

2016 年四川省雅安市中考数学试卷

一、选择题 (共 12 小题, 每小题 3 分, 满分 36 分)

1. (3 分) (2016•雅安) -2016 的相反数是 ()

- A. -2016 B. 2016 C. $-\frac{1}{2016}$ D. $\frac{1}{2016}$

2. (3 分) (2016•雅安) 下列各式计算正确的是 ()

- A. $(a+b)^2=a^2+b^2$ B. $x^2 \cdot x^3=x^6$ C. $x^2+x^3=x^5$ D. $(a^3)^3=a^9$

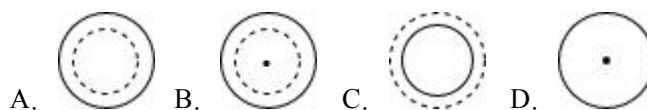
3. (3 分) (2016•雅安) 已知 $a^2+3a=1$, 则代数式 $2a^2+6a-1$ 的值为 ()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

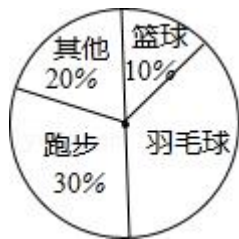
4. (3 分) (2016•雅安) 已知 $\triangle ABC$ 顶点坐标分别是 $A(0, 6)$, $B(-3, -3)$, $C(1, 0)$, 将 $\triangle ABC$ 平移后顶点 A 的对应点 A_1 的坐标是 $(4, 10)$, 则点 B 的对应点 B_1 的坐标为 ()

- A. $(7, 1)$ B. $B(1, 7)$ C. $(1, 1)$ D. $(2, 1)$

5. (3 分) (2016•雅安) 将如图绕 AB 边旋转一周, 所得几何体的俯视图为 ()



6. (3 分) (2016•雅安) 某校为开展第二课堂, 组织调查了本校 150 名学生各自最喜爱的一项体育活动, 制成了如下扇形统计图, 则在该被调查的学生中, 跑步和打羽毛球的学生人数分别是 ()

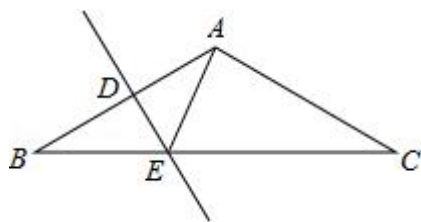


- A. 30, 40 B. 45, 60 C. 30, 60 D. 45, 40

7. (3 分) (2016•雅安) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+mx-8=0$ 的一个实数根为 2, 则另一实数根及 m 的值分别为 ()

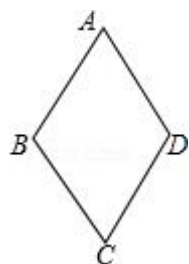
- A. 4, -2 B. -4 , -2 C. 4, 2 D. -4 , 2

8. (3 分) (2016•雅安) 如图所示, 底边 BC 为 $2\sqrt{3}$, 顶角 A 为 120° 的等腰 $\triangle ABC$ 中, DE 垂直平分 AB 于 D , 则 $\triangle ACE$ 的周长为 ()



- A. $2+2\sqrt{3}$ B. $2+\sqrt{3}$ C. 4 D. $3\sqrt{3}$

9. (3分) (2016•雅安) 如图, 四边形 ABCD 的四边相等, 且面积为 120cm^2 , 对角线 $AC=24\text{cm}$, 则四边形 ABCD 的周长为 ()

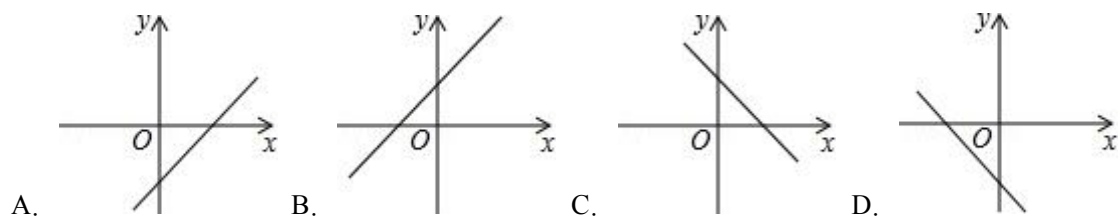


- A. 52cm B. 40cm C. 39cm D. 26cm

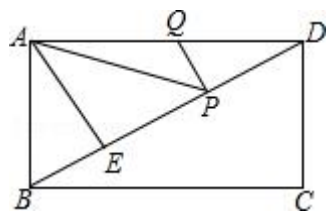
10. (3分) (2016•雅安) “一方有难, 八方支援”, 雅安芦山 4•20 地震后, 某单位为一中学捐赠了一批新桌椅, 学校组织初一年级 200 名学生搬桌椅. 规定一人一次搬两把椅子, 两人一次搬一张桌子, 每人限搬一次, 最多可搬桌椅 (一桌一椅为一套) 的套数为 ()

- A. 60 B. 70 C. 80 D. 90

11. (3分) (2016•雅安) 若式子 $\sqrt{k-1} + (k-1)^0$ 有意义, 则一次函数 $y = (1-k)x + k - 1$ 的图象可能是 ()



12. (3分) (2016•雅安) 如图, 在矩形 ABCD 中, $AD=6$, $AE \perp BD$, 垂足为 E, $ED=3BE$, 点 P、Q 分别在 BD, AD 上, 则 $AP+PQ$ 的最小值为 ()



- A. $2\sqrt{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{3}$ D. $3\sqrt{3}$

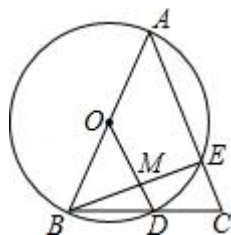
二、填空题 (共 5 小题, 每小题 3 分, 满分 15 分)

13. (3 分) (2016•雅安) $1.45^\circ =$ _____.

14. (3 分) (2016•雅安) P 为正整数, 现规定 $P! = P(P-1)(P-2)\dots\times 2\times 1$. 若 $m! = 24$, 则正整数 $m =$ _____.

15. (3 分) (2016•雅安) 一书架有上下两层, 其中上层有 2 本语文 1 本数学, 下层有 2 本语文 2 本数学, 现从上下层随机各取 1 本, 则抽到的 2 本都是数学书的概率为 _____.

16. (3 分) (2016•雅安) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 10$, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 与 BC 交于点 D , 与 AC 交于点 E , 连 OD 交 BE 于点 M , 且 $MD = 2$, 则 BE 长为 _____.



17. (3 分) (2016•雅安) 已知 $a+b=8$, $a^2b^2=4$, 则 $\frac{a^2+b^2}{2} - ab =$ _____.

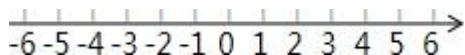
三、解答题 (共 7 小题, 满分 69 分)

18. (12 分) (2016•雅安) (1) 计算: $-2^2 + (-\frac{1}{3})^{-1} + 2\sin 60^\circ - |1 - \sqrt{3}|$

(2) 先化简, 再求值: $(\frac{x^2-1}{x^2-2x+1} - x - 1) \div \frac{x+1}{x-1}$, 其中 $x = -2$.

19. (7 分) (2016•雅安) 解下列不等式组, 并将它的解集在数轴上表示出来.

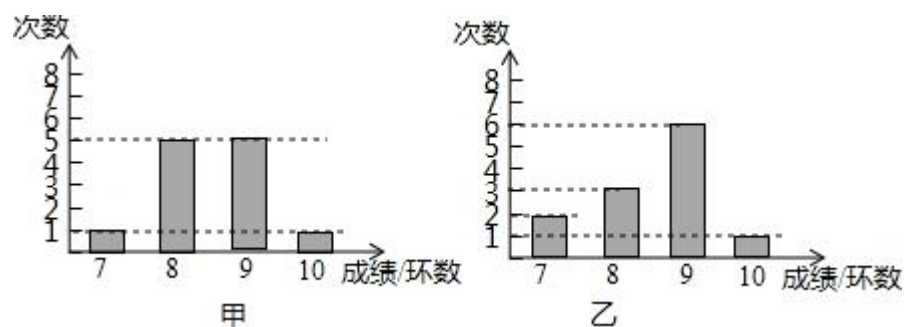
$$\begin{cases} x-1 > 2x \\ \frac{x-1}{3} \leq \frac{x+1}{9} \end{cases}$$



20. (10 分) (2016•雅安) 甲乙两人进行射击训练, 两人分别射击 12 次, 如图分别统计了两人的射击成绩, 已知甲射击成绩的方差 $S_{\text{甲}}^2 = \frac{7}{12}$, 平均成绩 $\bar{x}_{\text{甲}} = 8.5$.

- (1) 根据图上信息, 估计乙射击成绩不少于 9 环的概率是多少?
- (2) 求乙射击的平均成绩的方差, 并据此比较甲乙的射击“水平”.

$$S^2 = \frac{1}{n} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2].$$



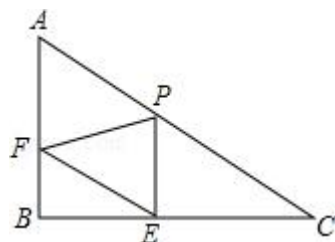
21. (8 分) (2016•雅安) 我们规定: 若 $\vec{m} = (a, b)$, $\vec{n} = (c, d)$, 则 $\vec{m} \cdot \vec{n} = ac + bd$. 如 $\vec{m} = (1, 2)$, $\vec{n} = (3, 5)$, 则 $\vec{m} \cdot \vec{n} = 1 \times 3 + 2 \times 5 = 13$.

- (1) 已知 $\vec{m} = (2, 4)$, $\vec{n} = (2, -3)$, 求 $\vec{m} \cdot \vec{n}$;
- (2) 已知 $\vec{m} = (x - a, 1)$, $\vec{n} = (x - a, x + 1)$, 求 $y = \vec{m} \cdot \vec{n}$, 问 $y = \vec{m} \cdot \vec{n}$ 的函数图象与一次函数 $y = x - 1$ 的图象是否相交, 请说明理由.

22. (10 分) (2016•雅安) 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B=90^\circ$, $AC=20$, $AB=10$, P 是边 AC 上一点 (不包括端点 A 、 C), 过点 P 作 $PE \perp BC$ 于点 E , 过点 E 作 $EF \parallel AC$, 交 AB 于点 F . 设 $PC=x$, $PE=y$.

(1) 求 y 与 x 的函数关系式;

(2) 是否存在点 P 使 $\triangle PEF$ 是 $\text{Rt}\triangle$? 若存在, 求此时的 x 的值; 若不存在, 请说明理由.

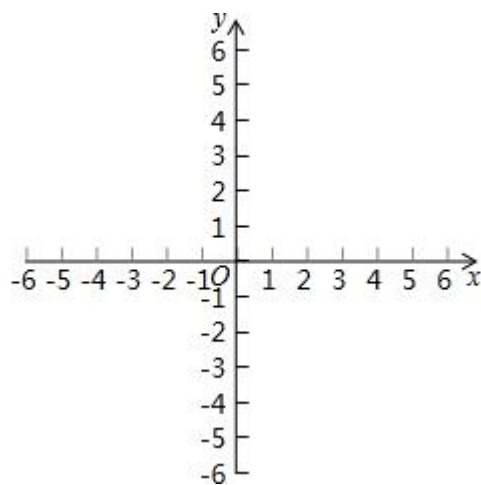


23. (12 分) (2016•雅安) 已知直线 $l_1: y=x+3$ 与 x 轴交于点 A , 与 y 轴交于点 B , 且与双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 交于点 $C(1, a)$.

(1) 试确定双曲线的函数表达式;

(2) 将 l_1 沿 y 轴翻折后, 得到 l_2 , 画出 l_2 的图象, 并求出 l_2 的函数表达式;

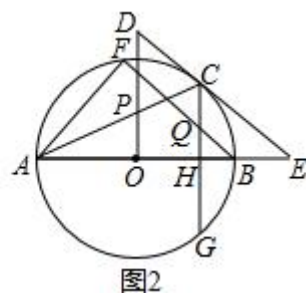
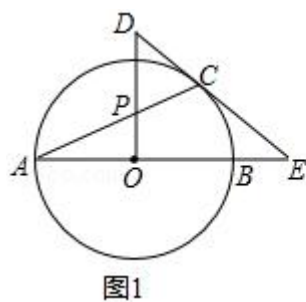
(3) 在 (2) 的条件下, 点 P 是线段 AC 上点 (不包括端点), 过点 P 作 x 轴的平行线, 分别交 l_2 于点 M , 交双曲线于点 N , 求 $S_{\triangle AMN}$ 的取值范围.



24. (10 分) (2016•雅安) 如图 1, AB 是 $\odot O$ 的直径, E 是 AB 延长线上一点, EC 切 $\odot O$ 于点 C , $OP \perp AO$ 交 AC 于点 P , 交 EC 的延长线于点 D .

(1) 求证: $\triangle PCD$ 是等腰三角形;

(2) $CG \perp AB$ 于 H 点, 交 $\odot O$ 于 G 点, 过 B 点作 $BF \parallel EC$, 交 $\odot O$ 于点 F , 交 CG 于 Q 点, 连接 AF , 如图 2, 若 $\sin E = \frac{3}{5}$, $CQ = 5$, 求 AF 的值.



2016 年四川省雅安市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 12 小题，每小题 3 分，满分 36 分）

1. (3 分) (2016•雅安) -2016 的相反数是 ()

- A. -2016 B. 2016 C. $-\frac{1}{2016}$ D. $\frac{1}{2016}$

【考点】相反数.

【分析】直接利用互为相反数的定义分析得出答案.

【解答】解: $\because 2006 + (-2006) = 0$,

$\therefore -2016$ 的相反数是: 2016 .

故选: B.

【点评】此题主要考查了相反数的定义, 正确把握定义是解题关键.

2. (3 分) (2016•雅安) 下列各式计算正确的是 ()

- A. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ B. $x^2 \cdot x^3 = x^6$ C. $x^2 + x^3 = x^5$ D. $(a^3)^3 = a^9$

【考点】幂的乘方与积的乘方; 合并同类项; 同底数幂的乘法; 完全平方公式.

【分析】根据完全平方公式判断 A; 根据同底数幂的乘法法则判断 B; 根据合并同类项的法则判断 C; 根据幂的乘方法则判断 D.

【解答】解: A、 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, 故本选项错误;

B、 $x^2 \cdot x^3 = x^5$, 故本选项错误;

C、 x^2 与 x^3 不是同类项, 不能合并, 故本选项错误;

D、 $(x^3)^3 = x^9$, 故本选项正确;

故选 D.

【点评】本题考查完全平方公式、同底数幂的乘法、合并同类项、幂的乘方, 熟练掌握运算性质和法则是解题的关键.

3. (3 分) (2016•雅安) 已知 $a^2 + 3a = 1$, 则代数式 $2a^2 + 6a - 1$ 的值为 ()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

【考点】代数式求值.

【分析】直接利用已知将原式变形, 进而代入代数式求出答案.

【解答】解: $\because a^2 + 3a = 1$,

$\therefore 2a^2 + 6a - 1 = 2(a^2 + 3a) - 1 = 2 \times 1 - 1 = 1$.

故选: B.

【点评】此题主要考查了代数式求值, 正确将原式变形是解题关键.

4. (3 分) (2016•雅安) 已知 $\triangle ABC$ 顶点坐标分别是 A (0, 6), B (-3, -3), C (1, 0), 将 $\triangle ABC$ 平移后顶点 A 的对应点 A_1 的坐标是 (4, 10), 则点 B 的对应点 B_1 的坐标为 ()

- A. (7, 1) B. B (1, 7) C. (1, 1) D. (2, 1)

【考点】坐标与图形变化-平移.

【分析】根据点 A 的坐标以及平移后点 A 的对应点 A_1 的坐标可以找出三角形平移的方向与距离, 再结合点 B 的坐标即可得出结论.

【解答】解：∵点 A (0, 6) 平移后的对应点 A₁ 为 (4, 10),
 $4 - 0 = 4$, $10 - 6 = 4$,

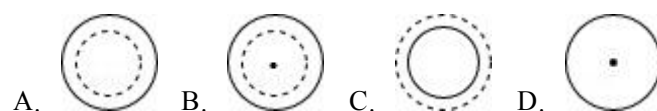
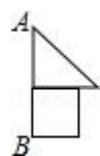
∴△ABC 向右平移了 4 个单位长度, 向上平移了 4 个单位长度,

∴点 B 的对应点 B₁ 的坐标为 $(-3+4, -3+4)$, 即 (1, 1).

故选 C.

【点评】本题考查了坐标与图形变化中的平移, 解题的关键是找出三角形平移的方向与距离. 本题属于基础题, 难度不大, 解决该题型题目时, 根据图形一个顶点以及平移后对应点的坐标找出平移方向和距离是关键.

5. (3 分) (2016•雅安) 将如图绕 AB 边旋转一周, 所得几何体的俯视图为 ()



【考点】简单组合体的三视图; 点、线、面、体.

【分析】根据旋转抽象出该几何体, 俯视图即从上向下看, 看到的棱用实线表示; 实际存在, 没有被其他棱挡住, 看不到的棱用虚线表示.

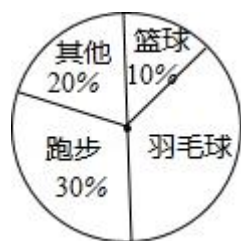
【解答】解: 将该图形绕 AB 旋转一周后是由上面一个圆锥体、下面一个圆柱体的组合而成的几何体,

从上往下看其俯视图是外面一个实线的大圆 (包括圆心), 里面一个虚线的小圆,

故选: B.

【点评】本题考查了简单组合体的三视图, 从上面看得到的视图是俯视图.

6. (3 分) (2016•雅安) 某校为开展第二课堂, 组织调查了本校 150 名学生各自最喜爱的一项体育活动, 制成了如下扇形统计图, 则在该被调查的学生中, 跑步和打羽毛球的学生人数分别是 ()



A. 30, 40 B. 45, 60 C. 30, 60 D. 45, 40

【考点】扇形统计图.

【分析】先求出打羽毛球学生的比例, 然后用总人数×跑步和打羽毛球学生的比例求出人数.

【解答】解: 由题意得, 打羽毛球学生的比例为: $1 - 20\% - 10\% - 30\% = 40\%$,

则跑步的人数为: $150 \times 30\% = 45$,

打羽毛球的人数为: $150 \times 40\% = 60$.

故选 B.

【点评】本题考查了扇形统计图及相关计算. 在扇形统计图中, 每部分占总部分的百分比等于该部分所对应的扇形圆心角的度数与 360° 的比.

7. (3分) (2016•雅安) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+mx-8=0$ 的一个实数根为 2, 则另一实数根及 m 的值分别为 ()

A. 4, -2 B. -4, -2 C. 4, 2 D. -4, 2

【考点】根与系数的关系.

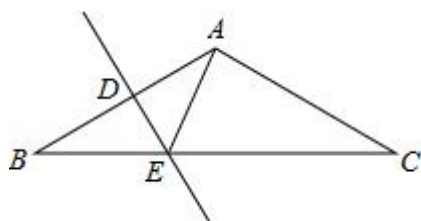
【专题】计算题; 一次方程(组)及应用.

【分析】根据题意, 利用根与系数的关系式列出关系式, 确定出另一根及 m 的值即可.

【解答】解: 由根与系数的关系式得: $2x_2=-8$, $2+x_2=-m=-2$,
解得: $x_2=-4$, $m=2$,
则另一实数根及 m 的值分别为 -4, 2,
故选 D

【点评】此题考查了根与系数的关系式, 熟练掌握一元二次方程根与系数的关系是解本题的关键.

8. (3分) (2016•雅安) 如图所示, 底边 BC 为 $2\sqrt{3}$, 顶角 A 为 120° 的等腰 $\triangle ABC$ 中, DE 垂直平分 AB 于 D , 则 $\triangle ACE$ 的周长为 ()

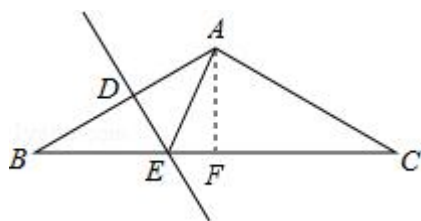


A. $2+2\sqrt{3}$ B. $2+\sqrt{3}$ C. 4 D. $3\sqrt{3}$

【考点】等腰三角形的性质; 线段垂直平分线的性质.

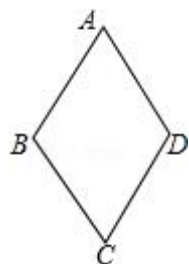
【分析】过 A 作 $AF \perp BC$ 于 F , 根据等腰三角形的性质得到 $\angle B = \angle C = 30^\circ$, 得到 $AB = AC = 2$, 根据线段垂直平分线的性质得到 $BE = AE$, 即可得到结论.

【解答】解: 过 A 作 $AF \perp BC$ 于 F ,
 $\because AB = AC$, $\angle A = 120^\circ$,
 $\therefore \angle B = \angle C = 30^\circ$,
 $\therefore AB = AC = 2$,
 $\because DE$ 垂直平分 AB ,
 $\therefore BE = AE$,
 $\therefore AE + CE = BC = 2\sqrt{3}$,
 $\therefore \triangle ACE$ 的周长 $= AC + AE + CE = AC + BC = 2 + 2\sqrt{3}$,
故选: A.



【点评】本题考查了线段垂直平分线性质的, 三角形的内角和定理, 等腰三角形的性质, 含 30° 度角的直角三角形性质等知识点, 主要考查运用性质进行推理的能力.

9. (3 分) (2016•雅安) 如图, 四边形 ABCD 的四边相等, 且面积为 120cm^2 , 对角线 $AC=24\text{cm}$, 则四边形 ABCD 的周长为 ()



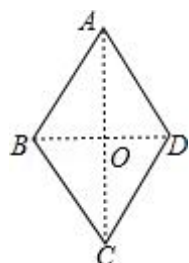
A. 52cm B. 40cm C. 39cm D. 26cm

【考点】 菱形的判定与性质.

【分析】 可定四边形 ABCD 为菱形, 连接 AC、BD 相交于点 O, 则可求得 BD 的长, 在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中, 利用勾股定理可求得 AB 的长, 从而可求得四边形 ABCD 的周长.

【解答】 解:

如图, 连接 AC、BD 相交于点 O,



$\because$ 四边形 ABCD 的四边相等,

$\therefore$ 四边形 ABCD 为菱形,

$\therefore AC \perp BD$, $S_{\text{四边形 ABCD}} = \frac{1}{2}AC \cdot BD$,

$\therefore \frac{1}{2} \times 24BD = 120$, 解得 $BD = 10\text{cm}$,

$\therefore OA = 12\text{cm}$, $OB = 5\text{cm}$,

在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中, 由勾股定理可得 $AB = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13 \text{ (cm)}$,

$\therefore$ 四边形 ABCD 的周长 $= 4 \times 13 = 52 \text{ (cm)}$,

故选 A.

【点评】 本题主要考查菱形的判定和性质, 掌握菱形的面积公式是解题的关键, 注意勾股定理的应用.

10. (3 分) (2016•雅安) “一方有难, 八方支援”, 雅安芦山 4•20 地震后, 某单位为一中学捐赠了一批新桌椅, 学校组织初一年级 200 名学生搬桌椅. 规定一人一次搬两把椅子, 两人一次搬一张桌子, 每人限搬一次, 最多可搬桌椅 (一桌一椅为一套) 的套数为 ()

A. 60 B. 70 C. 80 D. 90

【考点】 一元一次不等式的应用.

【分析】 设可搬桌椅 x 套, 即桌子 x 张、椅子 x 把, 则搬桌子需 $2x$ 人, 搬椅子需 $\frac{x}{2}$ 人, 根据总人数列不等式求解可得.

【解答】解：设可搬桌椅 x 套，即桌子 x 张、椅子 x 把，则搬桌子需 $2x$ 人，搬椅子需 $\frac{x}{2}$ 人，

根据题意，得： $2x + \frac{x}{2} \leq 200$,

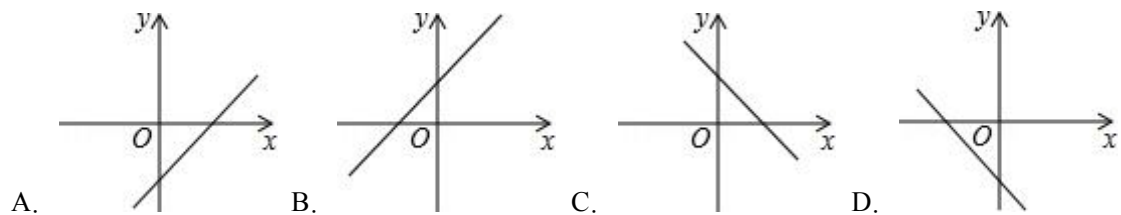
解得： $x \leq 80$,

$\therefore$ 最多可搬桌椅 80 套，

故选：C.

【点评】本题主要考查一元一次不等式的应用能力，设出桌椅的套数，表示出搬桌子、椅子的人数是解题的关键.

11. (3 分) (2016•雅安) 若式子 $\sqrt{k-1} + (k-1)^0$ 有意义，则一次函数 $y = (1-k)x + k - 1$ 的图象可能是 ()



【考点】一次函数的图象；零指数幂；二次根式有意义的条件.

【分析】先求出 k 的取值范围，再判断出 $1-k$ 及 $k-1$ 的符号，进而可得出结论.

【解答】解： $\because$ 式子 $\sqrt{k-1} + (k-1)^0$ 有意义，

$$\therefore \begin{cases} k-1 \geq 0 \\ k-1 \neq 0 \end{cases}, \text{ 解得 } k > 1,$$

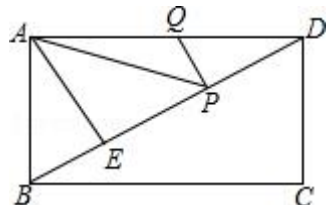
$$\therefore 1-k < 0, k-1 > 0,$$

$\therefore$ 一次函数 $y = (1-k)x + k - 1$ 的图象过一、二、四象限.

故选 C.

【点评】本题考查的是一次函数的图象，熟知一次函数的图象与系数的关系是解答此题的关键.

12. (3 分) (2016•雅安) 如图，在矩形 ABCD 中， $AD=6$ ， $AE \perp BD$ ，垂足为 E， $ED=3BE$ ，点 P、Q 分别在 BD，AD 上，则 $AP+PQ$ 的最小值为 ()



A. $2\sqrt{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{3}$ D. $3\sqrt{3}$

【考点】矩形的性质；轴对称-最短路线问题.

【分析】在 $Rt\triangle ABE$ 中，利用三角形相似可求得 AE、DE 的长，设 A 点关于 BD 的对称点 A' ，连接 $A'D$ ，可证明 $\triangle ADA'$ 为等边三角形，当 $PQ \perp AD$ 时，则 PQ 最小，所以当 $A'Q \perp AD$ 时 $AP+PQ$ 最小，从而可求得 $AP+PQ$ 的最小值等于 DE 的长，可得出答案.

【解答】解：

设 $BE=x$ ，则 $DE=3x$ ，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为矩形，且 $AE \perp BD$ ，

$\therefore \triangle ABE \sim \triangle DAE$ ，

$\therefore AE^2 = BE \cdot DE$ ，即 $AE^2 = 3x^2$ ，

$\therefore AE = \sqrt{3}x$ ，

在 $Rt\triangle ADE$ 中，由勾股定理可得 $AD^2 = AE^2 + DE^2$ ，即 $6^2 = (\sqrt{3}x)^2 + (3x)^2$ ，解得 $x = \sqrt{3}$ ，

$\therefore AE = 3$ ， $DE = 3\sqrt{3}$ ，

如图，设 A 点关于 BD 的对称点为 A' ，连接 $A'D$ ， PA' ，

则 $A'A = 2AE = 6 = AD$ ， $AD = A'D = 6$ ，

$\therefore \triangle AA'D$ 是等边三角形，

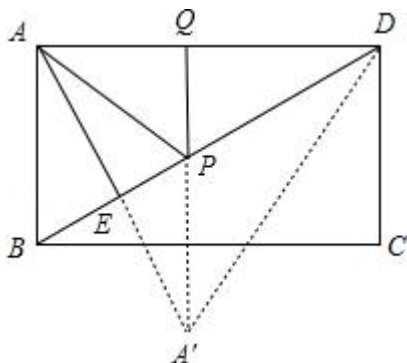
$\therefore PA = PA'$ ，

$\therefore$ 当 A' 、 P 、 Q 三点在一条线上时， $A'P + PQ$ 最小，

又垂线段最短可知当 $PQ \perp AD$ 时， $A'P + PQ$ 最小，

$\therefore AP + PQ = A'P + PQ = A'Q = DE = 3\sqrt{3}$ ，

故选 D 。



【点评】本题主要考查轴对称的应用，利用最小值的常规解法确定出 A 的对称点，从而确定出 $AP + PQ$ 的最小值的位置是解题的关键，利用条件证明 $\triangle A'DA$ 是等边三角形，借助几何图形的性质可以减少复杂的计算。

二、填空题（共 5 小题，每小题 3 分，满分 15 分）

13. (3 分) (2016•雅安) $1.45^\circ = \underline{87}'$ 。

【考点】度分秒的换算。

【分析】直接利用度分秒的转化将 0.45° 转会为分即可。

【解答】解： $1.45^\circ = 60' + 0.45 \times 60' = 87'$ 。

故答案为： $87'$ 。

【点评】此题主要考查了度分秒的转化，正确掌握度分秒之间的关系是解题关键。

14. (3 分) (2016•雅安) P 为正整数，现规定 $P! = P(P-1)(P-2) \dots \times 2 \times 1$ 。若 $m! = 24$ ，则正整数 $m = \underline{4}$ 。

【考点】有理数的乘法。

【专题】新定义。

【分析】根据规定 $p!$ 是从 1，开始连续 p 个整数的积，即可。

【解答】解： $\therefore P! = P(P-1)(P-2) \dots \times 2 \times 1 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times (p-2)(p-1)$ ，

$\therefore m! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times (m-1) = 24$ ，

∴ $m=4$,

故答案为: 4.

【点评】此题是有理数的乘法, 主要考查了新定义的理解, 理解新定义是解本题的关键.

15. (3分) (2016•雅安) 一书架有上下两层, 其中上层有 2 本语文 1 本数学, 下层有 2 本语文 2 本数学, 现从上下层随机各取 1 本, 则抽到的 2 本都是数学书的概率为 $\frac{1}{6}$.

【考点】列表法与树状图法.

【分析】通过列表列出所有可能结果, 找到使该事件发生的结果数, 根据概率公式计算可得.

【解答】解: 列表如下图:

	语	语	数
语	语、语	语、语	语、数
语	语、语	语、语	语、数
数	数、语	数、语	数、数
数	数、语	数、语	数、数

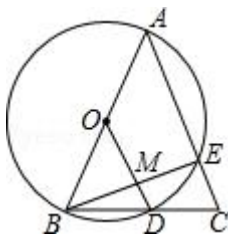
由表格可知, 现从上下层随机各取 1 本, 共有 12 种等可能结果, 其中抽到的 2 本都是数学书的有 2 种结果,

∴ 抽到的 2 本都是数学书的概率为 $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$,

故答案为: $\frac{1}{6}$.

【点评】本题考查的是用列表法或画树状图法求概率. 列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果, 列表法适合于两步完成的事件, 树状图法适合两步或两步以上完成的事件. 注意概率=所求情况数与总情况数之比.

16. (3分) (2016•雅安) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=10$, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 与 BC 交于点 D , 与 AC 交于点 E , 连 OD 交 BE 于点 M , 且 $MD=2$, 则 BE 长为 8.



【考点】圆周角定理; 等腰三角形的性质.

【分析】连接 AD , 由圆周角定理得出 $\angle AEB = \angle ADB = 90^\circ$, 由等腰三角形的性质得出 $BD=CD$, 由三角形中位线定理得出 $OD \parallel AC$, $CE=2MD=4$, 求出 AE , 再由勾股定理求出 BE 即可.

【解答】解: 连接 AD , 如图所示:

∵ 以 AB 为直径的 $\odot O$ 与 BC 交于点 D ,

∴ $\angle AEB = \angle ADB = 90^\circ$, 即 $AD \perp BC$,

∵ $AB=AC$,

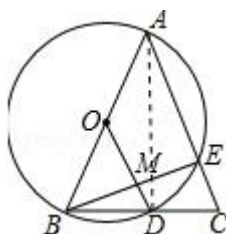
∴ $BD=CD$,

∵ $OA=OB$,

∴ $OD \parallel AC$,

$$\begin{aligned}\therefore BM &= EM, \\ \therefore CE &= 2MD = 4, \\ \therefore AE &= AC - CE = 6, \\ \therefore BE &= \sqrt{AB^2 - AE^2} = \sqrt{10^2 - 6^2},\end{aligned}$$

故答案为：8.



【点评】 本题考查了圆周角定理、等腰三角形的性质、勾股定理、三角形中位线定理；熟练掌握圆周角定理，由三角形中位线定理求出 CE 是解决问题的关键.

17. (3 分) (2016•雅安) 已知 $a+b=8$, $a^2b^2=4$, 则 $\frac{a^2+b^2}{2} - ab = \underline{28 \text{ 或 } 36}$.

【考点】 完全平方公式.

【分析】 根据条件求出 ab , 然后化简 $\frac{a^2+b^2}{2} - ab = \frac{(a+b)^2}{2} - 2ab$, 最后代值即可.

【解答】 解: $\frac{a^2+b^2}{2} - ab = \frac{(a+b)^2 - 2ab}{2} - ab = \frac{(a+b)^2}{2} - ab - ab = \frac{(a+b)^2}{2} - 2ab$

$$\because a^2b^2=4,$$

$$\therefore ab=\pm 2,$$

①当 $a+b=8$, $ab=2$ 时, $\frac{a^2+b^2}{2} - ab = \frac{(a+b)^2}{2} - 2ab = \frac{64}{2} - 2 \times 2 = 28,$

②当 $a+b=8$, $ab=-2$ 时, $\frac{a^2+b^2}{2} - ab = \frac{(a+b)^2}{2} - 2ab = \frac{64}{2} - 2 \times (-2) = 36,$

故答案为 28 或 36.

【点评】 此题是完全平方公式, 主要考查了完全平方公式的计算, 平方根的意义, 解本题的关键是化简原式, 难点是求出 ab .

三、解答题 (共 7 小题, 满分 69 分)

18. (12 分) (2016•雅安) (1) 计算: $-2^2 + (-\frac{1}{3})^{-1} + 2\sin 60^\circ - |1 - \sqrt{3}|$

(2) 先化简, 再求值: $(\frac{x^2-1}{x^2-2x+1} - x - 1) \div \frac{x+1}{x-1}$, 其中 $x=-2$.

【考点】 分式的化简求值; 实数的运算; 负整数指数幂; 特殊角的三角函数值.

【分析】 (1) 分别根据有理数乘方的法则、负整数指数幂的运算法则、特殊角的三角函数值及绝对值的性质计算出各数, 再根据实数混合运算的法则进行计算即可;

(2) 先算括号里面的, 再算除法, 最后把 $x=-2$ 代入进行计算即可.

【解答】解：(1) 原式 $= -4 - 3 + 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - (\sqrt{3} - 1)$
 $= -4 - 3 + \sqrt{3} - \sqrt{3} + 1$
 $= -7 + 1$
 $= -6.$

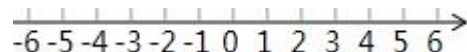
(2) 原式 $= [\frac{x+1}{x-1} - (x+1)] \cdot \frac{x-1}{x+1}$
 $= \frac{x+1}{x-1} \cdot \frac{x-1}{x+1} - (x+1) \cdot \frac{x-1}{x+1}$
 $= 1 - (x-1)$
 $= 1 - x + 1$
 $= 2 - x.$

当 $x = -2$ 时，原式 $= 2 + 2 = 4.$

【点评】本题考查的是分式的化简求值，分式中的一些特殊求值题并非是一味的化简，代入，求值。许多问题还需运用到常见的数学思想，如化归思想（即转化）、整体思想等，了解这些数学解题思想对于解题技巧的丰富与提高有一定帮助。

19. (7分) (2016•雅安) 解下列不等式组，并将它的解集在数轴上表示出来。

$$\begin{cases} x-1 > 2x \\ \frac{x-1}{3} \leq \frac{x+1}{9} \end{cases}$$



【考点】解一元一次不等式组；在数轴上表示不等式的解集。

【分析】先分别求出各不等式的解集，再求出其公共解集并在数轴上表示出来即可。

【解答】解：

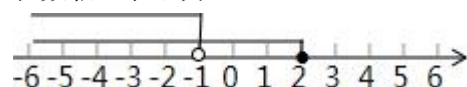
$$\begin{cases} x-1 > 2x & \text{①} \\ \frac{x-1}{3} \leq \frac{x+1}{9} & \text{②} \end{cases}$$

由①得， $x < -1$ ，

由②得， $x \leq 2$ ，

故此不等式组的解集为： $x < -1$

在数轴上表示为：



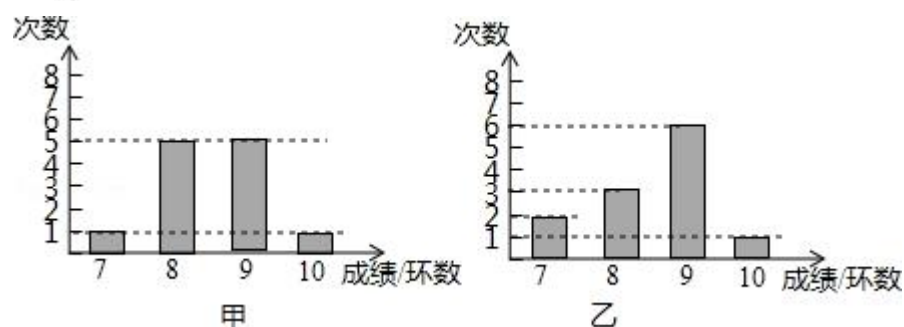
【点评】本题考查的是在数轴上表示一元一次不等式组的解集及解一元一次不等式组，熟知实心圆点与空心圆点的区别是解答此题的关键

20. (10分) (2016•雅安) 甲乙两人进行射击训练，两人分别射击 12 次，如图分别统计了两人的射击成绩，已知甲射击成绩的方差 $S_{\text{甲}}^2 = \frac{7}{12}$ ，平均成绩 $\overline{x}_{\text{甲}} = 8.5$ 。

(1) 根据图上信息，估计乙射击成绩不少于 9 环的概率是多少？

(2) 求乙射击的平均成绩的方差，并据此比较甲乙的射击“水平”。

$$S^2 = \frac{1}{n} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2].$$



【考点】概率公式；方差.

【分析】(1) 根据条形统计图求出乙的射击总数与不少于 9 环的次数，根据概率公式即可得出结论；

(2) 求出乙的平均成绩及方差，再与甲的平均成绩及方差进行比较即可.

【解答】解：(1) $\because$ 由图可知，乙射击的总次数是 12 次，不少于 9 环的有 7 次，

$$\therefore \text{乙射击成绩不少于 9 环的概率} = \frac{7}{12};$$

$$(2) \bar{x}_{\text{乙}} = \frac{2 \times 7 + 3 \times 8 + 6 \times 9 + 1 \times 10}{12} = 8.5 \text{ (环)},$$

$$\begin{aligned} S_{\text{乙}}^2 &= \frac{1}{12} [(7 - 8.5)^2 \times 2 + (8 - 8.5)^2 \times 3 + (9 - 8.5)^2 \times 6 + (10 - 8.5)^2] \\ &= \frac{9}{12} \\ &= \frac{3}{4}. \end{aligned}$$

$$\because \bar{x}_{\text{甲}} = \bar{x}_{\text{乙}}, S_{\text{甲}}^2 < S_{\text{乙}}^2,$$

$\therefore$ 甲的射击成绩更稳定.

【点评】本题考查的是概率公式，熟记随机事件的概率公式及方差的定义是解答此题的关键.

21. (8 分) (2016•雅安) 我们规定：若 $\vec{m} = (a, b)$ ， $\vec{n} = (c, d)$ ，则 $\vec{m} \cdot \vec{n} = ac + bd$. 如 $\vec{m} = (1, 2)$ ， $\vec{n} = (3, 5)$ ，则 $\vec{m} \cdot \vec{n} = 1 \times 3 + 2 \times 5 = 13$.

(1) 已知 $\vec{m} = (2, 4)$ ， $\vec{n} = (2, -3)$ ，求 $\vec{m} \cdot \vec{n}$;

(2) 已知 $\vec{m} = (x - a, 1)$ ， $\vec{n} = (x - a, x + 1)$ ，求 $y = \vec{m} \cdot \vec{n}$ ，问 $y = \vec{m} \cdot \vec{n}$ 的函数图象与一次函数 $y = x - 1$ 的图象是否相交，请说明理由.

【考点】二次函数的性质；根的判别式；一次函数的性质.

【专题】新定义.

【分析】(1) 直接利用 $\vec{m} = (a, b)$ ， $\vec{n} = (c, d)$ ，则 $\vec{m} \cdot \vec{n} = ac + bd$ ，进而得出答案；

(2) 利用已知的出 y 与 x 之间的函数关系式，再联立方程，结合根的判别式求出答案.

【解答】 解：(1) $\because \vec{p} = (2, 4), \vec{r} = (2, -3),$

$$\therefore \vec{p} \cdot \vec{r} = 2 \times 2 + 4 \times (-3) = -8;$$

(2) $\because \vec{p} = (x-a, 1), \vec{r} = (x-a, x+1),$

$$\therefore y = \vec{p} \cdot \vec{r} = (x-a)^2 + (x+1)$$

$$= x^2 - (2a-1)x + a^2 + 1$$

$$\therefore y = x^2 - (2a-1)x + a^2 + 1$$

$$\text{联立方程: } x^2 - (2a-1)x + a^2 + 1 = x - 1,$$

$$\text{化简得: } x^2 - 2ax + a^2 + 2 = 0,$$

$$\because \Delta = b^2 - 4ac = -8 < 0,$$

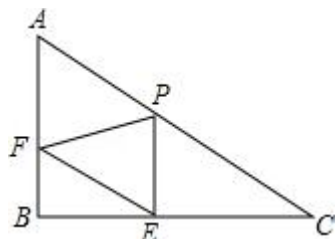
$\therefore$ 方程无实数根，两函数图象无交点.

【点评】 此题主要考查了根的判别式以及新定义，正确得出 y 与 x 之间的函数关系式是解题关键.

22. (10 分) (2016•雅安) 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle B=90^\circ$ ， $AC=20$ ， $AB=10$ ， P 是边 AC 上一点 (不包括端点 A 、 C)，过点 P 作 $PE \perp BC$ 于点 E ，过点 E 作 $EF \parallel AC$ ，交 AB 于点 F . 设 $PC=x$ ， $PE=y$.

(1) 求 y 与 x 的函数关系式；

(2) 是否存在点 P 使 $\triangle PEF$ 是 $\text{Rt}\triangle$ ？若存在，求此时的 x 的值；若不存在，请说明理由.



【考点】 相似三角形的判定与性质；平行四边形的性质；矩形的性质；解直角三角形.

【专题】 动点型.

【分析】 (1) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，根据三角函数可求 y 与 x 的函数关系式；

(2) 分三种情况：①如图 1，当 $\angle FPE=90^\circ$ 时，②如图 2，当 $\angle PFE=90^\circ$ 时，③当 $\angle PEF=90^\circ$ 时，进行讨论可求 x 的值.

【解答】 解：(1) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle B=90^\circ$ ， $AC=20$ ， $AB=10$ ，

$$\therefore \sin C = \frac{1}{2},$$

$\because PE \perp BC$ 于点 E ,

$$\therefore \sin C = \frac{PE}{PC} = \frac{1}{2},$$

$\because PC=x$ ， $PE=y$,

$$\therefore y = \frac{1}{2}x \quad (0 < x < 20);$$

(2) 存在点 P 使 $\triangle PEF$ 是 $\text{Rt}\triangle$,

①如图 1, 当 $\angle FPE=90^\circ$ 时, 四边形 PEBF 是矩形, $BF=PE=\frac{1}{2}x$,

四边形 APEF 是平行四边形, $PE=AF=\frac{1}{2}x$,

$$\therefore BF+AF=AB=10,$$

$$\therefore x=10;$$

②如图 2, 当 $\angle PFE=90^\circ$ 时, $\text{Rt}\triangle APF \sim \text{Rt}\triangle ABC$,
 $\angle ARP = \angle C = 30^\circ$, $AF=40-2x$,

平行四边形 AFEP 中, $AF=PE$, 即: $40-2x=\frac{1}{2}x$,

解得 $x=16$;

③当 $\angle PEF=90^\circ$ 时, 此时不存在符合条件的 $\text{Rt}\triangle PEF$.

综上所述, 当 $x=10$ 或 $x=16$, 存在点 P 使 $\triangle PEF$ 是 $\text{Rt}\triangle$.

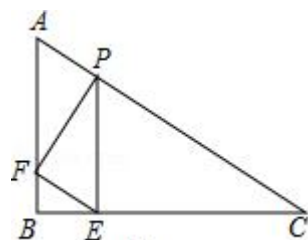


图2

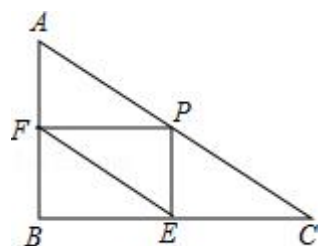


图1

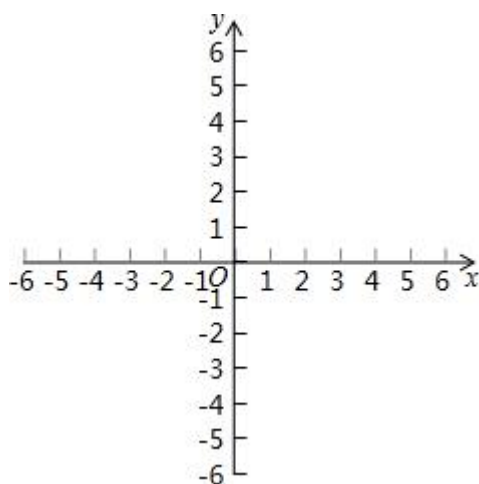
【点评】考查了相似三角形的判定与性质, 平行四边形的性质, 矩形的性质, 解直角三角形, 注意分类思想的运用, 综合性较强, 难度中等.

23. (12 分) (2016•雅安) 已知直线 $l_1: y=x+3$ 与 x 轴交于点 A, 与 y 轴交于点 B, 且与双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 交于点 C (1, a).

(1) 试确定双曲线的函数表达式;

(2) 将 l_1 沿 y 轴翻折后, 得到 l_2 , 画出 l_2 的图象, 并求出 l_2 的函数表达式;

(3) 在 (2) 的条件下, 点 P 是线段 AC 上点 (不包括端点), 过点 P 作 x 轴的平行线, 分别交 l_2 于点 M, 交双曲线于点 N, 求 $S_{\triangle AMN}$ 的取值范围.



【考点】反比例函数综合题.

【分析】(1) 令 $x=1$ 代入一次函数 $y=x+3$ 后求出 C 的坐标, 然后把 C 代入反比例函数解析式中即可求出 k 的值;

(2) 设直线 l_2 与 x 轴交于 D , 由题意知, A 与 D 关于 y 轴对称, 所以可以求出 D 的坐标, 再把 B 点坐标代入 $y=ax+b$ 即可求出直线 l_2 的解析式;

(3) 设 M 的纵坐标为 t , 由题意可得 M 的坐标为 $(3-t, t)$, N 的坐标为 $(\frac{4}{t}, t)$, 进而得 $MN=\frac{4}{t}+t-3$, 又可知在 $\triangle ABM$ 中, MN 边上的高为 t , 所以可以求出 $S_{\triangle AMN}$ 与 t 的关系式.

【解答】解: (1) 令 $x=1$ 代入 $y=x+3$,

$$\therefore y=1+3=4,$$

$$\therefore C(1, 4),$$

把 $C(1, 4)$ 代入 $y=\frac{k}{x}$ 中,

$$\therefore k=4,$$

$$\therefore \text{双曲线的解析式为: } y=\frac{4}{x};$$

(2) 如图所示,

设直线 l_2 与 x 轴交于点 D ,

由题意知: A 与 D 关于 y 轴对称,

$$\therefore D \text{ 的坐标为 } (3, 0),$$

设直线 l_2 的解析式为: $y=ax+b$,

把 D 与 B 的坐标代入上式,

$$\text{得: } \begin{cases} b=3 \\ 0=3a+b \end{cases},$$

$$\therefore \text{解得: } \begin{cases} a=-1 \\ b=3 \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 } l_2 \text{ 的解析式为: } y=-x+3;$$

(3) 设 $M(3-t, t)$,

$\therefore$ 点 P 在线段 AC 上移动 (不包括端点),

$$\therefore 0 < t < 4,$$

$$\therefore PN \parallel x \text{ 轴},$$

$$\therefore N \text{ 的纵坐标为 } t,$$

$$\text{把 } y=t \text{ 代入 } y=\frac{4}{x},$$

$$\therefore x=\frac{4}{t},$$

$$\therefore N \text{ 的坐标为 } \left(\frac{4}{t}, t\right),$$

$$\therefore MN = \frac{4}{t} - (3-t) = \frac{4}{t} + t - 3,$$

$$\text{过点 } A \text{ 作 } AE \perp PN \text{ 于点 } E,$$

$$\therefore AE=t,$$

$$\therefore S_{\triangle AMN} = \frac{1}{2} AE \cdot MN,$$

$$= \frac{1}{2} t \left(\frac{4}{t} + t - 3 \right)$$

$$= \frac{1}{2} t^2 - \frac{3}{2} t + 2$$

$$= \frac{1}{2} \left(t - \frac{3}{2} \right)^2 + \frac{7}{8},$$

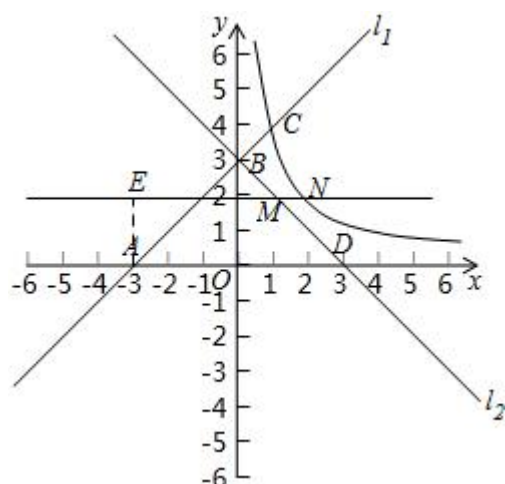
由二次函数性质可知, 当 $0 \leq t \leq \frac{3}{2}$ 时, $S_{\triangle AMN}$ 随 t 的增大而减小, 当 $\frac{3}{2} < t \leq 4$ 时, $S_{\triangle AMN}$ 随 t 的增大而增大,

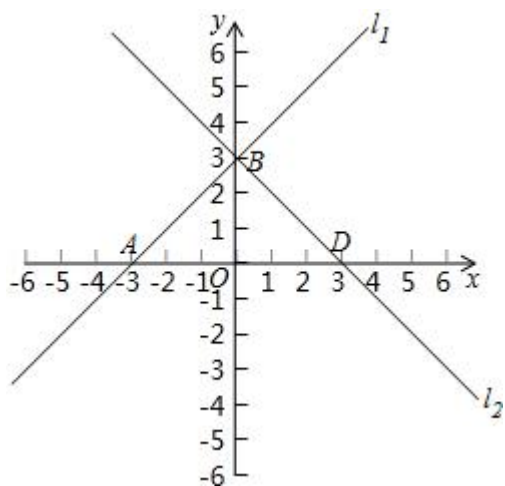
$$\therefore \text{当 } t = \frac{3}{2} \text{ 时, } S_{\triangle AMN} \text{ 可取得最小值为 } \frac{7}{8},$$

$$\text{当 } t = 4 \text{ 时, } S_{\triangle AMN} \text{ 可取得最大值为 } 4,$$

$$\therefore 0 < t < 4$$

$$\therefore \frac{7}{8} \leq S_{\triangle AMN} < 4.$$





【点评】本题考查函数的综合问题, 涉及待定系数法求一次函数解析式和反比例函数解析式, 三角形面积等知识, 由于有动点, 所以难度较高, 需要学生利用参数去表示相关坐标, 然后求出函数关系式.

24. (10 分) (2016•雅安) 如图 1, AB 是 $\odot O$ 的直径, E 是 AB 延长线上一点, EC 切 $\odot O$ 于点 C, OP $\perp$ AO 交 AC 于点 P, 交 EC 的延长线于点 D.

(1) 求证: $\triangle PCD$ 是等腰三角形;

(2) CG $\perp$ AB 于 H 点, 交 $\odot O$ 于 G 点, 过 B 点作 BF $\parallel$ EC, 交 $\odot O$ 于点 F, 交 CG 于 Q 点, 连接 AF, 如图 2, 若 $\sin E = \frac{3}{5}$, CQ=5, 求 AF 的值.

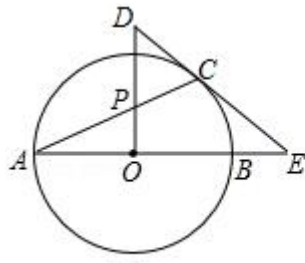


图1

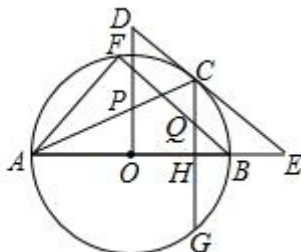


图2

【考点】切线的性质; 垂径定理.

【分析】(1) 连接 OC, 由切线性质和垂直性质得 $\angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$ 、 $\angle 2 + \angle 4 = 90^\circ$, 继而可得 $\angle 3 = \angle 5$ 得证;

(2) 连接 OC、BC, 先根据切线性质和平行线性质及垂直性质证 $\angle BCG = \angle QBC$ 得 $QC = QB = 5$, 而 $\sin E = \sin \angle ABF = \frac{3}{5}$, 可知 $QH = 3$ 、 $BH = 4$, 设圆的半径为 r , 在 $\triangle OCH$ 中根据勾股定理可得 r 的值, 在 $\triangle ABF$ 中根据三角函数可得答案.

【解答】解: (1) 连接 OC,

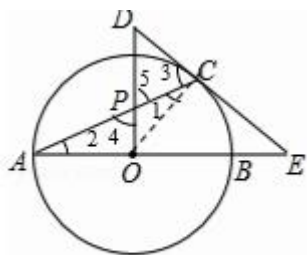


图1

$\because EC$ 切 $\odot O$ 于点 C ,
 $\therefore OC \perp DE$,
 $\therefore \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$,
 又 $\because OP \perp OA$,
 $\therefore \angle 2 + \angle 4 = 90^\circ$,
 $\because OA = OC$,
 $\therefore \angle 1 = \angle 2$,
 $\therefore \angle 3 = \angle 4$,
 又 $\because \angle 4 = \angle 5$,
 $\therefore \angle 3 = \angle 5$,
 $\therefore DP = DC$, 即 $\triangle PCD$ 为等腰三角形.
 (2) 如图 2, 连接 OC 、 BC ,

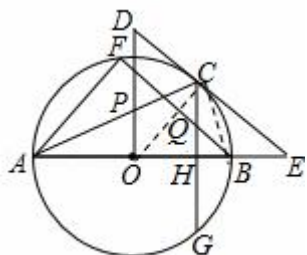


图2

$\because DE$ 与 $\odot O$ 相切于点 E ,
 $\therefore \angle OCB + \angle BCE = 90^\circ$,
 $\because OC = OB$,
 $\therefore \angle OCB = \angle OBC$,
 $\therefore \angle OBC + \angle BCE = 90^\circ$,
 又 $\because CG \perp AB$,
 $\therefore \angle OBC + \angle BCG = 90^\circ$,
 $\therefore \angle BCE = \angle BCG$,
 $\because BF \parallel DE$,
 $\therefore \angle BCE = \angle QBC$,
 $\therefore \angle BCG = \angle QBC$,
 $\therefore QC = QB = 5$,
 $\because BF \parallel DE$,
 $\therefore \angle ABF = \angle E$,
 $\therefore \sin E = \frac{3}{5}$,

$$\therefore \sin \angle ABF = \frac{3}{5},$$

$$\therefore QH=3、BH=4,$$

设 $\odot O$ 的半径为 r ,

$$\therefore \text{在} \triangle OCH \text{ 中, } r^2 = 8^2 + (r - 4)^2,$$

解得: $r=10$,

$$\text{又} \because \angle AFB=90^\circ, \sin \angle ABF = \frac{3}{5},$$

$$\therefore AF=12.$$

【点评】 本题主要考查切线的性质、平行线的性质及三角函数的应用等知识的综合, 根据切线性质和平行线性质及垂直性质证 $\angle BCG = \angle QBC$ 是解题的关键.