

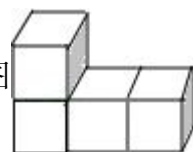
2017 年四川省成都市中考数学试卷

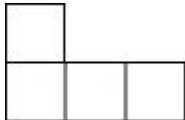
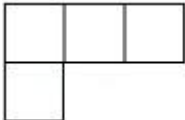
一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. (3 分) 《九章算术》中注有“今两算得失相反，要令正负以名之”，意思是：今有两数若其意义相反，则分别叫做正数与负数，若气温为零上 10°C 记作 $+10^{\circ}\text{C}$ ，则 -3°C 表示气温为 ()

- A. 零上 3°C B. 零下 3°C C. 零上 7°C D. 零下 7°C

2. (3 分) 如图所示的几何体是由 4 个大小相同的小立方体组成，其俯视图是 ()



- A.  B.  C.  D. 

3. (3 分) 总投资 647 亿元的西成高铁预计 2017 年 11 月竣工，届时成都到西安只需 3 小时，上午游武侯区，晚上看大雁塔将成为现实，用科学记数法表示 647 亿元为 ()

- A. 647×10^8 B. 6.47×10^9 C. 6.47×10^{10} D. 6.47×10^{11}

4. (3 分) 二次根式 $\sqrt{x-1}$ 中， x 的取值范围是 ()

- A. $x \geq 1$ B. $x > 1$ C. $x \leq 1$ D. $x < 1$

5. (3 分) 下列图标中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是 ()

- A.  B.  C.  D. 

6. (3 分) 下列计算正确的是 ()

- A. $a^5 + a^5 = a^{10}$ B. $a^7 \div a = a^6$ C. $a^3 \cdot a^2 = a^6$ D. $(-a^3)^2 = -a^6$

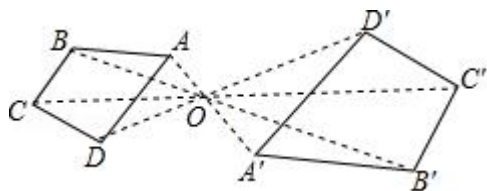
7. (3分) 学习全等三角形时, 数学兴趣小组设计并组织了“生活中的全等”的比赛, 全班同学的比赛结果统计如下表:

得分 (分)	60	70	80	90	100
人数 (人)	7	12	10	8	3

则得分的众数和中位数分别为 ()

- A. 70 分, 70 分 B. 80 分, 80 分 C. 70 分, 80 分 D. 80 分, 70 分

8. (3分) 如图, 四边形 $ABCD$ 和 $A'B'C'D'$ 是以点 O 为位似中心的位似图形, 若 $OA:OA'=2:3$, 则四边形 $ABCD$ 与四边形 $A'B'C'D'$ 的面积比为 ()

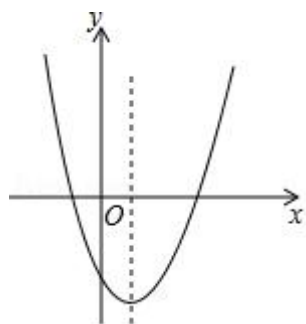


- A. 4: 9 B. 2: 5 C. 2: 3 D. $\sqrt{2}: \sqrt{3}$

9. (3分) 已知 $x=3$ 是分式方程 $\frac{kx}{x-1} - \frac{2k-1}{x} = 2$ 的解, 那么实数 k 的值为 ()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

10. (3分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示, 下列说法正确的是 ()



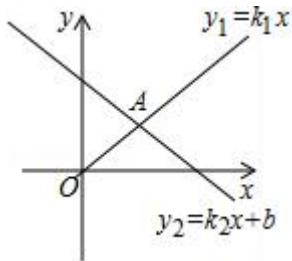
- A. $abc < 0$, $b^2 - 4ac > 0$ B. $abc > 0$, $b^2 - 4ac > 0$
C. $abc < 0$, $b^2 - 4ac < 0$ D. $abc > 0$, $b^2 - 4ac < 0$

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

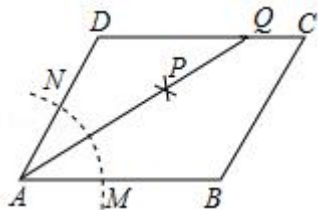
11. (4 分) $(\sqrt{2017} - 1)^0 = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. (4 分) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 4$, 则 $\angle A$ 的度数为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. (4 分) 如图, 正比例函数 $y_1 = k_1x$ 和一次函数 $y_2 = k_2x + b$ 的图象相交于点 A (2, 1), 当 $x < 2$ 时, $y_1 \underline{\hspace{1cm}} y_2$. (填“>”或“<”).



14. (4 分) 如图, 在平行四边形 ABCD 中, 按以下步骤作图: ①以 A 为圆心, 任意长为半径作弧, 分别交 AB, AD 于点 M, N; ②分别以 M, N 为圆心, 以大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径作弧, 两弧相交于点 P; ③作 AP 射线, 交边 CD 于点 Q, 若 $DQ = 2QC$, $BC = 3$, 则平行四边形 ABCD 周长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



三、解答题 (本大题共 6 小题, 共 54 分)

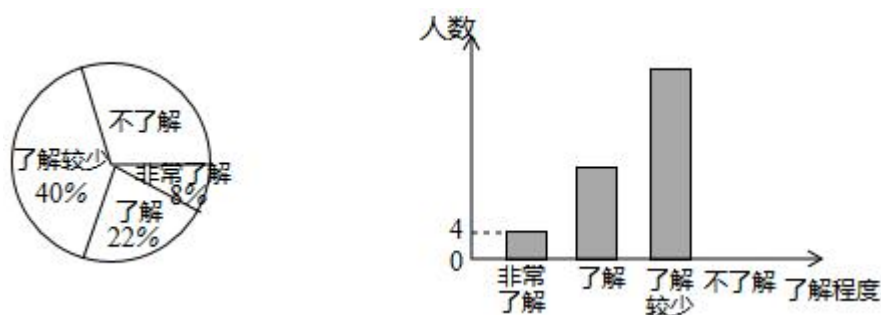
15. (12 分) (1) 计算: $|\sqrt{2} - 1| - \sqrt{8} + 2\sin 45^\circ + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$;

(2) 解不等式组:
$$\begin{cases} 2x - 7 < 3(x - 1) & \text{①} \\ \frac{4}{3}x + 3 \leq 1 - \frac{2}{3}x & \text{②} \end{cases}$$

16. (6 分) 化简求值: $\frac{x-1}{x^2+2x+1} \div \left(1 - \frac{2}{x+1}\right)$, 其中 $x = \sqrt{3} - 1$.

17. (8 分) 随着经济的快速发展, 环境问题越来越受到人们的关注, 某校学生会为了解节能减排、垃圾分类知识的普及情况, 随机调查了部分学生, 调查结果分为“非常了解”“了解”“了解较少”“不了解”四类, 并将调查结果绘制成下面两个

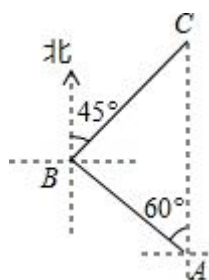
统计图.



(1) 本次调查的学生共有_____人, 估计该校 1200 名学生中“不了解”的人数是_____人;

(2) “非常了解”的 4 人有 A_1, A_2 两名男生, B_1, B_2 两名女生, 若从中随机抽取两人向全校做环保交流, 请利用画树状图或列表的方法, 求恰好抽到一男一女的概率.

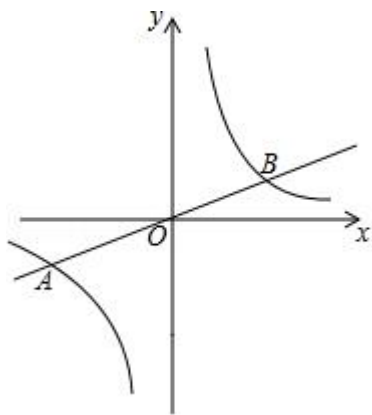
18. (8 分) 科技改变生活, 手机导航极大方便了人们的出行, 如图, 小明一家自驾到古镇 C 游玩, 到达 A 地后, 导航显示车辆应沿北偏西 60° 方向行驶 4 千米至 B 地, 再沿北偏东 45° 方向行驶一段距离到达古镇 C, 小明发现古镇 C 恰好在 A 地的正北方向, 求 B, C 两地的距离.



19. (10 分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知正比例函数 $y = \frac{1}{2}x$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象交于 A ($a, -2$), B 两点.

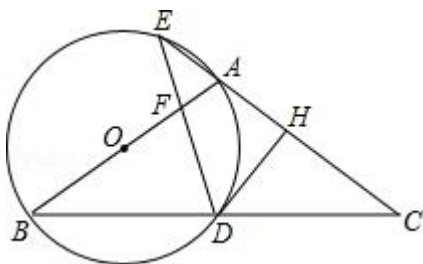
(1) 求反比例函数的表达式和点 B 的坐标;

(2) P 是第一象限内反比例函数图象上一点, 过点 P 作 y 轴的平行线, 交直线 AB 于点 C, 连接 PO, 若 $\triangle POC$ 的面积为 3, 求点 P 的坐标.



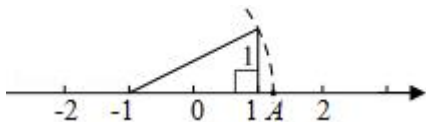
20. (12 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 以 AB 为直径作圆 O , 分别交 BC 于点 D , 交 CA 的延长线于点 E , 过点 D 作 $DH \perp AC$ 于点 H , 连接 DE 交线段 OA 于点 F .

- (1) 求证: DH 是圆 O 的切线;
- (2) 若 A 为 EH 的中点, 求 $\frac{EF}{FD}$ 的值;
- (3) 若 $EA=EF=1$, 求圆 O 的半径.



四、填空题 (本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分)

21. (4 分) 如图, 数轴上点 A 表示的实数是_____.

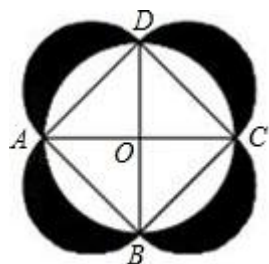


22. (4 分) 已知 x_1, x_2 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 5x + a = 0$ 的两个实数根, 且 $x_1^2 - x_2^2 = 10$, 则 $a =$ _____.

23. (4 分) 已知 $\odot O$ 的两条直径 AC, BD 互相垂直, 分别以 $AB, BC, CD,$

DA 为直径向外作半圆得到如图所示的图形，现随机地向该图形内掷一枚小针，记针尖落在阴影区域内的概率为 P_1 ，针尖落在 $\odot O$ 内的概率为 P_2 ，则

$$\frac{P_1}{P_2} = \underline{\hspace{2cm}}.$$



24. (4 分) 在平面直角坐标系 xOy 中，对于不在坐标轴上的任意一点 $P(x, y)$ ，我们把点 $P'(\frac{1}{x}, \frac{1}{y})$ 称为点 P 的“倒影点”，直线 $y = -x + 1$ 上有两点 A, B ，它们的倒影点 A', B' 均在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上. 若 $AB = 2\sqrt{2}$ ，则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.

25. (4 分) 如图 1，把一张正方形纸片对折得到长方形 $ABCD$ ，再沿 $\angle ADC$ 的平分线 DE 折叠，如图 2，点 C 落在点 C' 处，最后按图 3 所示方式折叠，使点 A 落在 DE 的中点 A' 处，折痕是 FG ，若原正方形纸片的边长为 6cm ，则 $FG = \underline{\hspace{2cm}} \text{cm}$.

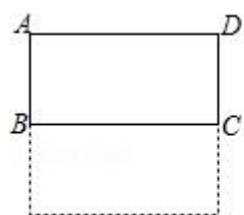


图1

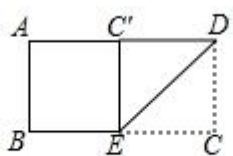


图2

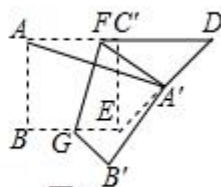


图3

五、解答题 (本大题共 3 小题，共 30 分)

26. (8 分) 随着地铁和共享单车的发展，“地铁+单车”已成为很多市民出行的选择，李华从文化宫站出发，先乘坐地铁，准备在离家较近的 A, B, C, D, E 中的某一站出地铁，再骑共享单车回家，设他出地铁的站点与文化宫距离为 x (单

位：千米)，乘坐地铁的时间 y_1 （单位：分钟）是关于 x 的一次函数，其关系如下表：

地铁站	A	B	C	D	E
x （千米）	8	9	10	11.5	13
y_1 （分钟）	18	20	22	25	28

- (1) 求 y_1 关于 x 的函数表达式；
- (2) 李华骑单车的时间（单位：分钟）也受 x 的影响，其关系可以用 $y_2 = \frac{1}{2}x^2 - 11x + 78$ 来描述，请问：李华应选择在那一站出地铁，才能使他从文化宫回到家所需的时间最短？并求出最短时间。

27. (10 分) 问题背景：如图 1，等腰 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\angle BAC=120^\circ$ ，作 $AD \perp BC$ 于点 D ，则 D 为 BC 的中点， $\angle BAD = \frac{1}{2} \angle BAC = 60^\circ$ ，于是 $\frac{BC}{AB} = \frac{2BD}{AB} = \sqrt{3}$ ；

迁移应用：如图 2， $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 都是等腰三角形， $\angle BAC = \angle DAE = 120^\circ$ ， D, E, C 三点在同一条直线上，连接 BD 。

- ①求证： $\triangle ADB \cong \triangle AEC$ ；
- ②请直接写出线段 AD, BD, CD 之间的等量关系式；

拓展延伸：如图 3，在菱形 $ABCD$ 中， $\angle ABC = 120^\circ$ ，在 $\angle ABC$ 内作射线 BM ，作点 C 关于 BM 的对称点 E ，连接 AE 并延长交 BM 于点 F ，连接 CE, CF 。

- ①证明 $\triangle CEF$ 是等边三角形；
- ②若 $AE=5, CE=2$ ，求 BF 的长。

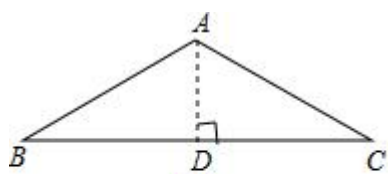


图1

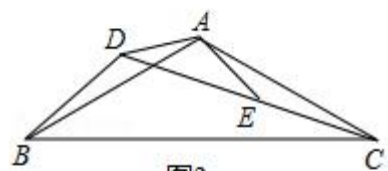


图2

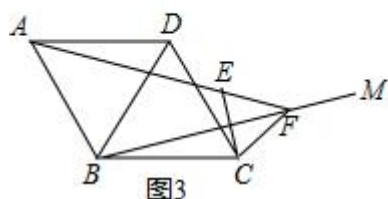


图3

28. (10 分) 如图 1, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $C: y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴相交于 A, B 两点, 顶点为 $D(0, 4)$, $AB=4\sqrt{2}$, 设点 $F(m, 0)$ 是 x 轴的正半轴上一点, 将抛物线 C 绕点 F 旋转 180° , 得到新的抛物线 C' .

(1) 求抛物线 C 的函数表达式;

(2) 若抛物线 C' 与抛物线 C 在 y 轴的右侧有两个不同的公共点, 求 m 的取值范围.

(3) 如图 2, P 是第一象限内抛物线 C 上一点, 它到两坐标轴的距离相等, 点 P 在抛物线 C' 上的对应点 P' , 设 M 是 C 上的动点, N 是 C' 上的动点, 试探究四边形 $PMP'N$ 能否成为正方形? 若能, 求出 m 的值; 若不能, 请说明理由.

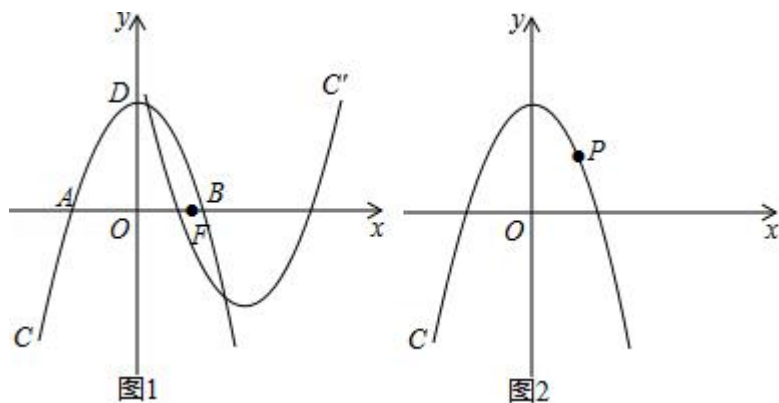


图1

图2

2017 年四川省成都市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

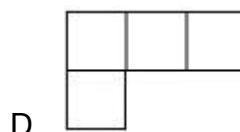
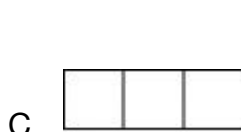
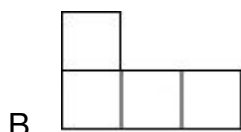
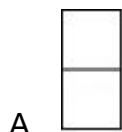
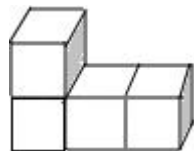
1. (3 分) 《九章算术》中注有“今两算得失相反，要令正负以名之”，意思是：今有两数若其意义相反，则分别叫做正数与负数，若气温为零上 10°C 记作 $+10^{\circ}\text{C}$ ，则 -3°C 表示气温为 ()

A. 零上 3°C B. 零下 3°C C. 零上 7°C D. 零下 7°C

【解答】解：若气温为零上 10°C 记作 $+10^{\circ}\text{C}$ ，则 -3°C 表示气温为零下 3°C 。

故选：B.

2. (3 分) 如图所示的几何体是由 4 个大小相同的小立方体组成，其俯视图是 ()



【解答】解：从上边看一层三个小正方形，

故选：C.

3. (3 分) 总投资 647 亿元的西成高铁预计 2017 年 11 月竣工，届时成都到西安只需 3 小时，上午游武侯区，晚上看大雁塔将成为现实，用科学记数法表示 647 亿元为 ()

A. 647×10^8 B. 6.47×10^9 C. 6.47×10^{10} D. 6.47×10^{11}

【解答】解：647 亿=647 0000 0000= 6.47×10^{10} ,

故选：C.

4. (3 分) 二次根式 $\sqrt{x-1}$ 中， x 的取值范围是 ()

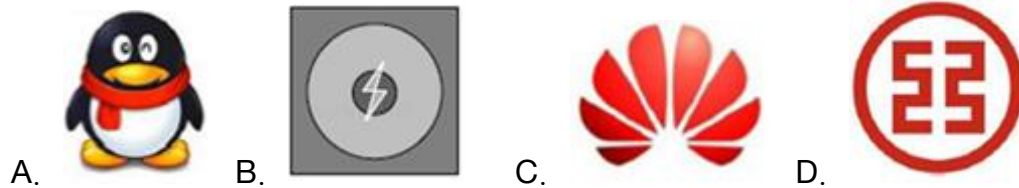
A. $x \geq 1$ B. $x > 1$ C. $x \leq 1$ D. $x < 1$

【解答】解：由题意可知： $x - 1 \geq 0$,

$\therefore x \geq 1$,

故选 (A)

5. (3 分) 下列图标中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是 ()



【解答】解：A、不是轴对称图形，也不是中心对称图形，故本选项错误；

B、不是轴对称图形，是中心对称图形，故本选项错误；

C、是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项错误；

D、既是轴对称图形，又是中心对称图形，故本选项正确.

故选 D.

6. (3 分) 下列计算正确的是 ()

A. $a^5 + a^5 = a^{10}$ B. $a^7 \div a = a^6$ C. $a^3 \cdot a^2 = a^6$ D. $(-a^3)^2 = -a^6$

【解答】解：A. $a^5 + a^5 = 2a^5$ ，所以此选项错误；

B. $a^7 \div a = a^6$, 所以此选项正确;

C. $a^3 \cdot a^2 = a^5$, 所以此选项错误;

D. $(-a^3)^2 = a^6$, 所以此选项错误;

故选 B.

7. (3 分) 学习全等三角形时, 数学兴趣小组设计并组织了“生活中的全等”的比赛, 全班同学的比赛结果统计如下表:

得分 (分)	60	70	80	90	100
人数 (人)	7	12	10	8	3

则得分的众数和中位数分别为 ()

A. 70 分, 70 分 B. 80 分, 80 分 C. 70 分, 80 分 D. 80 分, 70 分

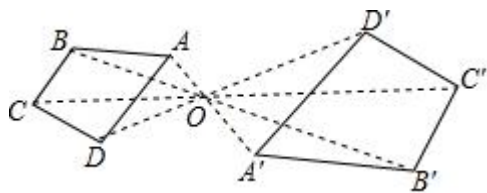
【解答】解: 70 分的有 12 人, 人数最多, 故众数为 70 分;

处于中间位置的数为第 20、21 两个数, 都为 80 分, 中位数为 80 分.

故选: C.

8. (3 分) 如图, 四边形 ABCD 和 A'B'C'D' 是以点 O 为位似中心的位似图形,

若 $OA:OA'=2:3$, 则四边形 ABCD 与四边形 A'B'C'D' 的面积比为 ()



A. 4: 9 B. 2: 5 C. 2: 3 D. $\sqrt{2}: \sqrt{3}$

【解答】解: $\because$ 四边形 ABCD 和 A'B'C'D' 是以点 O 为位似中心的位似图形,

$OA:OA'=2:3$,

$\therefore DA:D'A'=OA:OA'=2:3$,

∴ 四边形 ABCD 与四边形 A'B'C'D' 的面积比为: $(\frac{2}{3})^2 = \frac{4}{9}$,

故选: A.

9. (3 分) 已知 $x=3$ 是分式方程 $\frac{kx}{x-1} - \frac{2k-1}{x} = 2$ 的解, 那么实数 k 的值为 ()

A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

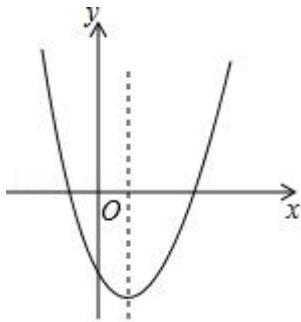
【解答】解: 将 $x=3$ 代入 $\frac{kx}{x-1} - \frac{2k-1}{x} = 2$,

$$\therefore \frac{3k}{2} - \frac{2k-1}{3} = 2$$

解得: $k=2$,

故选 (D)

10. (3 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示, 下列说法正确的是 ()



A. $abc < 0$, $b^2 - 4ac > 0$ B. $abc > 0$, $b^2 - 4ac > 0$

C. $abc < 0$, $b^2 - 4ac < 0$ D. $abc > 0$, $b^2 - 4ac < 0$

【解答】解: 根据二次函数的图象知:

抛物线开口向上, 则 $a > 0$;

抛物线的对称轴在 y 轴右侧, 则 $x = -\frac{b}{2a} > 0$, 即 $b < 0$;

抛物线交 y 轴于负半轴, 则 $c < 0$;

∴ $abc > 0$,

∵ 抛物线与 x 轴有两个不同的交点,

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac > 0,$$

故选 B.

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

11. (4 分) $(\sqrt{2017} - 1)^0 = \underline{1}$.

【解答】解: $(\sqrt{2017} - 1)^0 = 1$.

故答案为: 1.

12. (4 分) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 4$, 则 $\angle A$ 的度数为 40° .

【解答】解: $\because \angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 4$,

$$\therefore \text{设 } \angle A = 2x, \angle B = 3x, \angle C = 4x,$$

$$\because \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ,$$

$$\therefore 2x + 3x + 4x = 180^\circ,$$

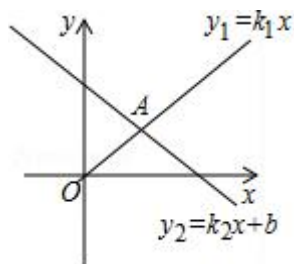
$$\text{解得: } x = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle A \text{ 的度数为: } 40^\circ.$$

故答案为: 40° .

13. (4 分) 如图, 正比例函数 $y_1 = k_1x$ 和一次函数 $y_2 = k_2x + b$ 的图象相交于点 A

(2, 1), 当 $x < 2$ 时, $y_1 \underline{<} y_2$. (填“ $>$ ”或“ $<$ ”).

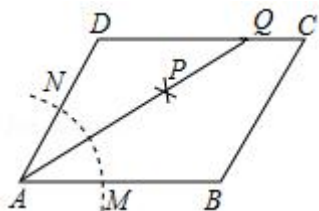


【解答】解：由图象知，当 $x < 2$ 时， y_2 的图象在 y_1 上右，

$$\therefore y_1 < y_2.$$

故答案为：<.

14. (4 分) 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，按以下步骤作图：①以 A 为圆心，任意长为半径作弧，分别交 AB ， AD 于点 M ， N ；②分别以 M ， N 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径作弧，两弧相交于点 P ；③作 AP 射线，交边 CD 于点 Q ，若 $DQ=2QC$ ， $BC=3$ ，则平行四边形 $ABCD$ 周长为 15 .



【解答】解： $\because$ 由题意可知， AQ 是 $\angle DAB$ 的平分线，

$$\therefore \angle DAQ = \angle BAQ.$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore CD \parallel AB, \quad BC = AD = 3, \quad \angle BAQ = \angle DQA,$$

$$\therefore \angle DAQ = \angle DQA,$$

$\therefore \triangle AQD$ 是等腰三角形，

$$\therefore DQ = AD = 3.$$

$$\because DQ = 2QC,$$

$$\therefore QC = \frac{1}{2}DQ = \frac{3}{2},$$

$$\therefore CD = DQ + CQ = 3 + \frac{3}{2} = \frac{9}{2},$$

$$\therefore \text{平行四边形 } ABCD \text{ 周长} = 2(DC + AD) = 2 \times \left(\frac{9}{2} + 3\right) = 15.$$

故答案为：15.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 54 分）

15. (12 分) (1) 计算： $|\sqrt{2} - 1| - \sqrt{8} + 2\sin 45^\circ + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$;

(2) 解不等式组：
$$\begin{cases} 2x - 7 < 3(x - 1) \text{ ①} \\ \frac{4}{3}x + 3 \leq 1 - \frac{2}{3}x \text{ ②} \end{cases}.$$

【解答】解：(1) 原式 $= \sqrt{2} - 1 - 2\sqrt{2} + 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 4$

$$= \sqrt{2} - 1 - 2\sqrt{2} + \sqrt{2} + 4$$

$$= 3;$$

(2)
$$\begin{cases} 2x - 7 < 3(x - 1) \text{ ①} \\ \frac{4}{3}x + 3 \leq 1 - \frac{2}{3}x \text{ ②} \end{cases},$$

①可化简为 $2x - 7 < 3x - 3$,

$$-x < 4,$$

$$x > -4,$$

②可化简为 $2x \leq 1 - 3$ ，则 $x \leq -1$.

不等式的解集是 $-4 < x \leq -1$.

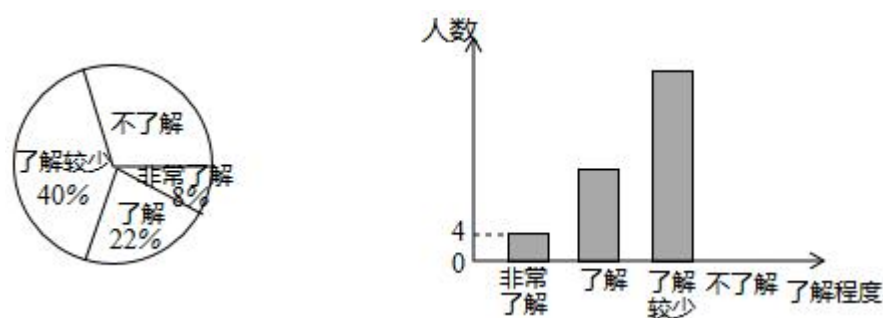
16. (6 分) 化简求值： $\frac{x-1}{x^2+2x+1} \div \left(1 - \frac{2}{x+1}\right)$ ，其中 $x = \sqrt{3} - 1$.

【解答】解：
$$\frac{x-1}{x^2+2x+1} \div \left(1 - \frac{2}{x+1}\right) = \frac{x-1}{(x+1)^2} \cdot \frac{x+1}{x-1} = \frac{1}{x+1},$$

$$\therefore x = \sqrt{3} - 1,$$

$$\therefore \text{原式} = \frac{1}{\sqrt{3}-1+1} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

17. (8分) 随着经济的快速发展, 环境问题越来越受到人们的关注, 某校学生会为了解节能减排、垃圾分类知识的普及情况, 随机调查了部分学生, 调查结果分为“非常了解”“了解”“了解较少”“不了解”四类, 并将调查结果绘制成下面两个统计图.



(1) 本次调查的学生共有 50 人, 估计该校 1200 名学生中“不了解”的人数是 360 人;

(2) “非常了解”的 4 人有 A_1, A_2 两名男生, B_1, B_2 两名女生, 若从中随机抽取两人向全校做环保交流, 请利用画树状图或列表的方法, 求恰好抽到一男一女的概率.

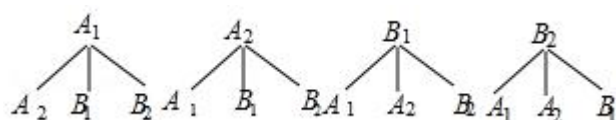
【解答】 解: (1) $4 \div 8\% = 50$ (人),

$$1200 \times (1 - 40\% - 22\% - 8\%) = 360 \text{ (人)};$$

故答案为: 50, 360;

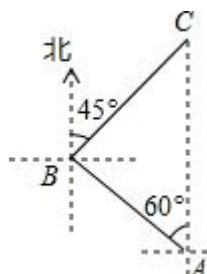
(2) 画树状图, 共有 12 根可能的结果, 恰好抽到一男一女的结果有 8 个,

$$\therefore P(\text{恰好抽到一男一女的}) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}.$$



18. (8分) 科技改变生活, 手机导航极大方便了人们的出行, 如图, 小明一家

自驾到古镇 C 游玩，到达 A 地后，导航显示车辆应沿北偏西 60° 方向行驶 4 千米至 B 地，再沿北偏东 45° 方向行驶一段距离到达古镇 C，小明发现古镇 C 恰好在 A 地的正北方向，求 B，C 两地的距离.



【解答】解：过 B 作 $BD \perp AC$ 于点 D.

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中， $AD = AB \cdot \cos \angle BAD = 4 \cos 60^\circ = 4 \times \frac{1}{2} = 2$ (千米)，

$BD = AB \cdot \sin \angle BAD = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$ (千米)，

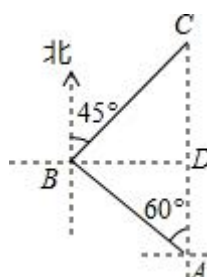
$\therefore \triangle BCD$ 中， $\angle CBD = 45^\circ$ ，

$\therefore \triangle BCD$ 是等腰直角三角形，

$\therefore CD = BD = 2\sqrt{3}$ (千米)，

$\therefore BC = \sqrt{2}BD = 2\sqrt{6}$ (千米).

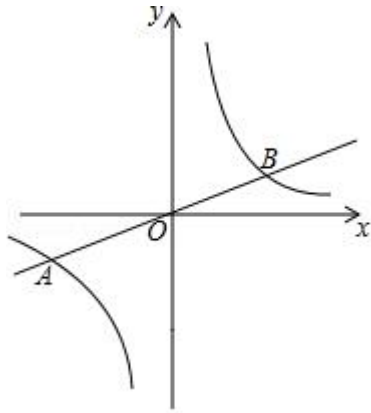
答：B，C 两地的距离是 $2\sqrt{6}$ 千米.



19. (10 分) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知正比例函数 $y = \frac{1}{2}x$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象交于 A ($a, -2$), B 两点.

(1) 求反比例函数的表达式和点 B 的坐标；

(2) P 是第一象限内反比例函数图象上一点，过点 P 作 y 轴的平行线，交直线 AB 于点 C，连接 PO，若 $\triangle POC$ 的面积为 3，求点 P 的坐标.



【解答】解：(1) 把 A (a, -2) 代入 $y = \frac{1}{2}x$, 可得 $a = -4$,

$\therefore A (-4, -2)$,

把 A (-4, -2) 代入 $y = \frac{k}{x}$, 可得 $k = 8$,

$\therefore$ 反比例函数的表达式为 $y = \frac{8}{x}$,

$\therefore$ 点 B 与点 A 关于原点对称,

$\therefore B (4, 2)$;

(2) 如图所示，过 P 作 $PE \perp x$ 轴于 E，交 AB 于 C，

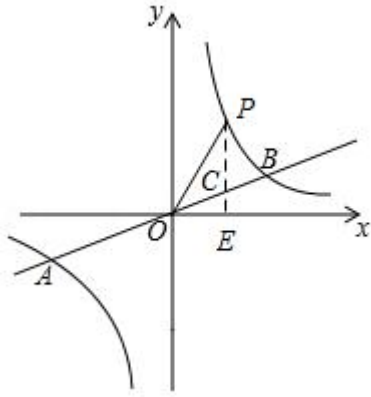
设 P $(m, \frac{8}{m})$, 则 C $(m, \frac{1}{2}m)$,

$\therefore \triangle POC$ 的面积为 3,

$\therefore \frac{1}{2}m \times |\frac{1}{2}m - \frac{8}{m}| = 3$,

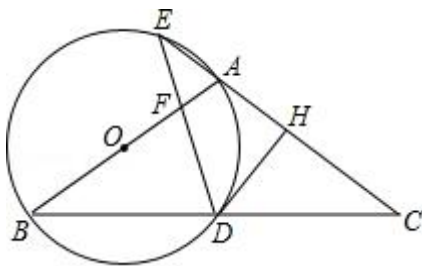
解得 $m = 2\sqrt{7}$ 或 2,

$\therefore P (2\sqrt{7}, \frac{4}{7}\sqrt{7})$ 或 $(2, 4)$.



20. (12 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 以 AB 为直径作圆 O , 分别交 BC 于点 D , 交 CA 的延长线于点 E , 过点 D 作 $DH \perp AC$ 于点 H , 连接 DE 交线段 OA 于点 F .

- (1) 求证: DH 是圆 O 的切线;
- (2) 若 A 为 EH 的中点, 求 $\frac{EF}{FD}$ 的值;
- (3) 若 $EA=EF=1$, 求圆 O 的半径.



【解答】证明: (1) 连接 OD , 如图 1,

$\because OB=OD$,

$\therefore \triangle ODB$ 是等腰三角形,

$\angle OBD = \angle ODB$ ①,

在 $\triangle ABC$ 中, $\because AB=AC$,

$\therefore \angle ABC = \angle ACB$ ②,

由 ①② 得: $\angle ODB = \angle OBD = \angle ACB$,

$$\therefore OD \parallel AC,$$

$$\therefore DH \perp AC,$$

$$\therefore DH \perp OD,$$

$\therefore DH$ 是圆 O 的切线;

(2) 如图 2, 在 $\odot O$ 中, $\therefore \angle E = \angle B$,

$\therefore$ 由 (1) 可知: $\angle E = \angle B = \angle C$,

$\therefore \triangle EDC$ 是等腰三角形,

$\therefore DH \perp AC$, 且点 A 是 EH 中点,

设 $AE = x$, $EC = 4x$, 则 $AC = 3x$,

连接 AD , 则在 $\odot O$ 中, $\angle ADB = 90^\circ$, $AD \perp BD$,

$$\therefore AB = AC,$$

$\therefore D$ 是 BC 的中点,

$\therefore OD$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线,

$$\therefore OD \parallel AC, OD = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 3x = \frac{3x}{2},$$

$$\therefore OD \parallel AC,$$

$$\therefore \angle E = \angle ODF,$$

在 $\triangle AEF$ 和 $\triangle ODF$ 中,

$$\therefore \angle E = \angle ODF, \angle OFD = \angle AFE,$$

$$\therefore \triangle AEF \sim \triangle ODF,$$

$$\therefore \frac{EF}{FD} = \frac{AE}{OD},$$

$$\therefore \frac{AE}{OD} = \frac{x}{\frac{3}{2}x} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore \frac{EF}{FD} = \frac{2}{3};$$

(3) 如图 2, 设 $\odot O$ 的半径为 r , 即 $OD=OB=r$,

$$\therefore EF=EA,$$

$$\therefore \angle EFA = \angle EAF,$$

$$\therefore OD \parallel EC,$$

$$\therefore \angle FOD = \angle EAF,$$

则 $\angle FOD = \angle EAF = \angle EFA = \angle OFD$,

$$\therefore DF=OD=r,$$

$$\therefore DE=DF+EF=r+1,$$

$$\therefore BD=CD=DE=r+1,$$

在 $\odot O$ 中, $\therefore \angle BDE = \angle EAB$,

$$\therefore \angle BFD = \angle EFA = \angle EAB = \angle BDE,$$

$$\therefore BF=BD, \triangle BDF \text{ 是等腰三角形},$$

$$\therefore BF=BD=r+1,$$

$$\therefore AF=AB-BF=2OB-BF=2r-(1+r)=r-1,$$

在 $\triangle BFD$ 和 $\triangle EFA$ 中,

$$\therefore \begin{cases} \angle BFD = \angle EFA \\ \angle B = \angle E \end{cases},$$

$$\therefore \triangle BFD \sim \triangle EFA,$$

$$\therefore \frac{EF}{FA} = \frac{BF}{DF},$$

$$\therefore \frac{1}{r-1} = \frac{1+r}{r},$$

$$\text{解得: } r_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2}, r_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \text{ (舍)},$$

$$\therefore (x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 \cdot x_2 = 25 - 4a = 4,$$

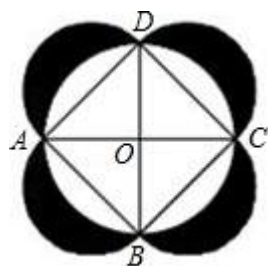
$$\therefore a = \frac{21}{4},$$

故答案为: $\frac{21}{4}$.

23. (4分) 已知 $\odot O$ 的两条直径AC, BD互相垂直, 分别以AB, BC, CD, DA为直径向外作半圆得到如图所示的图形, 现随机地向该图形内掷一枚小针,

记针尖落在阴影区域内的概率为 P_1 , 针尖落在 $\odot O$ 内的概率为 P_2 , 则 $\frac{P_1}{P_2} =$

$$\frac{2}{\pi}.$$



【解答】解: 设 $\odot O$ 的半径为1, 则 $AD = \sqrt{2}$,

故 $S_{\odot O} = \pi$,

阴影部分面积为: $\pi \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \times 2 + \sqrt{2} \times \sqrt{2} - \pi = 2$,

则 $P_1 = \frac{2}{\pi + 2}$, $P_2 = \frac{\pi}{\pi + 2}$,

故 $\frac{P_1}{P_2} = \frac{2}{\pi}$.

故答案为: $\frac{2}{\pi}$.

24. (4分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于不在坐标轴上的任意一点 $P(x, y)$,

我们把点 $P'(\frac{1}{x}, \frac{1}{y})$ 称为点 P 的“倒影点”, 直线 $y = -x + 1$ 上有两点A, B, 它

们的倒影点 A', B' 均在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上. 若 $AB = 2\sqrt{2}$, 则 $k = -\frac{4}{3}$.

【解答】解：设点 A (a, -a+1), B (b, -b+1) (a<b), 则 A' ($\frac{1}{a}$, $\frac{1}{1-a}$),
B' ($\frac{1}{b}$, $\frac{1}{1-b}$),

$$\therefore AB = \sqrt{(b-a)^2 + [(-b+1) - (-a+1)]^2} = \sqrt{2(b-a)^2} = \sqrt{2} (b-a) = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore b-a=2, \text{ 即 } b=a+2.$$

$\therefore$ 点 A', B' 均在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上,

$$\therefore \begin{cases} b=a+2 \\ k = \frac{1}{a(1-a)} = \frac{1}{b(1-b)} \end{cases},$$

$$\text{解得: } k = -\frac{4}{3}.$$

$$\text{故答案为: } -\frac{4}{3}.$$

25. (4 分) 如图 1, 把一张正方形纸片对折得到长方形 ABCD, 再沿 $\angle ADC$ 的平分线 DE 折叠, 如图 2, 点 C 落在点 C' 处, 最后按图 3 所示方式折叠, 使点 A 落在 DE 的中点 A' 处, 折痕是 FG, 若原正方形纸片的边长为 6cm, 则 FG = $\sqrt{10}$ cm.

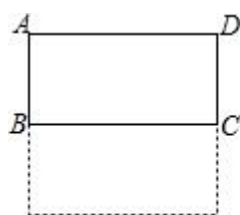


图1

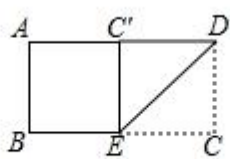


图2

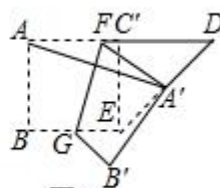


图3

【解答】解：作 $GM \perp AC'$ 于 M, $A'N \perp AD$ 于 N, AA' 交 EC' 于 K. 易知 $MG = AB = AC'$,

$$\therefore GF \perp AA',$$

$$\therefore \angle AFG + \angle FAK = 90^\circ, \angle MGF + \angle MFG = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MGF = \angle KAC',$$

$$\therefore \triangle AKC' \cong \triangle GFM,$$

$$\therefore GF=AK,$$

$$\therefore AN=4.5\text{cm}, A'N=1.5\text{cm}, C'K \parallel A'N,$$

$$\therefore \frac{KC'}{A'N} = \frac{AC'}{AN},$$

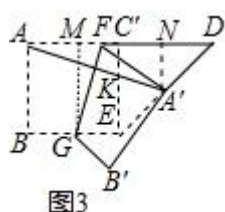
$$\therefore \frac{KC'}{1.5} = \frac{3}{4.5},$$

$$\therefore C'K=1\text{cm},$$

$$\text{在 Rt}\triangle AC'K \text{ 中, } AK=\sqrt{AC'^2+C'K^2}=\sqrt{10}\text{cm},$$

$$\therefore FG=AK=\sqrt{10}\text{cm},$$

故答案为 $\sqrt{10}$.



五、解答题（本大题共 3 小题，共 30 分）

26. (8 分) 随着地铁和共享单车的发展，“地铁+单车”已成为很多市民出行的选择，李华从文化宫站出发，先乘坐地铁，准备在离家较近的 A，B，C，D，E 中的某一站出地铁，再骑共享单车回家，设他出地铁的站点与文化宫距离为 x （单位：千米），乘坐地铁的时间 y_1 （单位：分钟）是关于 x 的一次函数，其关系如下表：

地铁站	A	B	C	D	E
x (千米)	8	9	10	11.5	13
y_1 (分钟)	18	20	22	25	28

(1) 求 y_1 关于 x 的函数表达式；

(2) 李华骑单车的时间 (单位: 分钟) 也受 x 的影响, 其关系可以用 $y_2 = \frac{1}{2}x^2 - 11x + 78$ 来描述, 请问: 李华应选择在那一站出地铁, 才能使他从文化宫回到家所需的时间最短? 并求出最短时间.

【解答】解: (1) 设 $y_1 = kx + b$, 将 $(8, 18)$, $(9, 20)$, 代入得:

$$\begin{cases} 8k + b = 18 \\ 9k + b = 20 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = 2 \\ b = 2 \end{cases}$$

故 y_1 关于 x 的函数表达式为: $y_1 = 2x + 2$;

(2) 设李华从文化宫回到家所需的时间为 y , 则

$$y = y_1 + y_2 = 2x + 2 + \frac{1}{2}x^2 - 11x + 78 = \frac{1}{2}x^2 - 9x + 80,$$

$$\therefore \text{当 } x = 9 \text{ 时, } y \text{ 有最小值, } y_{\min} = \frac{4 \times \frac{1}{2} \times 80 - 9^2}{4 \times \frac{1}{2}} = 39.5,$$

答: 李华应选择在此站出地铁, 才能使他从文化宫回到家所需的时间最短, 最短时间为 39.5 分钟.

27. (10 分) 问题背景: 如图 1, 等腰 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle BAC = 120^\circ$, 作 $AD \perp BC$ 于点 D , 则 D 为 BC 的中点, $\angle BAD = \frac{1}{2} \angle BAC = 60^\circ$, 于是 $\frac{BC}{AB} = \frac{2BD}{AB} = \sqrt{3}$;

迁移应用: 如图 2, $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 都是等腰三角形, $\angle BAC = \angle DAE = 120^\circ$,

D, E, C 三点在同一条直线上, 连接 BD .

①求证: $\triangle ADB \cong \triangle AEC$;

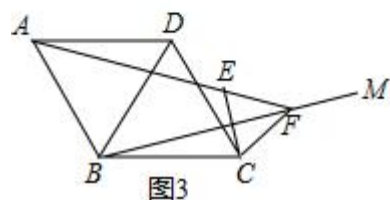
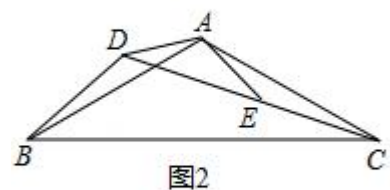
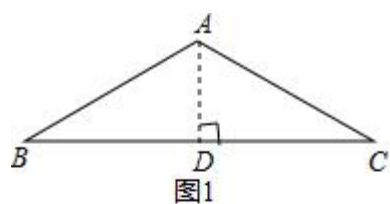
②请直接写出线段 AD, BD, CD 之间的等量关系式;

拓展延伸: 如图 3, 在菱形 $ABCD$ 中, $\angle ABC = 120^\circ$, 在 $\angle ABC$ 内作射线 BM ,

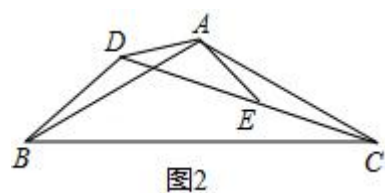
作点 C 关于 BM 的对称点 E , 连接 AE 并延长交 BM 于点 F , 连接 CE, CF .

①证明 $\triangle CEF$ 是等边三角形;

②若 $AE=5$, $CE=2$, 求 BF 的长.



【解答】 迁移应用：①证明：如图②



$$\therefore \angle BAC = \angle DAE = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle DAB = \angle CAE,$$

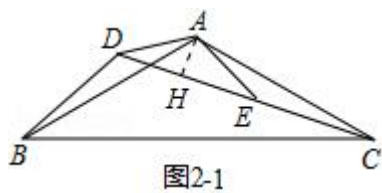
在 $\triangle DAE$ 和 $\triangle EAC$ 中,

$$\begin{cases} DA=EA \\ \angle DAB=\angle EAC, \\ AB=AC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DAB \cong \triangle EAC,$$

②解：结论： $CD=\sqrt{3}AD+BD$.

理由：如图 2－1 中，作 $AH \perp CD$ 于 H .



$\therefore \triangle DAB \cong \triangle EAC,$

$\therefore BD = CE,$

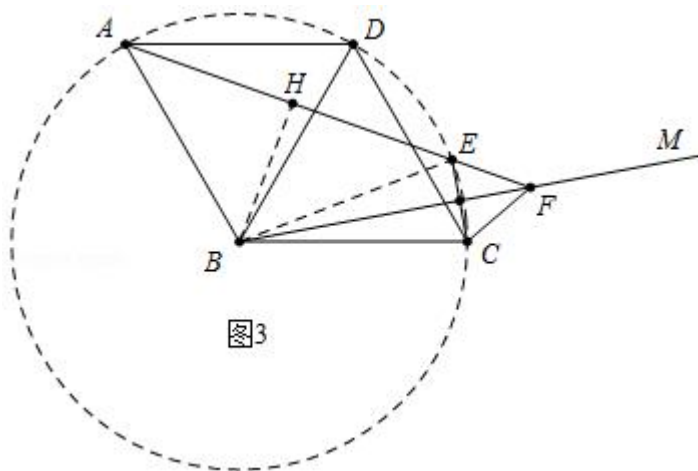
在 $\text{Rt}\triangle ADH$ 中, $DH = AD \cdot \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} AD,$

$\therefore AD = AE, AH \perp DE,$

$\therefore DH = HE,$

$\therefore CD = DE + EC = 2DH + BD = \sqrt{3}AD + BD.$

拓展延伸: ①证明: 如图 3 中, 作 $BH \perp AE$ 于 H , 连接 BE .



$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形, $\angle ABC = 120^\circ,$

$\therefore \triangle ABD, \triangle BDC$ 是等边三角形,

$\therefore BA = BD = BC,$

$\therefore E, C$ 关于 BM 对称,

$\therefore BC = BE = BD = BA, FE = FC,$

$\therefore A, D, E, C$ 四点共圆,

$$\therefore \angle ADC = \angle AEC = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle FEC = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle EFC$ 是等边三角形,

$$\textcircled{2}\text{解: } \because AE=5, EC=EF=2,$$

$$\therefore AH=HE=2.5, FH=4.5,$$

在 $Rt\triangle BHF$ 中, $\therefore \angle BFH=30^\circ$,

$$\therefore \frac{HF}{BF} = \cos 30^\circ,$$

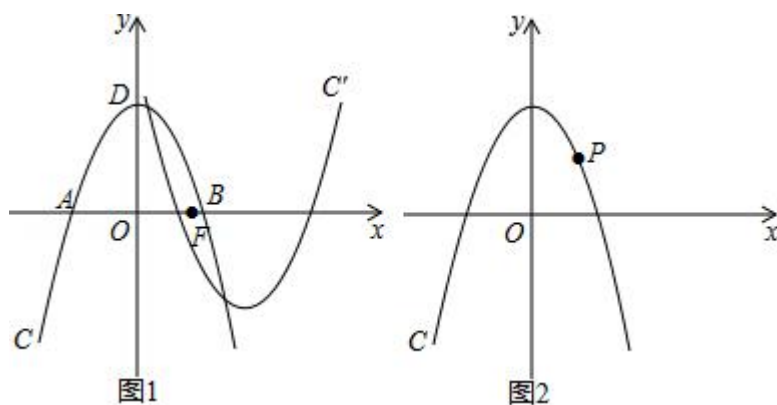
$$\therefore BF = \frac{4.5}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 3\sqrt{3}.$$

28. (10 分) 如图 1, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $C: y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴相交于 A, B 两点, 顶点为 $D(0, 4)$, $AB=4\sqrt{2}$, 设点 $F(m, 0)$ 是 x 轴的正半轴上一点, 将抛物线 C 绕点 F 旋转 180° , 得到新的抛物线 C' .

(1) 求抛物线 C 的函数表达式;

(2) 若抛物线 C' 与抛物线 C 在 y 轴的右侧有两个不同的公共点, 求 m 的取值范围.

(3) 如图 2, P 是第一象限内抛物线 C 上一点, 它到两坐标轴的距离相等, 点 P 在抛物线 C' 上的对应点 P' , 设 M 是 C 上的动点, N 是 C' 上的动点, 试探究四边形 $PMP'N$ 能否成为正方形? 若能, 求出 m 的值; 若不能, 请说明理由.



【解答】解：（1）由题意抛物线的顶点 $C(0, 4)$ ， $A(-2\sqrt{2}, 0)$ ，设抛物线的解析式为 $y = ax^2 + 4$ ，

把 $A(-2\sqrt{2}, 0)$ 代入可得 $a = -\frac{1}{2}$ ，

$\therefore$ 抛物线 C 的函数表达式为 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 4$ 。

（2）由题意抛物线 C' 的顶点坐标为 $(2m, -4)$ ，设抛物线 C' 的解析式为 $y = \frac{1}{2}(x - 2m)^2 - 4$ ，

$$\text{由 } \begin{cases} y = -\frac{1}{2}x^2 + 4 \\ y = \frac{1}{2}(x - 2m)^2 - 4 \end{cases}, \text{ 消去 } y \text{ 得到 } x^2 - 2mx + 2m^2 - 8 = 0,$$

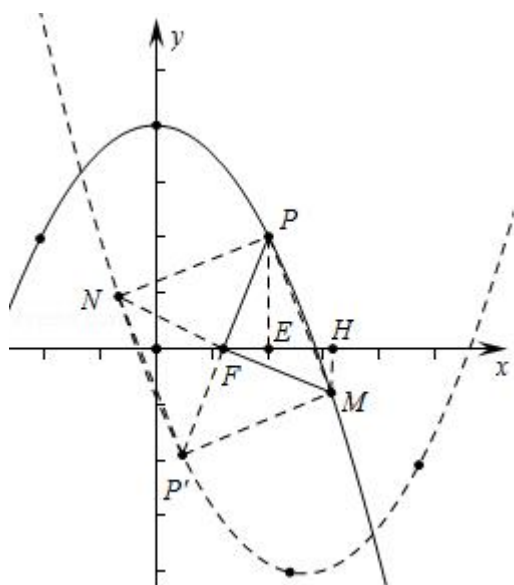
由题意，抛物线 C' 与抛物线 C 在 y 轴的右侧有两个不同的公共点，

$$\text{则有 } \begin{cases} (2m)^2 - 4(2m^2 - 8) > 0 \\ 2m > 0 \\ 2m^2 - 8 > 0 \end{cases}, \text{ 解得 } 2 < m < 2\sqrt{2},$$

$\therefore$ 满足条件的 m 的取值范围为 $2 < m < 2\sqrt{2}$ 。

（3）结论：四边形 $PMP'N$ 能成为正方形。

理由：1 情形 1，如图，作 $PE \perp x$ 轴于 E ， $MH \perp x$ 轴于 H 。



由题意易知 $P(2, 2)$ ，当 $\triangle PFM$ 是等腰直角三角形时，四边形 $PMP'N$ 是正方形，

$$\therefore PF=FM, \angle PFM=90^\circ,$$

易证 $\triangle PFE \cong \triangle FMH$ ，可得 $PE=FH=2$ ， $EF=HM=2-m$ ，

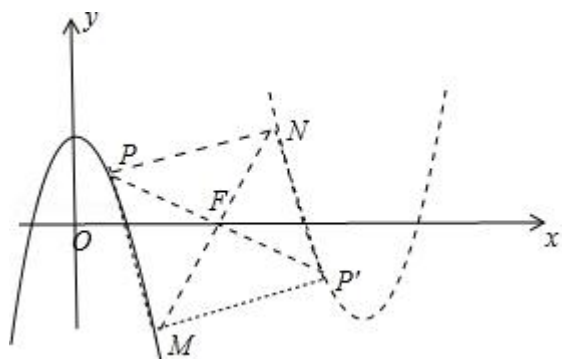
$$\therefore M(m+2, m-2),$$

$\because$ 点 M 在 $y=-\frac{1}{2}x^2+4$ 上，

$$\therefore m-2=-\frac{1}{2}(m+2)^2+4, \text{ 解得 } m=\sqrt{17}-3 \text{ 或 } -\sqrt{17}-3 \text{ (舍弃)},$$

$\therefore m=\sqrt{17}-3$ 时，四边形 $PMP'N$ 是正方形。

情形 2，如图，四边形 $PMP'N$ 是正方形，同法可得 $M(m-2, 2-m)$ ，



把 $M(m-2, 2-m)$ 代入 $y=-\frac{1}{2}x^2+4$ 中， $2-m=-\frac{1}{2}(m-2)^2+4$ ，解得 $m=6$

或 0 (舍弃)，

$\therefore m=6$ 时，四边形 $PMP'N$ 是正方形.

综上，四边形 $PMP'N$ 能成为正方形， $m=\sqrt{17}-3$ 或 6 .