

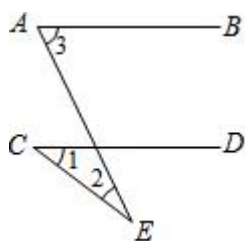
2017 年四川省凉山州中考数学试卷

一、选择题：（共 12 个小题，每小题 4 分，共 48 分）在每小题给出的四个选项中只有一项是正确的，请把正确选项的字母填涂在答题卡上相应的位置.

1. (4 分) 在 2, -3, 0, -1 这四个数中，最小的数是 ()

A. 2 B. -3 C. 0 D. -1

2. (4 分) 如右图, $AB \parallel CD$, 则下列式子一定成立的是 ()



A. $\angle 1 = \angle 3$ B. $\angle 2 = \angle 3$ C. $\angle 1 = \angle 2 + \angle 3$ D. $\angle 3 = \angle 1 + \angle 2$

3. (4 分) 下列运算正确的是 ()

A. $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$ B. $(-\frac{1}{2}xy^2)^3 = -\frac{1}{6}x^3y^6$

C. $(-x)^5 \div (-x)^2 = x^3$ D. $\sqrt{18} + \sqrt[3]{-64} = 3\sqrt{2} - 4$

4. (4 分) 指出下列事件中是随机事件的个数 ()

- ①投掷一枚硬币正面朝上; ②明天太阳从东方升起; ③五边形的内角和是 560° ;
④购买一张彩票中奖.

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

5. (4 分) 一列数 4, 5, 6, 4, 4, 7, x 的平均数是 5, 则中位数和众数分别是 ()

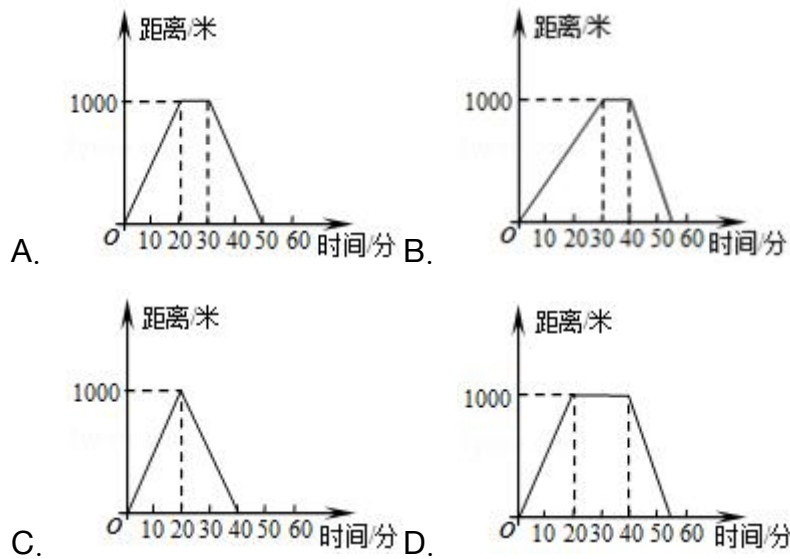
A. 4, 4 B. 5, 4 C. 5, 6 D. 6, 7

6. (4 分) 有一个数值转换器, 原理如下: 当输入的 x 为 64 时, 输出的 y 是 ()



A. $2\sqrt{2}$ B. $3\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{3}$ D. 8

7. (4分) 小明和哥哥从家里出发去买书, 从家出发走了 20 分钟到一个离家 1000 米的书店. 小明买了书后随即按原路返回; 哥哥看了 20 分钟书后, 用 15 分钟返家. 下面的图象中哪一个表示哥哥离家时间与距离之间的关系 ()



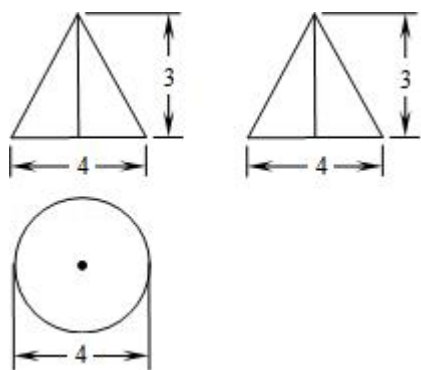
8. (4分) 一元二次方程 $3x^2 - 1 = 2x + 5$ 两实根的和与积分别是 ()

A. $\frac{3}{2}, -2$ B. $\frac{2}{3}, -2$ C. $-\frac{2}{3}, 2$ D. $-\frac{3}{2}, 2$

9. (4分) 若关于 x 的方程 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 与 $\frac{2}{x+3} = \frac{1}{x-a}$ 有一个解相同, 则 a 的值为 ()

A. 1 B. 1 或 -3 C. -1 D. -1 或 3

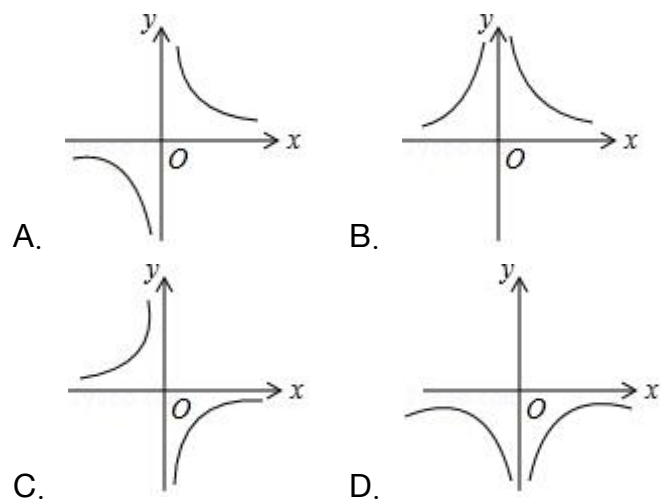
10. (4分) 如图是一个几何体的三视图, 则该几何体的侧面积是 ()



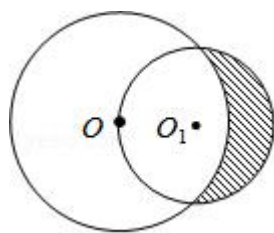
A. $2\sqrt{13}\pi$ B. 10π C. 20π D. $4\sqrt{13}\pi$

11. (4 分) 已知抛物线 $y=x^2+2x-m-2$ 与 x 轴没有交点，则函数 $y=\frac{m}{x}$ 的大致

图象是 ()



12. (4 分) 如图，一个半径为 1 的 $\odot O_1$ 经过一个半径为 $\sqrt{2}$ 的 $\odot O$ 的圆心，则图中阴影部分的面积为 ()



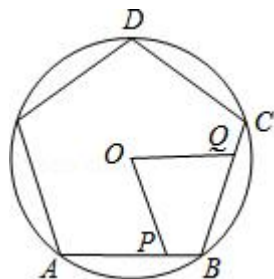
A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

二、填空题: (共 5 个小题, 每小题 4 分, 共 20 分)

13. (4 分) 2017 年端午节全国景区接待游客总人数 8260 万人, 这个数用科学

记数法可表示为_____人.

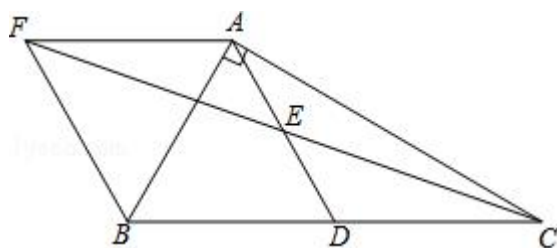
14. (4分) 如图, P、Q 分别是 $\odot O$ 的内接正五边形的边 AB、BC 上的点, $BP=CQ$, 则 $\angle POQ=$ _____.



15. (4分) 若 $-\frac{1}{2}x^{m+3}y$ 与 $2x^4y^{n+3}$ 是同类项, 则 $(m+n)^{2017}=$ _____.

16. (4分) 函数 $y=\frac{\sqrt{x+3}}{x-2}$ 有意义, 则 x 的取值范围是_____.

17. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=90^\circ$, $AB=4$, $AC=6$, 点 D、E 分别是 BC、AD 的中点, $AF \parallel BC$ 交 CE 的延长线于 F. 则四边形 AFBD 的面积为_____.



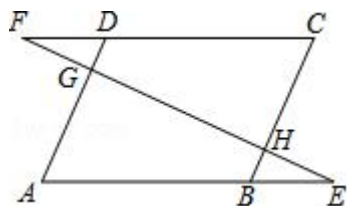
三、解答题: (共 2 小题, 每小题 6 分, 共 12 分)

18. (6分) 计算: $(-\frac{1}{2})^{-2} + (2017 - \pi)^0 - \sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} + 2\cos 45^\circ$.

19. (6分) 先化简, 再求值: $1 - \frac{a^2 + 4ab + 4b^2}{a^2 - ab} \div \frac{a + 2b}{a - b}$, 其中 a、b 满足 $(a - \sqrt{2})^2 + \sqrt{b + 1} = 0$.

四、解答题：（共 3 小题，每小题 8 分，共 24 分）

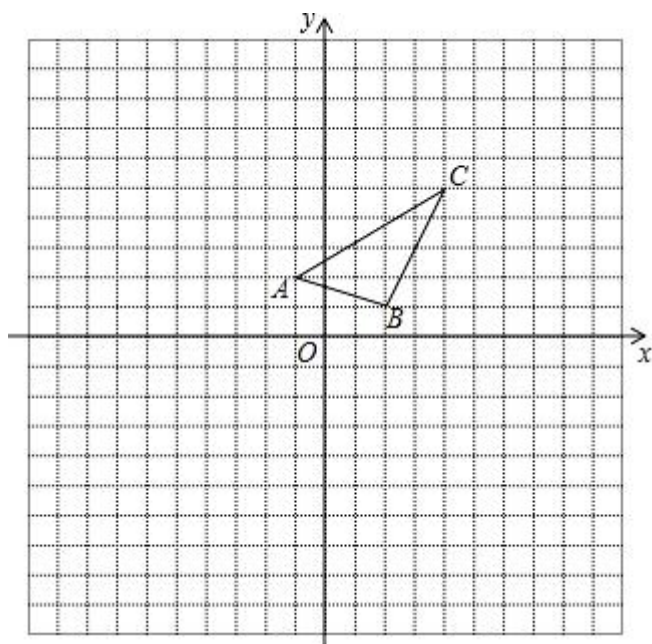
20. （8 分）如右图，在 $\square ABCD$ 中，E、F 分别是 AB、CD 延长线上的点，且 $BE=DF$ ，连接 EF 交 AD、BC 于点 G、H. 求证：FG=EH.



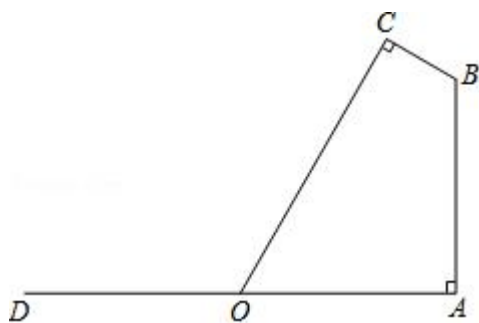
21. （8 分）如图，在边长为 1 的正方形网格中建立平面直角坐标系，已知 $\triangle ABC$ 三个顶点分别为 A（-1，2）、B（2，1）、C（4，5）.

（1）画出 $\triangle ABC$ 关于 x 轴对称的 $\triangle A_1B_1C_1$ ；

（2）以原点 O 为位似中心，在 x 轴的上方画出 $\triangle A_2B_2C_2$ ，使 $\triangle A_2B_2C_2$ 与 $\triangle ABC$ 位似，且位似比为 2，并求出 $\triangle A_2B_2C_2$ 的面积.



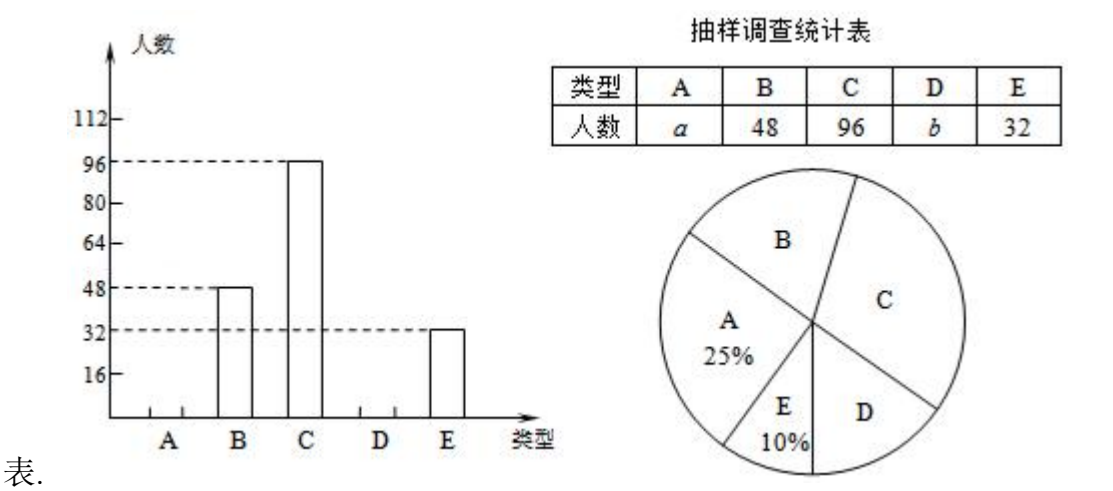
22. (8 分) 如图，若要在宽 AD 为 20 米的城南大道两边安装路灯，路灯的灯臂 BC 长 2 米，且与灯柱 AB 成 120° 角，路灯采用圆锥形灯罩，灯罩的轴线 CO 与灯臂 BC 垂直，当灯罩的轴线 CO 通过公路路面的中心线时照明效果最好，此时，路灯的灯柱 AB 高应该设计为多少米（结果保留根号）？



五、解答题：（共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分）

23. (8 分) 某校为了推进学校均衡发展，计划再购进一批图书，丰富学生的课外阅读。为了解学生对课外阅读的需求情况，学校对学生所喜爱的读物：A. 文

学，B. 艺术，C. 科普，D. 生活，E. 其他，进行了随机抽样调查（规定每名
学生只能选其中一类读物），并将调查结果绘制成以下不完整的统计图



- (1) a =_____, b =_____, 请补全条形统计图;
- (2) 如果全校有 2500 名学生, 请你估计全校有多少名学生喜爱科普读物;
- (3) 学校从喜爱科普读物的学生中选拔出 2 名男生和 3 名女生, 并从中随机抽取 2 名学生参加科普知识竞赛, 请你用树状图或列表法求出恰好抽到一名男生和一名女生的概率.

24. (8 分) 为了推进我州校园篮球运动的发展, 2017 年四川省中小学生男子篮

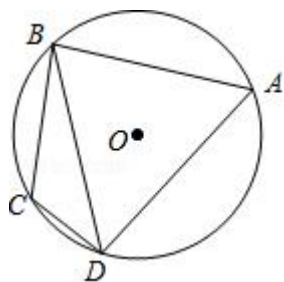
球赛于 2 月在西昌成功举办. 在此期间, 某体育文化用品商店计划一次性购进篮球和排球共 60 个, 其进价与售价间的关系如下表:

	篮球	排球
进价 (元/个)	80	50
售价 (元/个)	105	70

- (1) 商店用 4200 元购进这批篮球和排球, 求购进篮球和排球各多少个?
- (2) 设商店所获利润为 y (单位: 元), 购进篮球的个数为 x (单位: 个), 请写出 y 与 x 之间的函数关系式 (不要求写出 x 的取值范围);
- (3) 若要使商店的进货成本在 4300 元的限额内, 且全部销售完后所获利润不低于 1400 元, 请你列举出商店所有进货方案, 并求出最大利润是多少?

六、B 卷 (共 30 分) 填空题: (共 2 小题, 每小题 5 分, 共 10 分)

25. (5 分) 如图, 已知四边形 $ABCD$ 内接于半径为 4 的 $\odot O$ 中, 且 $\angle C = 2\angle A$, 则 $BD =$ _____.



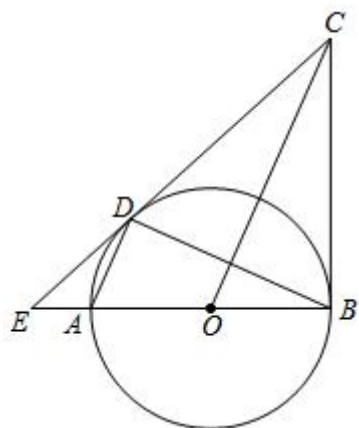
26. (5 分) 古希腊数学家把 1、3、6、10、15、21、... 叫做三角形数, 其中 1

是第一个三角形数, 3 是第二个三角形数, 6 是第三个三角形数, ..., 依此类推,
第 100 个三角形数是_____.

七、解答题: (共 2 小题, 27 题 8 分, 28 题 12 分, 共 20 分)

27. (8 分) 如图, 已知 AB 为 $\odot O$ 的直径, AD 、 BD 是 $\odot O$ 的弦, BC 是 $\odot O$ 的切线, 切点为 B , $OC \parallel AD$, BA 、 CD 的延长线相交于点 E .

- (1) 求证: DC 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 若 $AE=1$, $ED=3$, 求 $\odot O$ 的半径.

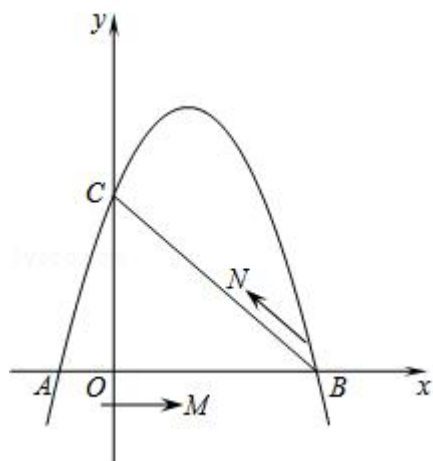


28. (12 分) 如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于 A、B 两点，与 y 轴交于点 C，且 $OA=2$ ， $OB=8$ ， $OC=6$.

(1) 求抛物线的解析式；

(2) 点 M 从 A 点出发，在线段 AB 上以每秒 3 个单位长度的速度向 B 点运动，同时，点 N 从 B 出发，在线段 BC 上以每秒 1 个单位长度的速度向 C 点运动，当其中一个点到达终点时，另一个点也停止运动，当 $\triangle MBN$ 存在时，求运动多少秒使 $\triangle MBN$ 的面积最大，最大面积是多少？

(3) 在 (2) 的条件下， $\triangle MBN$ 面积最大时，在 BC 上方的抛物线上是否存在点 P，使 $\triangle BPC$ 的面积是 $\triangle MBN$ 面积的 9 倍？若存在，求点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.



2017 年四川省凉山州中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（共 12 个小题，每小题 4 分，共 48 分）在每小题给出的四个选项中只有一项是正确的，请把正确选项的字母填涂在答题卡上相应的位置.

1. (4 分) (2017•凉山州) 在 2, -3, 0, -1 这四个数中，最小的数是 ()

A. 2 B. -3 C. 0 D. -1

【考点】18: 有理数大小比较.

【分析】有理数大小比较的法则：①正数都大于 0；②负数都小于 0；③正数大于一切负数；④两个负数，绝对值大的其值反而小，据此判断即可.

【解答】解：根据有理数比较大小的方法，可得

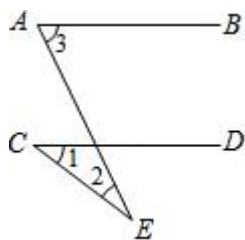
$$-3 < -1 < 0 < 2,$$

∴ 在 2, -3, 0, -1 这四个数中，最小的数是 -3.

故选：B.

【点评】此题主要考查了有理数大小比较的方法，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：①正数都大于 0；②负数都小于 0；③正数大于一切负数；④两个负数，绝对值大的其值反而小.

2. (4 分) (2017•凉山州) 如右图， $AB \parallel CD$ ，则下列式子一定成立的是 ()



A. $\angle 1 = \angle 3$ B. $\angle 2 = \angle 3$ C. $\angle 1 = \angle 2 + \angle 3$ D. $\angle 3 = \angle 1 + \angle 2$

【考点】JA: 平行线的性质.

【分析】先根据平行线的性质，即可得到 $\angle DFE = \angle 3$ ，再根据三角形外角性质可得 $\angle DEF = \angle 1 + \angle 2$ ，进而得到 $\angle 3 = \angle 1 + \angle 2$.

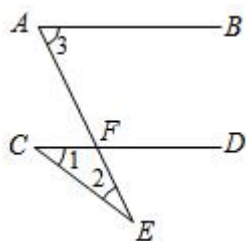
【解答】解： $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle DFE = \angle 3,$$

$$\because \angle DEF = \angle 1 + \angle 2,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 1 + \angle 2.$$

故选 D.



【点评】本题主要考查了平行线的性质以及三角形外角性质的运用，解题时注意：两直线平行，同位角相等.

3. (4 分) (2017•凉山州) 下列运算正确的是 ()

A. $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$ B. $(-\frac{1}{2}xy^2)^3 = -\frac{1}{6}x^3y^6$

C. $(-x)^5 \div (-x)^2 = x^3$ D. $\sqrt{18} + \sqrt[3]{-64} = 3\sqrt{2} - 4$

【考点】48: 同底数幂的除法; 22: 算术平方根; 24: 立方根; 47: 幂的乘方与积的乘方.

【分析】根据二次根式的加减，积的乘方等于乘方的积，同底数幂的除法底数不变指数相减，实数的运算，可得答案.

【解答】解：A、 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$ 不是同类项，不能合并，故选项 A 错误;

B、 $(-\frac{1}{2}xy^2)^3 = (-\frac{1}{2})^3x^3(y^2)^3 = -\frac{1}{8}x^3y^6$ ，故选项 B 错误;

C、 $(-x)^5 \div (-x)^2 = (-x)^{5-2} = (-x)^3 = -x^3$ ，故选项 C 错误;

D、 $\sqrt{18} + \sqrt[3]{-64} = 3\sqrt{2} + (-4) = 3\sqrt{2} - 4$ ，故选项 D 正确.

故选：D.

【点评】本题考查了同底数幂的除法，熟记法则并根据法则计算是解题关键.

4. (4 分) (2017•凉山州) 指出下列事件中是随机事件的个数 ()

①投掷一枚硬币正面朝上；②明天太阳从东方升起；③五边形的内角和是 560° ；
④购买一张彩票中奖.

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

【考点】 X1: 随机事件.

【分析】 根据事件发生的可能性大小判断相应事件的类型即可.

【解答】 解: 掷一枚硬币正面朝上是随机事件; 明天太阳从东方升起是必然事件;
五边形的内角和是 560° 是不可能事件; 购买一张彩票中奖是随机事件;

所以随机事件是 2 个.

故选: C.

【点评】 本题考查了随机事件, 解决本题需要正确理解必然事件、不可能事件、随机事件的概念. 必然事件指在一定条件下, 一定发生的事件. 不可能事件是指在一定条件下, 一定不发生的事件, 不确定事件即随机事件是指在一定条件下, 可能发生也可能不发生的事件.

5. (4 分) (2017•凉山州) 一组数 4, 5, 6, 4, 4, 7, x 的平均数是 5, 则中位数和众数分别是 ()

A. 4, 4 B. 5, 4 C. 5, 6 D. 6, 7

【考点】 W5: 众数; W1: 算术平均数; W4: 中位数.

【分析】 先根据平均数的定义求出 x 的值, 再把这组数据从小到大排列, 求出最中间两个数的平均数和出现次数最多的数即可.

【解答】 解: $\because$ 数据 4, 5, 6, 4, 4, 7, x 的平均数是 5,

$$\therefore (4+5+6+4+4+7+x) \div 7=5,$$

解得 $x=5$,

按照从小到大的顺序排列为 4, 4, 4, 5, 5, 6, 7, 排在正中间的是 5, 故中位数是 5,

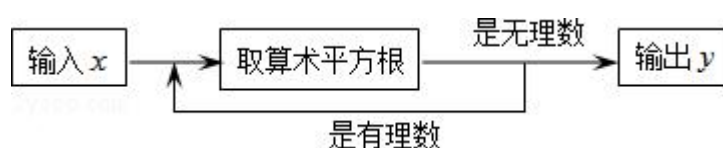
$\because$ 在这组数据中 4 出现了三次, 次数最多,

$\therefore$ 众数是 4.

故选：B.

【点评】此题考查了众数和中位数，中位数是将一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，最中间的那个数（最中间两个数的平均数），叫做这组数据的中位数，众数是一组数据中出现次数最多的数.

6. (4分) (2017•凉山州) 有一个数值转换器，原理如下：当输入的 x 为 64 时，输出的 y 是 ()



A. $2\sqrt{2}$ B. $3\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{3}$ D. 8

【考点】27：实数.

【分析】把 $x=64$ 代入数值转换器中计算确定出 y 即可.

【解答】解：由题中所给的程序可知：把 64 取算术平方根，结果为 8，

$\because 8$ 是有理数，

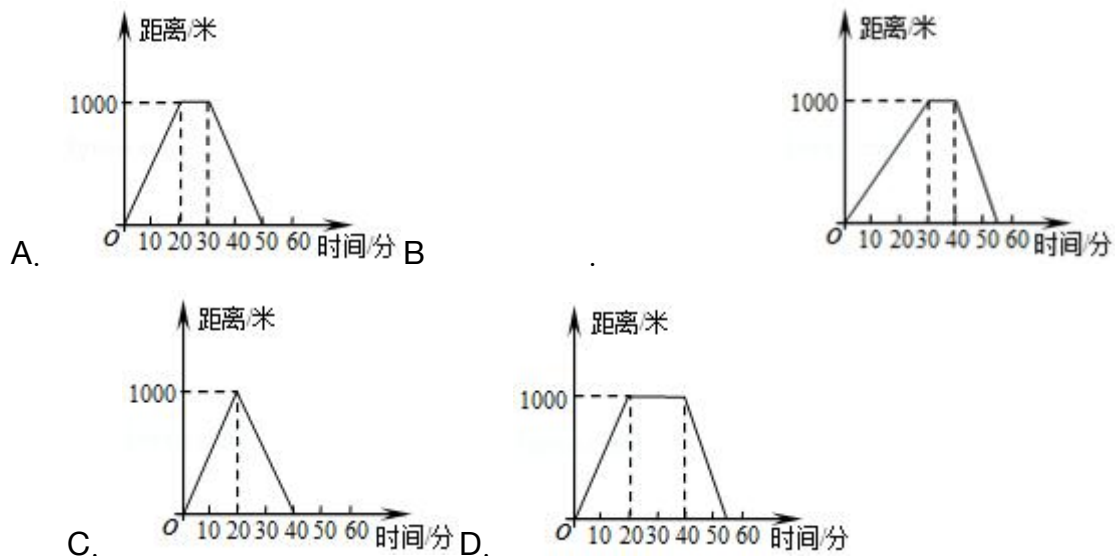
$\therefore$ 结果 $\sqrt{8}$ 为无理数，

$\therefore y = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.

故选：A.

【点评】此题考查了实数，弄清数值转换器中的运算是解本题的关键.

7. (4分) (2017•凉山州) 小明和哥哥从家里出发去买书，从家出发走了 20 分钟到一个离家 1000 米的书店. 小明买了书后随即按原路返回；哥哥看了 20 分钟书后，用 15 分钟返家. 下面的图象中哪一个表示哥哥离家时间与距离之间的关系 ()



【考点】E6: 函数的图象.

【分析】根据哥哥看了 20 分钟书后，用 15 分钟返家即可判断哥哥的离家时间与距离之间的关系.

【解答】解：根据题意，从 20 分钟到 40 分钟哥哥在书店里看书，离家距离没有变化，是一条平行于 x 轴的线段.

故选 D.

【点评】本题考查函数的图象，解题的关键是正确将文字语言转化为图形语言，本题属于基础题型.

8. (4 分) (2017•凉山州) 一元二次方程 $3x^2 - 1 = 2x + 5$ 两实根的和与积分别是 ()

A. $\frac{3}{2}$ -2 B. $\frac{2}{3}$ -2 C. $-\frac{2}{3}$ 2 D. $-\frac{3}{2}$ 2

【考点】AB: 根与系数的关系.

【分析】设这个一元二次方程的两个根分为 x_1 、 x_2 ，然后把方程化为一般形式，然后根据根与系数的关系进行判断.

【解答】解：设这个一元二次方程的两个根分为 x_1 、 x_2 ,

方程 $3x^2 - 1 = 2x + 5$ 化为一元二次方程的一般形式为: $3x^2 - 2x - 6 = 0$,

所以 $x_1 + x_2 = \frac{2}{3}$ $x_1 x_2 = \frac{-6}{3} = -2$.

故选 B.

【点评】 本题考查了根与系数的关系：若 x_1, x_2 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ (a

$\neq 0$) 的两根时, $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$, $x_1x_2=\frac{c}{a}$.

9. (4 分) (2017•凉山州) 若关于 x 的方程 $x^2+2x-3=0$ 与 $\frac{2}{x+3}=\frac{1}{x-a}$ 有一个解相同, 则 a 的值为 ()

A. 1 B. 1 或 -3 C. -1 D. -1 或 3

【考点】 A8: 解一元二次方程 - 因式分解法; B2: 分式方程的解.

【分析】 两个方程有一个解相同, 可以先求得第一个方程的解, 然后将其代入第二个方程来求 a 的值即可. 注意: 分式的分母不等于零.

【解答】 解: 解方程 $x^2+2x-3=0$, 得

$x_1=1, x_2=-3$,

$\therefore x=-3$ 是方程 $\frac{2}{x+3}=\frac{1}{x-a}$ 的增根,

$\therefore$ 当 $x=1$ 时, 代入方程 $\frac{2}{x+3}=\frac{1}{x-a}$, 得

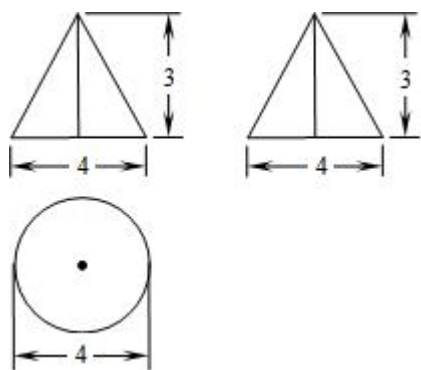
$$\frac{2}{1+3}=\frac{1}{1-a},$$

解得 $a=-1$.

故选: C.

【点评】 本题考查了解一元二次方程 - 因式分解法, 分式方程的解. 此题属于易错题, 解题时要注意分式的分母不能等于零.

10. (4 分) (2017•凉山州) 如图是一个几何体的三视图, 则该几何体的侧面积是 ()



A. $2\sqrt{13}\pi$ B. 10π C. 20π D. $4\sqrt{13}\pi$

【考点】 U3: 由三视图判断几何体; MP: 圆锥的计算.

【分析】 根据三视图可以判断该几何体是圆锥, 然后根据图形中的数据和圆锥的侧面积公式即可解答本题.

【解答】 解: 由三视图可知此几何体为圆锥,

$$\therefore d=4, h=3,$$

$$\therefore \text{圆锥的母线长为: } \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13},$$

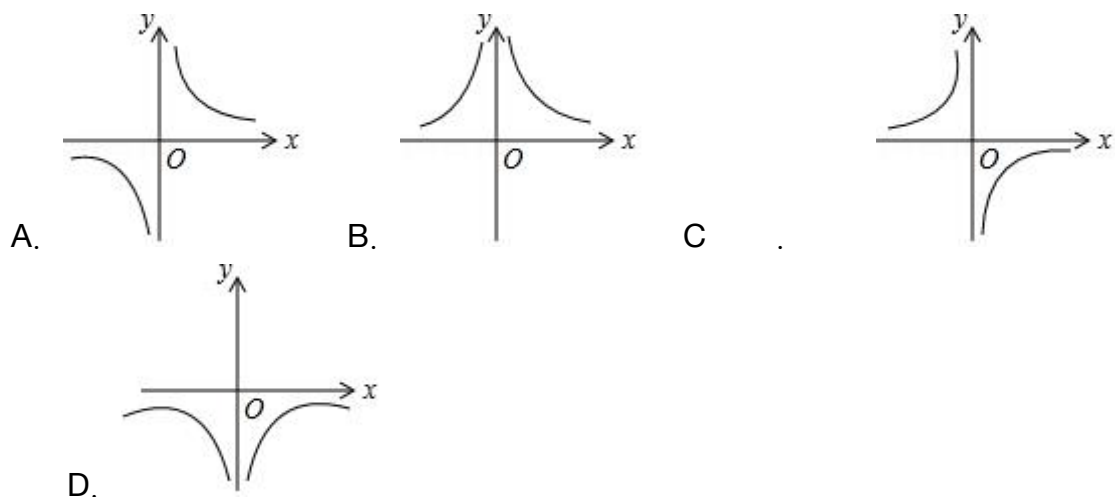
$$\therefore \text{圆锥的侧面积为: } \frac{1}{2} \times 4\pi \times \sqrt{13} = 2\sqrt{13}\pi,$$

故选 A.

【点评】 本题考查由三视图判断几何体、圆锥的计算, 解答本题的关键是明确题意, 可以判断原来的几何体, 利用圆锥的侧面积计算公式解答.

11. (4 分) (2017•凉山州) 已知抛物线 $y=x^2+2x-m-2$ 与 x 轴没有交点, 则函

数 $y=\frac{m}{x}$ 的大致图象是 ()



【考点】G2：反比例函数的图象；HA：抛物线与x轴的交点.

【分析】根据抛物线 $y=x^2+2x-m-2$ 与x轴没有交点，得方程 $x^2+2x-m-2=0$

没有实数根求得 $m < -5$ ，再判断函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象在哪个象限即可.

【解答】解：∵ 抛物线 $y=x^2+2x-m-2$ 与x轴没有交点，

∴ 方程 $x^2+2x-m-2=0$ 没有实数根，

∴ $\Delta=4-4\times 1\times (-m-2)=4m+12<0$ ，

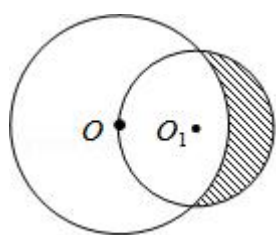
∴ $m < -3$ ，

∴ 函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象在二、四象限.

故选C.

【点评】本题考查了反比例函数的图象以及抛物线与x轴的交点问题，掌握反比例函数和二次函数的性质是解题的关键.

12. (4分) (2017•凉山州) 如图，一个半径为1的 $\odot O_1$ 经过一个半径为 $\sqrt{2}$ 的 $\odot O$ 的圆心，则图中阴影部分的面积为 ()



A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

【考点】ML：相交两圆的性质；MO：扇形面积的计算.

【分析】连接OA，OB， OO_1 ，求出 $\angle AOB=90^\circ$ ，进而利用 $S_{\text{阴影部分}}=S_{\text{半圆AB}}-S_{\text{弓形AB}}$

$S_{\text{弓形AB}}=S_{\text{半圆AB}}-(S_{\text{扇形OAB}}-S_{\triangle OAB})=S_{\text{半圆AB}}-S_{\text{扇形OAB}}+S_{\triangle OAB}$ 求出答案即可.

【解答】解：如图， $\odot O$ 的半径为 $\sqrt{2}$ ， $\odot O_1$ 的半径为1，点O在 $\odot O_1$ 上，连接

OA, OB, OO₁,

∵ OA=√2, O₁A=O₁O=1, 则有 (√2)²=1²+1²,

∴ OA²=O₁A²+O₁O²,

∴ △OO₁A 为直角三角形,

∴ ∠AOO₁=45°, 同理可得 ∠BOO₁=45°,

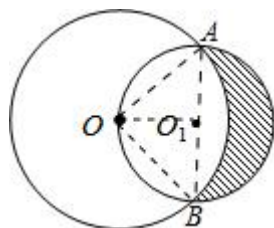
∴ ∠AOB=90°,

∴ AB 为 ⊙O₁ 的直径.

∴ S_{阴影部分}=S_{半圆 AB} - S_{弓形 AB}=S_{半圆 AB} - (S_{扇形 OAB} - S_{△OAB}) =S_{半圆 AB} - S_{扇形 OAB}+S

$$S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} \pi \times 1^2 - \frac{90\pi \times 2}{360} + \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 1.$$

故选 A.



【点评】 本题主要考查了相交两圆的性质以及扇形面积的计算, 解题的关键是正确作出辅助线, 此题有一定的难度.

二、填空题: (共 5 个小题, 每小题 4 分, 共 20 分)

13. (4 分) (2017•凉山州) 2017 年端午节全国景区接待游客总人数 8260 万人,

这个数用科学记数法可表示为 8.26 × 10⁷ 人.

【考点】 11: 科学记数法—表示较大的数.

【分析】 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n

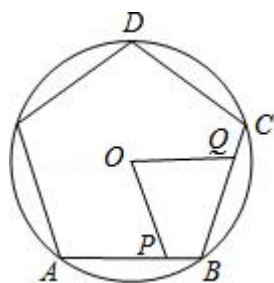
是负数.

【解答】解: $8260 \text{ 万} = 8.26 \times 10000000 = 8.26 \times 10^7$.

故答案为: 8.26×10^7 .

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

14. (4 分) (2017·凉山州) 如图, P 、 Q 分别是 $\odot O$ 的内接正五边形的边 AB 、 BC 上的点, $BP=CQ$, 则 $\angle POQ = \underline{72^\circ}$.



【考点】MM: 正多边形和圆.

【分析】连接 OA 、 OB 、 OC , 证明 $\triangle OBP \cong \triangle OCQ$, 根据全等三角形的性质得到 $\angle BOP = \angle COQ$, 结合图形计算即可.

【解答】解: 连接 OA 、 OB 、 OC ,

$\because$ 五边形 $ABCDE$ 是 $\odot O$ 的内接正五边形,

$\therefore \angle AOB = \angle BOC = 72^\circ$,

$\because OA = OB, OB = OC$,

$\therefore \angle OBA = \angle OCB = 54^\circ$,

在 $\triangle OBP$ 和 $\triangle OCQ$ 中,

$$\begin{cases} OB = OC \\ \angle OBP = \angle OCQ, \\ BP = CQ \end{cases}$$

$\therefore \triangle OBP \cong \triangle OCQ$,

$$\therefore \angle BOP = \angle COQ,$$

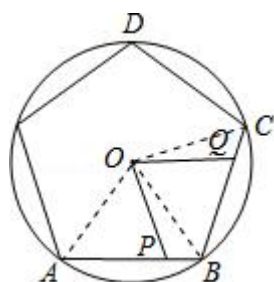
$$\because \angle AOB = \angle AOP + \angle BOP, \quad \angle BOC = \angle BOQ + \angle QOC,$$

$$\therefore \angle BOP = \angle QOC,$$

$$\because \angle POQ = \angle BOP + \angle BOQ, \quad \angle BOC = \angle BOQ + \angle QOC,$$

$$\therefore \angle POQ = \angle BOC = 72^\circ.$$

故答案为： 72° .



【点评】 本题考查的是正多边形和圆、全等三角形的判定和性质，掌握正多边形的中心角的求法、全等三角形的判定定理是解题的关键.

15. (4 分) (2017•凉山州) 若 $-\frac{1}{2}x^{m+3}y$ 与 $2x^4y^{n+3}$ 是同类项，则 $(m+n)^{2017} = \underline{-1}$.

【考点】 34: 同类项.

【分析】 根据同类项的定义，所含字母相同且相同字母的指数也相同的项是同类项，可得答案. 注意同类项与字母的顺序无关，与系数无关.

【解答】 解： $\because -\frac{1}{2}x^{m+3}y$ 与 $2x^4y^{n+3}$ 是同类项，

$$\therefore m+3=4, \quad n+3=1,$$

$$\therefore m=1, \quad n=-2,$$

$$\therefore (m+n)^{2017} = (1-2)^{2017} = -1,$$

故答案为： -1 .

【点评】 本题考查同类项的定义，同类项定义中的两个“相同”：所含字母相同；相同字母的指数相同，是易混点，还有注意同类项定义中隐含的两个“无关”：①

与字母的顺序无关；②与系数无关.

16. (4分) (2017·凉山州) 函数 $y = \frac{\sqrt{x+3}}{x-2}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 $x \geq -3$
且 $x \neq 2$.

【考点】E4: 函数自变量的取值范围.

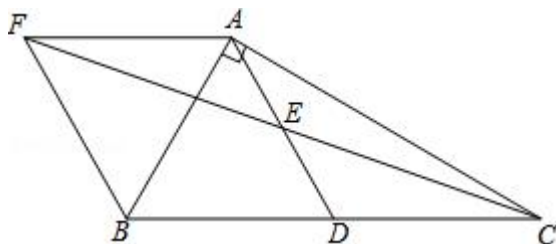
【分析】根据二次根式有意义的条件: 被开方数大于等于 0 以及分式有意义的条件: 分母不为 0 进行解答即可.

【解答】解: 由 $x+3 \geq 0$ 且 $x-2 \neq 0$, 得 $x \geq -3$ 且 $x \neq 2$,

故答案为 $x \geq -3$ 且 $x \neq 2$.

【点评】本题考查了函数自变量的取值范围问题, 掌握二次根式有意义的条件: 被开方数大于等于 0 以及分式有意义的条件: 分母不为 0 是解题的关键.

17. (4分) (2017·凉山州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = 4$, $AC = 6$, 点 D 、 E 分别是 BC 、 AD 的中点, $AF \parallel BC$ 交 CE 的延长线于 F . 则四边形 $AFBD$ 的面积为 12.



【考点】L7: 平行四边形的判定与性质; KD: 全等三角形的判定与性质.

【分析】由于 $AF \parallel BC$, 从而易证 $\triangle AEF \cong \triangle DEC$ (AAS), 所以 $AF = CD$, 从而可证四边形 $AFBD$ 是平行四边形, 所以 $S_{\text{四边形 AFBD}} = 2S_{\triangle ABD}$, 又因为 $BD = DC$, 所以 $S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle ABD}$, 所以 $S_{\text{四边形 AFBD}} = S_{\triangle ABC}$, 从而求出答案.

【解答】解: $\because AF \parallel BC$,

$\therefore \angle AFC = \angle FCD$,

在 $\triangle AEF$ 与 $\triangle DEC$ 中,

$$\begin{cases} \angle AFC = \angle FCD \\ \angle AEF = \angle DEC \\ AE = DE \end{cases}$$

$\therefore \triangle AEF \cong \triangle DEC$ (AAS).

$\therefore AF = DC$,

$\therefore BD = DC$,

$\therefore AF = BD$,

$\therefore$ 四边形AFBD是平行四边形,

$\therefore S_{\text{四边形AFBD}} = 2S_{\triangle ABD}$,

又 $\therefore BD = DC$,

$\therefore S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle ABD}$,

$\therefore S_{\text{四边形AFBD}} = S_{\triangle ABC}$,

$\therefore \angle BAC = 90^\circ$, $AB = 4$, $AC = 6$,

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{1}{2} \times 4 \times 6 = 12,$$

$\therefore S_{\text{四边形AFBD}} = 12$.

故答案为: 12

【点评】 本题考查平行四边形的性质与判定, 涉及全等三角形的判定与性质, 平行四边形的判定与性质, 勾股定理等知识, 综合程度较高.

三、解答题: (共2小题, 每小题6分, 共12分)

18. (6分) (2017·凉山州) 计算: $(-\frac{1}{2})^{-2} + (2017 - \pi)^0 - \sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} + 2\cos 45^\circ$.

【考点】 2C: 实数的运算; 6E: 零指数幂; 6F: 负整数指数幂; T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】 直接利用负整数指数幂的性质以及零指数幂的性质、特殊角的三角函数值、二次根式的性质分别化简求出答案.

【解答】解：原式 $=4+1-(\sqrt{2}-1)+2\times\frac{\sqrt{2}}{2}$
 $=4+1-\sqrt{2}+1+\sqrt{2}$
 $=6.$

【点评】此题主要考查了负整数指数幂的性质以及零指数幂的性质、特殊角的三角函数值、二次根式的性质等知识，正确把握相关性质是解题关键.

19. (6分) (2017•凉山州) 先化简，再求值： $1-\frac{a^2+4ab+4b^2}{a^2-ab}\div\frac{a+2b}{a-b}$ ，其中 a、b 满足 $(a-\sqrt{2})^2+\sqrt{b+1}=0$.

【考点】6D：分式的化简求值；1F：非负数的性质：偶次方；23：非负数的性质：算术平方根.

【分析】首先化简 $1-\frac{a^2+4ab+4b^2}{a^2-ab}\div\frac{a+2b}{a-b}$ ，然后根据 a、b 满足 $(a-\sqrt{2})^2+\sqrt{b+1}=0$ ，求出 a、b 的值各是多少，再把求出的 a、b 的值代入化简后的算式，求出算式的值是多少即可.

【解答】解： $1-\frac{a^2+4ab+4b^2}{a^2-ab}\div\frac{a+2b}{a-b}$
 $=1-\frac{(a+2b)^2}{a(a-b)}\cdot\frac{a-b}{a+2b}$
 $=1-\frac{a+2b}{a}$
 $=\frac{a-a-2b}{a}$
 $=-\frac{2b}{a}$

$\because$ a、b 满足 $(a-\sqrt{2})^2+\sqrt{b+1}=0$,

$\therefore a-\sqrt{2}=0$, $b+1=0$,

$\therefore a=\sqrt{2}$, $b=-1$,

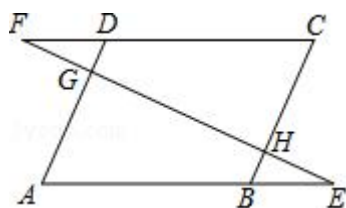
当 $a=\sqrt{2}$, $b=-1$ 时,

$$\text{原式} = -\frac{2 \times (-1)}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}.$$

【点评】此题主要考查了分式的化简求值问题, 要熟练掌握, 注意先把分式化简后, 再把分式中未知数对应的值代入求出分式的值.

四、解答题: (共 3 小题, 每小题 8 分, 共 24 分)

20. (8 分) (2017•凉山州) 如右图, 在 $\square ABCD$ 中, E 、 F 分别是 AB 、 CD 延长线上的点, 且 $BE=DF$, 连接 EF 交 AD 、 BC 于点 G 、 H . 求证: $FG=EH$.



【考点】 L5: 平行四边形的性质; KD: 全等三角形的判定与性质.

【分析】由平行四边形的性质证出 $\angle EBH = \angle FDG$, 由 ASA 证 $\triangle EBH \cong \triangle FDG$, 即可得出 $FG=EH$.

【解答】证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AB \parallel CD, \angle A = \angle C,$$

$$\therefore \angle E = \angle F, \angle A = \angle FDG, \angle EBH = \angle C,$$

$$\therefore \angle EBH = \angle FDG,$$

$$\begin{array}{c} \angle E = \angle F \\ \text{在 } \triangle EBH \text{ 与 } \triangle FDG \text{ 中, } \left\{ \begin{array}{l} BE = DF \\ \angle EBH = \angle FDG \end{array} \right. , \end{array}$$

$$\therefore \triangle EBH \cong \triangle FDG \text{ (ASA)},$$

$$\therefore FG=EH.$$

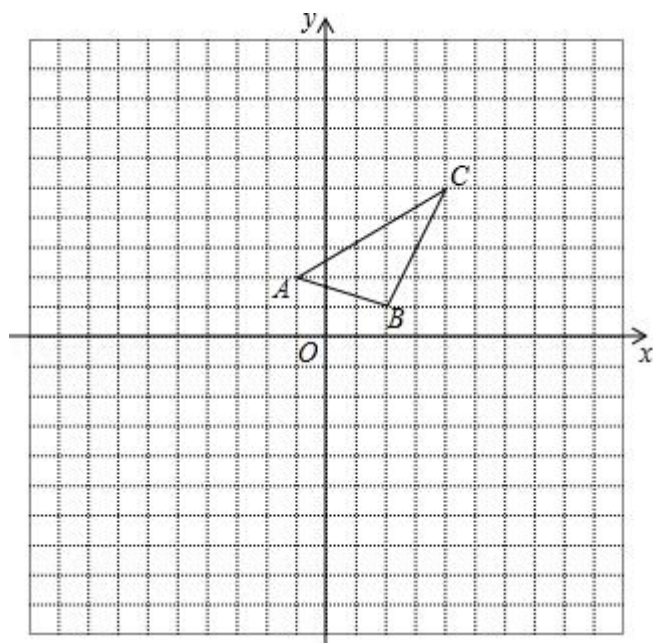
【点评】本题考查了平行四边形的性质及全等三角形的判定; 熟练掌握平行四边形的性质, 证明三角形全等是解决问题的关键.

21. (8 分) (2017•凉山州) 如图, 在边长为 1 的正方形网格中建立平面直角坐

标系，已知 $\triangle ABC$ 三个顶点分别为 $A(-1, 2)$ 、 $B(2, 1)$ 、 $C(4, 5)$ 。

(1) 画出 $\triangle ABC$ 关于 x 轴对称的 $\triangle A_1B_1C_1$ ；

(2) 以原点 O 为位似中心，在 x 轴的上方画出 $\triangle A_2B_2C_2$ ，使 $\triangle A_2B_2C_2$ 与 $\triangle ABC$ 位似，且位似比为 2 ，并求出 $\triangle A_2B_2C_2$ 的面积。



【考点】SD：作图－位似变换；P7：作图－轴对称变换。

【分析】(1) 画出 A 、 B 、 C 关于 x 轴的对称点 A_1 、 B_1 、 C_1 即可解决问题；

(2) 连接 OB 延长 OB 到 B_2 ，使得 $OB=BB_2$ ，同法可得 A_2 、 C_2 ， $\triangle A_2B_2C_2$ 就是所求三角形；

【解答】解：(1) 如图所示， $\triangle A_1B_1C_1$ 就是所求三角形

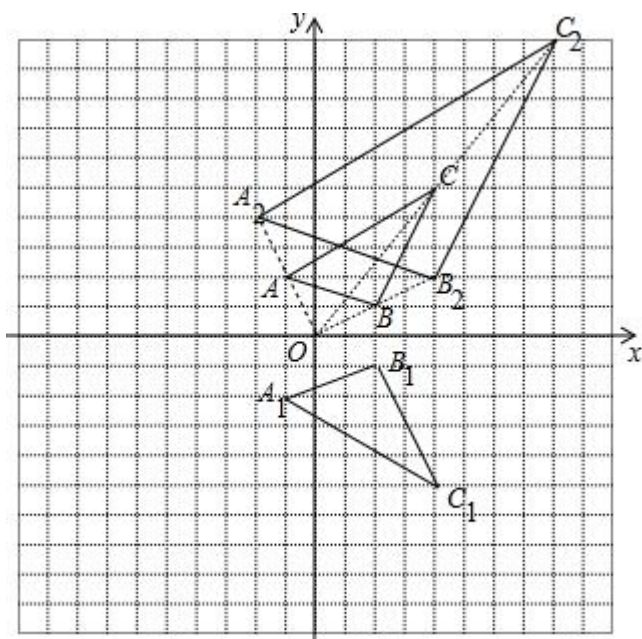
(2) 如图所示， $\triangle A_2B_2C_2$ 就是所求三角形

如图，分别过点 A_2 、 C_2 作 y 轴的平行线，过点 B_2 作 x 轴的平行线，交点分别为 E 、 F ，

$\therefore A(-1, 2)$ ， $B(2, 1)$ ， $C(4, 5)$ ， $\triangle A_2B_2C_2$ 与 $\triangle ABC$ 位似，且位似比为 2 ，

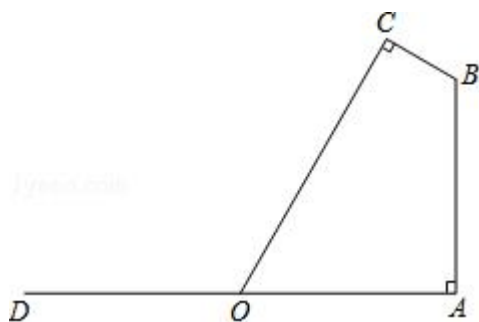
$$\therefore A_2(-2, 4), B_2(4, 2), C_2(8, 10),$$

$$\therefore S_{\triangle A_2B_2C_2} = 8 \times 10 - \frac{1}{2} \times 6 \times 2 - \frac{1}{2} \times 4 \times 8 - \frac{1}{2} \times 6 \times 10 = 28.$$



【点评】 本题考查作图—位似变换，作图轴对称变换等知识，解题的关键是理解位似变换、轴对称变换的定义，属于中考常考题型．

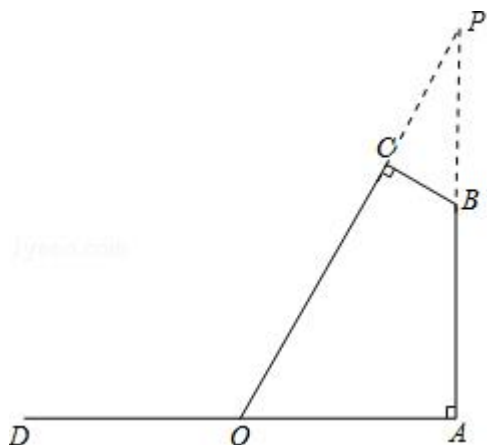
22. (8分) (2017•凉山州) 如图，若要在宽AD为20米的城南大道两边安装路灯，路灯的灯臂BC长2米，且与灯柱AB成 120° 角，路灯采用圆锥形灯罩，灯罩的轴线CO与灯臂BC垂直，当灯罩的轴线CO通过公路路面的中心线时照明效果最好，此时，路灯的灯柱AB高应该设计为多少米（结果保留根号）？



【考点】 T8：解直角三角形的应用；SA：相似三角形的应用．

【分析】 延长OC，AB交于点P， $\triangle PCB \sim \triangle PAO$ ，根据相似三角形对应边比例相等的性质即可解题．

【解答】解：如图，延长 OC，AB 交于点 P.



$$\therefore \angle ABC = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle PBC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle OCB = \angle A = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle P = 30^\circ,$$

$$\therefore AD = 20 \text{ 米},$$

$$\therefore OA = \frac{1}{2}AD = 10 \text{ 米},$$

$$\therefore BC = 2 \text{ 米},$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle CPB \text{ 中, } PC = BC \cdot \tan 60^\circ = 2\sqrt{3} \text{ 米, } PB = 2BC = 4 \text{ 米},$$

$$\therefore \angle P = \angle P, \angle PCB = \angle A = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle PCB \sim \triangle PAO,$$

$$\therefore \frac{PC}{PA} = \frac{BC}{OA},$$

$$\therefore PA = \frac{PC \cdot OA}{BC} = \frac{2\sqrt{3} \times 10}{2} = 10\sqrt{3} \text{ 米},$$

$$\therefore AB = PA - PB = (10\sqrt{3} - 4) \text{ 米}.$$

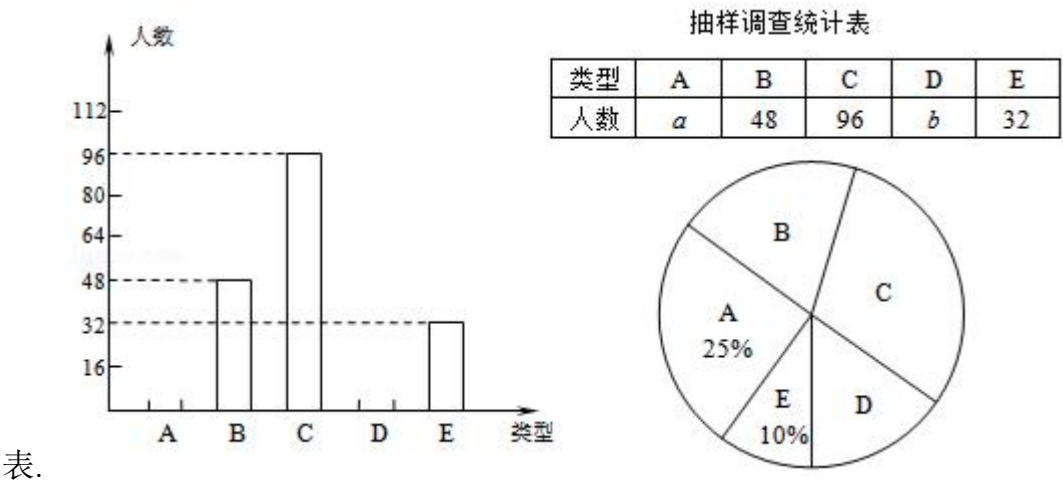
答：路灯的灯柱 AB 高应该设计为 $(10\sqrt{3} - 4)$ 米.

【点评】本题考查了通过作辅助线构建直角三角形的能力，考查了相似三角形的

判定和性质，本题中求证 $\triangle PCB \sim \triangle PAO$ 是解题的关键.

五、解答题：（共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分）

23. (8 分) (2017•凉山州) 某校为了推进学校均衡发展，计划再购进一批图书，丰富学生的课外阅读. 为了解学生对课外阅读的需求情况，学校对学生所喜爱的读物：A. 文学，B. 艺术，C. 科普，D. 生活，E. 其他，进行了随机抽样调查（规定每名学生只能选其中一类读物），并将调查结果绘制成以下不完整的统计图



- (1) $a = \underline{80}$ ， $b = \underline{64}$ ，请补全条形统计图；
- (2) 如果全校有 2500 名学生，请你估计全校有多少名学生喜爱科普读物；
- (3) 学校从喜爱科普读物的学生中选拔出 2 名男生和 3 名女生，并从中随机抽取 2 名学生参加科普知识竞赛，请你用树状图或列表法求出恰好抽到一名男生和一名女生的概率.

【考点】 X6：列表法与树状图法；V5：用样本估计总体；VB：扇形统计图；VC：条形统计图.

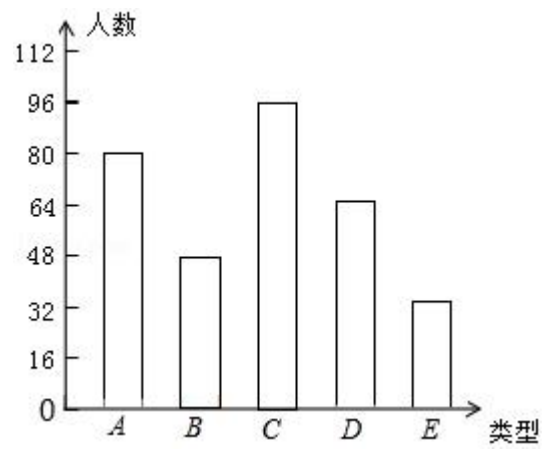
【分析】 (1) 由 E 类型的人数及其百分比求得总人数，总人数乘以 A 类型百分比可得其人数，在用总人数减去其余各组人数得出 D 类型人数，即可补全条形图；

(2) 用总人数乘以样本中 C 类型所占比例即可得；

(3) 用列表法或画树状图法列出所有等可能结果，从中确定恰好抽到一名男生

和一名女生的结果数，根据概率公式求解可得.

【解答】解：（1）∵抽查的总人数为： $32 \div 10\% = 320$ 人，
∴ $a = 320 \times 25\% = 80$ 人， $b = 320 - 80 - 48 - 96 - 32 = 64$ 人；
补全条形统计图如下：



故答案为： 80， 64；

（2） $2500 \times \frac{96}{320} = 750$ 人.

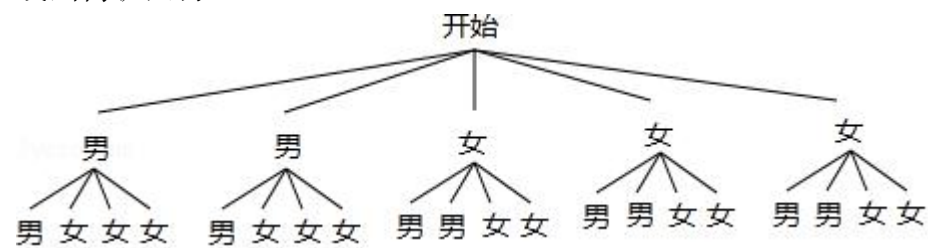
答：估计全校喜爱科普读物的学生约有 750 人.

（3）列表得：

	女	女	女	男	男
女	-	-	-	-	-
	女	女	男	男	
	，	，	，	，	
	女	女	女	女	
	)	)	)	)	
女	女	-	女	男	男
	-	-	-	-	-
	，	，	，	，	
	女	女	女	女	
	)	)	)	)	
女	女	女	-	男	男
	-	-	-	-	-
	，	，	，	，	
	女	女	女	女	
	)	)	)	)	
男				-	

	女 , 男)	女 , 男)	女 , 男)	- -)	男 , 男)
男	女 , 男)	女 , 男)	女 , 男)	男 , 男)	- - -

或画树状图得：



所有等可能的情况数有 20 种，其中一男一女的有 12 种，

所以 $P\text{（恰好抽到一男一女）}=\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$

【点评】 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用以及概率的求法，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小．

24. (8 分) (2017•凉山州) 为了推进我州校园篮球运动的发展，2017 年四川省中小学生男子篮球赛于 2 月在西昌成功举办．在此期间，某体育文化用品商店计划一次性购进篮球和排球共 60 个，其进价与售价间的关系如下表：

	篮 球	排 球
进 价	80	50
元 / 个)		
售 价	105	70
元 /)		

个		
)		

- (1) 商店用 4200 元购进这批篮球和排球，求购进篮球和排球各多少个？
- (2) 设商店所获利润为 y (单位：元)，购进篮球的个数为 x (单位：个)，请写出 y 与 x 之间的函数关系式 (不要求写出 x 的取值范围)；
- (3) 若要使商店的进货成本在 4300 元的限额内，且全部销售完后所获利润不低于 1400 元，请你列举出商店所有进货方案，并求出最大利润是多少？

【考点】 FH：一次函数的应用； 9A：二元一次方程组的应用； CE：一元一次不等式组的应用.

【分析】 (1) 设购进篮球 m 个，排球 n 个，根据购进篮球和排球共 60 个且共需 4200 元，即可得出关于 m 、 n 的二元一次方程组，解之即可得出结论；

(2) 设商店所获利润为 y 元，购进篮球 x 个，则购进排球 $(60 - x)$ 个，根据总利润=单个利润×购进数量，即可得出 y 与 x 之间的函数关系式；

(3) 设购进篮球 x 个，则购进排球 $(60 - x)$ 个，根据进货成本在 4300 元的限额内且全部销售完后所获利润不低于 1400 元，即可得出关于 x 的一元一次不等式组，解之即可得出 x 的取值范围，取其整数即可得出各购进方案，再结合 (2) 的结论利用一次函数的性质即可解决最值问题.

【解答】 解：(1) 设购进篮球 m 个，排球 n 个，

$$\text{根据题意得：} \begin{cases} m + n = 60 \\ 80m + 50n = 4200 \end{cases}$$

$$\text{解得：} \begin{cases} m = 40 \\ n = 20 \end{cases}$$

答：购进篮球 40 个，排球 20 个.

(2) 设商店所获利润为 y 元，购进篮球 x 个，则购进排球 $(60 - x)$ 个，

根据题意得： $y = (105 - 80)x + (70 - 50)(60 - x) = 5x + 1200$,

∴ y 与 x 之间的函数关系式为: $y=5x+1200$.

(3) 设购进篮球 x 个, 则购进排球 $(60-x)$ 个,

根据题意得:
$$\begin{cases} 5x + 1200 \geq 1400 \\ 80x + 50(60-x) \leq 4300 \end{cases}$$

解得: $40 \leq x \leq \frac{130}{3}$.

∴ x 取整数,

∴ $x=40, 41, 42, 43$, 共有四种方案,

方案 1: 购进篮球 40 个, 排球 20 个; 方案 2: 购进篮球 41 个, 排球 19 个; 方

案 3: 购进篮球 42 个, 排球 18 个; 方案 4: 购进篮球 43 个, 排球 17 个.

∴ 在 $y=5x+1200$ 中, $k=5 > 0$,

∴ y 随 x 的增大而增大,

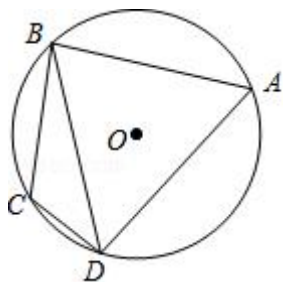
∴ 当 $x=43$ 时, 可获得最大利润, 最大利润为 $5 \times 43 + 1200 = 1415$ 元.

【点评】 本题考查了二元一次方程组的应用、一次函数的应用以及一元一次不等式组的应用, 解题的关键是: (1) 找准等量关系, 列出二元一次方程组; (2) 根据数量关系, 找出 y 与 x 之间的函数关系式; (3) 根据一次函数的性质解决最值问题.

六、B 卷 (共 30 分) 填空题: (共 2 小题, 每小题 5 分, 共 10 分)

25. (5 分) (2017·凉山州) 如图, 已知四边形 $ABCD$ 内接于半径为 4 的 $\odot O$ 中,

且 $\angle C = 2\angle A$, 则 $BD = \underline{4\sqrt{3}}$.



【考点】 M6: 圆内接四边形的性质; T7: 解直角三角形.

【分析】连接 OD 、 OB ，过点 O 作 $OF \perp BD$ ，垂足为 F ，由垂径定理可知 $DF=BF$ ， $\angle DOF=\angle BOF$ ，再由圆内接四边形的性质求出 $\angle A$ 的度数，故可得出 $\angle BOD$ 的度数，再由锐角三角函数的定义求出 BF 的长，进而可得出结论.

【解答】解：连接 OD 、 OB ，过点 O 作 $OF \perp BD$ ，垂足为 F ，

$\therefore OF \perp BD$ ，

$\therefore DF=BF$ ， $\angle DOF=\angle BOF$.

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ，

$\therefore \angle A + \angle C = 180^\circ$.

$\therefore \angle C = 2\angle A$ ，

$\therefore \angle A = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle BOD = 120^\circ$ ，

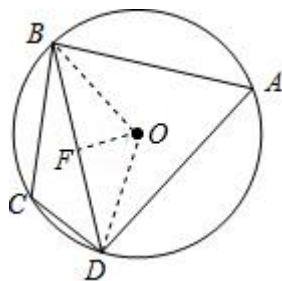
$\therefore \angle BOF = 60^\circ$.

$\therefore OB = 4$ ，

$\therefore BF = OB \cdot \sin \angle BOF = 4 \times \sin 60^\circ = 2\sqrt{3}$ ，

$\therefore BD = 2BF = 4\sqrt{3}$.

故答案为： $4\sqrt{3}$.



【点评】本题考查的是圆内接四边形的性质，熟知圆内接四边形的对角互补是解答此题的关键.

26. (5 分) (2017•凉山州) 古希腊数学家把 1、3、6、10、15、21、...叫做三

角形数, 其中 1 是第一个三角形数, 3 是第二个三角形数, 6 是第三个三角形数, ..., 依此类推, 第 100 个三角形数是 5050.

【考点】 37: 规律型: 数字的变化类.

【分析】 设第 n 个三角形数为 a_n , 分析给定的三角形数, 根据数的变化找出变化规律“ $a_n=1+2+\dots+n=\frac{n(n+1)}{2}$ ”, 依此规律即可得出结论.

【解答】 解: 设第 n 个三角形数为 a_n ,

$$\therefore a_1=1,$$

$$a_2=3=1+2,$$

$$a_3=6=1+2+3,$$

$$a_4=10=1+2+3+4,$$

...

$$\therefore a_n=1+2+\dots+n=\frac{n(n+1)}{2},$$

$$\text{将 } n=100 \text{ 代入 } a_n, \text{ 得: } a_{100}=\frac{100(100+1)}{2}=5050,$$

故答案为: 5050.

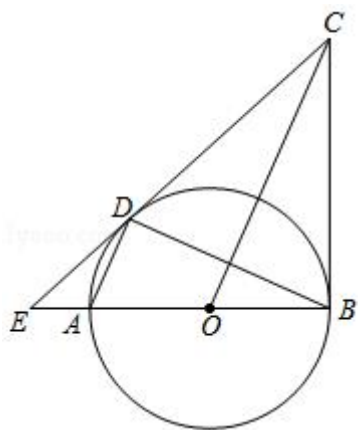
【点评】 本题考查了规律型中的数字的变化类, 解题的关键是找出变化规律“ $a_n=1+2+\dots+n=\frac{n(n+1)}{2}$ ”.

七、解答题: (共 2 小题, 27 题 8 分, 28 题 12 分, 共 20 分)

27. (8 分) (2017•凉山州) 如图, 已知 AB 为 $\odot O$ 的直径, AD 、 BD 是 $\odot O$ 的弦, BC 是 $\odot O$ 的切线, 切点为 B , $OC \parallel AD$, BA 、 CD 的延长线相交于点 E .

(1) 求证: DC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $AE=1$, $ED=3$, 求 $\odot O$ 的半径.

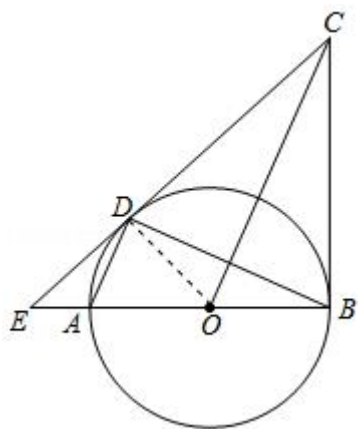


【考点】ME：切线的判定与性质.

【分析】(1) 首先连接 OD，易证得 $\triangle COD \cong \triangle COB$ (SAS)，然后由全等三角形的对应角相等，求得 $\angle CDO = 90^\circ$ ，即可证得直线 CD 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 设 $\odot O$ 的半径为 R，则 $OE = R + 1$ ，在 $\text{Rt}\triangle ODE$ 中，利用勾股定理列出方程，求解即可.

【解答】解：(1) 证明：连结 DO.



$$\therefore AD \parallel OC,$$

$$\therefore \angle DAO = \angle COB, \quad \angle ADO = \angle COD.$$

$$\text{又} \because OA = OD,$$

$$\therefore \angle DAO = \angle ADO,$$

$$\therefore \angle COD = \angle COB.$$

在 $\triangle COD$ 和 $\triangle COB$ 中

$$\because OD=OB, OC=OC,$$

$$\therefore \triangle COD \cong \triangle COB \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle CDO = \angle CBO.$$

$\because BC$ 是 $\odot O$ 的切线,

$$\therefore \angle CBO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CDO = 90^\circ,$$

又 $\because$ 点 D 在 $\odot O$ 上,

$\therefore CD$ 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 设 $\odot O$ 的半径为 R , 则 $OD=R$, $OE=R+1$,

$\because CD$ 是 $\odot O$ 的切线,

$$\therefore \angle EDO = 90^\circ,$$

$$\therefore ED^2 + OD^2 = OE^2,$$

$$\therefore 3^2 + R^2 = (R+1)^2,$$

解得 $R=4$,

$\therefore \odot O$ 的半径为 4.

【点评】 本题主要考查的是切线的判断、圆周角定理的应用, 掌握切线的判定定理, 利用勾股定理列出关于 r 的方程是解题的关键.

28. (12 分) (2017•凉山州) 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$

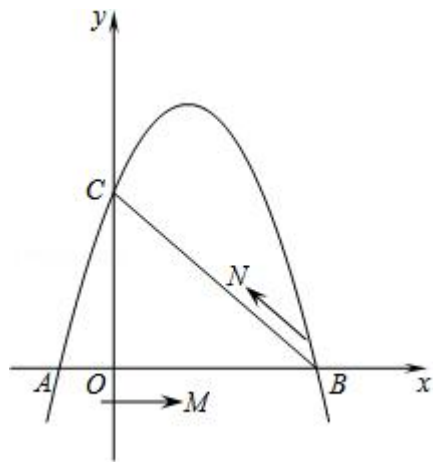
($a \neq 0$) 与 x 轴交于 A 、 B 两点, 与 y 轴交于点 C , 且 $OA=2$, $OB=8$, $OC=6$.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 点 M 从 A 点出发, 在线段 AB 上以每秒 3 个单位长度的速度向 B 点运动, 同时, 点 N 从 B 出发, 在线段 BC 上以每秒 1 个单位长度的速度向 C 点运动,

当其中一个点到达终点时，另一个点也停止运动，当 $\triangle MBN$ 存在时，求运动多少秒使 $\triangle MBN$ 的面积最大，最大面积是多少？

(3) 在(2)的条件下， $\triangle MBN$ 面积最大时，在 BC 上方的抛物线上是否存在点 P ，使 $\triangle BPC$ 的面积是 $\triangle MBN$ 面积的9倍？若存在，求点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.



【考点】HF：二次函数综合题.

【分析】(1) 由线段的长度得出点 A 、 B 、 C 的坐标，然后把 A 、 B 、 C 三点的坐标分别代入 $y=ax^2+bx+c$ ，解方程组，即可得抛物线的解析式；

(2) 设运动时间为 t 秒，则 $MB=6-3t$ ，然后根据 $\triangle BHN \sim \triangle BOC$ ，求得 $NH=\frac{3}{5}t$ ，再利用三角形的面积公式列出 $S_{\triangle MBN}$ 与 t 的函数关系式 $S_{\triangle MBN}=-\frac{9}{10}(t-\frac{5}{3})^2+\frac{5}{2}$ ，利用二次函数的图象性质进行解答；

(3) 利用待定系数法求得直线 BC 的解析式为 $y=-\frac{3}{4}x+6$. 由二次函数图象上点的坐标特征可设点 P 的坐标为 $(m, -\frac{3}{8}m^2+\frac{9}{4}m+6)$. 过点 P 作 $PE \parallel y$ 轴，交 BC 于点 E . 结合已知条件和(2)中的结果求得 $S_{\triangle PBC}=\frac{45}{2}$. 则根据图形得到 $S_{\triangle PBC}=S_{\triangle CEP}+S_{\triangle BEP}=\frac{1}{2}EP \cdot m+\frac{1}{2}EP \cdot (8-m)$ ，把相关线段的长度代入推知： $-\frac{3}{2}m^2+12m=\frac{45}{2}$.

【解答】解：(1) $\because OA=2, OB=8, OC=6,$

∴ 根据函数图象得 A (-2, 0), B (8, 0), C (0, 6),

$$\text{根据题意得} \begin{cases} 4a - 2b + c = 0 \\ 64a + 8b + c = 0 \\ c = 6 \end{cases} \text{解得} \begin{cases} a = -\frac{3}{8} \\ b = \frac{9}{4} \\ c = 6 \end{cases}$$

∴ 抛物线的解析式为 $y = -\frac{3}{8}x^2 + \frac{9}{4}x + 6$;

(2) 设运动时间为 t 秒, 则 AM=3t, BN=t.

∴ MB=10 - 3t.

由题意得, 点 C 的坐标为 (0, 6).

在 Rt△BOC 中, $BC = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$.

如图, 过点 N 作 NH⊥AB 于点 H.

∴ NH∥CO,

∴ △BHN ∽ △BOC,

$$\therefore \frac{HN}{OC} = \frac{BN}{BC}, \text{ 即 } \frac{HN}{6} = \frac{t}{10}$$

$$\therefore HN = \frac{3}{5}t.$$

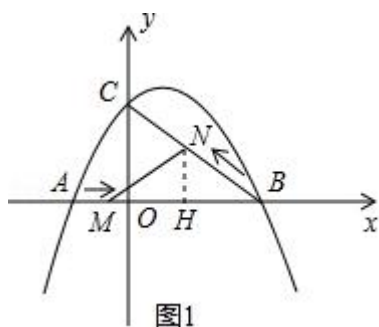
$$\therefore S_{\triangle MBN} = \frac{1}{2} MB \cdot HN = \frac{1}{2} (10 - 3t) \cdot \frac{3}{5}t = -\frac{3}{10}t^2 + 3t = -\frac{3}{10} \left(t - \frac{5}{3}\right)^2 + \frac{5}{2}$$

当△MBN 存在时, $0 < t < \frac{10}{3}$,

∴ 当 $t = \frac{5}{3}$ 时,

$$S_{\triangle MBN \text{ 最大}} = \frac{5}{2}.$$

答: 运动 $\frac{5}{3}$ 秒使△MBN 的面积最大, 最大面积是 $\frac{5}{2}$;



(3) 设直线 BC 的解析式为 $y=kx+c$ ($k \neq 0$).

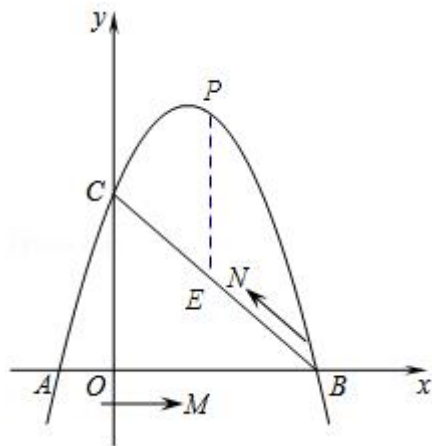
把 B (8, 0), C (0, 6) 代入, 得 $\begin{cases} 8k + c = 0 \\ c = 6 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} k = -\frac{3}{4} \\ c = 6 \end{cases}$,

$\therefore$ 直线 BC 的解析式为 $y = -\frac{3}{4}x + 6$.

$\therefore$ 点 P 在抛物线上.

$\therefore$ 设点 P 的坐标为 $(m, -\frac{3}{8}m^2 + \frac{9}{4}m + 6)$,

如图, 过点 P 作 $PE \parallel y$ 轴, 交 BC 于点 E, 则 E 点的坐标为 $(m, -\frac{3}{4}m + 6)$.



$\therefore EP = -\frac{3}{8}m^2 + \frac{9}{4}m + 6 - (-\frac{3}{4}m + 6) = -\frac{3}{8}m^2 + 3m$,

当 $\triangle MBN$ 的面积最大时, $S_{\triangle PBC} = 9 S_{\triangle MBN} = \frac{45}{2}$,

$\therefore S_{\triangle PBC} = S_{\triangle CEP} + S_{\triangle BEP} = \frac{1}{2}EP \cdot m + \frac{1}{2}EP \cdot (8 - m) = \frac{1}{2} \times 8 \cdot EP = 4 \times (-\frac{3}{8}m^2 + 3m) = -\frac{3}{2}m^2 + 12m$, 即 $-\frac{3}{2}m^2 + 12m = \frac{45}{2}$. 解得 $m_1 = 3$, $m_2 = 5$,

$\therefore P(3, \frac{75}{8})$ 或 $(5, \frac{63}{8})$.

【点评】 本题主要考查的是二次函数的综合应用, 解答本题主要应用了待定系数法求二次函数、一次函数的解析式、三角形的面积公式, 依据题意列出关于 $S_{\triangle}$

MBN 与 t 的函数关系式以及 $S_{\triangle PBC}$ 的面积与 m 的函数关系式是解题的关键.