

2016 年四川省达州市中考数学试卷

一、(共 10 小题, 每小题 3 分, 满分 30 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一个是符合题目要求)

1. 下列各数中最小的是 ()

- A. 0 B. -3 C. $-\sqrt{3}$ D. 1

2. 在“十二·五”期间, 达州市经济保持稳步增长, 地区生产总值约由 819 亿元增加到 1351 亿元, 年均增长约 10%, 将 1351 亿元用科学记数法表示应为 ()

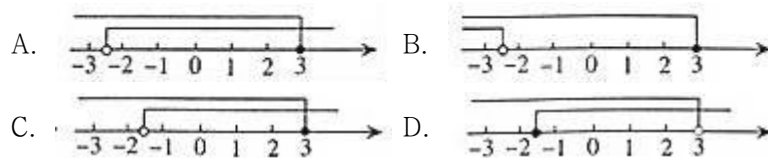
- A. 1.351×10^{11} B. 13.51×10^{12} C. 1.351×10^{13} D. 0.1351×10^{12}

3. 如图是一个正方体的表面展开图, 则原正方体中与“你”字所在面相对的面上标的字是 ()



- A. 遇 B. 见 C. 未 D. 来

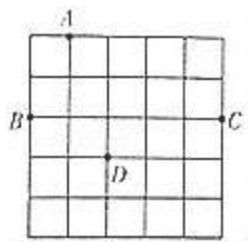
4. 不等式组 $\begin{cases} x-3 \leq 0 \\ \frac{1}{3}(x-2) < x+1 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()



5. 下列说法中不正确的是 ()

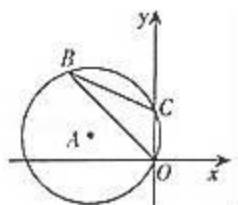
- A. 函数 $y=2x$ 的图象经过原点
B. 函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图象位于第一、三象限
C. 函数 $y=3x-1$ 的图象不经过第二象限
D. 函数 $y=-\frac{3}{x}$ 的值随 x 的值的增大而增大

6. 如图, 在 5×5 的正方形网格中, 从在格点上的点 A, B, C, D 中任取三点, 所构成的三角形恰好是直角三角形的概率为 ()



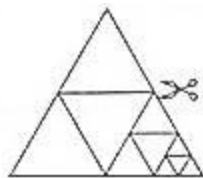
- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

7. 如图, 半径为 3 的 $\odot A$ 经过原点 O 和点 $C(0, 2)$, B 是 y 轴左侧 $\odot A$ 优弧上一点, 则 $\tan \angle OBC$ 为 ()



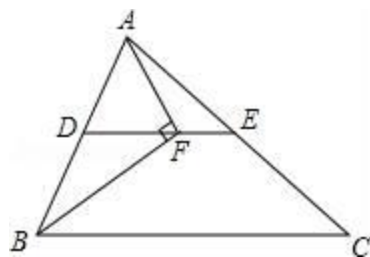
- A. $\frac{1}{3}$ B. $2\sqrt{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

8. 如图, 将一张等边三角形纸片沿中位线剪成 4 个小三角形, 称为第一次操作; 然后, 将其中的一个三角形按同样方式再剪成 4 个小三角形, 共得到 7 个小三角形, 称为第二次操作; 再将其中一个三角形按同样方式再剪成 4 个小三角形, 共得到 10 个小三角形, 称为第三次操作; $\cdots$ 根据以上操作, 若要得到 100 个小三角形, 则需要操作的次数是 ()



- A. 25 B. 33 C. 34 D. 50

9. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, BF 平分 $\angle ABC$, $AF \perp BF$ 于点 F , D 为 AB 的中点, 连接 DF 延长交 AC 于点 E . 若 $AB=10$, $BC=16$, 则线段 EF 的长为 ()



- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

10. 如图, 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$, 与 y 轴的交点 B 在 $(0, -2)$ 和 $(0, -1)$ 之间 (不包括这两点), 对称轴为直线 $x=1$. 下列结论:

① $abc > 0$

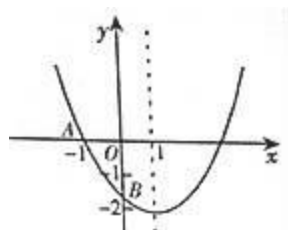
② $4a+2b+c > 0$

③ $4ac - b^2 < 8a$

④ $\frac{1}{3} < a < \frac{2}{3}$

⑤ $b > c$.

其中含所有正确结论的选项是 ()

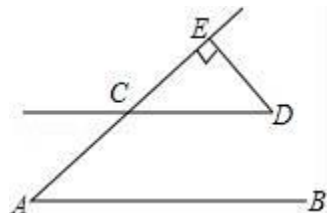


A. ①③ B. ①③④ C. ②④⑤ D. ①③④⑤

二、填空题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分, 把最后答案直接填在题中的横线上)

11. 分解因式: $a^3 - 4a =$ _____.

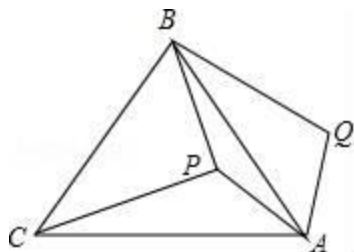
12. 如图, $AB \parallel CD$, AE 交 CD 于点 C , $DE \perp AE$ 于点 E , 若 $\angle A = 42^\circ$, 则 $\angle D =$ _____.



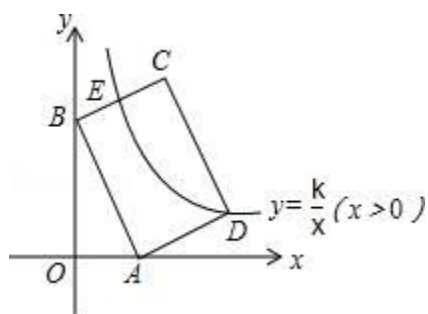
13. 已知一组数据 0, 1, 2, 2, x , 3 的平均数是 2, 则这组数据的方差是_____.

14. 设 m, n 分别为一元二次方程 $x^2 + 2x - 2018 = 0$ 的两个实数根, 则 $m^2 + 3m + n =$ _____.

15. 如图, P 是等边三角形 ABC 内一点, 将线段 AP 绕点 A 顺时针旋转 60° 得到线段 AQ , 连接 BQ . 若 $PA=6$, $PB=8$, $PC=10$, 则四边形 $APBQ$ 的面积为_____.



16. 如图, 在平面直角坐标系中, 矩形 $ABCD$ 的边 $AB:BC=3:2$, 点 $A(3, 0)$, $B(0, 6)$ 分别在 x 轴, y 轴上, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象经过点 D , 且与边 BC 交于点 E , 则点 E 的坐标为_____.



三、解答题 (72 分.解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

(一) (本题 2 个小题, 共 12 分)

17. 计算: $\sqrt{8} - (-2016)^0 + |-3| - 4\cos 45^\circ$.

18. 已知 x, y 满足方程组 $\begin{cases} x - 5y = -2 \\ 2x + 5y = -1 \end{cases}$, 求代数式 $(x - y)^2 - (x + 2y)(x - 2y)$ 的值.

(二)、本题 2 个小题，共 14 分.

19. 达州市图书馆今年 4 月 23 日开放以来，受到市民的广泛关注.5 月底，八年级（1）班学生小颖对全班同学这一个多月来去新图书馆的次数做了调查统计，并制成了如图不完整的统计图表.

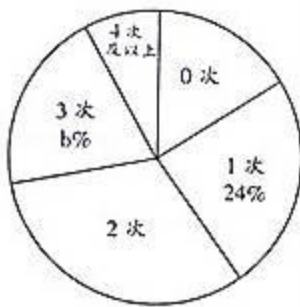
八年级（1）班学生去新图书馆的次数统计表

去图书馆的次数	0 次	1 次	2 次	3 次	4 次及以上
人数	8	12	a	10	4

请你根据统计图表中的信息，解答下列问题：

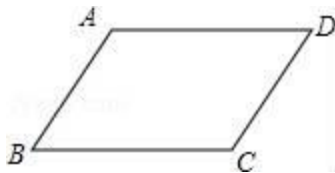
- (1) 填空：a=_____，b=_____；
- (2) 求扇形统计图中“0 次”的扇形所占圆心角的度数；
- (3) 从全班去过该图书馆的同学中随机抽取 1 人，谈谈对新图书馆的印象和感受. 求恰好抽中去过“4 次及以上”的同学的概率.

八年级(1)班学生去图书馆
的次数统计图



20. 如图，在 $\square ABCD$ 中，已知 $AD > AB$.

- (1) 实践与操作：作 $\angle BAD$ 的平分线交 BC 于点 E ，在 AD 上截取 $AF=AB$ ，连接 EF ；（要求：尺规作图，保留作图痕迹，不写作法）
- (2) 猜想并证明：猜想四边形 $ABEF$ 的形状，并给予证明.

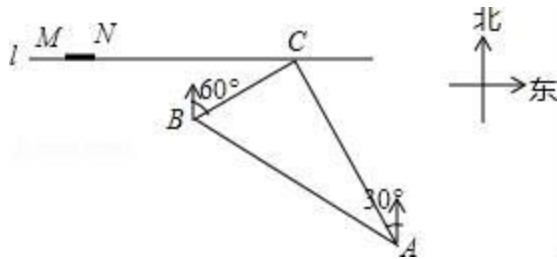


(三)、本题 2 个小题，共 16 分.

21. 如图，在一条笔直的东西向海岸线 l 上有一长为 1.5km 的码头 MN 和灯塔 C ，灯塔 C 距码头的东端 N 有 20km. 以轮船以 36km/h 的速度航行，上午 10:00 在 A 处测得灯塔 C 位于轮船的北偏西 30° 方向，上午 10:40 在 B 处测得灯塔 C 位于轮船的北偏东 60° 方向，且与灯塔 C 相距 12km.

(1) 若轮船照此速度与航向航向，何时到达海岸线？

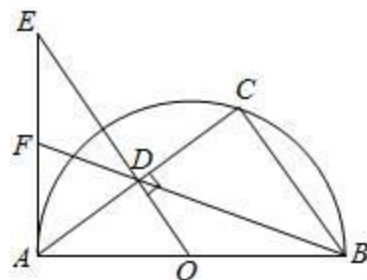
(2) 若轮船不改变航向，该轮船能否停靠在码头？请说明理由. (参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.4$, $\sqrt{3} \approx 1.7$)



22. 如图，已知 AB 为半圆 O 的直径， C 为半圆 O 上一点，连接 AC , BC ，过点 O 作 $OD \perp AC$ 于点 D ，过点 A 作半圆 O 的切线交 OD 的延长线于点 E ，连接 BD 并延长交 AE 于点 F .

(1) 求证: $AE \cdot BC = AD \cdot AB$;

(2) 若半圆 O 的直径为 10, $\sin \angle BAC = \frac{3}{5}$, 求 AF 的长.



(四)、本题 2 个小题，共 19 分

23. 某家具商场计划购进某种餐桌、餐椅进行销售，有关信息如表：

	原进价（元/张）	零售价（元/张）	成套售价（元/套）
餐桌	a	270	500 元
餐椅	$a - 110$	70	

已知用 600 元购进的餐桌数量与用 160 元购进的餐椅数量相同.

(1) 求表中 a 的值；

(2) 若该商场购进餐椅的数量是餐桌数量的 5 倍还多 20 张，且餐桌和餐椅的总数量不超过 200 张. 该商场计划将一半的餐桌成套（一张餐桌和四张餐椅配成一套）销售，其余餐桌、餐椅以零售方式销售. 请问怎样进货，才能获得最大利润？最大利润是多少？

(3) 由于原材料价格上涨，每张餐桌和餐椅的进价都上涨了 10 元，按照 (2) 中获得最大利润的方案购进餐桌和餐椅，在调整成套销售量而不改变销售价格的情况下，实际全部售出后，所得利润比 (2) 中的最大利润少了 2250 元. 请问本次成套的销售量为多少？

24. $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=90^\circ$, $AB=AC$, 点 D 为直线 BC 上一动点 (点 D 不与 B, C 重合), 以 AD 为边在 AD 右侧作正方形 $ADEF$, 连接 CF .

(1) 观察猜想

如图 1, 当点 D 在线段 BC 上时,

① BC 与 CF 的位置关系为: _____.

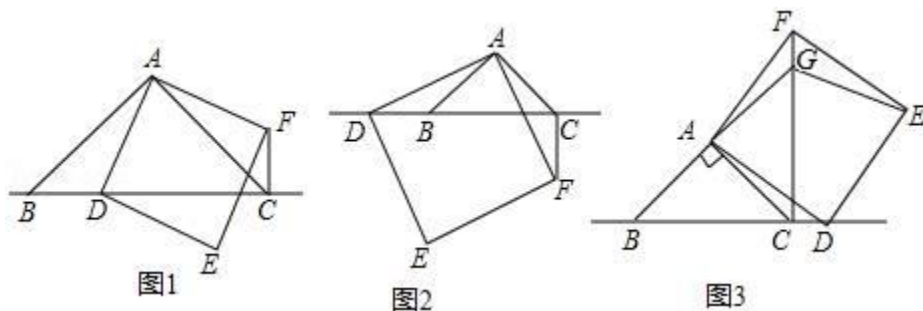
② BC, CD, CF 之间的数量关系为: _____; (将结论直接写在横线上)

(2) 数学思考

如图 2, 当点 D 在线段 CB 的延长线上时, 结论①, ②是否仍然成立? 若成立, 请给予证明; 若不成立, 请你写出正确结论再给予证明.

(3) 拓展延伸

如图 3, 当点 D 在线段 BC 的延长线上时, 延长 BA 交 CF 于点 G , 连接 GE . 若已知 $AB=2\sqrt{2}$, $CD=\frac{1}{4}BC$, 请求出 GE 的长.



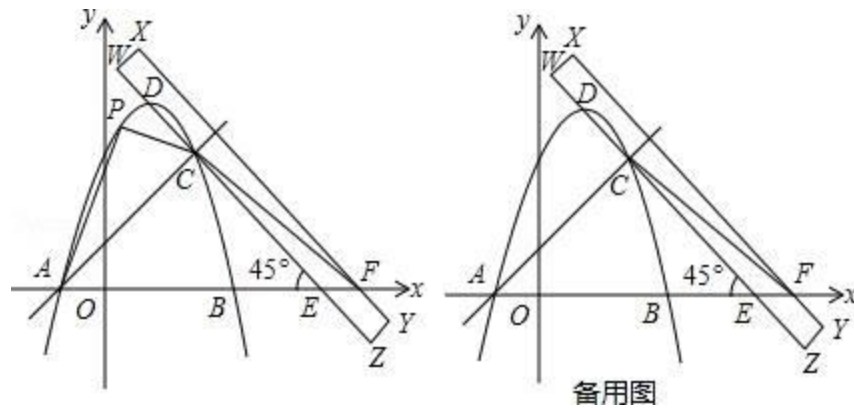
(五)、本题 11 分

25. 如图，已知抛物线 $y=ax^2+2x+6$ ($a \neq 0$) 交 x 轴与 A , B 两点 (点 A 在点 B 左侧)，将直尺 $WXYZ$ 与 x 轴负方向成 45° 放置，边 WZ 经过抛物线上的点 $C(4, m)$ ，与抛物线的另一交点为点 D ，直尺被 x 轴截得的线段 $EF=2$ ，且 $\triangle CEF$ 的面积为 6.

(1) 求该抛物线的解析式；

(2) 探究：在直线 AC 上方的抛物线上是否存在一点 P ，使得 $\triangle ACP$ 的面积最大？若存在，请求出面积的最大值及此时点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.

(3) 将直尺以每秒 2 个单位的速度沿 x 轴向左平移，设平移的时间为 t 秒，平移后的直尺为 $W'X'Y'Z'$ ，其中边 $X'Y'$ 所在的直线与 x 轴交于点 M ，与抛物线的其中一个交点为点 N ，请直接写出当 t 为何值时，可使得以 C 、 D 、 M 、 N 为顶点的四边形是平行四边形.



2016 年四川省达州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、(共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分，在每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求)

1. 下列各数中最小的是 ()

A. 0 B. -3 C. $-\sqrt{3}$ D. 1

【考点】实数大小比较.

【分析】根据正数都大于 0，负数都小于 0，两个负数绝对值大的反而小即可解答.

【解答】解：因为在 A、B、C、D 四个选项中只有 B、C 为负数，故应从 B、C 中选择；
又因为 $|-3| > |-\sqrt{3}| = 2$ ，
所以 $-3 < -\sqrt{3}$ ，
故选 B.

2. 在“十二·五”期间，达州市经济保持稳步增长，地区生产总值约由 819 亿元增加到 1351 亿元，年均增长约 10%，将 1351 亿元用科学记数法表示应为 ()

A. 1.351×10^{11} B. 13.51×10^{12} C. 1.351×10^{13} D. 0.1351×10^{12}

【考点】科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，n 为整数. 确定 n 的值是易错点，由于 1351 亿有 12 位，所以可以确定 $n = 12 - 1 = 11$.

【解答】解：1351 亿 $= 135\ 100\ 000\ 000 = 1.351 \times 10^{11}$.
故选 A.

3. 如图是一个正方体的表面展开图，则原正方体中与“你”字所在面相对的面上标的字是 ()



A. 遇 B. 见 C. 未 D. 来

【考点】几何体的展开图.

【分析】正方体的表面展开图，相对的面之间一定相隔一个正方形，根据这一特点作答.

【解答】解：正方体的表面展开图，相对的面之间一定相隔一个正方形，

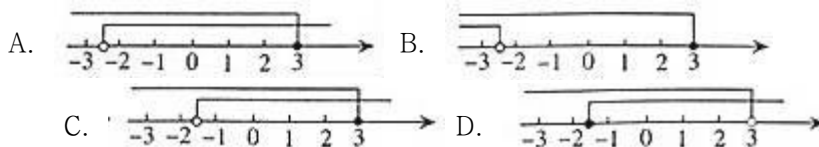
“遇”与“的”是相对面，

“见”与“未”是相对面，

“你”与“来”是相对面.

故选 D.

4. 不等式组 $\begin{cases} x - 3 \leq 0 \\ \frac{1}{3}(x - 2) < x + 1 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()



【考点】解一元一次不等式组；在数轴上表示不等式的解集.

【分析】分别解两个不等式，然后求它们的公共部分即可得到原不等式组的解集.

【解答】解：
$$\begin{cases} x - 3 \leq 0 & ① \\ \frac{1}{3}(x - 2) < x + 1 & ② \end{cases}$$

由①得， $x \leq 3$ ；

由②得， $x > -\frac{5}{2}$ ；

所以，不等式组的解集为 $-\frac{5}{2} < x \leq 3$.

故选 A.

5. 下列说法中不正确的是 ()

A. 函数 $y=2x$ 的图象经过原点

B. 函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图象位于第一、三象限

C. 函数 $y=3x-1$ 的图象不经过第二象限

D. 函数 $y=-\frac{3}{x}$ 的值随 x 的值的增大而增大

【考点】正比例函数的性质；一次函数的性质；反比例函数的性质.

【分析】分别利用正比例函数以及反比例函数的定义分析得出答案.

【解答】解：A、函数 $y=2x$ 的图象经过原点，正确，不合题意；

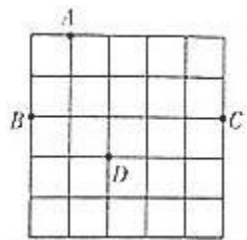
B、函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图象位于第一、三象限，正确，不合题意；

C、函数 $y=3x-1$ 的图象不经过第二象限，正确，不合题意；

D、函数 $y=-\frac{3}{x}$ 的值，在每个象限内， y 随 x 的值的增大而增大，故错误，符合题意.

故选：D.

6. 如图，在 5×5 的正方形网格中，从在格点上的点 A, B, C, D 中任取三点，所构成的三角形恰好是直角三角形的概率为 ()



A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

【考点】勾股定理的应用.

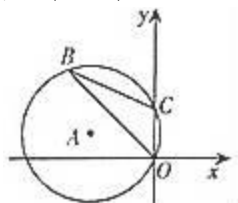
【分析】从点 A, B, C, D 中任取三点, 找出所有的可能, 以及能构成直角三角形的情况数, 即可求出所求的概率.

【解答】解: $\because$ 从点 A, B, C, D 中任取三点能组成三角形的一共有 4 种可能, 其中 $\triangle ABD$, $\triangle ADC$, $\triangle ABC$ 是直角三角形,

$\therefore$ 所构成的三角形恰好是直角三角形的概率为 $\frac{3}{4}$.

故选 D.

7. 如图, 半径为 3 的 $\odot A$ 经过原点 O 和点 C(0, 2), B 是 y 轴左侧 $\odot A$ 优弧上一点, 则 $\tan \angle OBC$ 为 ()



- A. $\frac{1}{3}$ B. $2\sqrt{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

【考点】圆周角定理; 锐角三角函数的定义.

【分析】作直径 CD, 根据勾股定理求出 OD, 根据正切的定义求出 $\tan \angle CDO$, 根据圆周角定理得到 $\angle OBC = \angle CDO$, 等量代换即可.

【解答】解: 作直径 CD,

在 $\text{Rt} \triangle OCD$ 中, $CD=6$, $OC=2$,

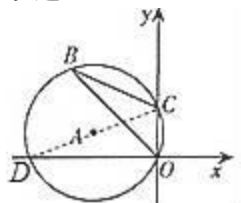
则 $OD = \sqrt{CD^2 - OC^2} = 4\sqrt{2}$,

$$\tan \angle CDO = \frac{OC}{OD} = \frac{\sqrt{2}}{4},$$

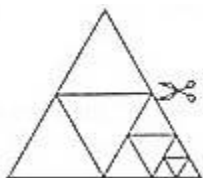
由圆周角定理得, $\angle OBC = \angle CDO$,

则 $\tan \angle OBC = \frac{\sqrt{2}}{4}$,

故选: C.



8. 如图, 将一张等边三角形纸片沿中位线剪成 4 个小三角形, 称为第一次操作; 然后, 将其中的一个三角形按同样方式再剪成 4 个小三角形, 共得到 7 个小三角形, 称为第二次操作; 再将其中一个三角形按同样方式再剪成 4 个小三角形, 共得到 10 个小三角形, 称为第三次操作; $\cdots$ 根据以上操作, 若要得到 100 个小三角形, 则需要操作的次数是 ()



A. 25 B. 33 C. 34 D. 50

【考点】规律型：图形的变化类.

【分析】由第一次操作后三角形共有 4 个、第二次操作后三角形共有 $(4+3)$ 个、第三次操作后三角形共有 $(4+3+3)$ 个，可得第 n 次操作后三角形共有 $4+3(n-1)=3n+1$ 个，根据题意得 $3n+1=100$ ，求得 n 的值即可.

【解答】解：∵第一次操作后，三角形共有 4 个；

第二次操作后，三角形共有 $4+3=7$ 个；

第三次操作后，三角形共有 $4+3+3=10$ 个；

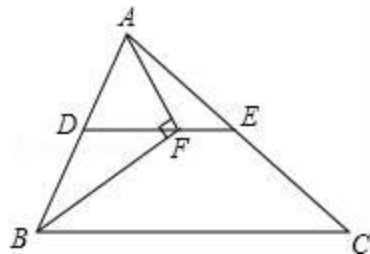
...

∴第 n 次操作后，三角形共有 $4+3(n-1)=3n+1$ 个；

当 $3n+1=100$ 时，解得： $n=33$ ，

故选：B.

9. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，BF 平分 $\angle ABC$ ， $AF \perp BF$ 于点 F，D 为 AB 的中点，连接 DF 延长交 AC 于点 E. 若 $AB=10$ ， $BC=16$ ，则线段 EF 的长为 ()



A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

【考点】相似三角形的判定与性质；平行线的判定；直角三角形斜边上的中线.

【分析】根据直角三角形斜边上中线是斜边的一半可得 $DF=\frac{1}{2}AB=AD=BD=5$ 且

$\angle ABF=\angle BFD$ ，结合角平分线可得 $\angle CBF=\angle DFB$ ，即 $DE \parallel BC$ ，进而可得 $DE=8$ ，由 $EF=DE-DF$ 可得答案.

【解答】解：∵ $AF \perp BF$ ，

∴ $\angle AFB=90^\circ$ ，

∵ $AB=10$ ，D 为 AB 中点，

∴ $DF=\frac{1}{2}AB=AD=BD=5$ ，

∴ $\angle ABF=\angle BFD$ ，

又∵ BF 平分 $\angle ABC$ ，

∴ $\angle ABF=\angle CBF$ ，

∴ $\angle CBF=\angle DFB$ ，

∴ $DE \parallel BC$ ，

∴ $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ，

∴ $\frac{DE}{BC}=\frac{AD}{AB}$ ，即 $\frac{DE}{16}=\frac{5}{10}$ ，

解得： $DE=8$ ，

∴ $EF=DE-DF=3$ ，

故选：B.

10. 如图, 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$, 与 y 轴的交点 B 在 $(0, -2)$ 和 $(0, -1)$ 之间 (不包括这两点), 对称轴为直线 $x=1$. 下列结论:

① $abc > 0$

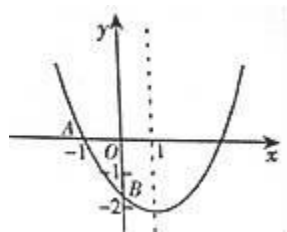
② $4a+2b+c > 0$

③ $4ac - b^2 < 8a$

④ $\frac{1}{3} < a < \frac{2}{3}$

⑤ $b > c$.

其中含所有正确结论的选项是 ()



A. ①③ B. ①③④ C. ②④⑤ D. ①③④⑤

【考点】 二次函数的性质.

【分析】 根据对称轴为直线 $x=1$ 及图象开口向上可判断出 a 、 b 、 c 的符号, 从而判断①; 根据对称轴得到函数图象经过 $(3, 0)$, 则得②的判断; 根据图象经过 $(-1, 0)$ 可得到 a 、 b 、 c 之间的关系, 从而对②⑤作判断; 从图象与 y 轴的交点 B 在 $(0, -2)$ 和 $(0, -1)$ 之间可以判断 c 的大小得出④的正误.

【解答】 解: ① $\because$ 函数开口方向向上,

$$\therefore a > 0;$$

$\because$ 对称轴在原点左侧

$\therefore ab$ 异号,

$\because$ 抛物线与 y 轴交点在 y 轴负半轴,

$$\therefore c < 0,$$

$$\therefore abc > 0,$$

故①正确;

② $\because$ 图象与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$, 对称轴为直线 $x=1$,

$\therefore$ 图象与 x 轴的另一个交点为 $(3, 0)$,

$\therefore$ 当 $x=2$ 时, $y < 0$,

$$\therefore 4a+2b+c < 0,$$

故②错误;

③ $\because$ 图象与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$,

$$\therefore \text{当 } x=-1 \text{ 时, } y = (-1)^2 a + b \times (-1) + c = 0,$$

$$\therefore a - b + c = 0, \text{ 即 } a = b - c, \quad c = b - a,$$

$\because$ 对称轴为直线 $x=1$

$$\therefore -\frac{b}{2a} = 1, \text{ 即 } b = -2a,$$

$$\therefore c = b - a = (-2a) - a = -3a,$$

$$\therefore 4ac - b^2 = 4 \cdot a \cdot (-3a) - (-2a)^2 = -16a^2 < 0$$

$$\therefore 8a > 0$$

$$\therefore 4ac - b^2 < 8a$$

故③正确

④ $\because$ 图象与 y 轴的交点 B 在 $(0, -2)$ 和 $(0, -1)$ 之间,

$$\therefore -2 < c < -1$$

$$\therefore -2 < -3a < -1,$$

$$\therefore \frac{2}{3} > a > \frac{1}{3};$$

故④正确

⑤ $\because a > 0$,

$$\therefore b - c > 0, \text{ 即 } b > c;$$

故⑤正确;

故选: D.

二、填空题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分, 把最后答案直接填在题中的横线上)

11. 分解因式: $a^3 - 4a = \underline{a(a+2)(a-2)}$.

【考点】提公因式法与公式法的综合运用.

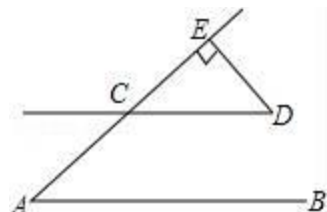
【分析】原式提取 a , 再利用平方差公式分解即可.

【解答】解: 原式 $= a(a^2 - 4)$

$$= a(a+2)(a-2).$$

故答案为: $a(a+2)(a-2)$

12. 如图, $AB \parallel CD$, AE 交 CD 于点 C , $DE \perp AE$ 于点 E , 若 $\angle A = 42^\circ$, 则 $\angle D = \underline{48^\circ}$.



【考点】平行线的性质.

【分析】首先根据平行线的性质求得 $\angle ECD$ 的度数, 然后在直角 $\triangle ECD$ 中, 利用三角形内角和定理求解.

【解答】解: $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle ECD = \angle A = 42^\circ,$$

又 $\because DE \perp AE$,

$$\therefore \text{直角} \triangle ECD \text{ 中, } \angle D = 90^\circ - \angle ECD = 90^\circ - 42^\circ = 48^\circ.$$

故答案为: 48° .

13. 已知一组数据 0, 1, 2, 2, x , 3 的平均数是 2, 则这组数据的方差是 $\underline{\frac{5}{3}}$.

【考点】方差; 算术平均数.

【分析】先由平均数的公式计算出 x 的值, 再根据方差的公式计算即可.

【解答】解: $\because$ 数据 0, 1, 2, 2, x , 3 的平均数是 2,

$$\therefore (0+1+2+2+x+3) \div 6 = 2,$$

$$\therefore x = 4,$$

$$\therefore \text{这组数据的方差} = \frac{1}{6} [(2-0)^2 + (2-1)^2 + (2-2)^2 + (2-2)^2 + (2-4)^2 + (2-3)^2] = \frac{5}{3}$$

故答案为: $\frac{5}{3}$.

14. 设 m, n 分别为一元二次方程 $x^2+2x-2018=0$ 的两个实数根, 则 $m^2+3m+n=$ 2016.

【考点】根与系数的关系.

【分析】先利用一元二次方程根的定义得到 $m^2 = -2m+2018$, 则 m^2+3m+n 可化简为 $2018+m+n$, 再根据根与系数的关系得到 $m+n = -2$, 然后利用整体代入的方法计算.

【解答】解: $\because m$ 为一元二次方程 $x^2+2x-2018=0$ 的实数根,

$$\therefore m^2+2m-2018=0, \text{ 即 } m^2 = -2m+2018,$$

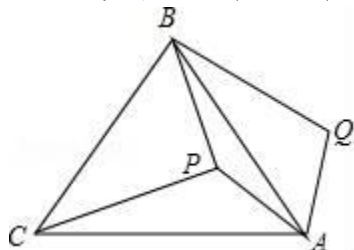
$$\therefore m^2+3m+n = -2m+2018+3m+n = 2018+m+n,$$

$\because m, n$ 分别为一元二次方程 $x^2+2x-2018=0$ 的两个实数根,

$$\therefore m+n = -2,$$

$$\therefore m^2+3m+n = 2018 - 2 = 2016.$$

15. 如图, P 是等边三角形 ABC 内一点, 将线段 AP 绕点 A 顺时针旋转 60° 得到线段 AQ , 连接 BQ . 若 $PA=6$, $PB=8$, $PC=10$, 则四边形 $APBQ$ 的面积为 $24+9\sqrt{3}$.



【考点】旋转的性质; 等边三角形的性质.

【分析】连结 PQ , 如图, 根据等边三角形的性质得 $\angle BAC = 60^\circ$, $AB = AC$, 再根据旋转的性质得 $AP = PQ = 6$, $\angle PAQ = 60^\circ$, 则可判断 $\triangle APQ$ 为等边三角形, 所以 $PQ = AP = 6$, 接着证明 $\triangle APC \cong \triangle ABQ$ 得到 $PC = QB = 10$, 然后利用勾股定理的逆定理证明 $\triangle PBQ$ 为直角三角形, 再根据三角形面积公式, 利用 $S_{\text{四边形 } APBQ} = S_{\triangle BPQ} + S_{\triangle APQ}$ 进行计算.

【解答】解: 连结 PQ , 如图,

$\because \triangle ABC$ 为等边三角形,

$\therefore \angle BAC = 60^\circ$, $AB = AC$,

$\because$ 线段 AP 绕点 A 顺时针旋转 60° 得到线段 AQ ,

$\therefore AP = PQ = 6$, $\angle PAQ = 60^\circ$,

$\therefore \triangle APQ$ 为等边三角形,

$\therefore PQ = AP = 6$,

$\because \angle CAP + \angle BAP = 60^\circ$, $\angle BAP + \angle BAQ = 60^\circ$,

$\therefore \angle CAP = \angle BAQ$,

在 $\triangle APC$ 和 $\triangle ABQ$ 中,

$$\begin{cases} AC = AB \\ \angle CAP = \angle BAQ \\ AP = AQ \end{cases}$$

$\therefore \triangle APC \cong \triangle ABQ$,

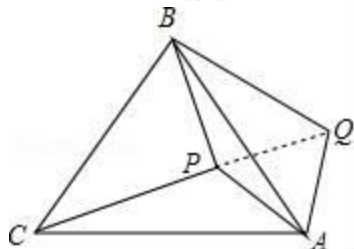
$\therefore PC = QB = 10$,

在 $\triangle BPQ$ 中, $\because PB^2 = 8^2 = 64$, $PQ^2 = 6^2$, $BQ^2 = 10^2$,

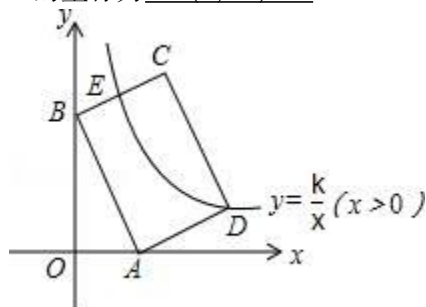
而 $64 + 36 = 100$,

$$\begin{aligned} \therefore PB^2 + PQ^2 &= BQ^2, \\ \therefore \triangle PBQ &\text{ 为直角三角形, } \angle BPQ = 90^\circ, \\ \therefore S_{\text{四边形 APBQ}} &= S_{\triangle BPQ} + S_{\triangle APQ} = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 + \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 24 + 9\sqrt{3}. \end{aligned}$$

故答案为 $24 + 9\sqrt{3}$.



16. 如图, 在平面直角坐标系中, 矩形 ABCD 的边 AB: BC=3: 2, 点 A (3, 0), B (0, 6) 分别在 x 轴, y 轴上, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象经过点 D, 且与边 BC 交于点 E, 则点 E 的坐标为 (2, 7).



【考点】反比例函数图象上点的坐标特征.

【分析】首先过点 D 作 $DF \perp x$ 轴于点 F, 易证得 $\triangle AOB \sim \triangle DFA$, 然后由相似三角形的对应边成比例, 求得点 D 的坐标, 即可求得反比例函数的解析式, 再利用平移的性质求得点 C 的坐标, 继而求得直线 BC 的解析式, 则可求得点 E 的坐标.

【解答】解: 过点 D 作 $DF \perp x$ 轴于点 F, 则 $\angle AOB = \angle DFA = 90^\circ$,

$$\therefore \angle OAB + \angle ABO = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 ABCD 是矩形,

$$\therefore \angle BAD = 90^\circ, AD = BC,$$

$$\therefore \angle OAB + \angle DAF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABO = \angle DAF,$$

$$\therefore \triangle AOB \sim \triangle DFA,$$

$$\therefore OA: DF = OB: AF = AB: AD,$$

$$\because AB: BC = 3: 2, \text{ 点 } A(3, 0), B(0, 6),$$

$$\therefore AB: AD = 3: 2, OA = 3, OB = 6,$$

$$\therefore DF = 2, AF = 4,$$

$$\therefore OF = OA + AF = 7,$$

$$\therefore \text{点 D 的坐标为: } (7, 2),$$

$$\therefore \text{反比例函数的解析式为: } y = \frac{14}{x} \text{ ①, 点 C 的坐标为: } (4, 8),$$

设直线 BC 的解析式为: $y = kx + b$,

$$\text{则} \begin{cases} b=6 \\ 4k+b=8 \end{cases},$$

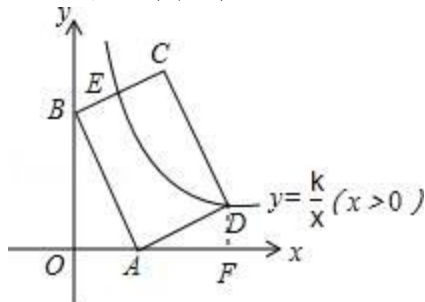
$$\text{解得: } \begin{cases} k=\frac{1}{2} \\ b=6 \end{cases},$$

∴ 直线 BC 的解析式为: $y=\frac{1}{2}x+6$ ②,

$$\text{联立①②得: } \begin{cases} x=2 \\ y=7 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=-14 \\ y=-1 \end{cases} \text{ (舍去),}$$

∴ 点 E 的坐标为: (2, 7).

故答案为: (2, 7).



三、解答题 (72 分.解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤) (一) (本题 2 个小题, 共 12 分)

17. 计算: $\sqrt{8} - (-2016)^0 + |-3| - 4\cos 45^\circ$.

【考点】平方根; 绝对值; 零指数幂; 特殊角的三角函数值.

【分析】原式利用二次根式性质, 零指数幂法则, 绝对值的代数意义, 以及特殊角的三角函数值计算即可得到结果.

【解答】解: 原式 $= 2\sqrt{2} - 1 + 3 - 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2$.

18. 已知 x, y 满足方程组 $\begin{cases} x - 5y = -2 \\ 2x + 5y = -1 \end{cases}$, 求代数式 $(x - y)^2 - (x + 2y)(x - 2y)$ 的值.

【考点】代数式求值; 解二元一次方程组.

【分析】求出方程组的解得到 x 与 y 的值, 原式利用平方差公式, 完全平方公式化简, 去括号合并后代入计算即可求出值.

【解答】解: 原式 $= x^2 - 2xy + y^2 - x^2 + 4y^2 = -2xy + 5y^2$,

$$\begin{cases} x - 5y = -2 \text{ ①} \\ 2x + 5y = -1 \text{ ②} \end{cases},$$

①+②得: $3x = -3$, 即 $x = -1$,

把 $x = -1$ 代入①得: $y = \frac{1}{5}$,

$$\text{则原式}=\frac{2}{5}+\frac{1}{5}=\frac{3}{5}.$$

(二)、本题 2 个小题，共 14 分.

19. 达州市图书馆今年 4 月 23 日开放以来，受到市民的广泛关注.5 月底，八年级（1）班学生小颖对全班同学这一个多月来去新图书馆的次数做了调查统计，并制成了如图不完整的统计图表.

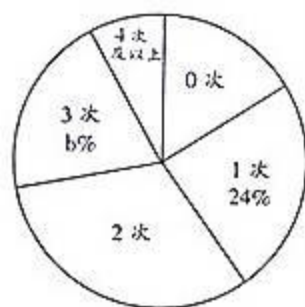
八年级（1）班学生去新图书馆的次数统计表

去图书馆的次数	0 次	1 次	2 次	3 次	4 次及以上
人数	8	12	a	10	4

请你根据统计图表中的信息，解答下列问题：

- (1) 填空：a= 16，b= 20；
- (2) 求扇形统计图中“0 次”的扇形所占圆心角的度数；
- (3) 从全班去过该图书馆的同学中随机抽取 1 人，谈谈对新图书馆的印象和感受. 求恰好抽中去过“4 次及以上”的同学的概率.

八年级(1)班学生去图书馆
的次数统计图



【考点】扇形统计图.

【分析】(1) 根据去图书馆“1 次”的学生数÷其占全班人数的百分比可得总人数，将总人数减去其余各次数的人数可得“2 次”的人数，即 a 的值，将“3 次”的人数除以总人数可得 b 的值；

(2) 将 360° 乘以“0 次”人数占总人数比例可得；

(3) 直接根据概率公式可得.

【解答】解：(1) 该班学生总数为： $12 \div 24\% = 50$ （人），
则 $a = 50 - 8 - 12 - 10 - 4 = 16$ ，

$$b = \frac{10}{50} \times 100 = 20;$$

(2) 扇形统计图中“0 次”的扇形所占圆心角的度数为： $360^\circ \times \frac{8}{50} = 57.6^\circ$ ；

(3) 从全班去过该图书馆的同学中随机抽取 1 人，有 50 种等可能结果，其中恰好抽中去过“4 次及以上”的同学有 4 种结果，

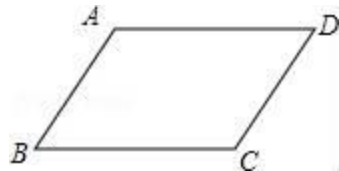
故恰好抽中去过“4 次及以上”的同学的概率为 $\frac{4}{50} = \frac{2}{25}$.

故答案为：(1) 16, 20.

20. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 已知 $AD > AB$.

(1) 实践与操作: 作 $\angle BAD$ 的平分线交 BC 于点 E , 在 AD 上截取 $AF=AB$, 连接 EF ; (要求: 尺规作图, 保留作图痕迹, 不写作法)

(2) 猜想并证明: 猜想四边形 $ABEF$ 的形状, 并给予证明.



【考点】 平行四边形的性质; 作图—基本作图.

【分析】 (1) 由角平分线的作法容易得出结果, 在 AD 上截取 $AF=AB$, 连接 EF ; 画出图形即可;

(2) 由平行四边形的性质和角平分线得出 $\angle BAE = \angle AEB$, 证出 $BE=AB$, 由(1)得: $AF=AB$, 得出 $BE=AF$, 即可得出结论.

【解答】 解: (1) 如图所示:

(2) 四边形 $ABEF$ 是菱形; 理由如下:

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AD \parallel BC$,

$\therefore \angle DAE = \angle AEB$,

$\because AE$ 平分 $\angle BAD$,

$\therefore \angle BAE = \angle DAE$,

$\therefore \angle BAE = \angle AEB$,

$\therefore BE=AB$,

由(1)得: $AF=AB$,

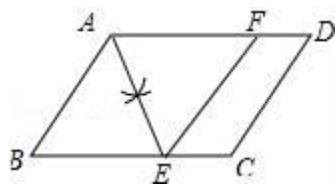
$\therefore BE=AF$,

又 $\because BE \parallel AF$,

$\therefore$ 四边形 $ABEF$ 是平行四边形,

$\because AF=AB$,

$\therefore$ 四边形 $ABEF$ 是菱形.

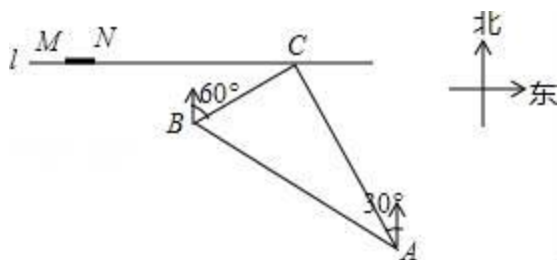


(三)、本题2个小题, 共16分.

21. 如图, 在一条笔直的东西向海岸线 l 上有一长为 1.5km 的码头 MN 和灯塔 C , 灯塔 C 距码头的东端 N 有 20km . 以轮船以 36km/h 的速度航行, 上午 $10:00$ 在 A 处测得灯塔 C 位于轮船的北偏西 30° 方向, 上午 $10:40$ 在 B 处测得灯塔 C 位于轮船的北偏东 60° 方向, 且与灯塔 C 相距 12km .

(1) 若轮船照此速度与航向航向, 何时到达海岸线?

(2) 若轮船不改变航向, 该轮船能否停靠在码头? 请说明理由. (参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.4$, $\sqrt{3} \approx 1.7$)



【考点】解直角三角形的应用-方向角问题.

【分析】(1) 延长 AB 交海岸线 l 于点 D, 过点 B 作 $BE \perp$ 海岸线 l 于点 E, 过点 A 作 $AF \perp l$ 于 F, 首先证明 $\triangle ABC$ 是直角三角形, 再证明 $\angle BAC = 30^\circ$, 再求出 BD 的长即可角问题.

(2) 求出 CD 的长度, 和 CN、CM 比较即可解决问题.

【解答】解: (1) 延长 AB 交海岸线 l 于点 D, 过点 B 作 $BE \perp$ 海岸线 l 于点 E, 过点 A 作 $AF \perp l$ 于 F, 如图所示.

$$\because \angle BEC = \angle AFC = 90^\circ, \angle EBC = 60^\circ, \angle CAF = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ECB = 30^\circ, \angle ACF = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BCA = 90^\circ,$$

$$\because BC = 12, AB = 36 \times \frac{40}{60} = 24,$$

$$\therefore AB = 2BC,$$

$$\therefore \angle BAC = 30^\circ, \angle ABC = 60^\circ,$$

$$\because \angle ABC = \angle BDC + \angle BCD = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BDC = \angle BCD = 30^\circ,$$

$$\therefore BD = BC = 12,$$

$$\therefore \text{时间 } t = \frac{12}{36} = \frac{1}{3} \text{ 小时} = 20 \text{ 分钟},$$

$\therefore$ 轮船照此速度与航向航向, 上午 11:00 到达海岸线.

(2) $\because BD = BC, BE \perp CD,$

$$\therefore DE = EC,$$

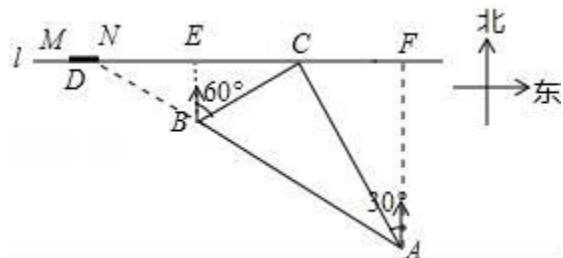
在 $\text{RT}\triangle BEC$ 中, $\because BC = 12, \angle BCE = 30^\circ,$

$$\therefore BE = 6, EC = 6\sqrt{3} \approx 10.2,$$

$$\therefore CD = 20.4,$$

$$\because 20 < 20.4 < 21.5,$$

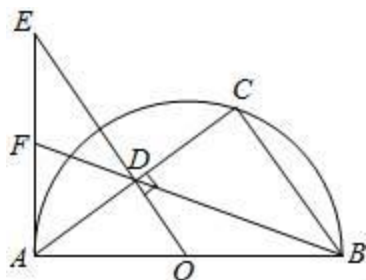
$\therefore$ 轮船不改变航向, 轮船可以停靠在码头.



22. 如图, 已知 AB 为半圆 O 的直径, C 为半圆 O 上一点, 连接 AC, BC, 过点 O 作 $OD \perp AC$ 于点 D, 过点 A 作半圆 O 的切线交 OD 的延长线于点 E, 连接 BD 并延长交 AE 于点 F.

(1) 求证: $AE \cdot BC = AD \cdot AB$;

(2) 若半圆 O 的直径为 10, $\sin \angle BAC = \frac{3}{5}$, 求 AF 的长.



【考点】 相似三角形的判定与性质；勾股定理；切线的性质；锐角三角函数的定义.

【分析】 (1) 只要证明 $\triangle EAD \sim \triangle ABC$ 即可解决问题.

(2) 作 $DM \perp AB$ 于 M , 利用 $DM \parallel AE$, 得 $\frac{DM}{AF} = \frac{BM}{BA}$, 求出 DM 、 BM 即可解决问题.

【解答】 (1) 证明: $\because AB$ 为半圆 O 的直径,

$$\therefore \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore OD \perp AC,$$

$$\therefore \angle CAB + \angle AOE = 90^\circ, \quad \angle ADE = \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore AE \text{ 是切线},$$

$$\therefore OA \perp AE,$$

$$\therefore \angle E + \angle AOE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle E = \angle CAB,$$

$$\therefore \triangle EAD \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore AE : AB = AD : BC,$$

$$\therefore AE \cdot BC = AD \cdot AB.$$

(2) 解: 作 $DM \perp AB$ 于 M ,

$$\because \text{半圆 } O \text{ 的直径为 } 10, \quad \sin \angle BAC = \frac{3}{5},$$

$$\therefore BC = AB \cdot \sin \angle BAC = 6,$$

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = 8,$$

$$\because OE \perp AC,$$

$$\therefore AD = \frac{1}{2}AC = 4, \quad OD = \frac{1}{2}BC = 3,$$

$$\therefore \sin \angle MAD = \frac{DM}{AD} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore DM = \frac{12}{5}, \quad AM = \sqrt{AD^2 - DM^2} = \sqrt{4^2 - \left(\frac{12}{5}\right)^2} = \frac{16}{5}, \quad BM = AB - AM = \frac{34}{5},$$

$$\because DM \parallel AE,$$

$$\therefore \frac{DM}{AF} = \frac{BM}{BA},$$

$$\therefore AF = \frac{80}{17}.$$

故购进餐桌 30 张、餐椅 170 张时，才能获得最大利润，最大利润是 7950 元.

(3) 涨价后每张餐桌的进价为 160 元，每张餐椅的进价为 50 元，
设本次成套销售量为 m 套.

依题意得： $m + (30 - m) \times + \times (70 - 50) = 7950 - 2250$,

即 $6700 - 50m = 5700$ ，解得： $m = 20$.

答：本次成套的销售量为 20 套.

24. $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC$ ，点 D 为直线 BC 上一动点（点 D 不与 B ， C 重合），以 AD 为边在 AD 右侧作正方形 $ADEF$ ，连接 CF .

(1) 观察猜想

如图 1，当点 D 在线段 BC 上时，

① BC 与 CF 的位置关系为：垂直.

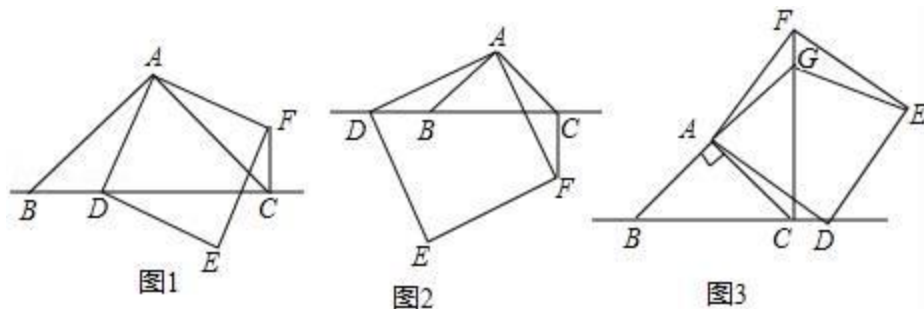
② BC ， CD ， CF 之间的数量关系为： $BC = CD + CF$ ；（将结论直接写在横线上）

(2) 数学思考

如图 2，当点 D 在线段 CB 的延长线上时，结论①，②是否仍然成立？若成立，请给予证明；若不成立，请你写出正确结论再给予证明.

(3) 拓展延伸

如图 3，当点 D 在线段 BC 的延长线上时，延长 BA 交 CF 于点 G ，连接 GE . 若已知 $AB = 2\sqrt{2}$ ， $CD = \frac{1}{4}BC$ ，请求出 GE 的长.



【考点】四边形综合题.

【分析】(1) ①根据正方形的性质得到 $\angle BAC = \angle DAF = 90^\circ$ ，推出 $\triangle DAB \cong \triangle FAC$ ，根据全等三角形的性质即可得到结论；②由正方形 $ADEF$ 的性质可推出 $\triangle DAB \cong \triangle FAC$ ，根据全等三角形的性质得到 $CF = BD$ ， $\angle ACF = \angle ABD$ ，根据余角的性质即可得到结论；

(2) 根据正方形的性质得到 $\angle BAC = \angle DAF = 90^\circ$ ，推出 $\triangle DAB \cong \triangle FAC$ ，根据全等三角形的性质即可得到结论

(3) 根据等腰直角三角形的性质得到 $BC = \sqrt{2}AB = 4$ ， $AH = \frac{1}{2}BC = 2$ ，求得 $DH = 3$ ，根据正方形的性质得到 $AD = DE$ ， $\angle ADE = 90^\circ$ ，根据矩形的性质得到 $NE = CM$ ， $EM = CN$ ，由角的性质得到 $\angle ADH = \angle DEM$ ，根据全等三角形的性质得到 $EM = DH = 3$ ， $DM = AH = 2$ ，等量代换得到 $CN = EM = 3$ ， $EN = CM = 3$ ，根据等腰直角三角形的性质得到 $CG = BC = 4$ ，根据勾股定理即可得到结论.

【解答】解：(1) ①正方形 $ADEF$ 中， $AD = AF$ ，
 $\therefore \angle BAC = \angle DAF = 90^\circ$ ，
 $\therefore \angle BAD = \angle CAF$ ，

在 $\triangle DAB$ 与 $\triangle FAC$ 中, $\begin{cases} AD=AF \\ \angle BAD=\angle CAF, \\ AB=AC \end{cases}$

$\therefore \triangle DAB \cong \triangle FAC$,

$\therefore \angle B = \angle ACF$,

$\therefore \angle ACB + \angle ACF = 90^\circ$, 即 $CF \perp BD$;

故答案为: 垂直;

② $\triangle DAB \cong \triangle FAC$,

$\therefore CF = BD$,

$\because BC = BD + CD$,

$\therefore BC = CF + CD$;

故答案为: $BC = CF + CD$;

(2) 成立,

$\because$ 正方形 $ADEF$ 中, $AD = AF$,

$\therefore \angle BAC = \angle DAF = 90^\circ$,

$\therefore \angle BAD = \angle CAF$,

在 $\triangle DAB$ 与 $\triangle FAC$ 中, $\begin{cases} AD=AF \\ \angle BAD=\angle CAF, \\ AB=AC \end{cases}$

$\therefore \triangle DAB \cong \triangle FAC$,

$\therefore \angle B = \angle ACF$, $CF = BD$

$\therefore \angle ACB + \angle ACF = 90^\circ$, 即 $CF \perp BD$;

$\because BC = BD + CD$,

$\therefore BC = CF + CD$;

(3) 解: 过 A 作 $AH \perp BC$ 于 H , 过 E 作 $EM \perp BD$ 于 M , $EN \perp CF$ 于 N ,

$\because \angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC$,

$\therefore BC = \sqrt{2} AB = 4$, $AH = \frac{1}{2} BC = 2$,

$\therefore CD = \frac{1}{4} BC = 1$, $CH = \frac{1}{2} BC = 2$,

$\therefore DH = 3$,

由 (2) 证得 $BC \perp CF$, $CF = BD = 5$,

$\because$ 四边形 $ADEF$ 是正方形,

$\therefore AD = DE$, $\angle ADE = 90^\circ$,

$\because BC \perp CF$, $EM \perp BD$, $EN \perp CF$,

$\therefore$ 四边形 $CMEN$ 是矩形,

$\therefore NE = CM$, $EM = CN$,

$\because \angle AHD = \angle ADC = \angle EMD = 90^\circ$,

$\therefore \angle ADH + \angle EDM = \angle EDM + \angle DEM = 90^\circ$,

$\therefore \angle ADH = \angle DEM$,

在 $\triangle ADH$ 与 $\triangle DEM$ 中,
$$\begin{cases} \angle ADH = \angle DEM \\ \angle AHD = \angle DME, \\ AD = DE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADH \cong \triangle DEM$,
 $\therefore EM = DH = 3$, $DM = AH = 2$,
 $\therefore CN = EM = 3$, $EN = CM = 3$,
 $\because \angle ABC = 45^\circ$,
 $\therefore \angle BGC = 45^\circ$,
 $\therefore \triangle BCG$ 是等腰直角三角形,
 $\therefore CG = BC = 4$,
 $\therefore GN = 1$,
 $\therefore EG = \sqrt{GN^2 + EN^2} = \sqrt{10}$.

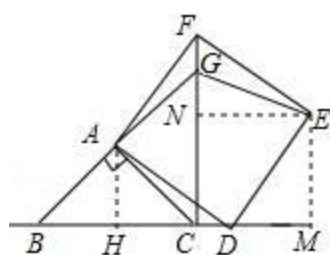


图3

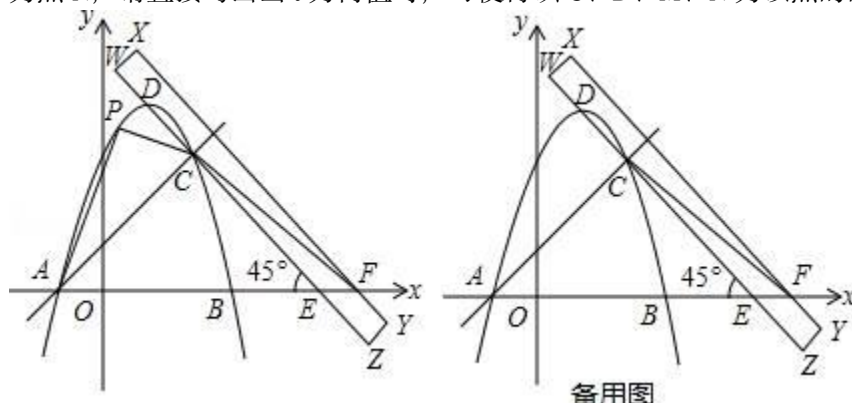
(五)、本题 11 分

25. 如图, 已知抛物线 $y = ax^2 + 2x + 6$ ($a \neq 0$) 交 x 轴与 A , B 两点 (点 A 在点 B 左侧), 将直尺 $WXYZ$ 与 x 轴负方向成 45° 放置, 边 WZ 经过抛物线上的点 $C(4, m)$, 与抛物线的另一交点为点 D , 直尺被 x 轴截得的线段 $EF = 2$, 且 $\triangle CEF$ 的面积为 6.

(1) 求该抛物线的解析式;

(2) 探究: 在直线 AC 上方的抛物线上是否存在一点 P , 使得 $\triangle ACP$ 的面积最大? 若存在, 请求出面积的最大值及此时点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

(3) 将直尺以每秒 2 个单位的速度沿 x 轴向左平移, 设平移的时间为 t 秒, 平移后的直尺为 $W'X'Y'Z'$, 其中边 $X'Y'$ 所在的直线与 x 轴交于点 M , 与抛物线的其中一个交点为点 N , 请直接写出当 t 为何值时, 可使得以 C , D , M , N 为顶点的四边形是平行四边形.



【考点】二次函数综合题; 二次函数的性质; 待定系数法求二次函数解析式; 三角形的面积; 平行四边形的性质.

【分析】(1) 根据三角形的面积公式求出 m 的值, 结合点 C 的坐标利用待定系数法即可求出 a 值, 从而得出结论;

(2) 假设存在. 过点 P 作 y 轴的平行线, 交 x 轴与点 M , 交直线 AC 于点 N . 根据抛物线的解析式找出点 A 的坐标. 设直线 AC 的解析式为 $y=kx+b$, 点 P 的坐标为 $(n, -\frac{1}{2}n^2+2n+6)$

$(-2 < n < 4)$, 由点 A 、 C 的坐标利用待定系数法即可求出直线 AC 的解析式, 代入 $x=n$, 即可得出点 N 的坐标, 利用三角形的面积公式即可得出 $S_{\triangle ACP}$ 关于 n 的一元二次函数, 根据二次函数的性质即可解决最值问题;

(3) 根据直尺的摆放方式可设出直线 CD 的解析式为 $y=-x+c$, 由点 C 的坐标利用待定系数法即可得出直线 CD 的解析式, 联立直线 CD 的解析式与抛物线的解析式成方程组, 解方程组即可求出点 D 的坐标, 令直线 CD 的解析式中 $y=0$, 求出 x 值即可得出点 E 的坐标, 结合线段 EF 的长度即可找出点 F 的坐标, 设出点 M 的坐标, 结合平行四边形的性质以及 C 、 D 点坐标的坐标即可找出点 N 的坐标, 再由点 N 在抛物线图象上, 将其代入抛物线解析式即可得出关于时间 t 的一元二次方程, 解方程即可得出结论.

【解答】解: (1) $\because S_{\triangle CEF} = \frac{1}{2}EF \cdot y_C = \frac{1}{2} \times 2m = 6$,

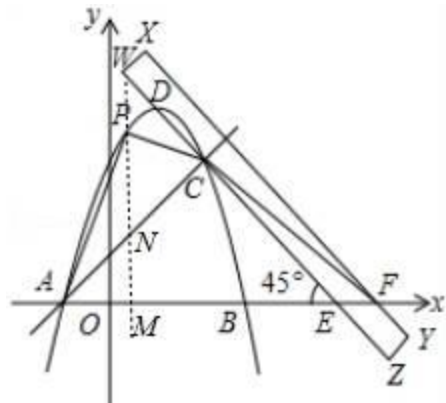
$\therefore m=6$, 即点 C 的坐标为 $(4, 6)$,

将点 $C(4, 6)$ 代入抛物线 $y=ax^2+2x+6$ ($a \neq 0$) 中,

得: $6=16a+8+6$, 解得: $a=-\frac{1}{2}$.

$\therefore$ 该抛物线的解析式为 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x+6$.

(2) 假设存在. 过点 P 作 y 轴的平行线, 交 x 轴与点 M , 交直线 AC 于点 N , 如图 1 所示.



令抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x+6$ 中 $y=0$, 则有 $-\frac{1}{2}x^2+2x+6=0$,

解得: $x_1=-2$, $x_2=6$,

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(-2, 0)$, 点 B 的坐标为 $(6, 0)$.

设直线 AC 的解析式为 $y=kx+b$, 点 P 的坐标为 $(n, -\frac{1}{2}n^2+2n+6)$ $(-2 < n < 4)$,

$\because$ 直线 AC 过点 $A(-2, 0)$ 、 $C(4, 6)$,

$\therefore \begin{cases} 0=-2k+b \\ 6=4k+b \end{cases}$, 解得: $\begin{cases} k=1 \\ b=2 \end{cases}$,

$\therefore$ 直线 AC 的解析式为 $y=x+2$.

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(n, -\frac{1}{2}n^2+2n+6)$,

$\therefore$ 点 N 的坐标为 $(n, n+2)$.

$$\therefore S_{\triangle ACP} = \frac{1}{2}PN \cdot (x_C - x_A) = \frac{1}{2} \times (-\frac{1}{2}n^2+2n+6 - n - 2) \times [4 - (-2)] = -\frac{3}{2}(n-1)^2 + \frac{27}{2},$$

$\therefore$ 当 $n=1$ 时, $S_{\triangle ACP}$ 取最大值, 最大值为 $\frac{27}{2}$,

此时点 P 的坐标为 $(1, \frac{15}{2})$.

$\therefore$ 在直线 AC 上方的抛物线上存在一点 P, 使得 $\triangle ACP$ 的面积最大, 面积的最大值为 $\frac{27}{2}$, 此

时点 P 的坐标为 $(1, \frac{15}{2})$.

(3) $\therefore$ 直尺 WXYZ 与 x 轴负方向成 45° 放置,

$\therefore$ 设直线 CD 的解析式为 $y = -x + c$,

$\therefore$ 点 C (4, 6) 在直线 CD 上,

$\therefore 6 = -4 + c$, 解得: $c = 10$,

$\therefore$ 直线 CD 的解析式为 $y = -x + 10$.

联立直线 CD 与抛物线解析式成方程组:
$$\begin{cases} y = -x + 10 \\ y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 6 \end{cases}$$

解得: $\begin{cases} x=2 \\ y=8 \end{cases}$, 或 $\begin{cases} x=4 \\ y=6 \end{cases}$,

$\therefore$ 点 D 的坐标为 (2, 8).

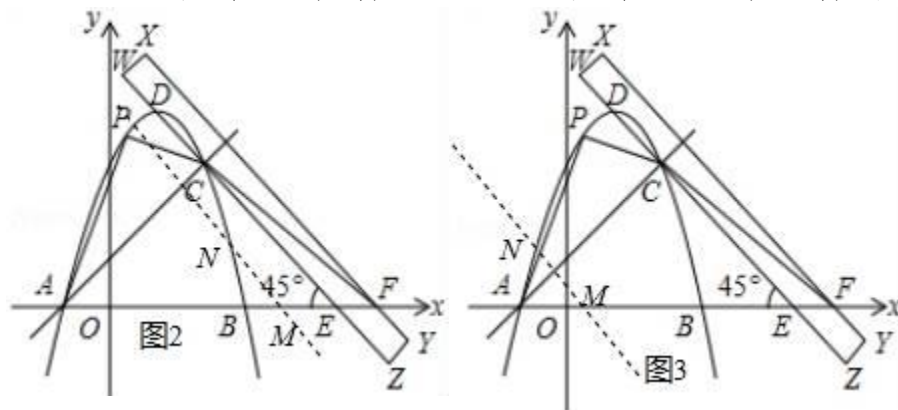
令直线 CD 的解析式 $y = -x + 10$ 中 $y = 0$, 则 $0 = -x + 10$,

解得: $x = 10$, 即点 E 的坐标为 (10, 0),

$\therefore EF = 2$, 且点 E 在点 F 的左边,

$\therefore$ 点 F 的坐标为 (12, 0).

设点 M 的坐标为 $(12 - 2t, 0)$, 则点 N 的坐标为 $(12 - 2t - 2, 0 + 2)$, 即 N $(10 - 2t, 2)$.



$\therefore$ 点 N $(10 - 2t, 2)$ 在抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 6$ 的图象上,

$$\therefore -\frac{1}{2}(10 - 2t)^2 + 2(10 - 2t) + 6 = 2, \text{ 整理得: } t^2 - 8t + 13 = 0,$$

$$\text{解得: } t_1 = 4 - \sqrt{3}, t_2 = 4 + \sqrt{3}.$$

∴当 t 为 $4 - \sqrt{3}$ 或 $4 + \sqrt{3}$ 秒时，可使得以 C 、 D 、 M 、 N 为顶点的四边形是平行四边形.