

2017 年四川省乐山市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．在每小题给出的四个选项中，只有一个选项符合题目要求．

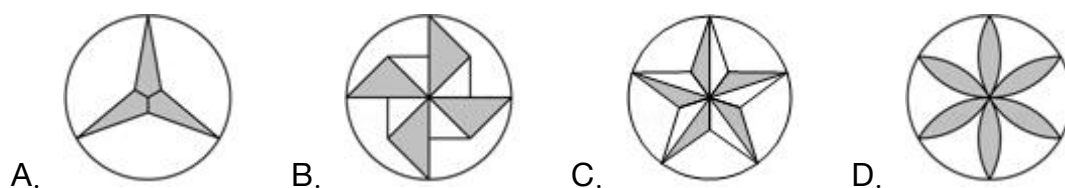
1. (3 分) -2 的倒数是 ()

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. -2

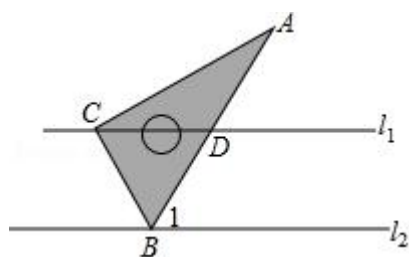
2. (3 分) 随着经济发展，人民的生活水平不断提高，旅游业快速增长，2016 年国民出境旅游超过 120 000 000 人次，将 120 000 000 用科学记数法表示为 ()

- A. 1.2×10^9 B. 12×10^7 C. 0.12×10^9 D. 1.2×10^8

3. (3 分) 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



4. (3 分) 含 30° 角的直角三角板与直线 l_1 、 l_2 的位置关系如图所示，已知 $l_1 \parallel l_2$ ， $\angle ACD = \angle A$ ，则 $\angle 1 =$ ()



- A. 70° B. 60° C. 40° D. 30°

5. (3 分) 下列说法正确的是 ()

- A. 打开电视，它正在播广告是必然事件
B. 要考察一个班级中的学生对建立生物角的想法适合用抽样调查

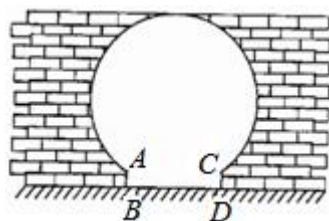
C. 在抽样调查过程中，样本容量越大，对总体的估计就越准确

D. 甲、乙两人射中环数的方差分别为 $S_{\text{甲}}^2=2$, $S_{\text{乙}}^2=4$, 说明乙的射击成绩比甲稳定

6. (3分) 若 $a^2 - ab=0$ ($b \neq 0$), 则 $\frac{a}{a+b} = (\quad)$

A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 0 或 $\frac{1}{2}$ D. 1 或 2

7. (3分) 如图是“明清影视城”的一扇圆弧形门，小红到影视城游玩，他了解到这扇门的相关数据：这扇圆弧形门所在的圆与水平地面是相切的， $AB=CD=0.25$ 米， $BD=1.5$ 米，且 AB 、 CD 与水平地面都是垂直的. 根据以上数据，请你帮小红计算出这扇圆弧形门的最高点离地面的距离是 ()



A. 2 米 B. 2.5 米 C. 2.4 米 D. 2.1 米

8. (3分) 已知 $x + \frac{1}{x} = 3$, 则下列三个等式: ① $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$, ② $x - \frac{1}{x} = \sqrt{5}$, ③ $2x^2 - 6x = -2$ 中, 正确的个数有 ()

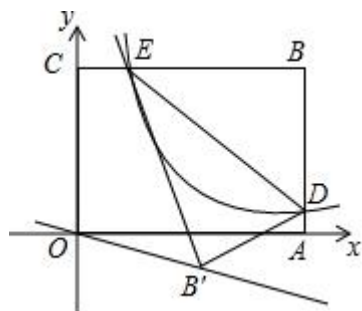
A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

9. (3分) 已知二次函数 $y = x^2 - 2mx$ (m 为常数), 当 $-1 \leq x \leq 2$ 时, 函数值 y 的最小值为 -2 , 则 m 的值是 ()

A. $\frac{3}{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{3}{2}$ 或 $\sqrt{2}$ D. $-\frac{3}{2}$ 或 $\sqrt{2}$

10. (3分) 如图, 平面直角坐标系 xOy 中, 矩形 $OABC$ 的边 OA 、 OC 分别落

在 x 、 y 轴上，点 B 坐标为 $(6, 4)$ ，反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象与 AB 边交于点 D ，与 BC 边交于点 E ，连结 DE ，将 $\triangle BDE$ 沿 DE 翻折至 $\triangle B'DE$ 处，点 B' 恰好落在正比例函数 $y = kx$ 图象上，则 k 的值是 ()



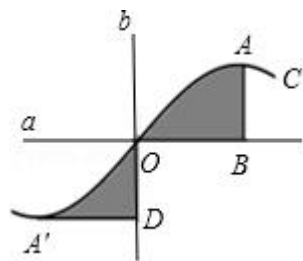
- A. $-\frac{2}{5}$ B. $-\frac{1}{21}$ C. $-\frac{1}{5}$ D. $-\frac{1}{24}$

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分.

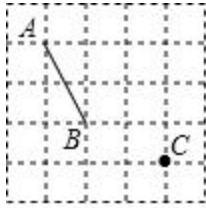
11. (3 分) $3^{-2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. (3 分) 二元一次方程组 $\frac{x+y}{2} = \frac{2x-y}{3} = x+2$ 的解是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. (3 分) 如图，直线 a 、 b 垂直相交于点 O ，曲线 C 关于点 O 成中心对称，点 A 的对称点是点 A' ， $AB \perp a$ 于点 B ， $A'D \perp b$ 于点 D 。若 $OB=3$ ， $OD=2$ ，则阴影部分的面积之和为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



14. (3 分) 点 A 、 B 、 C 在格点图中的位置如图 5 所示，格点小正方形的边长为 1，则点 C 到线段 AB 所在直线的距离是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



15. (3分) 庄子说：“一尺之椎，日取其半，万世不竭”. 这句话（文字语言）表达了古人将事物无限分割的思想，用图形语言表示为图1，按此图分割的方法，

可得到一个等式（符号语言）： $1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$

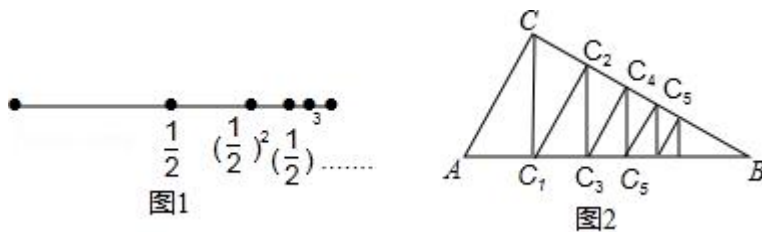


图2也是一种无限分割：在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ，过点C作 $CC_1 \perp AB$ 于点 C_1 ，再过点 C_1 作 $C_1C_2 \perp BC$ 于点 C_2 ，又过点 C_2 作 $C_2C_3 \perp AB$ 于点 C_3 ，如此无限继续下去，则可将 $\triangle ABC$ 分割成 $\triangle ACC_1$ 、 $\triangle CC_1C_2$ 、 $\triangle C_1C_2C_3$ 、 $\triangle C_2C_3C_4$ 、 $\dots$ 、 $\triangle C_{n-2}C_{n-1}C_n$ 、 $\dots$ 。假设 $AC=2$ ，这些三角形的面积和可以得到一个等式是_____。

16. (3分) 对于函数 $y = x^n + x^m$ ，我们定义 $y' = nx^{n-1} + mx^{m-1}$ （ m, n 为常数）。

例如 $y = x^4 + x^2$ ，则 $y' = 4x^3 + 2x$ 。

已知： $y = \frac{1}{3}x^3 + (m-1)x^2 + m^2x$ 。

(1) 若方程 $y' = 0$ 有两个相等实数根，则 m 的值为_____；

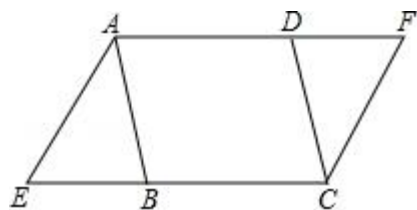
(2) 若方程 $y' = m - \frac{1}{4}$ 有两个正数根，则 m 的取值范围为_____。

三、本大题共3小题，每小题9分，共27分。

17. (9分) 计算： $2\sin 60^\circ + |1 - \sqrt{3}| + 2017^0 - \sqrt{27}$ 。

18. (9 分) 求不等式组 $\begin{cases} 2x+1 < 3x \\ \frac{x+1}{5} - \frac{x-2}{2} \geq 0 \end{cases}$ 的所有整数解.

19. (9 分) 如图, 延长 $\square ABCD$ 的边 AD 到 F , 使 $DF=DC$, 延长 CB 到点 E , 使 $BE=BA$, 分别连结点 A 、 E 和 C 、 F . 求证: $AE=CF$.



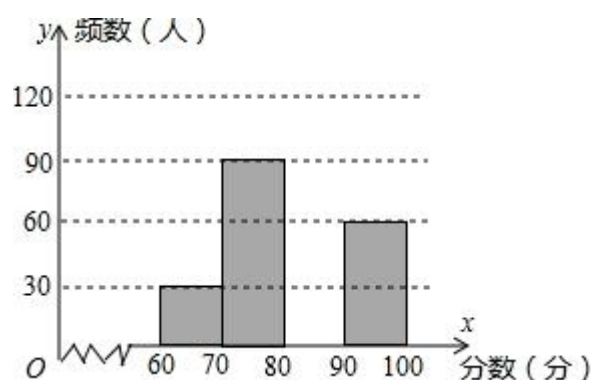
四、本大题共 3 小题, 每小题 10 分, 共 30 分.

20. (10 分) 化简: $\left(\frac{2a^2+2a}{a^2-1} - \frac{a^2-a}{a^2-2a+1} \right) \div \frac{2a}{a-1}$.

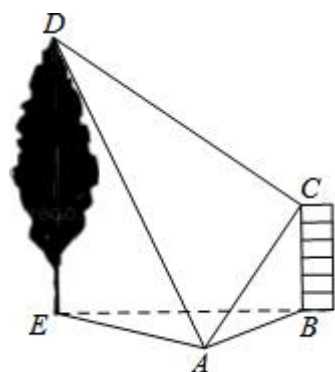
21. (10 分) 为了了解我市中学生参加“科普知识”竞赛成绩的情况, 随机抽查了部分参赛学生的成绩, 整理并制作出如下的统计表和统计图, 如图所示. 请根据图表信息解答下列问题:

组别	分数段 (分)	频数	频率
A 组	$60 \leq x < 70$	30	0.1
B 组	$70 \leq x < 80$	90	n
C 组	$80 \leq x < 90$	m	0.4
D 组	$90 \leq x < 100$	60	0.2

- (1) 在表中: $m=$ _____, $n=$ _____;
- (2) 补全频数分布直方图;
- (3) 小明的成绩是所有被抽查学生成绩的中位数, 据此推断他的成绩在组;
- (4) 4 个小组每组推荐 1 人, 然后从 4 人中随机抽取 2 人参加颁奖典礼, 恰好抽中 A、C 两组学生的概率是多少? 并列表或画树状图说明.



22. (10 分) 如图, 在水平地面上有一幢房屋 BC 与一棵树 DE, 在地面观测点 A 处测得屋顶 C 与树梢 D 的仰角分别是 45° 与 60° , $\angle CAD=60^\circ$, 在屋顶 C 处测得 $\angle DCA=90^\circ$. 若房屋的高 $BC=6$ 米, 求树高 DE 的长度.



五、本大题共 2 小题, 每小题 10 分, 共 20 分.

23. (10 分) 某公司从 2014 年开始投入技术改进资金，经技术改进后，其产品的成本不断降低，具体数据如下表：

年 度	2013	2014	2015	2016
投入技改资金 x (万元)	2.5	3	4	4.5
产品成本 y (万元/件)	7.2	6	4.5	4

(1) 请你认真分析表中数据，从一次函数和反比例函数中确定哪一个函数能表示其变化规律，给出理由，并求出其解析式；

(2) 按照这种变化规律，若 2017 年已投入资金 5 万元.

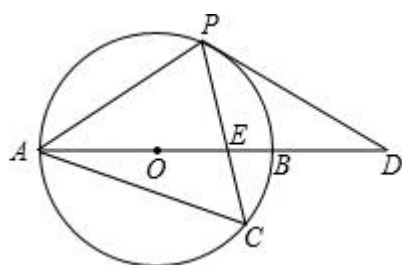
①预计生产成本每件比 2016 年降低多少万元？

②若打算在 2017 年把每件产品成本降低到 3.2 万元，则还需要投入技改资金多少万元？（结果精确到 0.01 万元）.

24. (10 分) 如图，以 AB 边为直径的 $\odot O$ 经过点 P ， C 是 $\odot O$ 上一点，连结 PC 交 AB 于点 E ，且 $\angle ACP = 60^\circ$ ， $PA = PD$.

(1) 试判断 PD 与 $\odot O$ 的位置关系，并说明理由；

(2) 若点 C 是弧 AB 的中点，已知 $AB = 4$ ，求 $CE \cdot CP$ 的值.



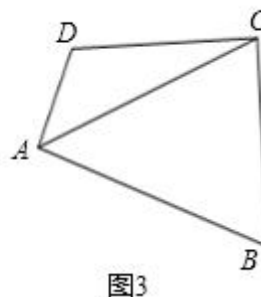
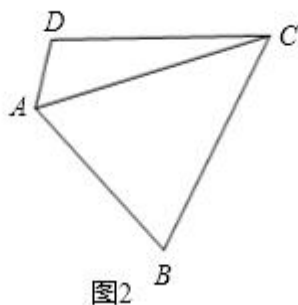
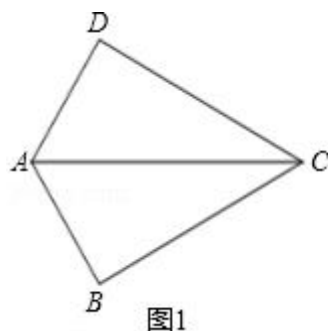
六、本大题共 2 小题，第 25 题 12 分，第 26 题 13 分，共 25 分.

25. (12 分) 在四边形 ABCD 中， $\angle B + \angle D = 180^\circ$ ，对角线 AC 平分 $\angle BAD$.

(1) 如图 1，若 $\angle DAB = 120^\circ$ ，且 $\angle B = 90^\circ$ ，试探究边 AD、AB 与对角线 AC 的数量关系并说明理由.

(2) 如图 2，若将 (1) 中的条件“ $\angle B = 90^\circ$ ”去掉，(1) 中的结论是否成立？请说明理由.

(3) 如图 3，若 $\angle DAB = 90^\circ$ ，探究边 AD、AB 与对角线 AC 的数量关系并说明理由.



26. (13 分) 如图 1，抛物线 $C_1: y = x^2 + ax$ 与 $C_2: y = -x^2 + bx$ 相交于点 O、C， C_1 与 C_2 分别交 x 轴于点 B、A，且 B 为线段 AO 的中点.

(1) 求 $\frac{a}{b}$ 的值;

(2) 若 $OC \perp AC$ ，求 $\triangle OAC$ 的面积;

(3) 抛物线 C_2 的对称轴为 l，顶点为 M，在 (2) 的条件下:

①点 P 为抛物线 C_2 对称轴 l 上一动点, 当 $\triangle PAC$ 的周长最小时, 求点 P 的坐标;

②如图 2, 点 E 在抛物线 C_2 上点 O 与点 M 之间运动, 四边形 $OBCE$ 的面积是否存在最大值? 若存在, 求出面积的最大值和点 E 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

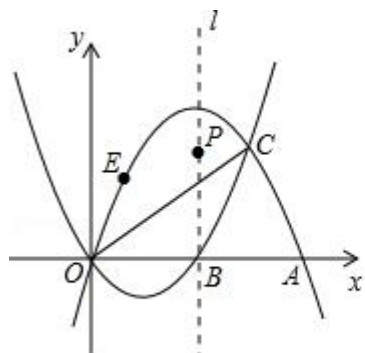


图1

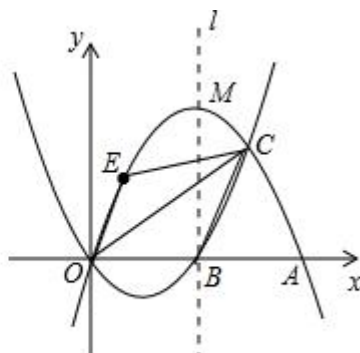


图2

2017 年四川省乐山市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．在每小题给出的四个选项中，只有一个选项符合题目要求．

1. (3 分) (2017•乐山) -2 的倒数是 ()

A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. -2

【考点】17：倒数．

【分析】根据乘积是 1 的两个数叫做互为倒数解答．

【解答】解： $\because (-2) \times (-\frac{1}{2}) = 1$,

$\therefore -2$ 的倒数是 $-\frac{1}{2}$.

故选 A.

【点评】本题考查了倒数的定义，是基础题，熟记概念是解题的关键．

2. (3 分) (2017•乐山) 随着经济发展，人民的生活水平不断提高，旅游业快速增长，2016 年国民出境旅游超过 120 000 000 人次，将 120 000 000 用科学记数法表示为 ()

A. 1.2×10^9 B. 12×10^7 C. 0.12×10^9 D. 1.2×10^8

【考点】11：科学记数法—表示较大的数．

【专题】17：推理填空题．

【分析】用科学记数法表示较大的数时，一般形式为 $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，

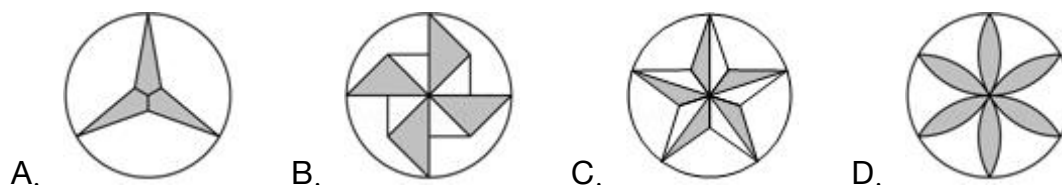
n 为整数，据此判断即可.

【解答】解: $120\,000\,000=1.2 \times 10^8$.

故选: D.

【点评】此题主要考查了用科学记数法表示较大的数, 一般形式为 $a \times 10^n$, 其中 $1 \leq |a| < 10$, 确定 a 与 n 的值是解题的关键.

3. (3 分) (2017•乐山) 下列图形中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



【考点】R5: 中心对称图形; P3: 轴对称图形.

【分析】根据轴对称图形和中心对称图形的概念对各选项分析判断即可得解.

【解答】解: A、是轴对称图形, 不是中心对称图形, 故本选项错误;

B、不是轴对称图形, 是中心对称图形, 故本选项错误;

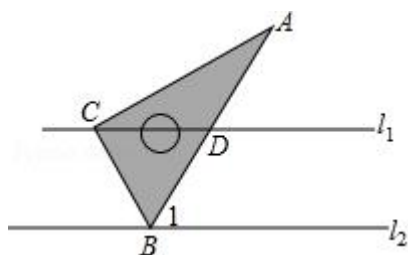
C、既不是轴对称图形, 也不是中心对称图形, 故本选项错误;

D、既是轴对称图形又是中心对称图形, 故本选项正确.

故选 D.

【点评】本题考查了中心对称图形与轴对称图形的概念, 轴对称图形的关键是寻找对称轴, 图形两部分折叠后可重合, 中心对称图形是要寻找对称中心, 旋转 180° 度后两部分重合.

4. (3 分) (2017•乐山) 含 30° 角的直角三角板与直线 l_1 、 l_2 的位置关系如图所示, 已知 $l_1 \parallel l_2$, $\angle ACD = \angle A$, 则 $\angle 1 =$ ()



A. 70° B. 60° C. 40° D. 30°

【考点】JA: 平行线的性质.

【分析】先根据三角形外角性质得到 $\angle CDB$ 的度数, 再根据平行线的性质, 即可得到 $\angle 1$ 的度数.

【解答】解: $\because \angle ACD = \angle A = 30^\circ$,

$\therefore \angle CDB = \angle A + \angle ACD = 60^\circ$,

$\because l_1 \parallel l_2$,

$\therefore \angle 1 = \angle CDB = 60^\circ$,

故选: B.

【点评】本题主要考查了平行线的性质以及三角形外角性质的运用, 解题时注意: 两直线平行, 内错角相等.

5. (3分) (2017•乐山) 下列说法正确的是 ()

A. 打开电视, 它正在播广告是必然事件

B. 要考察一个班级中的学生对建立生物角的想法适合用抽样调查

C. 在抽样调查过程中, 样本容量越大, 对总体的估计就越准确

D. 甲、乙两人射中环数的方差分别为 $S_{\text{甲}}^2=2$, $S_{\text{乙}}^2=4$, 说明乙的射击成绩比甲稳定

【考点】X1: 随机事件; V2: 全面调查与抽样调查; V3: 总体、个体、样本、样本容量; W7: 方差.

【分析】根据随机事件的概念、全面调查和抽样调查的关系、方差的性质判断即可.

【解答】解: A、打开电视, 它正在播广告是随机事件, A 错误;

B、要考察一个班级中的学生对建立生物角看法适合用全面调查, B 错误;

C、在抽样调查过程中, 样本容量越大, 对总体的估计就越准确, C 正确;

D、甲、乙两人射中环数的方差分别为 $S_{\text{甲}}^2=2$, $S_{\text{乙}}^2=4$, 说明甲的射击成绩比乙稳定, D 错误;

故选: C.

【点评】本题考查的是随机事件、全面调查和抽样调查、方差, 掌握随机事件的概念、全面调查和抽样调查的关系、方差的性质是解题的关键.

6. (3 分) (2017•乐山) 若 $a^2 - ab=0$ ($b \neq 0$), 则 $\frac{a}{a+b} = (\quad)$

A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 0 或 $\frac{1}{2}$ D. 1 或 2

【考点】64: 分式的值.

【分析】首先求出 $a=0$ 或 $a=b$, 进而求出分式的值.

【解答】解: $\because a^2 - ab=0$ ($b \neq 0$),

$\therefore a=0$ 或 $a=b$,

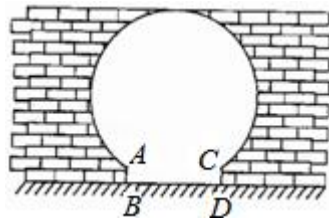
当 $a=0$ 时, $\frac{a}{a+b}=0$.

当 $a=b$ 时, $\frac{a}{a+b}=\frac{1}{2}$,

故选 C.

【点评】本题主要考查了分式的值, 解题的关键是要注意题目有两个答案, 容易漏掉值为 0 的情况.

7. (3分) (2017•乐山) 如图是“明清影视城”的一扇圆弧形门，小红到影视城游玩，他了解到这扇门的相关数据：这扇圆弧形门所在的圆与水平地面是相切的， $AB=CD=0.25$ 米， $BD=1.5$ 米，且 AB 、 CD 与水平地面都是垂直的．根据以上数据，请你帮小红计算出这扇圆弧形门的最高点离地面的距离是 ()



A. 2 米 B. 2.5 米 C. 2.4 米 D. 2.1 米

【考点】M3: 垂径定理的应用.

【分析】连接 OF ，交 AC 于点 E ，设圆 O 的半径为 R 米，根据勾股定理列出方程，解方程即可.

【解答】解：连接 OF ，交 AC 于点 E ，

$\because BD$ 是 $\odot O$ 的切线，

$\therefore OF \perp BD$ ，

$\because$ 四边形 $ABDC$ 是矩形，

$\therefore AD \parallel BD$ ，

$\therefore OE \perp AC$ ， $EF=AB$ ，

设圆 O 的半径为 R ，在 $Rt\triangle AOE$ 中， $AE = \frac{AC}{2} = \frac{BD}{2} = 0.75$ 米，

$OE = R - AB = R - 0.25$ ，

$\therefore AE^2 + OE^2 = OA^2$ ，

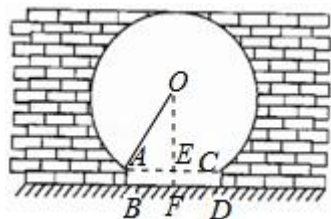
$\therefore 0.75^2 + (R - 0.25)^2 = R^2$ ，

解得 $R=1.25$.

$$1.25 \times 2 = 2.5 \text{ (米)}.$$

答：这扇圆弧形门的最高点离地面的距离是 2.5 米.

故选：B.



【点评】 本题考查的是垂径定理的应用，掌握平分弦（不是直径）的直径垂直于弦是解题的关键，注意勾股定理的灵活运用.

8. (3 分) (2017•乐山) 已知 $x + \frac{1}{x} = 3$, 则下列三个等式: ① $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$, ② $x - \frac{1}{x} = \sqrt{5}$,

③ $2x^2 - 6x = -2$ 中, 正确的个数有 ()

A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

【考点】 4C: 完全平方公式; 6C: 分式的混合运算.

【分析】 将 $x + \frac{1}{x} = 3$ 两边同时平方, 然后通过恒等变形可对①作出判断, 由 $x - \frac{1}{x} =$

$\pm \sqrt{(x + \frac{1}{x}) - 4}$ 可对②作出判断, 方程 $2x^2 - 6x = -2$ 两边同时除以 $2x$, 然后再通

过恒等变形可对③作出判断.

【解答】 解: $\because x + \frac{1}{x} = 3$,

$\therefore (x + \frac{1}{x})^2 = 9$, 整理得: $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$, 故①正确.

$x - \frac{1}{x} = \pm \sqrt{(x + \frac{1}{x}) - 4} = \pm \sqrt{5}$, 故②错误.

方程 $2x^2 - 6x = -2$ 两边同时除以 $2x$ 得: $x - 3 = -\frac{1}{x}$, 整理得: $x + \frac{1}{x} = 3$, 故③正确.

故选：C.

【点评】本题主要考查的是完全平方公式的应用，熟练掌握完全平方公式是解题的关键.

9. (3分) (2017•乐山) 已知二次函数 $y=x^2-2mx$ (m 为常数), 当 $-1 \leq x \leq 2$ 时, 函数值 y 的最小值为 -2 , 则 m 的值是 ()

A. $\frac{3}{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{3}{2}$ 或 $\sqrt{2}$ D. $-\frac{3}{2}$ 或 $\sqrt{2}$

【考点】H7: 二次函数的最值.

【分析】将二次函数配方成顶点式, 分 $m < -1$ 、 $m > 2$ 和 $-1 \leq m \leq 2$ 三种情况, 根据 y 的最小值为 -2 , 结合二次函数的性质求解可得.

【解答】解: $y=x^2-2mx=(x-m)^2-m^2$,

①若 $m < -1$, 当 $x=-1$ 时, $y=1+2m=-2$,

解得: $m=-\frac{3}{2}$;

②若 $m > 2$, 当 $x=2$ 时, $y=4-4m=-2$,

解得: $m=\frac{3}{2} < 2$ (舍);

③若 $-1 \leq m \leq 2$, 当 $x=m$ 时, $y=-m^2=-2$,

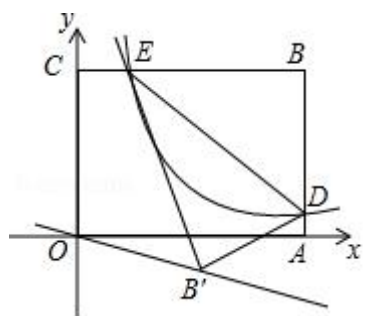
解得: $m=\sqrt{2}$ 或 $m=-\sqrt{2} < -1$ (舍),

$\therefore m$ 的值为 $-\frac{3}{2}$ 或 $\sqrt{2}$,

故选: D.

【点评】本题主要考查二次函数的最值, 根据二次函数的增减性分类讨论是解题的关键.

10. (3分) (2017•乐山) 如图, 平面直角坐标系 xOy 中, 矩形 $OABC$ 的边 OA 、 OC 分别落在 x 、 y 轴上, 点 B 坐标为 $(6, 4)$, 反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象与 AB 边交于点 D , 与 BC 边交于点 E , 连结 DE , 将 $\triangle BDE$ 沿 DE 翻折至 $\triangle B'DE$ 处, 点 B' 恰好落在正比例函数 $y = kx$ 图象上, 则 k 的值是 ()



- A. $-\frac{2}{5}$ B. $-\frac{1}{21}$ C. $-\frac{1}{5}$ D. $-\frac{1}{24}$

【考点】 G8: 反比例函数与一次函数的交点问题; PB: 翻折变换 (折叠问题).

【分析】 根据矩形的性质得到, $CB \parallel x$ 轴, $AB \parallel y$ 轴, 于是得到 $D(6, 1)$, E

$(\frac{3}{2}, 4)$, 根据勾股定理得到 $ED = \sqrt{BE^2 + BD^2} = \frac{3}{2}\sqrt{13}$, 连接 BB' , 交 ED 于 F ,

过 B' 作 $B'G \perp BC$ 于 G , 根据轴对称的性质得到 $BF = B'F$, $BB' \perp ED$ 求得

$BB' = \frac{18}{\sqrt{13}}$, 设 $EG = x$, 则 $BG = \frac{9}{2} - x$ 根据勾股定理即可得到结论.

【解答】 解: $\because$ 矩形 $OABC$,

$\therefore CB \parallel x$ 轴, $AB \parallel y$ 轴,

$\because$ 点 B 坐标为 $(6, 4)$,

$\therefore D$ 的横坐标为 6 , E 的纵坐标为 4 ,

$\because D, E$ 在反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象上,

$$\therefore D(6, 1), E\left(\frac{3}{2}, 4\right),$$

$$\therefore BE = 6 - \frac{3}{2} = \frac{9}{2}, BD = 4 - 1 = 3,$$

$$\therefore ED = \sqrt{BE^2 + BD^2} = \frac{3}{2}\sqrt{13},$$

连接 BB' ，交 ED 于 F ，过 B' 作 $B'G \perp BC$ 于 G ，

$\therefore B, B'$ 关于 ED 对称，

$\therefore BF = B'F, BB' \perp ED$ ，

$$\therefore BF \cdot ED = BE \cdot BD,$$

$$\text{即 } \frac{3}{2}\sqrt{13}BF = 3 \times \frac{9}{2},$$

$$\therefore BF = \frac{9}{\sqrt{13}},$$

$$\therefore BB' = \frac{18}{\sqrt{13}},$$

设 $EG = x$ ，则 $BG = \frac{9}{2} - x$ ，

$$\therefore BB'^2 - BG^2 = B'G^2 = EB'^2 - GE^2,$$

$$\therefore \left(\frac{18}{\sqrt{13}}\right)^2 - \left(\frac{9}{2} - x\right)^2 = \left(\frac{9}{2}\right)^2 - x^2,$$

$$\therefore x = \frac{45}{26},$$

$$\therefore EG = \frac{45}{26},$$

$$\therefore CG = \frac{42}{13},$$

12. (3分) (2017•乐山) 二元一次方程组 $\frac{x+y}{2} = \frac{2x-y}{3} = x+2$ 的解是 $\begin{cases} x = -5 \\ y = -1 \end{cases}$.

【考点】98: 解二元一次方程组.

【分析】根据二元一次方程组的解法即可求出答案.

【解答】解: 原方程可化为: $\begin{cases} \frac{x+y}{2} = x+2 \\ \frac{2x-y}{3} = x+2 \end{cases}$,

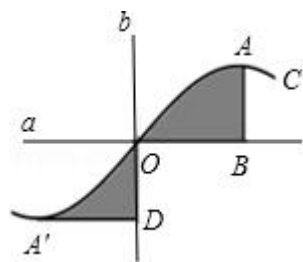
化简为 $\begin{cases} x-y = -4 \\ x+y = -6 \end{cases}$,

解得: $\begin{cases} x = -5 \\ y = -1 \end{cases}$.

故答案为: $\begin{cases} x = -5 \\ y = -1 \end{cases}$;

【点评】本题考查二元一次方程的解法, 解题的关键是将原方程化为方程组, 本题属于基础题型.

13. (3分) (2017•乐山) 如图, 直线 a 、 b 垂直相交于点 O , 曲线 C 关于点 O 成中心对称, 点 A 的对称点是点 A' , $AB \perp a$ 于点 B , $A'D \perp b$ 于点 D . 若 $OB=3$, $OD=2$, 则阴影部分的面积之和为 6.



【考点】R4: 中心对称.

【分析】根据中心对称图形的概念, 以及长方形的面积公式即可解答.

【解答】解: $\because$ 直线 a 、 b 垂直相交于点 O , 曲线 C 关于点 O 成中心对称, 点 A 的对称点是点 A' , $AB \perp a$ 于点 B , $A'D \perp b$ 于点 D , $OB=3$, $OD=2$,

$\therefore AB=2$,

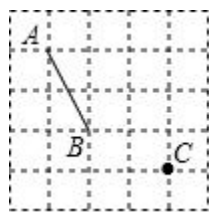
$\therefore$ 阴影部分的面积之和为 $3 \times 2=6$.

故答案为: 6.

【点评】 此题主要考查了长方形的面积及中心对称图形的概念: 在同一平面内, 如果把一个图形绕某一点旋转 180° 度, 旋转后的图形能和原图形完全重合, 那么这个图形就叫做中心对称图形.

14. (3 分) (2017•乐山) 点 A、B、C 在格点图中的位置如图 5 所示, 格点小正

方形的边长为 1, 则点 C 到线段 AB 所在直线的距离是 $\frac{3\sqrt{5}}{5}$.



【考点】 KQ: 勾股定理.

【分析】 连接 AC, BC, 设点 C 到线段 AB 所在直线的距离是 h, 利用勾股定理求出 AB 的长, 利用三角形的面积公式即可得出结论.

【解答】 解: 连接 AC, BC, 设点 C 到线段 AB 所在直线的距离是 h,

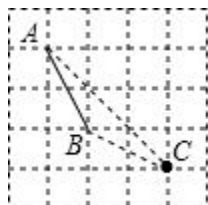
$$\therefore S_{\triangle ABC} = 3 \times 3 - \frac{1}{2} \times 2 \times 1 - \frac{1}{2} \times 2 \times 1 - \frac{1}{2} \times 3 \times 3 - 1 = 9 - 1 - 1 - \frac{9}{2} - 1 = \frac{3}{2},$$

$$AB = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5},$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times \sqrt{5}h = \frac{3}{2},$$

$$\therefore h = \frac{3\sqrt{5}}{5}.$$

故答案为: $\frac{3\sqrt{5}}{5}$.



【点评】 本题考查的是勾股定理, 熟知在任何一个直角三角形中, 两条直角边长的平方之和一定等于斜边长的平方是解答此题的关键.

15. (3 分) (2017•乐山) 庄子说: “一尺之椎, 日取其半, 万世不竭”. 这句话 (文字语言) 表达了古人将事物无限分割的思想, 用图形语言表示为图 1, 按此

图分割的方法, 可得到一个等式 (符号语言): $1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$

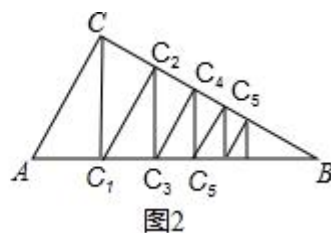
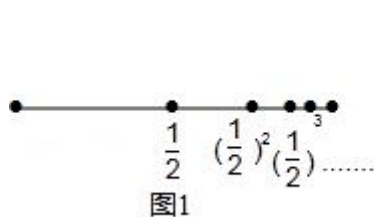


图 2 也是一种无限分割: 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle B=30^\circ$, 过点 C 作 $CC_1 \perp AB$ 于点 C_1 , 再过点 C_1 作 $C_1C_2 \perp BC$ 于点 C_2 , 又过点 C_2 作 $C_2C_3 \perp AB$ 于点 C_3 , 如此无限继续下去, 则可将 $\triangle ABC$ 分割成 $\triangle ACC_1$ 、 $\triangle CC_1C_2$ 、 $\triangle C_1C_2C_3$ 、 $\triangle C_2C_3C_4$ 、 $\dots$ 、 $\triangle C_{n-2}C_{n-1}C_n$ 、 $\dots$. 假设 $AC=2$, 这些三角形的面积和可以得到一个等式是

$2\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \left[1 + \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^3 + \dots + \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1} + \left(\frac{3}{4}\right)^n + \dots \right]$.

【考点】 38: 规律型: 图形的变化类.

【分析】 先根据 $AC=2$, $\angle B=30^\circ$, $CC_1 \perp AB$, 求得 $S_{\triangle ACC_1} = \frac{\sqrt{3}}{2}$; 进而得到

$S_{\triangle CC_1C_2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{3}{4}$, $S_{\triangle C_1C_2C_3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{3}{4}\right)^2$, $S_{\triangle C_2C_3C_4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{3}{4}\right)^3$, 根据规律可知

$S_{\triangle C_{n-2}C_{n-1}C_n} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$, 再根据 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AC \times BC = \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$, 即可得到等式.

【解答】 解: 如图 2, $\because AC=2$, $\angle B=30^\circ$, $CC_1 \perp AB$,

$\therefore$ Rt $\triangle ACC_1$ 中, $\angle ACC_1=30^\circ$, 且 $BC=2\sqrt{3}$,

$\therefore AC_1 = \frac{1}{2}AC = 1$, $CC_1 = \sqrt{3}AC_1 = \sqrt{3}$,

$\therefore S_{\triangle ACC_1} = \frac{1}{2} \cdot AC_1 \cdot CC_1 = \frac{1}{2} \times 1 \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

$\because C_1C_2 \perp BC$,

$\therefore \angle CC_1C_2 = \angle ACC_1 = 30^\circ$,

$\therefore CC_2 = \frac{1}{2}CC_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $C_1C_2 = \sqrt{3}CC_2 = \frac{3}{2}$,

$\therefore S_{\triangle CC_1C_2} = \frac{1}{2} \cdot CC_2 \cdot C_1C_2 = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$,

同理可得,

$S_{\triangle C_1C_2C_3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{3}{4}\right)^2$,

$S_{\triangle C_2C_3C_4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{3}{4}\right)^3$,

...

$\therefore S_{\triangle C_{n-2}C_{n-1}C_n} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$,

又 $\because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AC \times BC = \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$,

$\therefore 2\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{3}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{3}{4}\right)^3 + \dots + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1} + \dots$

$$\therefore 2\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \left[1 + \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^3 + \cdots + \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1} + \left(\frac{3}{4}\right)^n + \cdots \right].$$

$$\text{故答案为: } 2\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \left[1 + \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^3 + \cdots + \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1} + \left(\frac{3}{4}\right)^n + \cdots \right].$$

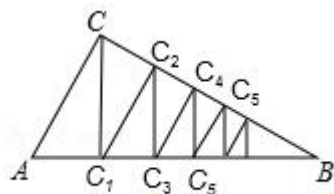


图2

【点评】 本题主要考查了图形的变化类问题，解决问题的关键是找出图形哪些部分发生了变化，是按照什么规律变化的，通过分析找到各部分的变化规律后直接利用规律求解．探寻规律要认真观察、仔细思考，善用联想来解决这类问题．

16. (3分) (2017·乐山) 对于函数 $y=x^n+x^m$ ，我们定义 $y'=nx^{n-1}+mx^{m-1}$ (m 、 n 为常数)．

例如 $y=x^4+x^2$ ，则 $y'=4x^3+2x$ ．

已知： $y=\frac{1}{3}x^3+(m-1)x^2+m^2x$ ．

(1) 若方程 $y'=0$ 有两个相等实数根，则 m 的值为 $\frac{1}{2}$ ；

(2) 若方程 $y'=m-\frac{1}{4}$ 有两个正数根，则 m 的取值范围为 $m \leq \frac{3}{4}$ 且 $m \neq \frac{1}{2}$ ．

【考点】 HA：抛物线与 x 轴的交点；AA：根的判别式；AB：根与系数的关系．

【专题】 23：新定义．

【分析】 根据新定义得到 $y'=\frac{1}{3}x^3+(m-1)x^2+m^2x=x^2-2(m-1)x+m^2$ ，

(1) 由判别式等于 0，解方程即可；

(2) 根据根与系数的关系列不等式组即可得到结论．

【解答】解：根据题意得 $y'=x^2-2(m-1)x+m^2$,

(1) $\because$ 方程 $x^2-2(m-1)x+m^2=0$ 有两个相等实数根,

$$\therefore \Delta = [-2(m-1)]^2 - 4m^2 = 0,$$

$$\text{解得: } m = \frac{1}{2},$$

$$\text{故答案为: } \frac{1}{2};$$

$$(2) y' = m - \frac{1}{4}, \text{ 即 } x^2 + 2(m-1)x + m^2 = m - \frac{1}{4},$$

$$\text{化简得: } x^2 + 2(m-1)x + m^2 - m + \frac{1}{4} = 0,$$

$\therefore$ 方程有两个正数根,

$$\therefore \begin{cases} 2(m-1) < 0 \\ m^2 - m + \frac{1}{4} > 0 \\ (-2(m-1))^2 - 4(m^2 - m + \frac{1}{4}) \geq 0 \end{cases},$$

$$\text{解得: } m \leq \frac{3}{4} \text{ 且 } m \neq \frac{1}{2}.$$

$$\text{故答案为: } m \leq \frac{3}{4} \text{ 且 } m \neq \frac{1}{2}.$$

【点评】本题考查了抛物线与 x 轴的交点, 根的判别式, 根与系数的关系, 正确的理解题意是解题的关键.

三、本大题共 3 小题, 每小题 9 分, 共 27 分.

17. (9 分) (2017•乐山) 计算: $2\sin 60^\circ + |1 - \sqrt{3}| + 2017^0 - \sqrt{27}$.

【考点】2C: 实数的运算; 6E: 零指数幂.

【专题】11: 计算题.

【分析】首先计算乘方、开方和乘法，然后从左向右依次计算，求出算式的值是多少即可.

【解答】解: $2\sin 60^\circ + |1 - \sqrt{3}| + 2017^0 - \sqrt{27}$

$$= 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3} - 1 + 1 - 3\sqrt{3}$$
$$= -\sqrt{3}$$

【点评】此题主要考查了实数的运算，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：在进行实数运算时，和有理数运算一样，要从高级到低级，即先算乘方、开方，再算乘除，最后算加减，有括号的要先算括号里面的，同级运算要按照从左到右的顺序进行. 另外，有理数的运算律在实数范围内仍然适用.

18. (9分) (2017•乐山) 求不等式组 $\begin{cases} 2x + 1 < 3x \\ \frac{x+1}{5} - \frac{x-2}{2} \geq 0 \end{cases}$ 的所有整数解.

【考点】CC: 一元一次不等式组的整数解.

【分析】先求出不等式组的解集，再求出不等式组的整数解即可.

【解答】解: $\begin{cases} 2x + 1 < 3x \text{ ①} \\ \frac{x+1}{5} - \frac{x-2}{2} \geq 0 \text{ ②} \end{cases}$

解不等式①得: $x > 1$,

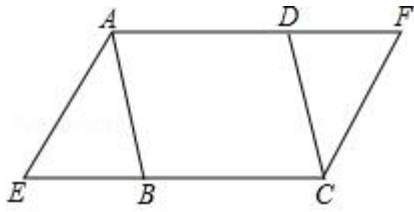
解不等式②得: $x \leq 4$,

所以，不等式组的解集为 $1 < x \leq 4$,

故不等式组的整数解为 2, 3, 4.

【点评】本题考查了解一元一次不等式组和不等式组的整数解，能根据不等式的解集找出不等式组的解集是解此题的关键.

19. (9分) (2017•乐山) 如图，延长 $\square ABCD$ 的边 AD 到 F，使 $DF = DC$ ，延长 CB 到点 E，使 $BE = BA$ ，分别连结点 A、E 和 C、F. 求证: $AE = CF$.



【考点】L5: 平行四边形的性质.

【分析】根据平行四边形的性质可得 $AD=BC$, $AD \parallel BC$, 再证出 $BE=DF$, 得出 $AF=EC$, 进而可得四边形 $AECF$ 是平行四边形, 从而可得 $AE=CF$.

【解答】证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AD=BC$, $AD \parallel BC$,

$\therefore AF \parallel EC$,

$\because DF=DC$, $BE=BA$,

$\therefore BE=DF$,

$\therefore AF=EC$,

$\therefore$ 四边形 $AECF$ 是平行四边形,

$\therefore AE=CF$.

【点评】此题主要考查了平行四边形的性质和判定, 关键是掌握平行四边形对边平行且相等, 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形.

四、本大题共 3 小题, 每小题 10 分, 共 30 分.

20. (10 分) (2017•乐山) 化简: $\left(\frac{2a^2+2a}{a^2-1} - \frac{a^2-a}{a^2-2a+1}\right) \div \frac{2a}{a-1}$.

【考点】6C: 分式的混合运算.

【分析】根据分式的减法和除法可以解答本题.

【解答】解: $\left(\frac{2a^2+2a}{a^2-1} - \frac{a^2-a}{a^2-2a+1}\right) \div \frac{2a}{a-1}$

$$= \left[\frac{2a(a+1)}{(a+1)(a-1)} - \frac{a(a-1)}{(a-1)^2} \right] \div \frac{2a}{a-1}$$

$$= \left(\frac{2a}{a-1} - \frac{a}{a-1} \right) \div \frac{2a}{a-1}$$

$$= \frac{a}{a-1} \div \frac{2a}{a-1}$$

$$= \frac{a}{a-1} \cdot \frac{a-1}{2a}$$

$$= \frac{1}{2}.$$

【点评】本题考查分式的混合运算，解答本题的关键是明确分式的混合运算的计算方法.

21. (10 分) (2017•乐山) 为了了解我市中学生参加“科普知识”竞赛成绩的情况，随机抽查了部分参赛学生的成绩，整理并制作出如下的统计表和统计图，如图所示. 请根据图表信息解答下列问题：

组别	分数段 (分)	频数	频率
A 组	$60 \leq x < 70$	30	0.1
B 组	$70 \leq x < 80$	90	n
C 组	$80 \leq x < 90$	m	0.4
D 组	$90 \leq x < 100$	60	0.2

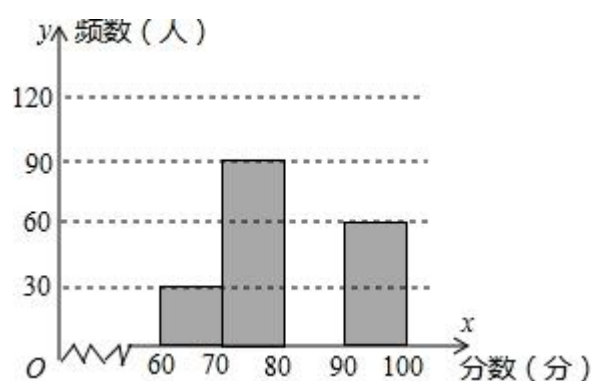
(1) 在表中：m= 120，n= 0.3；

(2) 补全频数分布直方图；

(3) 小明的成绩是所有被抽查学生成绩的中位数，据此推断他的成绩在 C 组；

(4) 4 个小组每组推荐 1 人，然后从 4 人中随机抽取 2 人参加颁奖典礼，恰好

抽中 A、C 两组学生的概率是多少？并列表或画树状图说明.



【考点】 X6: 列表法与树状图法; V7: 频数 (率) 分布表; V8: 频数 (率) 分布直方图; W4: 中位数.

【分析】 (1) 先根据 A 组频数及其频率求得总人数, 再根据频率=频数÷总人数可得 m、n 的值;

(2) 根据 (1) 中所求结果即可补全频数分布直方图;

(3) 根据中位数的定义即可求解;

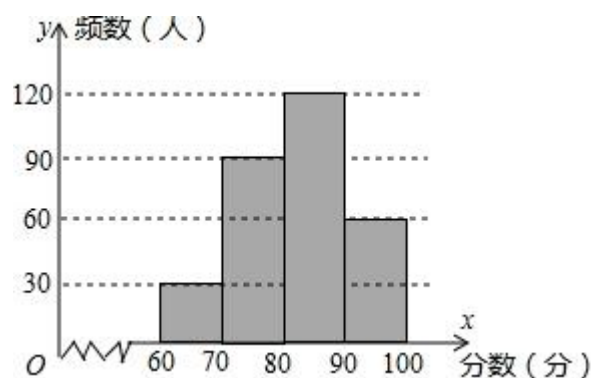
(4) 画树状图列出所有等可能结果, 再找到抽中 A、C 的结果, 根据概率公式求解可得.

【解答】 解: (1) $\because$ 本次调查的总人数为 $30 \div 0.1 = 300$ (人),

$\therefore m = 300 \times 0.4 = 120$, $n = 90 \div 300 = 0.3$,

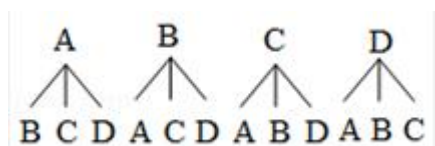
故答案为: 120, 0.3;

(2) 补全频数分布直方图如下:



(3) 由于共有 300 个数据，则其中位数为第 150、151 个数据的平均数，
而第 150、151 个数据的平均数均落在 C 组，
∴ 据此推断他的成绩在 C 组，
故答案为：C；

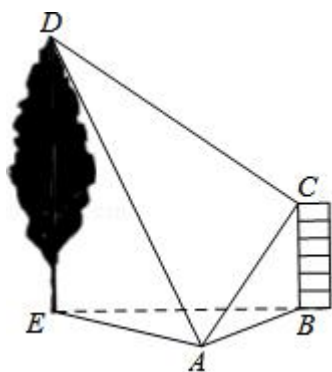
(4) 画树状图如下：



由树状图可知，共有 12 种等可能结果，其中抽中 A、C 两组同学的有 2 种结果，
∴ 抽中 A、C 两组同学的概率为 $P = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

【点评】 本题考查读频数分布直方图的能力和利用统计图获取信息的能力. 利用统计图获取信息时，必须认真观察、分析、研究统计图，才能作出正确的判断和解决问题，也考查列表法或画树状图法求概率.

22. (10 分) (2017•乐山) 如图，在水平地面上有一幢房屋 BC 与一棵树 DE，
在地面观测点 A 处测得屋顶 C 与树梢 D 的仰角分别是 45° 与 60° ， $\angle CAD=60^\circ$ ，
在屋顶 C 处测得 $\angle DCA=90^\circ$. 若房屋的高 $BC=6$ 米，求树高 DE 的长度.



【考点】TA: 解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题.

【分析】首先解直角三角形求得表示出 AC, AD 的长, 进而利用直角三角函数, 求出答案.

【解答】解: 如图 3, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle CAB=45^\circ$, $BC=6\text{m}$,

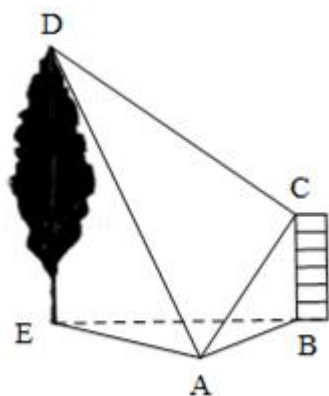
$$\therefore AC = \frac{BC}{\sin \angle CAB} = 6\sqrt{2} \text{ (m)};$$

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $\angle CAD=60^\circ$,

$$\therefore AD = \frac{AC}{\cos \angle CAD} = 12\sqrt{2} \text{ (m)};$$

在 $\text{Rt}\triangle DEA$ 中, $\angle EAD=60^\circ$, $DE = AD \cdot \sin 60^\circ = 12\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{6}(\text{m})$,

答: 树 DE 的高为 $6\sqrt{6}$ 米.



【点评】此题主要考查了解直角三角形的应用, 熟练应用锐角三角函数关系是解题关键.

五、本大题共 2 小题，每小题 10 分，共 20 分.

23. (10 分) (2017•乐山) 某公司从 2014 年开始投入技术改进资金，经技术改进后，其产品的成本不断降低，具体数据如下表：

年 度	2013	2014	2015	2016
投入技改资金 x (万元)	2.5	3	4	4.5
产品成本 y (万元/件)	7.2	6	4.5	4

(1) 请你认真分析表中数据，从一次函数和反比例函数中确定哪一个函数能表示其变化规律，给出理由，并求出其解析式；

(2) 按照这种变化规律，若 2017 年已投入资金 5 万元.

①预计生产成本每件比 2016 年降低多少万元？

②若打算在 2017 年把每件产品成本降低到 3.2 万元，则还需要投入技改资金多少万元？（结果精确到 0.01 万元）.

【考点】GA：反比例函数的应用.

【分析】(1) 根据实际题意和数据特点分情况求解，根据排除法可知其为反比例函数，利用待定系数法求解即可；

(2) ①直接把 $x=5$ 万元代入函数解析式即可求解；

②直接把 $y=3.2$ 万元代入函数解析式即可求解；

【解答】解：(1) 设其为一次函数，解析式为 $y=kx+b$,

当 $x=2.5$ 时， $y=7.2$ ；当 $x=3$ 时， $y=6$,

$$\therefore \begin{cases} 2.5k + b = 7.2 \\ 3k + b = 6 \end{cases},$$

解得 $k=-2.4$ ， $b=13.2$

$\therefore$ 一次函数解析式为 $y=-2.4x+13.2$

把 $x=4$ 时， $y=4.5$ 代入此函数解析式，

左边 $\neq$ 右边.

$\therefore$ 其不是一次函数.

同理. 其也不是二次函数.

设其为反比例函数. 解析式为 $y = \frac{k}{x}$.

当 $x=2.5$ 时, $y=7.2$, 可得: $7.2 = \frac{k}{2.5}$,

解得 $k=18$

$\therefore$ 反比例函数是 $y = \frac{18}{x}$.

验证: 当 $x=3$ 时, $y = \frac{18}{3} = 6$, 符合反比例函数.

同理可验证 $x=4$ 时, $y=4.5$, $x=4.5$ 时, $y=4$ 成立.

可用反比例函数 $y = \frac{18}{x}$ 表示其变化规律.

(2) ①当 $x=5$ 万元时, $y=3.6$.

$4 - 3.6 = 0.4$ (万元),

$\therefore$ 生产成本每件比 2009 年降低 0.4 万元.

②当 $y=3.2$ 万元时, $3.2 = \frac{18}{x}$,

$\therefore x=5.625$,

$\therefore 5.625 - 4.5 = 1.125 \approx 1.13$ (万元)

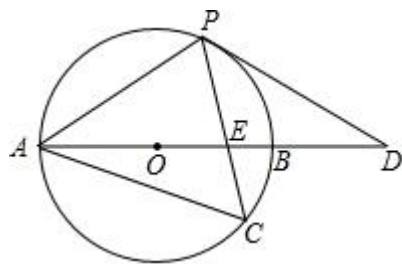
$\therefore$ 还约需投入 1.13 万元.

【点评】 本题主要考查了反比例函数的应用. 解题的关键是根据实际意义列出函数关系式, 从实际意义中找到对应的变量的值, 利用待定系数法求出函数解析式, 再根据自变量的值求算对应的函数值. 要注意用排除法确定函数的类型.

24. (10分) (2017•乐山) 如图, 以 AB 边为直径的 $\odot O$ 经过点 P , C 是 $\odot O$ 上一点, 连结 PC 交 AB 于点 E , 且 $\angle ACP=60^\circ$, $PA=PD$.

(1) 试判断 PD 与 $\odot O$ 的位置关系, 并说明理由;

(2) 若点 C 是弧 AB 的中点, 已知 $AB=4$, 求 $CE \cdot CP$ 的值.



【考点】 S9: 相似三角形的判定与性质; M4: 圆心角、弧、弦的关系; MB: 直线与圆的位置关系.

【分析】 (1) 连结 OP , 根据圆周角定理可得 $\angle AOP=2\angle ACP=120^\circ$, 然后计算出 $\angle PAD$ 和 $\angle D$ 的度数, 进而可得 $\angle OPD=90^\circ$, 从而证明 PD 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 连结 BC , 首先求出 $\angle CAB=\angle ABC=\angle APC=45^\circ$, 然后可得 AC 长, 再证明 $\triangle CAE \sim \triangle CPA$, 进而可得 $\frac{CA}{CP} = \frac{CE}{CA}$, 然后可得 $CE \cdot CP$ 的值.

【解答】 解: (1) 如图, PD 是 $\odot O$ 的切线.

证明如下:

连结 OP ,

$$\because \angle ACP=60^\circ,$$

$$\therefore \angle AOP=120^\circ,$$

$$\because OA=OP,$$

$$\therefore \angle OAP=\angle OPA=30^\circ,$$

$$\because PA=PD,$$

$$\therefore \angle PAO = \angle D = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle OPD = 90^\circ,$$

$\therefore PD$ 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 连结 BC ,

$\therefore AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

又 $\because C$ 为弧 AB 的中点,

$$\therefore \angle CAB = \angle ABC = \angle APC = 45^\circ,$$

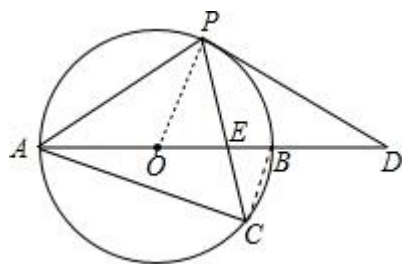
$$\therefore AB = 4, \quad AC = AB \sin 45^\circ = 2\sqrt{2}.$$

$$\therefore \angle C = \angle C, \quad \angle CAB = \angle APC,$$

$$\therefore \triangle CAE \sim \triangle CPA,$$

$$\therefore \frac{CA}{CP} = \frac{CE}{CA},$$

$$\therefore CP \cdot CE = CA^2 = (2\sqrt{2})^2 = 8.$$



【点评】此题主要考查了切线的判定和相似三角形的性质和判定，关键是掌握切线的判定定理和相似三角形的判定与性质定理.

六、本大题共 2 小题，第 25 题 12 分，第 26 题 13 分，共 25 分.

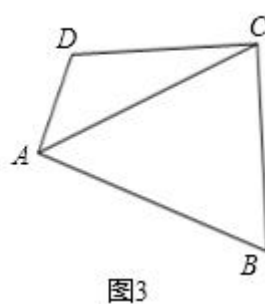
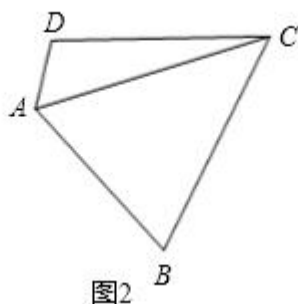
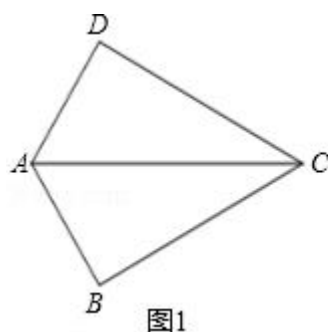
25. (12 分) (2017·乐山) 在四边形 $ABCD$ 中， $\angle B + \angle D = 180^\circ$ ，对角线 AC 平

分 $\angle BAD$.

(1) 如图 1, 若 $\angle DAB=120^\circ$, 且 $\angle B=90^\circ$, 试探究边 AD 、 AB 与对角线 AC 的数量关系并说明理由.

(2) 如图 2, 若将 (1) 中的条件“ $\angle B=90^\circ$ ”去掉, (1) 中的结论是否成立? 请说明理由.

(3) 如图 3, 若 $\angle DAB=90^\circ$, 探究边 AD 、 AB 与对角线 AC 的数量关系并说明理由.



【考点】 LO: 四边形综合题.

【分析】 (1) 结论: $AC=AD+AB$, 只要证明 $AD=\frac{1}{2}AC$, $AB=\frac{1}{2}AC$ 即可解决问题;

(2) (1) 中的结论成立. 以 C 为顶点, AC 为一边作 $\angle ACE=60^\circ$, $\angle ACE$ 的另一边交 AB 延长线于点 E , 只要证明 $\triangle DAC \cong \triangle BEC$ 即可解决问题;

(3) 结论: $AD + AB = \sqrt{2}AC$. 过点 C 作 $CE \perp AC$ 交 AB 的延长线于点 E , 只要证明 $\triangle ACE$ 是等腰直角三角形, $\triangle DAC \cong \triangle BEC$ 即可解决问题;

【解答】 解: (1) $AC=AD+AB$.

理由如下: 如图 1 中,

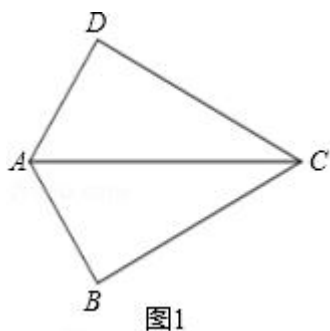


图1

在四边形 ABCD 中， $\angle D + \angle B = 180^\circ$ ， $\angle B = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle D = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle DAB = 120^\circ$ ，AC 平分 $\angle DAB$ ，

$\therefore \angle DAC = \angle BAC = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle B = 90^\circ$ ，

$\therefore AB = \frac{1}{2}AC$ ，同理 $AD = \frac{1}{2}AC$ 。

$\therefore AC = AD + AB$ 。

(2) (1) 中的结论成立，理由如下：以 C 为顶点，AC 为一边作 $\angle ACE = 60^\circ$ ，
 $\angle ACE$ 的另一边交 AB 延长线于点 E，

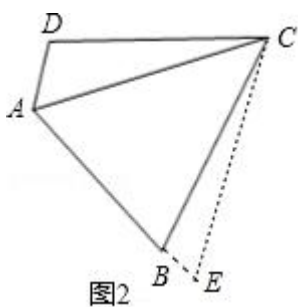


图2

$\therefore \angle BAC = 60^\circ$ ，

$\therefore \triangle AEC$ 为等边三角形，

$\therefore AC = AE = CE$ ，

$\therefore \angle D + \angle B = 180^\circ$ ， $\angle DAB = 120^\circ$ ，

$$\therefore \angle DCB=60^{\circ},$$

$$\therefore \angle DCA=\angle BCE,$$

$$\because \angle D+\angle ABC=180^{\circ}, \quad \angle ABC+\angle EBC=180^{\circ},$$

$$\therefore \angle D=\angle CBE, \quad \because CA=CB,$$

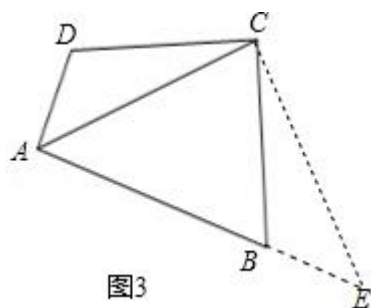
$$\therefore \triangle DAC \cong \triangle BEC,$$

$$\therefore AD=BE,$$

$$\therefore AC=AD+AB.$$

(3) 结论: $AD+AB=\sqrt{2}AC$. 理由如下:

过点 C 作 $CE \perp AC$ 交 AB 的延长线于点 E, $\because \angle D+\angle B=180^{\circ}, \quad \angle DAB=90^{\circ},$



$$\therefore \angle DCB=90^{\circ},$$

$$\because \angle ACE=90^{\circ},$$

$$\therefore \angle DCA=\angle BCE,$$

又 $\because AC$ 平分 $\angle DAB,$

$$\therefore \angle CAB=45^{\circ},$$

$$\therefore \angle E=45^{\circ}.$$

$$\therefore AC=CE.$$

又 $\because \angle D+\angle B=180^{\circ}, \quad \angle D=\angle CBE,$

$$\therefore \triangle CDA \cong \triangle CBE,$$

$$\therefore AD = BE,$$

$$\therefore AD + AB = AE.$$

在 $\text{Rt}\triangle ACE$ 中, $\angle CAB = 45^\circ$,

$$\therefore AE = \frac{AC}{\cos 45^\circ} = \sqrt{2}AC,$$

$$\therefore AD + AB = \sqrt{2}AC.$$

【点评】 本题考查四边形综合题、等边三角形的性质、等腰直角三角形的判定和性质、全等三角形的判定和性质等知识, 解题的关键是学会添加常用辅助线, 构造全等三角形解决问题, 属于中考常考题型.

26. (13 分) (2017·乐山) 如图 1, 抛物线 $C_1: y = x^2 + ax$ 与 $C_2: y = -x^2 + bx$ 相交于点 O 、 C , C_1 与 C_2 分别交 x 轴于点 B 、 A , 且 B 为线段 AO 的中点.

(1) 求 $\frac{a}{b}$ 的值;

(2) 若 $OC \perp AC$, 求 $\triangle OAC$ 的面积;

(3) 抛物线 C_2 的对称轴为 l , 顶点为 M , 在 (2) 的条件下:

①点 P 为抛物线 C_2 对称轴 l 上一动点, 当 $\triangle PAC$ 的周长最小时, 求点 P 的坐标;

②如图 2, 点 E 在抛物线 C_2 上点 O 与点 M 之间运动, 四边形 $OBCE$ 的面积是否存在最大值? 若存在, 求出面积的最大值和点 E 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

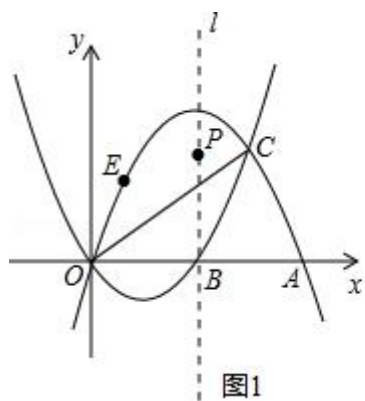


图1

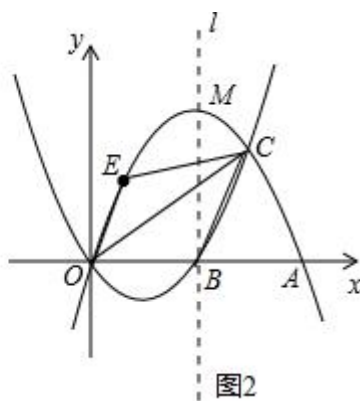


图2

【考点】 HF: 二次函数综合题.

【分析】 (1) 由两抛物线解析式可分别用 a 和 b 表示出 A 、 B 两点的坐标, 利用 B 为 OA 的中点可得到 a 和 b 之间的关系式;

(2) 由抛物线解析式可先求得 C 点坐标, 过 C 作 $CD \perp x$ 轴于点 D , 可证得 $\triangle OCD \sim \triangle CAD$, 由相似三角形的性质可得到关于 a 的方程, 可求得 OA 和 CD 的长, 可求得 $\triangle OAC$ 的面积;

(3) ①连接 OC 与 l 的交点即为满足条件的点 P , 可求得 OC 的解析式, 则可求得 P 点坐标;

②设出 E 点坐标, 则可表示出 $\triangle EOB$ 的面积, 过点 E 作 x 轴的平行线交直线 BC 于点 N , 可先求得 BC 的解析式, 则可表示出 EN 的长, 进一步可表示出 $\triangle EBC$ 的面积, 则可表示出四边形 $OBCE$ 的面积, 利用二次函数的性质可求得其最大值, 及 E 点的坐标.

【解答】 解:

(1) 在 $y=x^2+ax$ 中, 当 $y=0$ 时, $x^2+ax=0$, $x_1=0$, $x_2=-a$,

$\therefore B(-a, 0)$,

在 $y=-x^2+bx$ 中, 当 $y=0$ 时, $-x^2+bx=0$, $x_1=0$, $x_2=b$,

$\therefore A(0, b)$,

∵ B 为 OA 的中点,

$$\therefore b = -2a,$$

$$\therefore \frac{a}{b} = -\frac{1}{2};$$

(2) 联立两抛物线解析式可得 $\begin{cases} y = x^2 + ax \\ y = -x^2 - 2ax \end{cases}$, 消去 y 整理可得 $2x^2 + 3ax = 0$,

$$\text{解得 } x_1 = 0, \quad x_2 = -\frac{3}{2}a,$$

$$\text{当 } x = -\frac{3}{2}a \text{ 时, } y = \frac{3}{4}a^2,$$

$$\therefore C(-\frac{3}{2}a, \frac{3}{4}a^2),$$

过 C 作 $CD \perp x$ 轴于点 D, 如图 1,

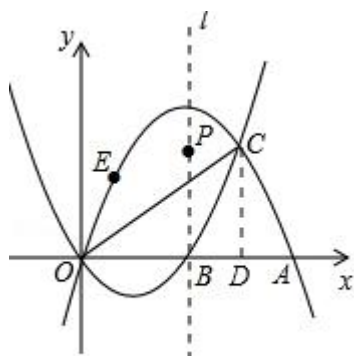


图1

$$\therefore D(-\frac{3}{2}a, 0),$$

$$\therefore \angle OCA = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle OCD \sim \triangle CAD,$$

$$\therefore \frac{CD}{AD} = \frac{OD}{CD},$$

$$\therefore CD^2 = AD \cdot OD, \text{ 即 } (\frac{3}{4}a^2)^2 = -\frac{1}{2}a \cdot (-\frac{3}{2}a),$$

$$\therefore a_1=0 \text{ (舍去)}, a_2=\frac{2}{3}\sqrt{3} \text{ (舍去)}, a_3=-\frac{2}{3}\sqrt{3},$$

$$\therefore OA = -2a = \frac{4}{3}\sqrt{3}, CD = \frac{3}{4}a^2 = 1,$$

$$\therefore S_{\triangle OAC} = \frac{1}{2}OA \cdot CD = \frac{2}{3}\sqrt{3};$$

$$(3) \text{ ① 抛物线 } C_2: y = -x^2 + \frac{4\sqrt{3}}{3}x,$$

$$\therefore \text{其对称轴 } l_2: x = \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

$$\text{点 A 关于 } l_2 \text{ 的对称点为 O (0, 0), C(\sqrt{3}, 1),$$

则 P 为直线 OC 与 l_2 的交点,

设 OC 的解析式为 $y=kx$,

$$\therefore 1 = \sqrt{3}k, \text{ 得 } k = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \text{OC 的解析式为 } y = \frac{\sqrt{3}}{3}x,$$

$$\text{当 } x = \frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ 时, } y = \frac{2}{3},$$

$$\therefore P\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}, \frac{2}{3}\right);$$

$$\text{② 设 } E(m, -m^2 + \frac{4\sqrt{3}}{3}), (0 \leq m \leq \frac{2\sqrt{3}}{3}),$$

$$\text{则 } S_{\triangle OBE} = \frac{1}{2} \times \frac{2\sqrt{3}}{3} \cdot (-m^2 + \frac{4\sqrt{3}}{3}) = -\frac{\sqrt{3}}{3}m^2 + \frac{4}{3}m,$$

$$\text{而 } B\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}, 0\right), C(\sqrt{3}, 1),$$

设直线 BC 的解析式为 $y=kx+b$,

$$\text{由} \begin{cases} 1 = \sqrt{3}k + b \\ 0 = \frac{2\sqrt{3}}{3}k + b \end{cases}, \text{解得} k = \sqrt{3}, b = -2,$$

$\therefore$ 直线 BC 的解析式为 $y = \sqrt{3}x - 2$,

过点 E 作 x 轴的平行线交直线 BC 于点 N, 如图 2,

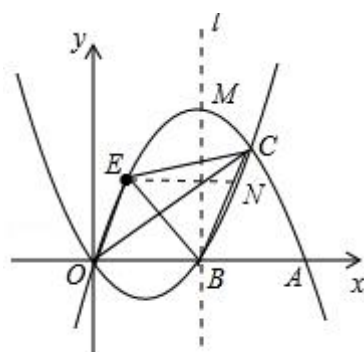


图2

$$\text{则} -m^2 + \frac{4\sqrt{3}}{3}m = \sqrt{3}x - 2, \text{ 即 } x = -\frac{\sqrt{3}}{3}m^2 + \frac{4}{3}m + \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore EN = -\frac{\sqrt{3}}{3}m^2 + \frac{4}{3}m + \frac{2\sqrt{3}}{3} - m = -\frac{\sqrt{3}}{3}m^2 + \frac{1}{3}m + \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore S_{\triangle EBC} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}m^2 + \frac{1}{3}m + \frac{2\sqrt{3}}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{6}m^2 + \frac{1}{6}m + \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore S_{\text{四边形 OBCE}} = S_{\triangle OBE} + S_{\triangle EBC} =$$

$$\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}m^2 + \frac{4}{3}m\right) + \left(-\frac{\sqrt{3}}{6}m^2 + \frac{1}{6}m + \frac{\sqrt{3}}{3}\right) =$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{2}m^2 + \frac{3}{2}m + \frac{\sqrt{3}}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\left(m - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \frac{17\sqrt{3}}{24},$$

$$\therefore 0 \leq m \leq \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \text{当 } m = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ 时, } S_{\text{最大}} = \frac{17\sqrt{3}}{24},$$

$$\text{当 } m = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ 时, } y = -\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \frac{4\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5}{4},$$

$$\therefore E\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{5}{4}\right), S_{\text{最大}} = \frac{17\sqrt{3}}{24}.$$

【点评】 本题为二次函数的综合应用，涉及待定系数法、相似三角形的判定和性质、轴对称的性质、三角形的面积、二次函数的性质及方程思想等知识．在（1）中分别表示出 A、B 的坐标是解题的关键，在（2）中求得 C 点坐标，利用相似三角形的性质求得 a 的值是解题的关键，在（3）①中确定出 P 点的位置是解题的关键，在（3）②中用 E 点坐标分别表示出 $\triangle OBE$ 和 $\triangle EBC$ 的面积是解题的关键．本题考查知识点较多，综合性较强，计算量较大，难度较大．