

2017 年四川省攀枝花市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

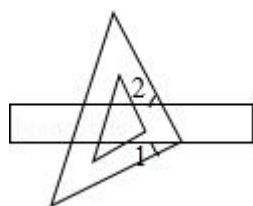
1. (3 分) 长城、故宫等是我国第一批成功入选世界遗产的文化古迹，长城总长约 6 700 000 米，将 6 700 000 用科学记数法表示应为 ()

A. 6.7×10^6 B. 6.7×10^{-6} C. 6.7×10^5 D. 0.67×10^7

2. (3 分) 下列计算正确的是 ()

A. $3^3=9$ B. $(a-b)^2=a^2-b^2$ C. $(a^3)^4=a^{12}$ D. $a^2 \cdot a^3=a^6$

3. (3 分) 如图，把一块含 45° 角的直角三角板的直角顶点放在直尺的一边上，如果 $\angle 1=33^\circ$ ，那么 $\angle 2$ 为 ()



A. 33° B. 57° C. 67° D. 60°

4. (3 分) 某篮球队 10 名队员的年龄如下表所示：则这 10 名队员年龄的众数和中位数分别是 ()

年龄 (岁)	18	19	20	21
人数	2	4	3	1

A. 19, 19 B. 19, 19.5 C. 20, 19 D. 20, 19.5

5. (3 分) 如图是每个面上都有一个汉字的正方体的一种表面展开图，那么在这个正方体的表面，与“我”相对的面上的汉字是 ()



A. 花 B. 是 C. 攀 D. 家

6. (3分) 关于 x 的一元二次方程 $(m-1)x^2 - 2x - 1 = 0$ 有两个实数根, 则实数 m 的取值范围是 ()

A. $m \geq 0$ B. $m > 0$ C. $m \geq 0$ 且 $m \neq 1$ D. $m > 0$ 且 $m \neq 1$

7. (3分) 下列说法正确的是 ()

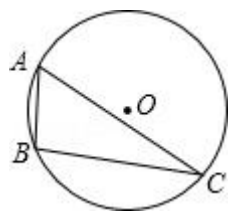
A. 真命题的逆命题都是真命题

B. 在同圆或等圆中, 同弦或等弦所对的圆周角相等

C. 等腰三角形的高线、中线、角平分线互相重合

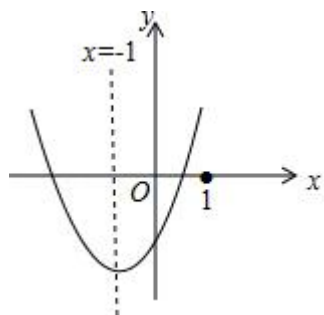
D. 对角线相等且互相平分的四边形是矩形

8. (3分) 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, $\angle A = 60^\circ$, $BC = 6\sqrt{3}$, 则 $\widehat{BC}$ 的长为 ()



A. 2π B. 4π C. 8π D. 12π

9. (3分) 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示, 则下列命题中正确的是 ()



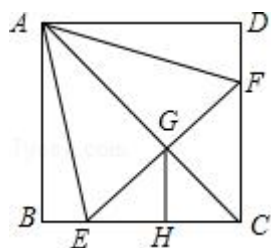
A. $a > b > c$

B. 一次函数 $y = ax + c$ 的图象不经第四象限

C. $m(am+b) + b < a$ (m 是任意实数)

D. $3b+2c>0$

10. (3分) 如图, 正方形 $ABCD$ 中, 点 E, F 分别在 BC, CD 上, $\triangle AEF$ 是等边三角形. 连接 AC 交 EF 于点 G . 过点 G 作 $GH \perp CE$ 于点 H , 若 $S_{\triangle EGH}=3$, 则 $S_{\triangle ADF}= (\quad)$



A. 6 B. 4 C. 3 D. 2

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分, 请把答案填在题中的横线上)

11. (4分) 在函数 $y=\sqrt{2x-7}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

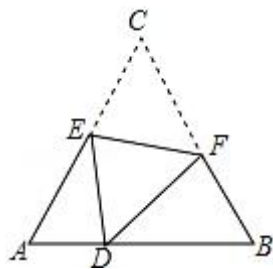
12. (4分) 一个不透明的袋中装有除颜色外均相同的 5 个红球和 n 个黄球, 从中随机摸出一个, 摸到红球的概率是 $\frac{5}{8}$, 则 n _____.

13. (4分) 计算: $(3-\pi)^0 - \sqrt{8} + (\frac{1}{2})^{-1} + |1-\sqrt{2}| =$ _____.

14. (4分) 若关于 x 的分式方程 $\frac{7}{x-1} + 3 = \frac{mx}{x-1}$ 无解, 则实数 $m=$ _____.

15. (4分) 如图, D 是等边 $\triangle ABC$ 边 AB 上的点, $AD=2, DB=4$. 现将 $\triangle ABC$ 折叠, 使得点 C 与点 D 重合, 折痕为 EF , 且点 E, F 分别在边 AC 和 BC 上,

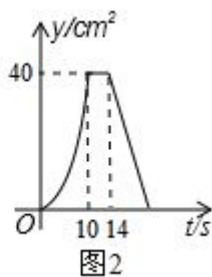
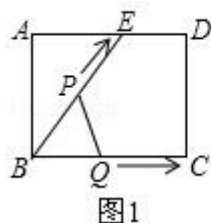
则 $\frac{CF}{CE}=$ _____.



16. (4分) 如图1, E为矩形ABCD的边AD上一点, 点P从点B出发沿折线BE-ED-DC运动到点C停止, 点Q从点B出发沿BC运动到点C停止, 它们运动的速度都是1cm/s. 若点P、点Q同时开始运动, 设运动时间为t(s), $\triangle BPQ$ 的面积为y(cm^2), 已知y与t之间的函数图象如图2所示.

给出下列结论: ①当 $0 < t \leq 10$ 时, $\triangle BPQ$ 是等腰三角形; ② $S_{\triangle ABE} = 48\text{cm}^2$; ③当 $14 < t < 22$ 时, $y = 110 - 5t$; ④在运动过程中, 使得 $\triangle ABP$ 是等腰三角形的P点一共有3个; ⑤ $\triangle BPQ$ 与 $\triangle ABE$ 相似时, $t = 14.5$.

其中正确结论的序号是_____.



三、解答题 (本大题共8小题, 共66分, 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (6分) 先化简, 再求值: $(1 - \frac{2}{x+1}) \div \frac{x^2-1}{x^2+x}$, 其中 $x=2$.

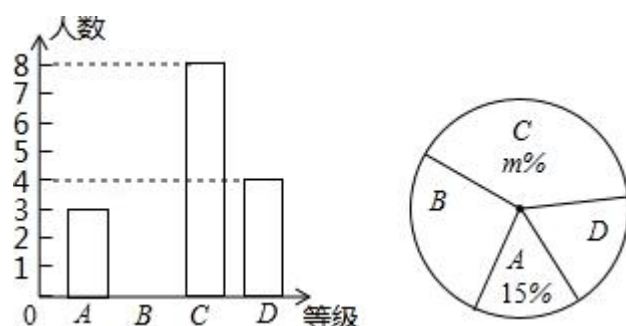
18. (6 分) 中华文明，源远流长；中华汉字，寓意深广．为了传承中华民族优秀传统文化，我市某中学举行“汉字听写”比赛，赛后整理参赛学生的成绩，将学生的成绩分为 A，B，C，D 四个等级，并将结果绘制成如图所示的条形统计图和扇形统计图，但均不完整．

请你根据统计图解答下列问题：

(1) 参加比赛的学生共有_____名；

(2) 在扇形统计图中，m 的值为_____，表示“D 等级”的扇形的圆心角为度；

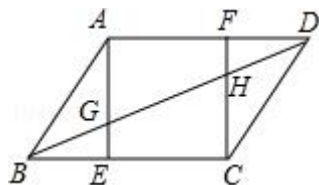
(3) 组委会决定从本次比赛获得 A 等级的学生中，选出 2 名去参加全市中学生“汉字听写”大赛．已知 A 等级学生中男生有 1 名，请用列表法或画树状图法求出所选 2 名学生恰好是一名男生和一名女生的概率．



19. (6 分) 如图，在平行四边形 ABCD 中， $AE \perp BC$ ， $CF \perp AD$ ，垂足分别为 E，F，AE，CF 分别与 BD 交于点 G 和 H，且 $AB=2\sqrt{5}$ ．

(1) 若 $\tan \angle ABE=2$ ，求 CF 的长；

(2) 求证: $BG=DH$.



20. (8 分) 攀枝花芒果由于品质高、口感好而闻名全国, 通过优质快捷的网络销售渠道, 小明的妈妈先购买了 2 箱 A 品种芒果和 3 箱 B 品种芒果, 共花费 450 元; 后又购买了 1 箱 A 品种芒果和 2 箱 B 品种芒果, 共花费 275 元 (每次两种芒果的售价都不变).

(1) 问 A 品种芒果和 B 品种芒果的售价分别是每箱多少元?

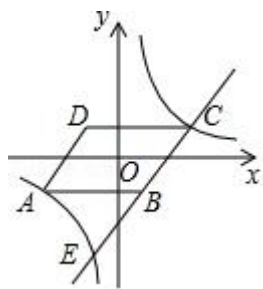
(2) 现要购买两种芒果共 18 箱, 要求 B 品种芒果的数量不少于 A 品种芒果数量的 2 倍, 但不超过 A 品种芒果数量的 4 倍, 请你设计购买方案, 并写出所需费用最低的购买方案.

21. (8 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 坐标原点 O 是菱形 $ABCD$ 的对称中心. 边

AB 与 x 轴平行，点 B (1, -2)，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过 A, C 两点.

(1) 求点 C 的坐标及反比例函数的解析式.

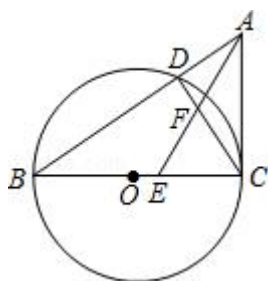
(2) 直线 BC 与反比例函数图象的另一交点为 E，求以 O, C, E 为顶点的三角形的面积.



22. (8 分) 如图， $\triangle ABC$ 中，以 BC 为直径的 $\odot O$ 交 AB 于点 D，AE 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 E，交 CD 于点 F. 且 $CE = CF$.

(1) 求证：直线 CA 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 若 $BD = \frac{4}{3}DC$ ，求 $\frac{DF}{CF}$ 的值.



23. (12 分) 如图 1, 在平面直角坐标系中, 直线 MN 分别与 x 轴、 y 轴交于点 $M(6, 0)$, $N(0, 2\sqrt{3})$, 等边 $\triangle ABC$ 的顶点 B 与原点 O 重合, BC 边落在 x 轴正半轴上, 点 A 恰好落在线段 MN 上, 将等边 $\triangle ABC$ 从图 1 的位置沿 x 轴正方向以每秒 1 个单位长度的速度平移, 边 AB , AC 分别与线段 MN 交于点 E , F (如图 2 所示), 设 $\triangle ABC$ 平移的时间为 t (s).

- (1) 等边 $\triangle ABC$ 的边长为_____;
 - (2) 在运动过程中, 当 t =_____时, MN 垂直平分 AB ;
 - (3) 若在 $\triangle ABC$ 开始平移的同时, 点 P 从 $\triangle ABC$ 的顶点 B 出发, 以每秒 2 个单位长度的速度沿折线 $BA-AC$ 运动, 当点 P 运动到 C 时即停止运动, $\triangle ABC$ 也随之停止平移.
- ①当点 P 在线段 BA 上运动时, 若 $\triangle PEF$ 与 $\triangle MNO$ 相似, 求 t 的值;
 - ②当点 P 在线段 AC 上运动时, 设 $S_{\triangle PEF}=S$, 求 S 与 t 的函数关系式, 并求出 S 的最大值及此时点 P 的坐标.

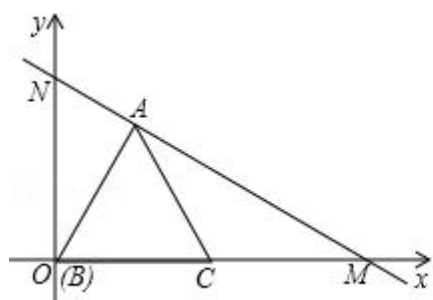


图1

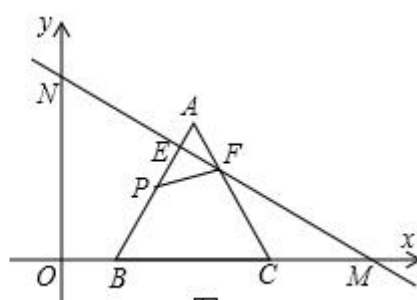


图2

24. (12 分) 如图, 抛物线 $y=x^2+bx+c$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点, B 点坐标为 $(3, 0)$. 与 y 轴交于点 $C(0, 3)$.

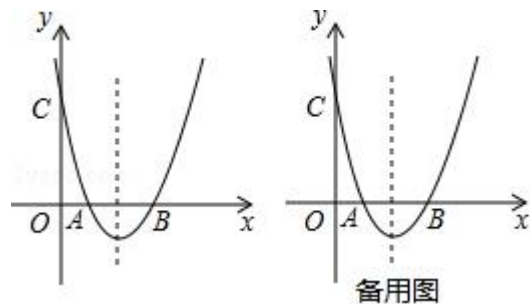
(1) 求抛物线的解析式;

(2) 点 P 在 x 轴下方的抛物线上, 过点 P 的直线 $y=x+m$ 与直线 BC 交于点 E , 与 y 轴交于点 F , 求 $PE+EF$ 的最大值;

(3) 点 D 为抛物线对称轴上一点.

①当 $\triangle BCD$ 是以 BC 为直角边的直角三角形时, 求点 D 的坐标;

②若 $\triangle BCD$ 是锐角三角形, 求点 D 的纵坐标的取值范围.



2017 年四川省攀枝花市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. (3 分) (2017•攀枝花) 长城、故宫等是我国第一批成功入选世界遗产的文化古迹，长城总长约 6 700 000 米，将 6 700 000 用科学记数法表示应为 ()

A. 6.7×10^6 B. 6.7×10^{-6} C. 6.7×10^5 D. 0.67×10^7

【考点】11: 科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解：6 700 000 = 6.7×10^6 ,

故选：A.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

2. (3 分) (2017•攀枝花) 下列计算正确的是 ()

A. $3^3=9$ B. $(a-b)^2=a^2-b^2$ C. $(a^3)^4=a^{12}$ D. $a^2 \cdot a^3=a^6$

【考点】47: 幂的乘方与积的乘方；46: 同底数幂的乘法；4C: 完全平方公式.

【分析】直接利用完全平方公式以及幂的乘方运算法则和同底数幂的乘法运算法则计算得出答案.

【解答】解：A、 $3^3=27$ ，故此选项错误；

B、 $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ ，故此选项错误；

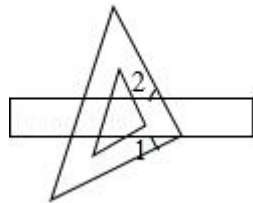
C、 $(a^3)^4=a^{12}$ ，正确；

D、 $a^2 \cdot a^3=a^5$ ，故此选项错误；

故选：C.

【点评】此题主要考查了完全平方公式以及幂的乘方运算和同底数幂的乘法运算等知识，正确掌握运算法则是解题关键.

3. (3分) (2017•攀枝花) 如图，把一块含 45° 角的直角三角板的直角顶点放在直尺的一边上，如果 $\angle 1=33^\circ$ ，那么 $\angle 2$ 为 ()



A. 33° B. 57° C. 67° D. 60°

【考点】JA: 平行线的性质.

【分析】由题意可求得 $\angle 3$ 的度数，然后由两直线平行，同位角相等，求得 $\angle 2$ 的度数.

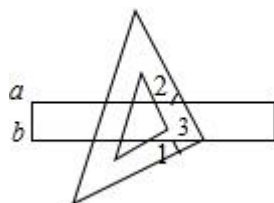
【解答】解：如图， $\therefore$ 把一块直角三角板的直角顶点放在直尺的一边上，

$$\therefore \angle 3 = 90^\circ - \angle 1 = 90^\circ - 33^\circ = 57^\circ,$$

$$\therefore a \parallel b,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 3 = 57^\circ.$$

故选：B.



【点评】此题考查了平行线的性质. 注意运用: 两直线平行, 同位角相等.

4. (3 分) (2017•攀枝花) 某篮球队 10 名队员的年龄如下表所示: 则这 10 名队员年龄的众数和中位数分别是 ()

年 龄 岁)	1 8	1 9	2 0	2 1
人 数	2	4	3	1

- A. 19, 19 B. 19, 19.5 C. 20, 19 D. 20, 19.5

【考点】W5: 众数; W4: 中位数.

【分析】由表格中的数据可以直接看出众数, 然后将这十个数据按照从小到大的顺序排列即可得到中位数, 本题得以解决.

【解答】解: 由表格可知,

一共有 $2+4+3+1=10$ 个数据, 其中 19 出现的次数最多, 故这组数据的众数是 19,

按从小到大的数据排列是: 18、19、19、19、19、19、20、20、20、21, 故中位数是 19.

故选 A.

【点评】本题考查众数和中位数, 解题的关键是明确众数和中位数的定义.

5. (3 分) (2017•攀枝花) 如图是每个面上都有一个汉字的正方体的一种表面展开图, 那么在这个正方体的表面, 与“我”相对的面上的汉字是 ()



A. 花 B. 是 C. 攀 D. 家

【考点】I8: 专题: 正方体相对两个面上的文字.

【分析】 正方体的表面展开图, 相对的面之间一定相隔一个正方形, 根据这一特点作答.

【解答】 解: 正方体的表面展开图, 相对的面之间一定相隔一个正方形,

∴“我”与“家”相对, “攀”与“花”相对, “枝”与“是”相对,

故选 D.

【点评】 本题主要考查了正方体相对两个面上的文字, 注意正方体的空间图形, 从相对面入手, 分析及解答问题.

6. (3 分) (2017•攀枝花) 关于 x 的一元二次方程 $(m-1)x^2 - 2x - 1 = 0$ 有两个实数根, 则实数 m 的取值范围是 ()

A. $m \geq 0$ B. $m > 0$ C. $m \geq 0$ 且 $m \neq 1$ D. $m > 0$ 且 $m \neq 1$

【考点】AA: 根的判别式.

【分析】 根据二次项系数非零及根的判别式 $\Delta \geq 0$, 即可得出关于 m 的一元一次不等式组, 解之即可得出结论.

【解答】 解: ∵关于 x 的一元二次方程 $(m-1)x^2 - 2x - 1 = 0$ 有两个实数根,

$$\therefore \begin{cases} m-1 \neq 0 \\ \Delta = (-2)^2 + 4(m-1) \geq 0 \end{cases}$$

解得: $m \geq 0$ 且 $m \neq 1$.

故选 C.

【点评】 本题考查了根的判别式以及一元二次方程的定义, 牢记“当 $\Delta \geq 0$ 时,

方程有两个实数根”是解题的关键.

7. (3分) (2017•攀枝花) 下列说法正确的是 ()

- A. 真命题的逆命题都是真命题
- B. 在同圆或等圆中, 同弦或等弦所对的圆周角相等
- C. 等腰三角形的高线、中线、角平分线互相重合
- D. 对角线相等且互相平分的四边形是矩形

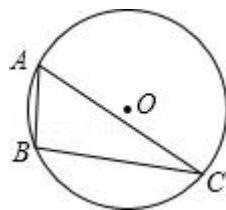
【考点】O1: 命题与定理.

【分析】根据真假命题的概念、圆周角定理、等腰三角形的性质、矩形的判定定理判断即可.

【解答】解: 真命题的逆命题不一定是真命题, A 错误;
在同圆或等圆中, 同弦所对的圆周角不一定相等, B 错误;
等边三角形的高线、中线、角平分线互相重合, C 错误;
对角线相等且互相平分的四边形是矩形, D 正确,
故选: D.

【点评】本题考查的是命题的真假判断, 正确的命题叫真命题, 错误的命题叫做假命题. 判断命题的真假关键是要熟悉课本中的性质定理.

8. (3分) (2017•攀枝花) 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, $\angle A=60^\circ$, $BC=6\sqrt{3}$, 则 $\widehat{BC}$ 的长为 ()



- A. 2π
- B. 4π
- C. 8π
- D. 12π

【考点】MA：三角形的外接圆与外心；MN：弧长的计算.

【分析】连接 CO，并延长，与圆交于点 D，连接 BD，利用同弧所对的圆周角相等求出 $\angle D$ 的度数，在直角三角形 BCD 中，利用勾股定理求出 CD 的长，即为圆的直径，进而求出 $\angle BOC$ 的度数，利用弧长公式计算即可得到结果.

【解答】解：连接 CO，并延长，与圆交于点 D，连接 BD，

$\therefore CD$ 为圆 O 的直径，

$\therefore \angle DBC = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle A$ 与 $\angle D$ 都对 $\widehat{BC}$ ，

$\therefore \angle D = \angle A = 60^\circ$ ，

在 $Rt\triangle DCB$ 中， $\angle BCD = 30^\circ$ ，

$\therefore BD = \frac{1}{2}CD$ ，

设 $BD = x$ ，则有 $CD = 2x$ ，

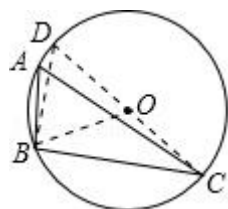
根据勾股定理得： $x^2 + (6\sqrt{3})^2 = (2x)^2$ ，

解得： $x = 6$ ，

$\therefore OB = OD = OC = 6$ ，且 $\angle BOC = 120^\circ$ ，

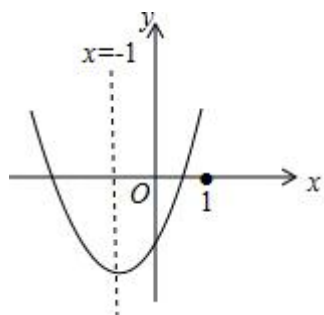
则 $\widehat{BC}$ 的长为 $\frac{120\pi \times 6}{180} = 4\pi$ ，

故选 B



【点评】此题考查了三角形外接圆与外心，以及弧长的计算，熟练掌握公式及法则解本题的关键.

9. (3分) (2017•攀枝花) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示, 则下列命题中正确的是 ()



- A. $a > b > c$
- B. 一次函数 $y=ax+c$ 的图象不经第四象限
- C. $m(am+b) + b < a$ (m 是任意实数)
- D. $3b+2c > 0$

【考点】 H4: 二次函数图象与系数的关系; F7: 一次函数图象与系数的关系.

【分析】 由抛物线的开口方向判断 a 与 0 的关系, 由抛物线与 y 轴的交点得出 c 的值, 然后根据抛物线与 x 轴交点的个数及 $x = -1$ 时二次函数的值的情况进行推理, 进而对所得结论进行判断.

【解答】 解: A、由二次函数的图象开口向上可得 $a > 0$, 由抛物线与 y 轴交于 x 轴下方可得 $c < 0$, 由 $x = -1$, 得出 $-\frac{b}{2a} = -1$, 故 $b > 0$, $b=2a$, 则 $b > a > c$,

故此选项错误;

B、 $\because a > 0$, $c < 0$, $\therefore$ 一次函数 $y=ax+c$ 的图象经一、三、四象限, 故此选项错误;

C、当 $x = -1$ 时, y 最小, 即 $a - b - c$ 最小, 故 $a - b - c < am^2 + bm + c$, 即 $m(am+b) + b > a$, 故此选项错误;

D. 由图象可知 $x=1$, $a+b+c > 0$ ①,

$\therefore$ 对称轴 $x = -1$, 当 $x=1$, $y > 0$,

∴ 当 $x = -3$ 时, $y > 0$, 即 $9a - 3b + c > 0$ ②

①+②得 $10a - 2b + 2c > 0$,

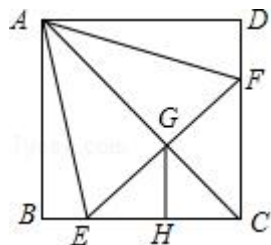
∴ $b = 2a$,

∴ 得出 $3b + 2c > 0$, 故选项正确;

故选: D.

【点评】 此题主要考查了图象与二次函数系数之间的关系, 二次函数与方程之间的转换, 会利用特殊值代入法求得特殊的式子, 如: $y = a + b + c$, 然后根据图象判断其值.

10. (3 分) (2017•攀枝花) 如图, 正方形 ABCD 中, 点 E, F 分别在 BC, CD 上, $\triangle AEF$ 是等边三角形. 连接 AC 交 EF 于点 G. 过点 G 作 $GH \perp CE$ 于点 H, 若 $S_{\triangle EGH} = 3$, 则 $S_{\triangle ADF} =$ ()



A. 6 B. 4 C. 3 D. 2

【考点】 LE: 正方形的性质; KK: 等边三角形的性质.

【分析】 通过条件可以得出 $\triangle ABE \cong \triangle ADF$, 从而得出 $\angle BAE = \angle DAF$, $BE = DF$, 由正方形的性质就可以得出 $EC = FC$, 就可以得出 AC 垂直平分 EF, 得到 $EG = GF$, 根据相似三角形的性质得到 $S_{\triangle EFC} = 12$, 设 $AD = x$, 则 $DF = x - 2\sqrt{6}$, 根据勾股定理得到 $AD = \sqrt{6} + 3\sqrt{2}$, $DF = 3\sqrt{2} - \sqrt{6}$, 根据三角形的面积公式即可得到结论.

【解答】 解: ∵ 四边形 ABCD 是正方形,

∴ $AB = BC = CD = AD$, $\angle B = \angle BCD = \angle D = \angle BAD = 90^\circ$.

$\therefore \triangle AEF$ 等边三角形,

$\therefore AE=EF=AF, \angle EAF=60^\circ.$

$\therefore \angle BAE+\angle DAF=30^\circ.$

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 和 $\text{Rt}\triangle ADF$ 中,

$$\begin{cases} AE = AF \\ AB = AD \end{cases},$$

$\therefore \text{Rt}\triangle ABE \cong \text{Rt}\triangle ADF \text{ (HL)},$

$\therefore BE=DF,$

$\therefore BC=CD,$

$\therefore BC - BE=CD - DF, \text{ 即 } CE=CF,$

$\therefore \triangle CEF$ 是等腰直角三角形,

$\therefore AE=AF,$

$\therefore AC$ 垂直平分 $EF,$

$\therefore EG=GF,$

$\therefore GH \perp CE,$

$\therefore GH \parallel CF,$

$\therefore \triangle EGH \sim \triangle EFC,$

$\therefore S_{\triangle EGH}=3,$

$\therefore S_{\triangle EFC}=12,$

$\therefore CF=2\sqrt{6}, EF=4\sqrt{3},$

$\therefore AF=4\sqrt{3},$

设 $AD=x$, 则 $DF=x - 2\sqrt{6},$

$\therefore AF^2=AD^2+DF^2,$

(2) 当函数表达式是分式时, 考虑分式的分母不能为 0;

(3) 当函数表达式是二次根式时, 被开方数为非负数.

12. (4 分) (2017•攀枝花) 一个不透明的袋中装有除颜色外均相同的 5 个红球和 n 个黄球, 从中随机摸出一个, 摸到红球的概率是 $\frac{5}{8}$, 则 $n = 3$.

【考点】X4: 概率公式.

【分析】用红球的个数除以总球的个数得出红球的概率, 从而求出 n 的值.

【解答】解: 由题意得:

$$\frac{5}{5+n} = \frac{5}{8}$$

解得: $n=3$;

故答案为: $=3$.

【点评】此题考查了概率公式, 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

13. (4 分) (2017•攀枝花) 计算: $(3-\pi)^0 - \sqrt{8} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + 1 - \sqrt{2} = 2 - \sqrt{2}$.

【考点】2C: 实数的运算; 6E: 零指数幂; 6F: 负整数指数幂.

【分析】此题涉及零次幂、负整数指数幂、二次根式的化简和绝对值, 首先分别计算 4 个考点, 然后再计算加减即可.

【解答】解: 原式 $= 1 - 2\sqrt{2} + 2 + \sqrt{2} - 1 = 2 - \sqrt{2}$,

故答案为: $2 - \sqrt{2}$.

【点评】此题主要考查了实数运算, 关键是掌握负整数指数幂、零指数幂、二次根式、绝对值等考点的运算.

14. (4 分) (2017•攀枝花) 若关于 x 的分式方程 $\frac{7}{x-1} + 3 = \frac{mx}{x-1}$ 无解, 则实数 $m =$

3 或 7.

【考点】B2: 分式方程的解.

【分析】分式方程无解的条件是：去分母后所得整式方程无解，或解这个整式方程得到的解使原方程的分母等于 0.

【解答】解：方程去分母得： $7+3(x-1)=mx$,

整理，得 $(m-3)x=4$,

当整式方程无解时， $m-3=0$, $m=3$;

当整式方程的解为分式方程的增根时， $x=1$,

$\therefore m-3=4$, $m=7$,

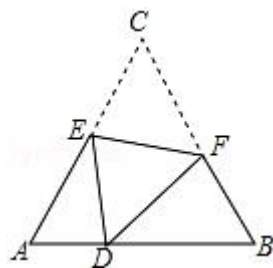
$\therefore m$ 的值为 3 或 7.

故答案为 3 或 7.

【点评】本题考查了分式方程无解的条件，是需要识记的内容.

15. (4 分) (2017•攀枝花) 如图, D 是等边 $\triangle ABC$ 边 AB 上的点, $AD=2$, $DB=4$. 现将 $\triangle ABC$ 折叠, 使得点 C 与点 D 重合, 折痕为 EF, 且点 E、F 分别在边 AC 和 BC 上,

则 $\frac{CF}{CE} = \frac{5}{4}$.



【考点】PB: 翻折变换 (折叠问题); KK: 等边三角形的性质.

【分析】根据等边三角形的性质、相似三角形的性质得到 $\angle AED = \angle BDF$, 根据相似三角形的周长比等于相似比计算即可.

【解答】解：∵△ABC 是等边三角形，

∴∠A=∠B=∠C=60°，AB=AC=BC=6，

由折叠的性质可知，∠EDF=∠C=60°，EC=ED，FC=FD，

∴∠AED=∠BDF，

∴△AED∽△BDF，

$$\therefore \frac{DF}{DE} = \frac{BD+DF+BF}{AE+AD+DE} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$$

$$\therefore \frac{CF}{CE} = \frac{DF}{DE} = \frac{5}{4}$$

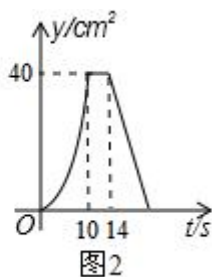
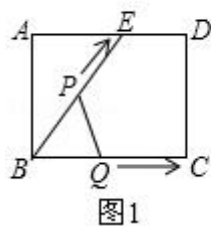
故答案为： $\frac{5}{4}$

【点评】本题考查的是翻转变换的性质、相似三角形的判定和性质，掌握相似三角形的判定定理和性质定理、翻转变换的性质是解题的关键。

16. (4 分) (2017•攀枝花) 如图 1，E 为矩形 ABCD 的边 AD 上一点，点 P 从点 B 出发沿折线 BE - ED - DC 运动到点 C 停止，点 Q 从点 B 出发沿 BC 运动到点 C 停止，它们运动的速度都是 1cm/s. 若点 P、点 Q 同时开始运动，设运动时间为 t (s)，△BPQ 的面积为 y (cm²)，已知 y 与 t 之间的函数图象如图 2 所示.

给出下列结论：①当 0 < t ≤ 10 时，△BPQ 是等腰三角形；②S_{△ABE} = 48cm²；③当 14 < t < 22 时，y = 110 - 5t；④在运动过程中，使得△ABP 是等腰三角形的 P 点一共有 3 个；⑤△BPQ 与△ABE 相似时，t = 14.5.

其中正确结论的序号是 ①③⑤.



【考点】E7：动点问题的函数图象.

【分析】由图 2 可知，在点 (10, 40) 至点 (14, 40) 区间， $\triangle BPQ$ 的面积不变，因此可推论 $BC=BE$ ，由此分析动点 P 的运动过程如下：

- (1) 在 BE 段， $BP=BQ$ ；持续时间 10s，则 $BE=BC=10$ ；y 是 t 的二次函数；
- (2) 在 ED 段， $y=40$ 是定值，持续时间 4s，则 $ED=4$ ；
- (3) 在 DC 段，y 持续减小直至为 0，y 是 t 的一次函数.

【解答】解：由图象可以判定： $BE=BC=10\text{ cm}$ ， $DE=4\text{ cm}$ ，

当点 P 在 ED 上运动时， $S_{\triangle BPQ} = \frac{1}{2}BC \cdot AB = 40\text{ cm}^2$ ，

$\therefore AB=8\text{ cm}$ ，

$\therefore AE=6\text{ cm}$ ，

$\therefore$ 当 $0 < t \leq 10$ 时，点 P 在 BE 上运动， $BP=BQ$ ，

$\therefore \triangle BPQ$ 是等腰三角形，

故①正确；

$S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2}AB \cdot AE = 24\text{ cm}^2$ ，

故②错误；

当 $14 < t < 22$ 时，点 P 在 CD 上运动，该段函数图象经过 (14, 40) 和 (22, 0)

两点，解析式为 $y=110-5t$ ，

故③正确；

$\triangle ABP$ 为等腰直角三角形需要分类讨论：当 $AB=AP$ 时，ED 上存在一个符号题意的 P 点，当 $BA=BO$ 时，BE 上存在一个符合同意的 P 点，当 $PA=PB$ 时，点 P 在 AB 垂直平分线上，所以 BE 和 CD 上各存在一个符号题意的 P 点，共有 4 个点满足题意，
故④错误；

⑤ $\triangle BPQ$ 与 $\triangle ABE$ 相似时，只有： $\triangle BPQ \sim \triangle BEA$ 这种情况，此时点 Q 与点 C

重合，即 $\frac{PC}{BC} = \frac{AE}{AB} = \frac{3}{4}$

$\therefore PC=7.5$ ，即 $t=14.5$ 。

故⑤正确。

综上所述，正确的结论的序号是①③⑤。

故答案是：①③⑤。

【点评】 本题考查动点问题的函数图象，需要结合几何图形与函数图象，认真分析动点的运动过程。突破点在于正确判断出 $BC=BE=10\text{cm}$ 。

三、解答题（本大题共 8 小题，共 66 分，解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

17. (6 分) (2017•攀枝花) 先化简，再求值： $(1 - \frac{2}{x+1}) \div \frac{x^2-1}{x^2+x}$ ，其中 $x=2$ 。

【考点】 6D：分式的化简求值。

【分析】 首先化简 $(1 - \frac{2}{x+1}) \div \frac{x^2-1}{x^2+x}$ ，然后把 x 的值代入化简后的算式即可。

【解答】 解： $(1 - \frac{2}{x+1}) \div \frac{x^2-1}{x^2+x}$

$$= \frac{x-1}{x+1} \div \frac{x^2-1}{x^2+x}$$

$$= \frac{x}{x+1}$$

当 $x=2$ 时,

$$\text{原式} = \frac{2}{2+1} = \frac{2}{3}$$

【点评】 此题主要考查了分式的化简求值问题，要熟练掌握，注意先把分式化简后，再把分式中未知数对应的值代入求出分式的值.

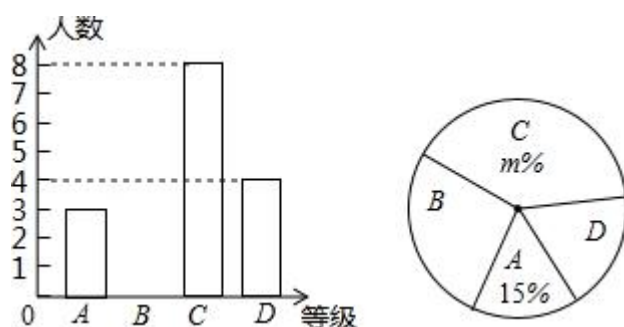
18. (6分) (2017·攀枝花) 中华文明，源远流长；中华汉字，寓意深广. 为了传承中华民族优秀传统文化，我市某中学举行“汉字听写”比赛，赛后整理参赛学生的成绩，将学生的成绩分为 A, B, C, D 四个等级，并将结果绘制成如图所示的条形统计图和扇形统计图，但均不完整.

请你根据统计图解答下列问题:

(1) 参加比赛的学生共有 20 名;

(2) 在扇形统计图中， m 的值为 40，表示“D 等级”的扇形的圆心角为 72 度;

(3) 组委会决定从本次比赛获得 A 等级的学生中，选出 2 名去参加全市中学生“汉字听写”大赛. 已知 A 等级学生中男生有 1 名，请用列表法或画树状图法求出所选 2 名学生恰好是一名男生和一名女生的概率.



【考点】 X6: 列表法与树状图法; VB: 扇形统计图; VC: 条形统计图.

【分析】(1) 根据等级为 A 的人数除以所占的百分比求出总人数；

(2) 根据 D 级的人数求得 D 等级扇形圆心角的度数和 m 的值；

(3) 列表得出所有等可能的情况数，找出一男一女的情况数，即可求出所求的概率.

【解答】解：(1) 根据题意得： $3 \div 15\% = 20$ (人)，

故答案为： 20；

(2) C 级所占的百分比为 $\frac{8}{20} \times 100\% = 40\%$ ，表示“D 等级”的扇形的圆心角为 $\frac{4}{20}$

$\times 360^\circ = 72^\circ$ ；

故答案为： 40、72.

(3) 列表如下：

	男	女	女
男		男 , 女)	男 , 女)
女	男 , 女)		女 , 女)
女	男 ,)	女 ,)	

	女	女	
	)	)	

所有等可能的结果有 6 种，其中恰好是一名男生和一名女生的情况有 4 种，

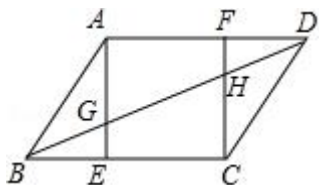
则 $P_{\text{恰好是一名男生和一名女生}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ 。

【点评】此题考查了条形统计图，扇形统计图，以及列表法与树状图法，弄清题意是解本题的关键。

19. (6 分) (2017·攀枝花) 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $AE \perp BC$ ， $CF \perp AD$ ，垂足分别为 E ， F ， AE ， CF 分别与 BD 交于点 G 和 H ，且 $AB = 2\sqrt{5}$ 。

(1) 若 $\tan \angle ABE = 2$ ，求 CF 的长；

(2) 求证： $BG = DH$ 。



【考点】 L5：平行四边形的性质；KD：全等三角形的判定与性质；T7：解直角三角形。

【分析】 (1) 由平行四边形的性质，结合三角函数的定义，在 $Rt\triangle CFD$ 中，可求得 $CF = 2DF$ ，利用勾股定理可求得 CF 的长；

(2) 利用平行四边形的性质结合条件可证得 $\triangle AGD \cong \triangle CHB$ ，则可求得 $BH = DG$ ，从而可证得 $BG = DH$ 。

【解答】 (1) 解：

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore \angle CDF = \angle ABE$ ， $DC = AB = 2\sqrt{5}$ ，

$\because \tan \angle ABE = 2$ ，

$$\therefore \tan \angle CDF=2,$$

$$\therefore CF \perp AD,$$

$\therefore \triangle CFD$ 是直角三角形,

$$\therefore \frac{CF}{DF}=2,$$

设 $DF=x$, 则 $CF=2x$,

在 $Rt\triangle CFD$ 中, 由勾股定理可得 $(2x)^2+x^2=(2\sqrt{5})^2$, 解得 $x=2$ 或 $x=-2$ (舍去),

$$\therefore CF=4;$$

(2) 证明:

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD=BC, AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle ADB=\angle CBD,$$

$$\therefore AE \perp BC, CF \perp AD,$$

$$\therefore AE \perp AD, CF \perp BC,$$

$$\therefore \angle GAD=\angle HCB=90^\circ,$$

$$\therefore \triangle AGD \cong \triangle CHB,$$

$$\therefore BH=DG,$$

$$\therefore BG=DH.$$

【点评】 本题主要考查平行四边形的性质, 掌握平行四边形的对边平行且相等是解题的关键, 注意全等三角形的应用.

20. (8 分) (2017•攀枝花) 攀枝花芒果由于品质高、口感好而闻名全国, 通过优质快捷的网络销售渠道, 小明的妈妈先购买了 2 箱 A 品种芒果和 3 箱 B 品种

芒果，共花费 450 元；后又购买了 1 箱 A 品种芒果和 2 箱 B 品种芒果，共花费 275 元（每次两种芒果的售价都不变）.

(1) 问 A 品种芒果和 B 品种芒果的售价分别是每箱多少元？

(2) 现要购买两种芒果共 18 箱，要求 B 品种芒果的数量不少于 A 品种芒果数量的 2 倍，但不超过 A 品种芒果数量的 4 倍，请你设计购买方案，并写出所需费用最低的购买方案.

【考点】 CE：一元一次不等式组的应用； 9A：二元一次方程组的应用.

【分析】 (1) 设 A 品种芒果箱 x 元，B 品种芒果为箱 y 元，根据题意列出方程组即可解决问题.

(2) 设 A 品种芒果 n 箱，总费用为 m 元，则 B 品种芒果 $18 - n$ 箱，根据题意列不等式组即可得到结论.

【解答】 解：(1) 设 A 品种芒果箱 x 元，B 品种芒果为箱 y 元，

根据题意得：
$$\begin{cases} 2x + 3y = 450 \\ x + 2y = 275 \end{cases},$$

解得：
$$\begin{cases} x = 75 \\ y = 100 \end{cases}$$

答：A 品种芒果售价为每箱 75 元，B 品种芒果售价为每箱 100 元.

(2) 设 A 品种芒果 n 箱，总费用为 m 元，则 B 品种芒果 $18 - n$ 箱，

$$\therefore 18 - n \geq 2n \text{ 且 } 18 - n \leq 4n,$$

$$\therefore \frac{18}{5} \leq n \leq 6,$$

$\therefore n$ 非负整数， $\therefore n=4, 5, 6$ ，相应的 $18 - n=14, 13, 12$;

$\therefore$ 购买方案有：A 品种芒果 4 箱，B 品种芒果 14 箱；A 品种芒果 5 箱，B 品种芒果 13 箱；A 品种芒果 6 箱，B 品种芒果 12 箱；

∴所需费用 m 分别为: $4 \times 75 + 14 \times 100 = 1700$ 元; $5 \times 75 + 13 \times 100 = 1675$ 元; $6 \times 75 + 12 \times 100 = 1650$ 元,

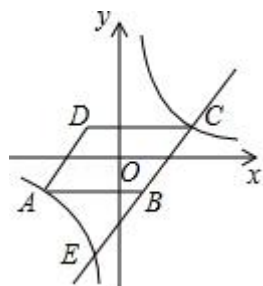
∴购进 A 品种芒果 6 箱, B 品种芒果 12 箱总费用最少.

【点评】 本题考查一次函数的应用、二元一次方程组等知识, 解题的关键是学会设未知数, 列出解方程组解决问题, 学会构建一次函数, 利用一次函数的性质解决最值问题, 属于中考常考题型.

21. (8 分) (2017·攀枝花) 如图, 在平面直角坐标系中, 坐标原点 O 是菱形 $ABCD$ 的对称中心. 边 AB 与 x 轴平行, 点 $B(1, -2)$, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过 A, C 两点.

(1) 求点 C 的坐标及反比例函数的解析式.

(2) 直线 BC 与反比例函数图象的另一交点为 E , 求以 O, C, E 为顶点的三角形的面积.



【考点】 G8: 反比例函数与一次函数的交点问题.

【分析】 (1) 连结 AC, BD , 根据坐标原点 O 是菱形 $ABCD$ 的对称中心, 可得 AC, BD 相交于点 O , 且 $\angle AOB = 90^\circ$, 根据 $B(1, -2)$, 且 $AB \parallel x$ 轴, 可设 $A(a, -2)$, 则 $AO^2 = a^2 + 4$, $BO^2 = 5$, $AB^2 = (1 - a)^2$, 在 $Rt\triangle AOB$ 中, 由勾股定理可得 $A(-4, -2)$, $C(4, 2)$, 再根据待定系数法可求反比例函数解析式为 $y = \frac{8}{x}$;

(2) 连结 OE, 则 $\triangle OCE$ 是以 O, C, E 为顶点的三角形, 根据待定系数法可求直线 BC 的解析式为 $y = \frac{4}{3}x - \frac{10}{3}$, 设其与 y 轴交于点 F $(0, -\frac{10}{3})$, 解方程可求点 E 的横坐标为 $-\frac{3}{2}$, 再根据三角形面积公式即可求解.

【解答】 解: (1) 连结 AC, BD,

$\because$ 坐标原点 O 是菱形 ABCD 的对称中心,

$\therefore$ AC, BD 相交于点 O, 且 $\angle AOB = 90^\circ$,

$\because$ B $(1, -2)$, 且 AB $\parallel$ x 轴,

$\therefore$ 设 A $(a, -2)$, 则 $AO^2 = a^2 + 4$, $BO^2 = 5$, $AB^2 = (1 - a)^2$,

在 Rt $\triangle AOB$ 中, 由勾股定理得 $(1 - a)^2 = a^2 + 4 + 5$,

解得 $a = -4$,

$\therefore$ A $(-4, -2)$,

$\therefore$ C $(4, 2)$,

$\because$ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过 A, C 两点,

$\therefore$ 反比例函数解析式为 $y = \frac{8}{x}$;

(2) 连结 OE, 则 $\triangle OCE$ 是以 O, C, E 为顶点的三角形,

设直线 BC 的解析式为 $y = kx + b$,

$\because$ 点 B $(1, -2)$, C $(4, 2)$ 在该直线上,

$$\therefore \begin{cases} -2 = k + b \\ 2 = 4k + b \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = \frac{4}{3} \\ b = -\frac{10}{3} \end{cases}$$

$\therefore$ 直线 BC 的解析式为 $y = \frac{4}{3}x - \frac{10}{3}$,

设其与 y 轴交于点 $F(0, -\frac{10}{3})$,

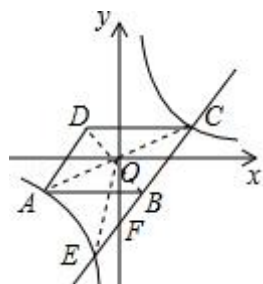
$\therefore$ 反比例函数为 $y = \frac{8}{x}$,

$$\therefore \frac{8}{x} = \frac{4}{3}x - \frac{10}{3},$$

解得 $x_1 = 4, x_2 = -\frac{3}{2}$,

$\therefore$ 点 E 的横坐标为 $-\frac{3}{2}$,

$\therefore$ 以 O, C, E 为顶点的三角形的面积 $= \frac{1}{2} \times \frac{10}{3} \times (4 + \frac{3}{2}) = \frac{55}{6}$.

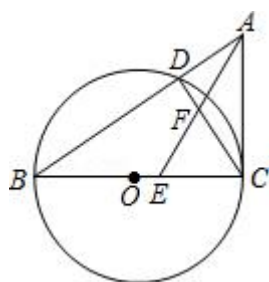


【点评】考查了反比例函数与一次函数的交点问题, 对称中心的性质, 勾股定理, 待定系数法求反比例函数与一次函数解析式, 三角形面积计算, 关键是根据待定系数法求反比例函数与一次函数解析式.

22. (8分) (2017·攀枝花) 如图, $\triangle ABC$ 中, 以 BC 为直径的 $\odot O$ 交 AB 于点 D , AE 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 E , 交 CD 于点 F . 且 $CE = CF$.

(1) 求证: 直线 CA 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $BD = \frac{4}{3}DC$, 求 $\frac{DF}{CF}$ 的值.



【考点】 S9: 相似三角形的判定与性质; ME: 切线的判定与性质.

【分析】 (1) 若要证明直线 CA 是 $\odot O$ 的切线, 则只要证明 $\angle ACB = 90^\circ$ 即可;

(2) 易证 $\triangle ADF \sim \triangle ACE$, 由相似三角形的性质以及结合已知条件即可求出 $\frac{DF}{CF}$ 的值.

【解答】解: (1) 证明: $\because BC$ 为直径,

$$\therefore \angle BDC = \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$$

$$\because AE \text{ 平分 } \angle BAC, CE = CF,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2, \angle 4 = \angle 5,$$

$$\therefore \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ,$$

$$\because \angle 3 = \angle 4,$$

$$\therefore \angle 2 + \angle 5 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

即 $AC \perp BC$,

$\therefore$ 直线 CA 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 由 (1) 可知, $\angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 5$,

$$\therefore \triangle ADF \sim \triangle ACE,$$

$$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{DF}{CE} = \frac{DF}{CF},$$

$$\therefore BD = \frac{4}{3}DC,$$

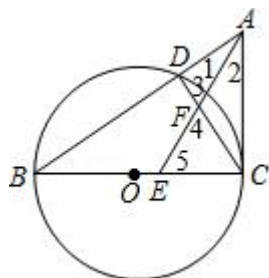
$$\therefore \tan \angle ABC = \frac{CD}{BD} = \frac{3}{4},$$

$$\because \angle ABC + \angle BAC = 90^\circ, \angle ACD + \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACD,$$

$$\therefore \tan \angle ACD = \frac{3}{4},$$

$$\therefore \frac{DF}{CF} = \frac{AD}{AC} = \frac{3}{5}$$



23. (12 分) (2017·攀枝花) 如图 1, 在平面直角坐标系中, 直线 MN 分别与 x 轴、y 轴交于点 M (6, 0), N (0, $2\sqrt{3}$), 等边 $\triangle ABC$ 的顶点 B 与原点 O 重合, BC 边落在 x 轴正半轴上, 点 A 恰好落在线段 MN 上, 将等边 $\triangle ABC$ 从图 1 的位置沿 x 轴正方向以每秒 1 个单位长度的速度平移, 边 AB, AC 分别与线段 MN 交于点 E, F (如图 2 所示), 设 $\triangle ABC$ 平移的时间为 t (s).

- 第 34 页 (共 40 页)

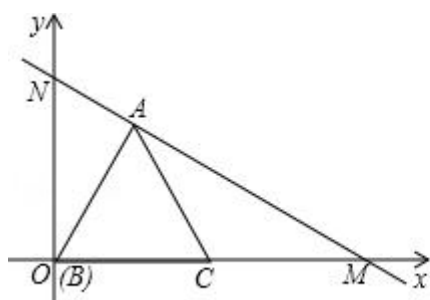


图1

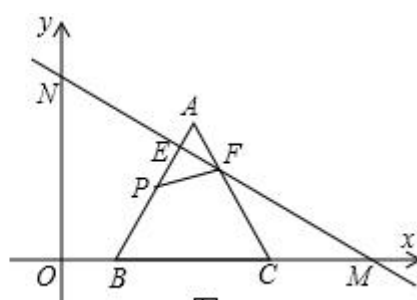


图2

【考点】SO：相似形综合题.

【分析】(1) 根据, $\angle OMN=30^\circ$ 和 $\triangle ABC$ 为等边三角形, 求证 $\triangle OAM$ 为直角三角形, 然后即可得出答案.

(2) 易知当点 C 与 M 重合时直线 MN 平分线段 AB , 此时 $OB=3$, 由此即可解决问题;

(3) ①如图 1 中, 由题意 $BP=2t$, $BM=6-t$, 由 $\triangle PEF$ 与 $\triangle MNO$ 相似, 可得

$$\frac{PE}{EF} = \frac{2\sqrt{3}}{6} \text{ 或 } \frac{EF}{PE} = \frac{2\sqrt{3}}{6}, \text{ 即 } \frac{3-\frac{5}{2}t}{\frac{\sqrt{3}}{2}t} = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ 或 } \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}t}{3-\frac{5}{2}t} = \frac{\sqrt{3}}{3}, \text{ 解方程即可解决问题;}$$

②当 P 点在 EF 上方时, 过 P 作 $PH \perp MN$ 于 H , 如图 2 中, 构建二次函数利用二次函数的性质即可解决问题;

【解答】解: (1) $\because$ 直线 MN 分别与 x 轴正半轴、 y 轴正半轴交于点 M 、 N , $OM=6\text{cm}$, $ON=2\sqrt{3}$

$$\therefore \tan \angle OMN = \frac{ON}{OM} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \angle OMN = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ONM = 60^\circ,$$

$\because \triangle ABC$ 为等边三角形

$$\therefore \angle AOC = 60^\circ, \angle NOA = 30^\circ$$

$\therefore OA \perp MN$, 即 $\triangle OAM$ 为直角三角形,

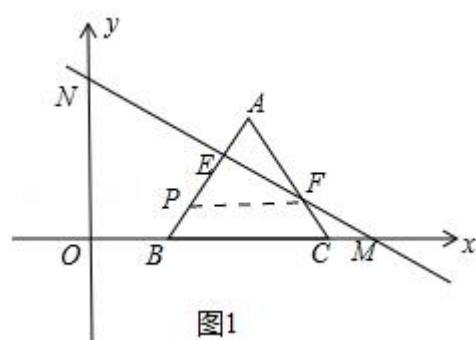
$$\therefore OA = \frac{1}{2}OM = \frac{1}{2} \times 6 = 3.$$

故答案为 3.

(2) 易知当点 C 与 M 重合时直线 MN 平分线段 AB, 此时 OB=3, 所以 t=3.

故答案为 3.

(3) ①如图 1 中, 由题意 BP=2t, BM=6-t,



$$\therefore \angle BEM = 90^\circ, \angle BME = 30^\circ,$$

$$\therefore BE = 3 - \frac{t}{2}, AE = AB - BE = \frac{t}{2},$$

$$\therefore \angle BAC = 60^\circ,$$

$$\therefore EF = \sqrt{3}AE = \frac{\sqrt{3}}{2}t,$$

$$\text{当点 } P \text{ 在 } EF \text{ 下方时, } PE = BE - BP = 3 - \frac{5}{2}t,$$

$$\text{由 } \begin{cases} t \geq 0 \\ 2t \leq 3 \\ 3 - \frac{5}{2}t > 0 \end{cases}, \text{ 解得 } 0 \leq t < \frac{6}{5}$$

$\therefore \triangle PEF$ 与 $\triangle MNO$ 相似,

$$\therefore \frac{PE}{EF} = \frac{2\sqrt{3}}{6} \text{ 或 } \frac{EF}{PE} = \frac{2\sqrt{3}}{6},$$

$$\therefore \frac{3 - \frac{5}{2}t}{\frac{\sqrt{3}}{2}t} = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ 或 } \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}t}{3 - \frac{5}{2}t} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

解得 $t = \frac{3}{2}$ 或 3.

$$\because 0 \leq t \leq \frac{3}{2} \text{ 且 } \frac{5}{2}t - 3 > 0, \text{ 即 } \frac{6}{5} < t \leq \frac{3}{2},$$

$$\therefore t = \frac{3}{2},$$

综上所述, $t = 1$ 或 $\frac{3}{4}$ 或 $\frac{3}{2}$.

②当 P 点在 EF 上方时, 过 P 作 $PH \perp MN$ 于 H, 如图 2 中,

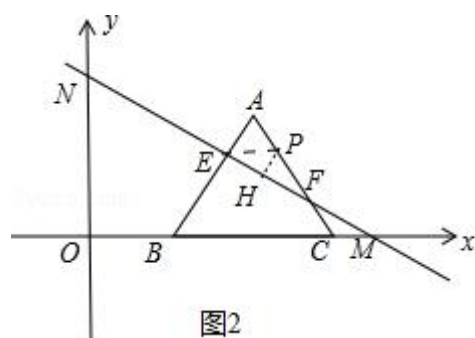


图2

由题意, $EF = \frac{\sqrt{3}}{2}t$, $FC = MC = 3 - t$, $\angle PFH = 30^\circ$,

$$\therefore PF = PC - CF = (6 - 2t) - (3 - t) = 3 - t,$$

$$\therefore PH = \frac{1}{2}PF = \frac{3-t}{2},$$

$$\therefore S = \frac{1}{2}EF \cdot PH = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}t \times \frac{3-t}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{8}t^2 + \frac{3\sqrt{3}}{8}t = -\frac{\sqrt{3}}{8}\left(t - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9\sqrt{3}}{32},$$

$$\therefore \frac{3}{2} \leq t \leq 3,$$

$\therefore$ 当 $t = \frac{3}{2}$ 时, $\triangle PEF$ 的面积最大, 最大值为 $\frac{9\sqrt{3}}{32}$, 此时 $P\left(3, \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$,

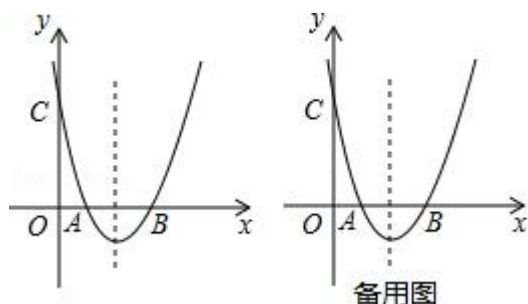
当 $t = 3$ 时, 点 P 与 F 重合, 故 P 点在 EF 下方不成立.

【点评】 本题考查相似形综合题, 等边三角形的性质、平移变换、解直角三角形、相似三角形、二次函数等知识, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题, 学会构建二次函数解决最值问题, 学会用分类讨论的思想思考问题, 属于中考压轴题.

24. (12 分) (2017·攀枝花) 如图, 抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 A、B 两点,

B 点坐标为 (3, 0). 与 y 轴交于点 C (0, 3).

- (1) 求抛物线的解析式;
- (2) 点 P 在 x 轴下方的抛物线上, 过点 P 的直线 $y=x+m$ 与直线 BC 交于点 E , 与 y 轴交于点 F , 求 $PE+EF$ 的最大值;
- (3) 点 D 为抛物线对称轴上一点.
- ①当 $\triangle BCD$ 是以 BC 为直角边的直角三角形时, 求点 D 的坐标;
- ②若 $\triangle BCD$ 是锐角三角形, 求点 D 的纵坐标的取值范围.



【考点】 HF: 二次函数综合题.

【分析】 (1) 利用待定系数法求抛物线的解析式;

(2) 易得 BC 的解析式为 $y = -x+3$, 先证明 $\triangle ECF$ 为等腰直角三角形, 作 $PH \perp y$ 轴于 H , $PG \parallel y$ 轴交 BC 于 G , 如图 1, 则 $\triangle EPG$ 为等腰直角三角形, $PE = \frac{\sqrt{2}}{2}PG$, 设 $P(t, t^2 - 4t + 3)$ ($1 < t < 3$), 则 $G(t, -t+3)$, 接着利用 t 表示 PF 、 PE , 所以 $PE+EF = 2PE+PF = -\sqrt{2}t^2 + 3\sqrt{2}t + \sqrt{2}$, 然后利用二次函数的性质解决问题;

(3) ①如图 2, 抛物线的对称轴为直线 $x = -\frac{-4}{2} = 2$, 设 $D(2, y)$, 利用两点间的距离公式得到 $BC^2 = 18$, $DC^2 = 4 + (y-3)^2$, $BD^2 = 1 + y^2$, 讨论: 当 $\triangle BCD$ 是以 BC 为直角边, BD 为斜边的直角三角形时, $18 + 4 + (y-3)^2 = 1 + y^2$; 当 $\triangle BCD$ 是以 BC 为直角边, CD 为斜边的直角三角形时, $4 + (y-3)^2 = 1 + y^2 + 18$, 分别解方程求出 t 即可得到对应的 D 点坐标;

②由于 $\triangle BCD$ 是以 BC 为斜边的直角三角形有 $4 + (y-3)^2 + 1 + y^2 = 18$, 解得

$$y_1 = \frac{3+\sqrt{17}}{2}, y_2 = \frac{3-\sqrt{17}}{2}, \text{ 得到此时 D 点坐标为 } (2, \frac{3+\sqrt{17}}{2}) \text{ 或 } (2, \frac{3-\sqrt{17}}{2}),$$

然后结合图形可确定 $\triangle BCD$ 是锐角三角形时点D的纵坐标的取值范围.

【解答】解：(1) 把B(3, 0), C(0, 3)代入 $y=x^2+bx+c$ 得
$$\begin{cases} 9+3b+c=0 \\ c=3 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} b=-4 \\ c=3 \end{cases},$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为 } y=x^2-4x+3;$$

$$(2) \text{ 易得 BC 的解析式为 } y=-x+3,$$

$$\therefore \text{直线 } y=x-m \text{ 与直线 } y=x \text{ 平行},$$

$$\therefore \text{直线 } y=-x+3 \text{ 与直线 } y=x-m \text{ 垂直},$$

$$\therefore \angle CEF=90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ECF \text{ 为等腰直角三角形},$$

作 $PH \perp y$ 轴于H, $PG \parallel y$ 轴交BC于G, 如图1, $\triangle EPG$ 为等腰直角三角形,

$$PE = \frac{\sqrt{2}}{2} PG,$$

$$\text{设 } P(t, t^2-4t+3) \quad (1 < t < 3), \text{ 则 } G(t, -t+3),$$

$$\therefore PF = \sqrt{2} PH = \sqrt{2} t, \quad PG = -t+3 - (t^2-4t+3) = -t^2+3t,$$

$$\therefore PE = \frac{\sqrt{2}}{2} PG = -\frac{\sqrt{2}}{2} t^2 + \frac{3\sqrt{2}}{2} t,$$

$$\therefore PE+EF = PE+PE+PF = 2PE+PF = -\sqrt{2} t^2 + 3\sqrt{2} t + \sqrt{2} = -\sqrt{2} t^2 + 4\sqrt{2} = -\sqrt{2} (t-2)$$

$$^2 + 4\sqrt{2},$$

$$\text{当 } t=2 \text{ 时, } PE+EF \text{ 的最大值为 } 4\sqrt{2};$$

$$(3) \text{ ①如图 2, 抛物线的对称轴为直线 } x = -\frac{-4}{2} = 2,$$

$$\text{设 } D(2, y), \text{ 则 } BC^2 = 3^2 + 3^2 = 18, \quad DC^2 = 4 + (y-3)^2, \quad BD^2 = (3-2)^2 + y^2 = 1 + y^2,$$

当 $\triangle BCD$ 是以BC为直角边, BD为斜边的直角三角形时, $BC^2 + DC^2 = BD^2$, 即

$18+4+(y-3)^2=1+y^2$, 解得 $y=5$, 此时 D 点坐标为 $(2, 5)$;

当 $\triangle BCD$ 是以 BC 为直角边, CD 为斜边的直角三角形时, $BC^2+DB^2=DC^2$, 即

$4+(y-3)^2=1+y^2+18$, 解得 $y=-1$, 此时 D 点坐标为 $(2, -1)$;

②当 $\triangle BCD$ 是以 BC 为斜边的直角三角形时, $DC^2+DB^2=BC^2$, 即 $4+(y-3)^2+1+y^2=18$, 解得 $y_1=\frac{3+\sqrt{17}}{2}$, $y_2=\frac{3-\sqrt{17}}{2}$, 此时 D 点坐标为 $(2, \frac{3+\sqrt{17}}{2})$ 或 $(2, \frac{3-\sqrt{17}}{2})$,

所以 $\triangle BCD$ 是锐角三角形, 点 D 的纵坐标的取值范围为 $\frac{3+\sqrt{17}}{2} < y < 5$ 或 $-1 < y < \frac{3-\sqrt{17}}{2}$.

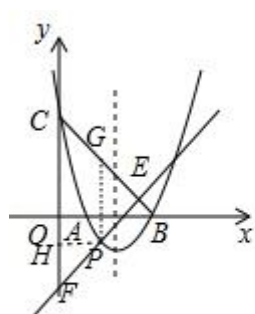


图1

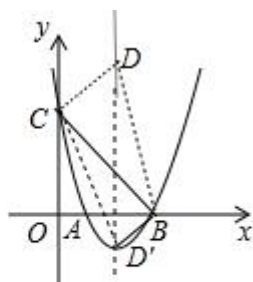


图2

【点评】 本题考查了二次函数的综合题: 熟练掌握等腰直角三角形的性质、二次函数图象上点的坐标特征和二次函数的性质; 会利用待定系数法求函数解析式; 会利用两点间的距离公式计算线段的长; 理解坐标与图形的性质; 会运用分类讨论的思想和数形结合的思想解决数学问题.