong \triangle CBE \text{ (SAS),}$$

$$\therefore \angle ABF = \angle CBE.$$

【点评】 此题主要考查了菱形的性质以及全等三角形的判定与性质，熟练掌握菱形的性质，证明三角形全等是解决问题的关键.

22. 【分析】根据角平分线的性质可知：到 CD 和 CE 的距离相等的点在 $\angle ECD$ 的平分线上，
所以第一步作： $\angle ECD$ 的平分线 CF ；

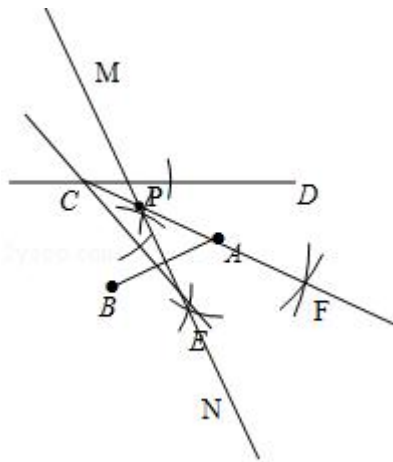
根据中垂线的性质可知：到 A, B 的距离相等的点在 AB 的中垂线上，所以第二步：作线段 AB 的中垂线 MN ，

其交点就是 P 点．

【解答】解：作法：①作 $\angle ECD$ 的平分线 CF ，

②作线段 AB 的中垂线 MN ，

③ MN 与 CF 交于点 P ，则 P 就是山庄的位置．



【点评】本题考查了应用与设计作图，主要利用了线段垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等，角平分线上的点到角的两边距离相等的性质，熟练掌握线段垂直平分线的作法，角平分线的作法是解题的关键．

23. 【分析】（1）用 A 类学生数除以它所占的百分比即可得到总人数，再用 1 分别减去 A 、 C 、 D 类的百分比即可得到 a 的值，然后用 $a\%$ 乘以总人数得到 B 类人数，再补全条形统计图；

（2）用 2000 乘以 A 类的百分比即可．

（3）画树状图展示所有 12 种等可能的结果数，再找出每班所抽到的两种方式恰好是“跑步”和“跳绳”的结果数，然后根据概率公式求解．

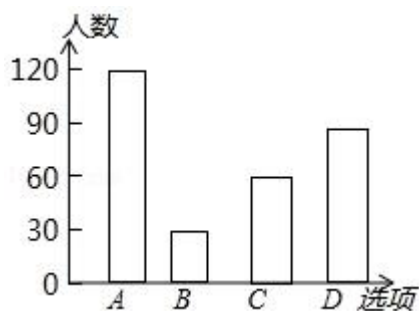
【解答】解：（1） $120 \div 40\% = 300$ ，

$$a\% = 1 - 40\% - 30\% - 20\% = 10\%,$$

$$\therefore a = 10,$$

$$10\% \times 300 = 30,$$

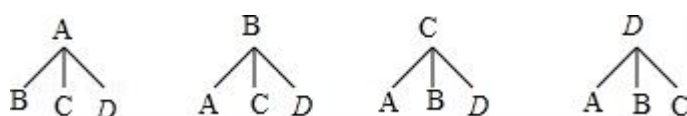
故答案为：300，10；图形如下：



(2) $2000 \times 40\% = 800$ (人),

答: 估计该校选择“跑步”这种活动的学生约有 800 人;

(3) 画树状图为:



共有 12 种等可能的结果数, 其中每班所抽到的两项方式恰好是“跑步”和“跳绳”的结果数为 2,

所以每班所抽到的两项方式恰好是“跑步”和“跳绳”的概率 $= \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

【点评】 本题考查的是统计图的综合运用, 读懂统计图, 从统计图中得到必要的信息是解决问题的关键.

24. **【分析】** 根据反比例函数的性质, 一次函数的性质, 二次函数的性质解答即可.

【解答】 解: (1) 函数 $y = x + \frac{4}{x}$ 的自变量 x 的取值范围是 $x \neq 0$;

(2) 函数 $y = x + \frac{4}{x}$ 的图象大致是 C;

(3) 解: $\because x > 0$

$$\therefore y = x + \frac{4}{x} = (\sqrt{x})^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^2 = \left(\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^2 + 4$$

$$\because \left(\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^2 \geq 0$$

$$\therefore y \geq 4.$$

$$(4) \text{①当 } x > 0, y = \frac{x^2 - 5x + 9}{x} = x + \frac{9}{x} - 5 = \left(\sqrt{x}\right)^2 + \left(\frac{3}{\sqrt{x}}\right)^2 - 5 = \left(\sqrt{x} - \frac{3}{\sqrt{x}}\right)^2 + 1$$

$$\because \left(\sqrt{x} - \frac{3}{\sqrt{x}}\right)^2 \geq 0,$$

$$\therefore y \geq 1.$$

$$\textcircled{2} x < 0, y = \frac{x^2 - 5x + 9}{x} = x + \frac{9}{x} - 5 = - \left[(\sqrt{-x})^2 + \left(\frac{3}{\sqrt{-x}} \right)^2 + 5 \right] = - \left(\sqrt{-x} - \frac{3}{\sqrt{-x}} \right)^2 -$$

$$11 =$$

$$\because - \left(\sqrt{-x} - \frac{3}{\sqrt{-x}} \right)^2 \leq 0,$$

$$\therefore y \leq -11.$$

故答案为: $x \neq 0$, C , 4 , 4 , $y \geq 1$ 或 $y \leq -11$,

【点评】 本题考查了反比例函数的性质, 一次函数的性质, 二次函数的性质, 熟记函数的性质是解题的关键.

25. **【分析】** (1) 先求出 OA , OB , 再用锐角三角函数即可得出结论;

(2) 根据等边三角形的性质可得 $AO = AA'$, 再根据直角三角形 30° 角所对的直角边等于斜边的一半求出 $AO = \frac{1}{2}AB$, 然后求出 $AO = OA'$, 再根据等边三角形的性质求出点 O 到 AB 的距离等于点 A' 到 AO 的距离, 然后根据等底等高的三角形的面积相等解答;

(3) 方法 1、根据旋转的性质可得 $BO = OB'$, $AA' = OA'$, 再求出 $\angle AON = \angle A'OM$, 然后利用“角角边”证明 $\triangle AON$ 和 $\triangle A'OM$ 全等, 根据全等三角形对应边相等可得 $AN = A'M$, 然后利用等底等高的三角形的面积相等证明.

方法 2、利用三角形的中线判断出 $S_{\triangle AOB'} = S_{\triangle B'OC}$, 再判断出 $\triangle A'OB \cong \triangle COB'$, 即 $S_{\triangle A'OB} = S_{\triangle COB'}$, 即可.

【解答】 解: (1) $\because A(-1, 0)$, $B(0, \sqrt{3})$,

$$\therefore OA = 1, OB = \sqrt{3},$$

$$\text{在 Rt}\triangle AOB \text{ 中, } \tan \angle BAO = \frac{OB}{OA} = \sqrt{3},$$

$$\therefore \angle BAO = 60^\circ;$$

$$(2) \because \angle BAO = 60^\circ, \angle AOB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABO = 30^\circ,$$

$$\therefore CA' = AC = \frac{1}{2}AB,$$

$$\therefore OA' = AA' = AO,$$

根据等边三角形的性质可得, $\triangle AOA'$ 的边 AO 、 AA' 上的高相等,

$\therefore \triangle BA'O$ 的面积和 $\triangle AB'O$ 的面积相等 (等底等高的三角形的面积相等),

即 $S_1 = S_2$,

(3) $S_1 = S_2$ 不发生变化;

方法 1、理由: 如图, 过点 A' 作 $A'M \perp OB$. 过点 A 作 $AN \perp OB'$ 交 $B'O$ 的延长线于 N ,

$\because \triangle A'B'O$ 是由 $\triangle ABO$ 绕点 O 旋转得到,

$\therefore BO = OB', AO = OA'$,

$\because \angle AON + \angle BON = 90^\circ$, $\angle A'OM + \angle BON = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$,

$\therefore \angle AON = \angle A'OM$,

在 $\triangle AON$ 和 $\triangle A'OM$ 中,
$$\begin{cases} \angle AON = \angle A'OM \\ \angle ONA = \angle OMA' \\ AO = A'O \end{cases}$$

$\therefore \triangle AON \cong \triangle A'OM$ (AAS),

$\therefore AN = A'M$,

$\therefore \triangle BOA'$ 的面积和 $\triangle AB'O$ 的面积相等 (等底等高的三角形的面积相等),

即 $S_1 = S_2$.

方法 2、如图 2,

在 x 轴正半轴上取一点 C , 使 $OC = OA$, 连接 $B'C$,

$\therefore S_{\triangle AOB'} = S_{\triangle B'OC}$,

由旋转知, $AO' = AO$, $BO = B'O$,

$\therefore OC = OA'$

$\because \angle BOC = \angle A'OB' = 90^\circ$,

$\therefore \angle A'OB = \angle COB'$,

$\therefore \triangle A'OB \cong \triangle COB'$,

$\therefore S_{\triangle A'OB} = S_{\triangle COB'}$,

$\therefore S_{\triangle A'OB} = S_{\triangle AOB'}$,

即 $S_1 = S_2$

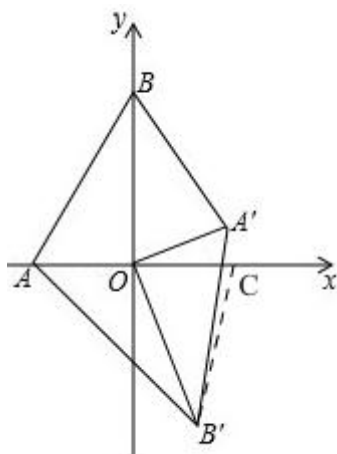
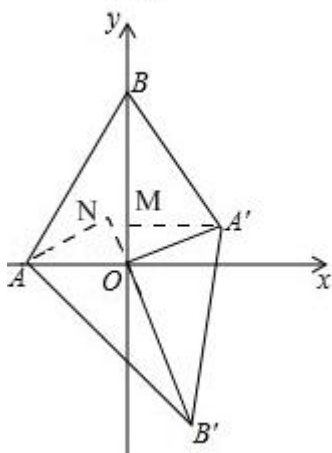


图2



【点评】此题是几何变换综合题，主要考查了全等三角形的判定与性质，锐角三角函数，三角形的面积计算公式，等边三角形的判定与性质，直角三角形 30° 角所对的直角边等于斜边的一半的性质的综合应用，熟练掌握等底等高的三角形的面积相等，以及全等三角形的面积相等是解题的关键．

26. 【分析】(1) 由 $\tan \angle ABC = 4$ ，可以假设 $B(m, 0)$ ，则 $A(m-2, 0)$ ， $C(0, 4m)$ ，可得抛物线的解析式为 $y = 4(x-m)(x-m+2)$ ，把 $C(0, 4m)$ 代入 $y = 4(x-m)(x-m+2)$ ，求出 m 的值即可解决问题；

(2) 设 $P(m, 4m^2 - 16m + 12)$ ，作 $PH \parallel OC$ 交 BC 于 H ，根据 $S_{\triangle PBC} = S_{\triangle PHC} + S_{\triangle PHB}$ 构建二次函数，利用二次函数的性质解决问题；

(3) 不存在．假设存在，由题意由题意可知，
$$\begin{cases} 4-2a+b > 0 \\ 16-4a+b > 0 \\ 4a^2-16b > 0 \end{cases}$$
 且 $1 < -\frac{-2a}{8} < 2$ ，首先求

出整数 a 的值，代入不等式组，解不等式组即可解决问题．

【解答】解：(1) $\because \tan \angle ABC = 4$

$\therefore$ 可以假设 $B(m, 0)$ ，则 $A(m-2, 0)$ ， $C(0, 4m)$ ，

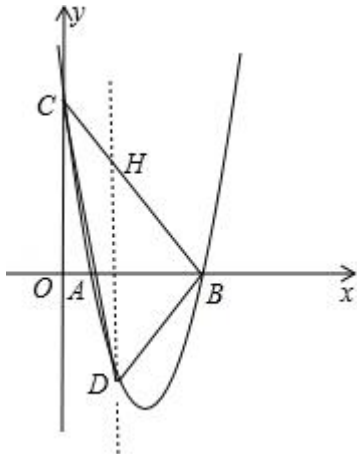
∴可以假设抛物线的解析式为 $y = 4(x - m)(x - m + 2)$,

把 $C(0, 4m)$ 代入 $y = 4(x - m)(x - m + 2)$, 得 $m = 3$,

∴抛物线的解析式为 $y = 4(x - 3)(x - 1)$,

∴ $y = 4x^2 - 16x + 12$,

(2) 如图, 设 $D(m, 4m^2 - 16m + 12)$. 作 $DH \parallel OC$ 交 BC 于 H .



∵ $B(3, 0)$, $C(0, 12)$,

∴直线 BC 的解析式为 $y = -4x + 12$,

∴ $H(m, -4m + 12)$,

$$\therefore S_{\triangle DBC} = S_{\triangle DHC} + S_{\triangle DHB} = \frac{1}{2} \cdot (-4m + 12 - 4m^2 + 16m - 12) \cdot 3 = -6\left(m - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{27}{2},$$

∵ $-6 < 0$,

∴ $m = \frac{3}{2}$ 时, $\triangle DBC$ 面积最大,

此时 $D\left(\frac{3}{2}, -3\right)$.

(3) 不存在.

理由: 假设存在. 由题意可知,

$$\begin{cases} 4 - 2a + b > 0 \\ 16 - 4a + b > 0 \text{ 且 } 1 < -\frac{-2a}{8} < 2, \\ 4a^2 - 16b > 0 \end{cases}$$

∴ $4 < a < 8$,

∵ a 是整数,

∴ $a = 5$ 或 6 或 7 ,

当 $a = 5$ 时，代入不等式组，不等式组无解.

当 $a = 6$ 时，代入不等式组，不等式组无解.

当 $a = 7$ 时，代入不等式组，不等式组无解.

综上所述，不存在整数 a, b ，使得 $1 < x_1 < 2$ 和 $1 < x_2 < 2$ 同时成立.

【点评】 本题考查二次函数综合题、待定系数法、三角形的面积，不等式组等整数，解题的关键是灵活运用待定系数法确定函数解析式，学会构建二次函数，利用二次函数的性质解决问题，学会利用不等式组解决问题，属于中考压轴题.