

2016 年四川省资阳市中考数学试卷

一、选择题. (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

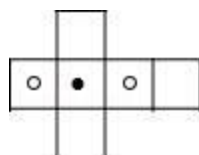
1. -2 的倒数是 ()

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. -2 D. 2

2. 下列运算正确的是 ()

- A. $x^4 + x^2 = x^6$ B. $x^2 \cdot x^3 = x^6$ C. $(x^2)^3 = x^6$ D. $x^2 - y^2 = (x - y)^2$

3. 如图是一个正方体纸盒的外表面展开图, 则这个正方体是 ()



- A. B. C. D.

4. 世界上最小的开花结果植物是澳大利亚的出水浮萍, 这种植物的果实像一个微小的无花果, 质量只有 0.000000076 克, 将数 0.000000076 用科学记数法表示为 ()

- A. 7.6×10^{-9} B. 7.6×10^{-8} C. 7.6×10^9 D. 7.6×10^8

5. $\sqrt{27}$ 的运算结果应在哪两个连续整数之间 ()

- A. 2 和 3 B. 3 和 4 C. 4 和 5 D. 5 和 6

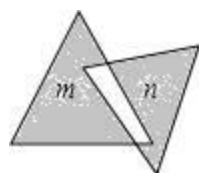
6. 我市某中学九年级 (1) 班开展“阳光体育运动”, 决定自筹资金为班级购买体育器材, 全班 50 名同学筹款情况如下表:

筹款金额 (元)	5	10	15	20	25	30
人数	3	7	11	11	13	5

则该班同学筹款金额的众数和中位数分别是 ()

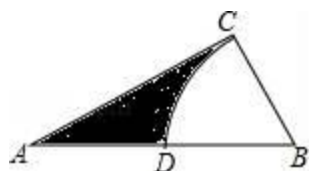
- A. 11, 20 B. 25, 11 C. 20, 25 D. 25, 20

7. 如图, 两个三角形的面积分别是 9, 6, 对应阴影部分的面积分别是 m , n , 则 $m - n$ 等于 ()



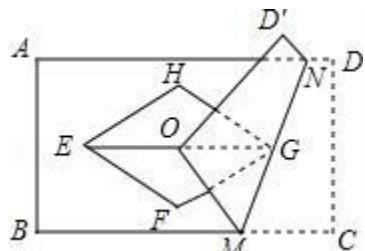
- A. 2 B. 3 C. 4 D. 无法确定

8. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 2\sqrt{3}$, 以点 B 为圆心, BC 的长为半径作弧, 交 AB 于点 D , 若点 D 为 AB 的中点, 则阴影部分的面积是 ()



- A. $2\sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi$ B. $4\sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi$ C. $2\sqrt{3} - \frac{4}{3}\pi$ D. $\frac{2}{3}\pi$

9. 如图，矩形 ABCD 与菱形 EFGH 的对角线均交于点 O，且 $EG \parallel BC$ ，将矩形折叠，使点 C 与点 O 重合，折痕 MN 恰好过点 G 若 $AB = \sqrt{6}$ ， $EF = 2$ ， $\angle H = 120^\circ$ ，则 DN 的长为 ()



- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{3}}{2}$ C. $\sqrt{6} - \sqrt{3}$ D. $2\sqrt{3} - \sqrt{6}$

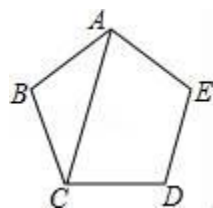
10. 已知二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 与 x 轴只有一个交点，且图象过 A (x_1, m) 、B $(x_1 + n, m)$ 两点，则 m、n 的关系为 ()

- A. $m = \frac{1}{2}n$ B. $m = \frac{1}{4}n$ C. $m = \frac{1}{2}n^2$ D. $m = \frac{1}{4}n^2$

二、填空题. (本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分)

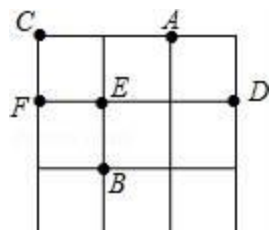
11. 若代数式 $\sqrt{x-2}$ 有意义，则 x 的取值范围是_____.

12. 如图，AC 是正五边形 ABCDE 的一条对角线，则 $\angle ACB =$ _____.



13. 已知关于 x 的方程 $mx + 3 = 4$ 的解为 $x = 1$ ，则直线 $y = (m - 2)x - 3$ 一定不经过第_____象限.

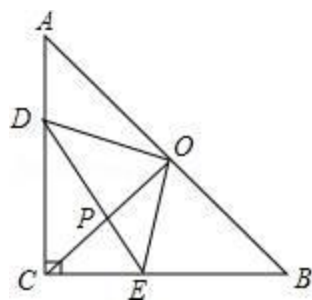
14. 如图，在 3×3 的方格中，A、B、C、D、E、F 分别位于格点上，从 C、D、E、F 四点中任取一点，与点 A、B 为顶点作三角形，则所作三角形为等腰三角形的概率是_____.



15. 设一列数中相邻的三个数依次为 m 、 n 、 p ，且满足 $p=m^2-n$ ，若这列数为 -1 ， 3 ， -2 ， a ， -7 ， b ， $\cdots$ ，则 $b=$ _____.

16. 如图，在等腰直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $CO \perp AB$ 于点 O ，点 D 、 E 分别在边 AC 、 BC 上，且 $AD=CE$ ，连结 DE 交 CO 于点 P ，给出以下结论：

- ① $\triangle DOE$ 是等腰直角三角形；② $\angle CDE=\angle COE$ ；③ 若 $AC=1$ ，则四边形 $CEOD$ 的面积为 $\frac{1}{4}$ ；
④ $AD^2+BE^2-2OP^2=2DP \cdot PE$ ，其中所有正确结论的序号是_____.



三、解答题. (本大题共 8 小题，共 72 分)

17. 化简： $(1+\frac{1}{a-1}) \div \frac{a}{a^2-2a+1}$.

18. 近几年来，国家对购买新能源汽车实行补助政策，2016 年某省对新能源汽车中的“插电式混合动力汽车”实行每辆 3 万元的补助，小刘对该省 2016 年“纯电动乘用车”和“插电式混合动力车”的销售计划进行了研究，绘制出如图所示的两幅不完整的统计图.

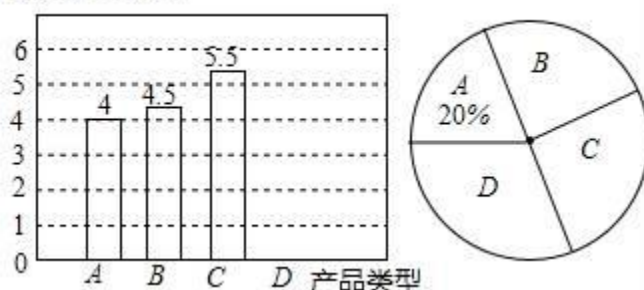
(1) 补全条形统计图；

(2) 求出“D”所在扇形的圆心角的度数；

(3) 为进一步落实该政策，该省计划再补助 4.5 千万元用于推广上述两大类产品，请你预测，该省 16 年计划大约共销售“插电式混合动力汽车”多少辆？

注：R 为纯电动续航里程，图中 A 表示“纯电动乘用车”，B 表示“纯电动乘用车”，C 表示“纯电动乘用车” ($R \geq 250\text{km}$)，D 为“插电式混合动力汽车”.

补贴金额 (千万)



19. 某大型企业为了保护环境，准备购买 A、B 两种型号的污水处理设备共 8 台，用于同时治理不同成分的污水，若购买 A 型 2 台、B 型 3 台需 54 万，购买 A 型 4 台、B 型 2 台需 68 万元.

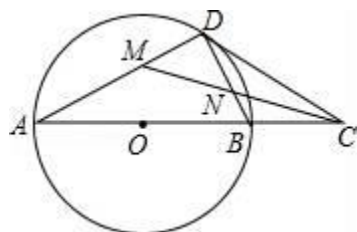
(1) 求出 A 型、B 型污水处理设备的单价；

(2) 经核实，一台 A 型设备一个月可处理污水 220 吨，一台 B 型设备一个月可处理污水 190 吨，如果该企业每月的污水处理量不低于 1565 吨，请你为企业设计一种最省钱的购买方案.

20. 如图，在 $\odot O$ 中，点C是直径AB延长线上一点，过点C作 $\odot O$ 的切线，切点为D，连结BD.

(1) 求证: $\angle A = \angle BDC$;

(2) 若CM平分 $\angle ACD$ ，且分别交AD、BD于点M、N，当DM=1时，求MN的长.

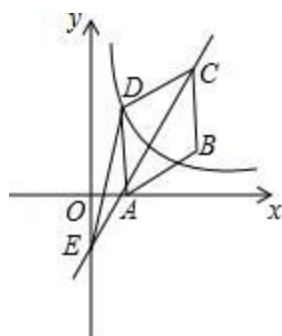


21. 如图，在平行四边形ABCD中，点A、B、C的坐标分别是(1, 0)、(3, 1)、(3, 3)，

双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0, x > 0$) 过点D.

(1) 求双曲线的解析式;

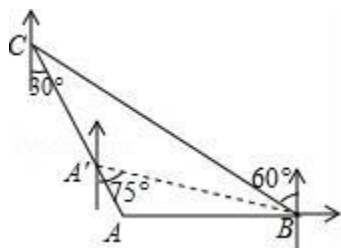
(2) 作直线AC交y轴于点E，连结DE，求 $\triangle CDE$ 的面积.



22. 如图, “中国海监 50” 正在南海海域 A 处巡逻, 岛礁 B 上的中国海军发现点 A 在点 B 的正西方向上, 岛礁 C 上的中国海军发现点 A 在点 C 的南偏东 30° 方向上, 已知点 C 在点 B 的北偏西 60° 方向上, 且 B、C 两地相距 120 海里.

(1) 求出此时点 A 到岛礁 C 的距离;

(2) 若 “中海监 50” 从 A 处沿 AC 方向向岛礁 C 驶去, 当到达点 A' 时, 测得点 B 在 A' 的南偏东 75° 的方向上, 求此时 “中国海监 50” 的航行距离. (注: 结果保留根号)



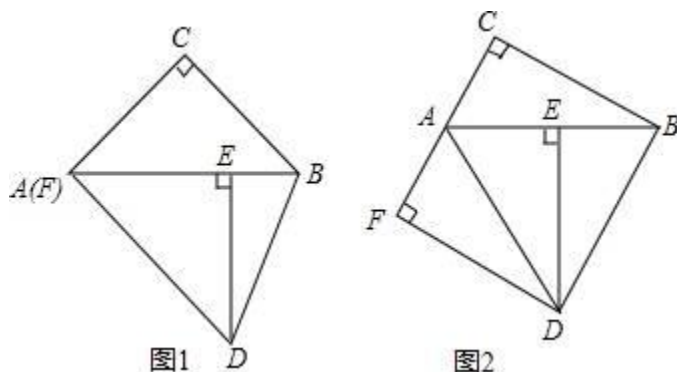
23. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\text{Rt}\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转到 $\text{Rt}\triangle ADE$ 的位置, 点 E 在斜边 AB 上, 连结 BD, 过点 D 作 $DF \perp AC$ 于点 F.

(1) 如图 1, 若点 F 与点 A 重合, 求证: $AC=BC$;

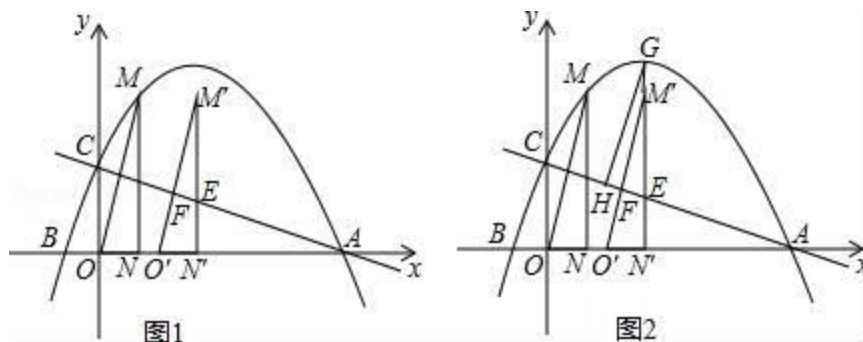
(2) 若 $\angle DAF = \angle DBA$,

①如图 2, 当点 F 在线段 CA 的延长线上时, 判断线段 AF 与线段 BE 的数量关系, 并说明理由;

②当点 F 在线段 CA 上时, 设 $BE=x$, 请用含 x 的代数式表示线段 AF.



24. 已知抛物线与 x 轴交于 $A(6, 0)$ 、 $B(-\frac{5}{4}, 0)$ 两点，与 y 轴交于点 C ，过抛物线上点 $M(1, 3)$ 作 $MN \perp x$ 轴于点 N ，连接 OM 。



(1) 求此抛物线的解析式；

(2) 如图 1，将 $\triangle OMN$ 沿 x 轴向右平移 t 个单位 ($0 \leq t \leq 5$) 到 $\triangle O'M'N'$ 的位置， MN' 、 $M'O'$ 与直线 AC 分别交于点 E 、 F 。

①当点 F 为 $M'O'$ 的中点时，求 t 的值；

②如图 2，若直线 $M'N'$ 与抛物线相交于点 G ，过点 G 作 $GH \parallel M'O'$ 交 AC 于点 H ，试确定线段 EH 是否存在最大值？若存在，求出它的最大值及此时 t 的值；若不存在，请说明理由。

2016 年四川省资阳市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题．(本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分)

1. -2 的倒数是 ()

A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. -2 D. 2

【考点】倒数.

【分析】根据倒数的定义即可求解.

【解答】解： -2 的倒数是 $-\frac{1}{2}$.

故选：A.

2. 下列运算正确的是 ()

A. $x^4 + x^2 = x^6$ B. $x^2 \cdot x^3 = x^6$ C. $(x^2)^3 = x^6$ D. $x^2 - y^2 = (x - y)^2$

【考点】幂的乘方与积的乘方；合并同类项；同底数幂的乘法；因式分解-运用公式法.

【分析】根据合并同类项法则、同底数幂的乘法法则、积的乘方法则和公式法进行因式分解对各个选项进行判断即可.

【解答】解： x^4 与 x^2 不是同类项，不能合并，A 错误；

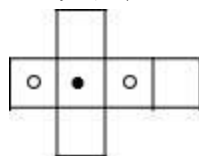
$x^2 \cdot x^3 = x^5$ ，B 错误；

$(x^2)^3 = x^6$ ，C 正确；

$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$ ，D 错误，

故选：C.

3. 如图是一个正方体纸盒的外表面展开图，则这个正方体是 ()



【考点】几何体的展开图.

【分析】根据几何体的展开图先判断出实心圆点与空心圆点的关系，进而可得出结论.

【解答】解： $\because$ 由图可知，实心圆点与空心圆点一定在紧相邻的三个侧面上， $\therefore$ C 符合题意.

故选 C.

4. 世界上最小的开花结果植物是澳大利亚的出水浮萍，这种植物的果实像一个微小的无花果，质量只有 0.000000076 克，将数 0.000000076 用科学记数法表示为 ()

A. 7.6×10^{-9} B. 7.6×10^{-8} C. 7.6×10^9 D. 7.6×10^8

【考点】科学记数法—表示较小的数.

【分析】绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂，指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

【解答】解：将 0.000000076 用科学记数法表示为 7.6×10^{-8} ，
故选：B.

5. $\sqrt{27}$ 的运算结果应在哪两个连续整数之间 ()

A. 2 和 3 B. 3 和 4 C. 4 和 5 D. 5 和 6

【考点】估算无理数的大小.

【分析】根据无理数的大小比较方法得到 $\sqrt{25} < \sqrt{27} < \sqrt{36}$ ，即可解答.

【解答】解：∵ $\sqrt{25} < \sqrt{27} < \sqrt{36}$ ，

即 $5 < \sqrt{27} < 6$ ，

∴ $\sqrt{27}$ 的运算结果应在 5 和 6 两个连续整数之间.

故选：D.

6. 我市某中学九年级 (1) 班开展“阳光体育运动”，决定自筹资金为班级购买体育器材，全班 50 名同学筹款情况如下表：

筹款金额 (元)	5	10	15	20	25	30
人数	3	7	11	11	13	5

则该班同学筹款金额的众数和中位数分别是 ()

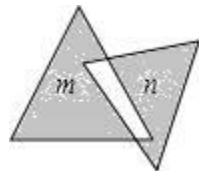
A. 11, 20 B. 25, 11 C. 20, 25 D. 25, 20

【考点】众数；中位数.

【分析】中位数是一组数据从小到大 (或从大到小) 重新排列后，最中间的那个数 (或最中间两个数的平均数)；众数是一组数据中出现次数最多的数据.

【解答】解：在这一组数据中 25 元是出现次数最多的，故众数是 25 元；
将这组数据已从小到大的顺序排列，处于中间位置的两个数是 20、20，那么由中位数的定义可知，这组数据的中位数是 20；
故选：D.

7. 如图，两个三角形的面积分别是 9，6，对应阴影部分的面积分别是 m ， n ，则 $m - n$ 等于 ()



A. 2 B. 3 C. 4 D. 无法确定

【考点】三角形的面积.

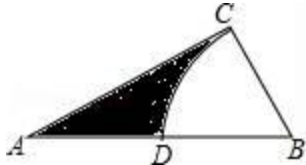
【分析】设空白出的面积为 x ，根据题意列出关系式，相减即可求出 $m - n$ 的值.

【解答】解：设空白出图形的面积为 x ，
根据题意得： $m + x = 9$ ， $n + x = 6$ ，

则 $m - n = 9 - 6 = 3$.

故选 B.

8. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 2\sqrt{3}$, 以点 B 为圆心, BC 的长为半径作弧, 交 AB 于点 D, 若点 D 为 AB 的中点, 则阴影部分的面积是 ()



- A. $2\sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi$ B. $4\sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi$ C. $2\sqrt{3} - \frac{4}{3}\pi$ D. $\frac{2}{3}\pi$

【考点】扇形面积的计算.

【分析】根据点 D 为 AB 的中点可知 $BC = BD = \frac{1}{2}AB$, 故可得出 $\angle A = 30^\circ$,

$\angle B = 60^\circ$, 再由锐角三角函数的定义求出 BC 的长, 根据 $S_{\text{阴影}} = S_{\triangle ABC} - S_{\text{扇形 CBD}}$ 即可得出结论.

【解答】解: $\because D$ 为 AB 的中点,

$$\therefore BC = BD = \frac{1}{2}AB,$$

$$\therefore \angle A = 30^\circ, \angle B = 60^\circ.$$

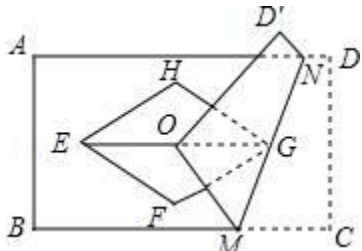
$$\therefore AC = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore BC = AC \cdot \tan 30^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = 2,$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\triangle ABC} - S_{\text{扇形 CBD}} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2 - \frac{60\pi \times 2^2}{360} = 2\sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi.$$

故选 A.

9. 如图, 矩形 ABCD 与菱形 EFGH 的对角线均交于点 O, 且 $EG \parallel BC$, 将矩形折叠, 使点 C 与点 O 重合, 折痕 MN 恰好过点 G 若 $AB = \sqrt{6}$, $EF = 2$, $\angle H = 120^\circ$, 则 DN 的长为 ()



- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{3}}{2}$ C. $\sqrt{6} - \sqrt{3}$ D. $2\sqrt{3} - \sqrt{6}$

【考点】矩形的性质; 菱形的性质; 翻折变换 (折叠问题).

【分析】延长 EG 交 DC 于 P 点, 连接 GC、FH, 则 $\triangle GCP$ 为直角三角形, 证明四边形 OGCM 为菱形, 则可证 $OC = OM = CM = OG = \sqrt{3}$, 由勾股定理求得 GP 的值, 再由梯形的中位线定理 $CM + DN = 2GP$, 即可得出答案.

【解答】解: 长 EG 交 DC 于 P 点, 连接 GC、FH; 如图所示:

∴ 点 A、B 关于直线 $x = -\frac{b}{2}$ 对称,

∴ $A(-\frac{b}{2} - \frac{n}{2}, m)$, $B(-\frac{b}{2} + \frac{n}{2}, m)$,

将 A 点坐标代入抛物线解析式, 得 $m = (-\frac{b}{2} - \frac{n}{2})^2 + (-\frac{b}{2} - \frac{n}{2})b + c$, 即 $m = \frac{n^2}{4} - \frac{b^2}{4} + c$,

∴ $b^2 = 4c$,

∴ $m = \frac{1}{4}n^2$,

故选 D.

二、填空题. (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

11. 若代数式 $\sqrt{x-2}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 $x \geq 2$.

【考点】二次根式有意义的条件.

【分析】根据式子 $\sqrt{a}$ 有意义的条件为 $a \geq 0$ 得到 $x - 2 \geq 0$, 然后解不等式即可.

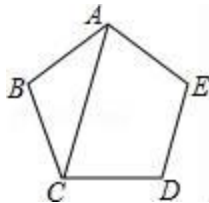
【解答】解: ∵ 代数式 $\sqrt{x-2}$ 有意义,

∴ $x - 2 \geq 0$,

∴ $x \geq 2$.

故答案为 $x \geq 2$.

12. 如图, AC 是正五边形 ABCDE 的一条对角线, 则 $\angle ACB = 36^\circ$.



【考点】多边形内角与外角.

【分析】由正五边形的性质得出 $\angle B = 108^\circ$, $AB = CB$, 由等腰三角形的性质和三角形内角和定理即可得出结果.

【解答】解: ∵ 五边形 ABCDE 是正五边形,

∴ $\angle B = 108^\circ$, $AB = CB$,

∴ $\angle ACB = \frac{1}{2}(180^\circ - 108^\circ) = 36^\circ$;

故答案为: 36° .

13. 已知关于 x 的方程 $mx+3=4$ 的解为 $x=1$, 则直线 $y = (m-2)x - 3$ 一定不经过第 一 象限.

【考点】一次函数与一元一次方程.

【分析】关于 x 的方程 $mx+3=4$ 的解为 $x=1$, 于是得到 $m+3=4$, 求得 $m=1$, 得到直线 $y = -x - 3$, 于是得到结论.

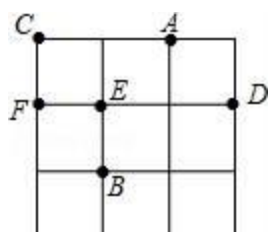
【解答】解: ∵ 关于 x 的方程 $mx+3=4$ 的解为 $x=1$,

∴ $m+3=4$,

∴ $m=1$,

$\therefore$ 直线 $y = (m - 2)x - 3$ 为直线 $y = -x - 3$,
 $\therefore$ 直线 $y = (m - 2)x - 3$ 一定不经过第一象限,
 故答案为: 一.

14. 如图, 在 3×3 的方格中, A、B、C、D、E、F 分别位于格点上, 从 C、D、E、F 四点中任取一点, 与点 A、B 为顶点作三角形, 则所作三角形为等腰三角形的概率是 $\frac{3}{4}$.



【考点】概率公式; 等腰三角形的判定.

【分析】根据从 C、D、E、F 四个点中任意取一点, 一共有 4 种可能, 选取 D、C、F 时, 所作三角形是等腰三角形, 即可得出答案.

【解答】解: 根据从 C、D、E、F 四个点中任意取一点, 一共有 4 种可能, 选取 D、C、F 时, 所作三角形是等腰三角形,

故 $P(\text{所作三角形是等腰三角形}) = \frac{3}{4}$;

故答案为: $\frac{3}{4}$.

15. 设一列数中相邻的三个数依次为 m 、 n 、 p , 且满足 $p = m^2 - n$, 若这列数为 -1 , 3 , -2 , a , -7 , $b \cdots$, 则 $b = 128$.

【考点】规律型: 数字的变化类.

【分析】根据题意求出 a , 再代入关系式即可得出 b 的值.

【解答】解: 根据题意得: $a = 3^2 - (-2) = 11$,

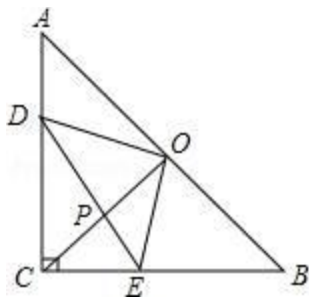
则 $b = 11^2 - (-7) = 128$.

故答案为: 128.

16. 如图, 在等腰直角 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $CO \perp AB$ 于点 O , 点 D 、 E 分别在边 AC 、 BC 上, 且 $AD = CE$, 连结 DE 交 CO 于点 P , 给出以下结论:

① $\triangle DOE$ 是等腰直角三角形; ② $\angle CDE = \angle COE$; ③ 若 $AC = 1$, 则四边形 $CEOD$ 的面积为 $\frac{1}{4}$; ④ $AD^2 + BE^2 - 2OP^2 = 2DP \cdot PE$, 其中所有正确结论的序号是

①②③④.



【考点】勾股定理；四点共圆。

【分析】①正确．由 $\triangle ADO \cong \triangle CEO$ ，推出 $DO=OE$ ， $\angle AOD=\angle COE$ ，由此即可判断．

②正确．由 D、C、E、O 四点共圆，即可证明．

③正确．由 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{2}$ ， $S_{\text{四边形 DCEO}}$

$DCEO = S_{\triangle DOC} + S_{\triangle CEO} = S_{\triangle CDO} + S_{\triangle ADO} = S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$ 即可解决问题．

④正确．由 D、C、E、O 四点共圆，得 $OP \cdot PC = DP \cdot PE$ ，所以 $2OP^2 + 2DP \cdot PE = 2OP^2 + 2OP \cdot PC = 2OP(OP + PC) = 2OP \cdot OC$ ，由 $\triangle OPE \sim \triangle OEC$ ，得到 $\frac{OP}{OE} = \frac{OE}{OC}$ ，即可得到 $2OP^2 + 2DP \cdot PE = 2OE^2 = DE^2 = CD^2 + CE^2$ ，由此即可证明．

【解答】解：①正确．如图， $\because \angle ACB = 90^\circ$ ， $AC=BC$ ， $CO \perp AB$

$\therefore AO=OB=OC$ ， $\angle A = \angle B = \angle ACO = \angle BCO = 45^\circ$ ，

在 $\triangle ADO$ 和 $\triangle CEO$ 中，

$$\begin{cases} OA=OC \\ \angle A = \angle ECO, \\ AD=CE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADO \cong \triangle CEO$ ，

$\therefore DO=OE$ ， $\angle AOD = \angle COE$ ，

$\therefore \angle AOC = \angle DOE = 90^\circ$ ，

$\therefore \triangle DOE$ 是等腰直角三角形．故①正确．

②正确． $\because \angle DCE + \angle DOE = 180^\circ$ ，

$\therefore D、C、E、O$ 四点共圆，

$\therefore \angle CDE = \angle COE$ ，故②正确．

③正确． $\because AC=BC=1$ ，

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{2}, S_{\text{四边形 DCEO}} = S_{\triangle DOC} + S_{\triangle CEO} = S_{\triangle CDO} + S_{\triangle ADO} = S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{4}$$

故③正确．

④正确． $\because D、C、E、O$ 四点共圆，

$\therefore OP \cdot PC = DP \cdot PE$ ，

$\therefore 2OP^2 + 2DP \cdot PE = 2OP^2 + 2OP \cdot PC = 2OP(OP + PC) = 2OP \cdot OC$ ，

$\because \angle OEP = \angle DCO = \angle OCE = 45^\circ$ ， $\angle POE = \angle COE$ ，

$\therefore \triangle OPE \sim \triangle OEC$ ，

$$\therefore \frac{OP}{OE} = \frac{OE}{OC},$$

$\therefore OP \cdot OC = OE^2$ ，

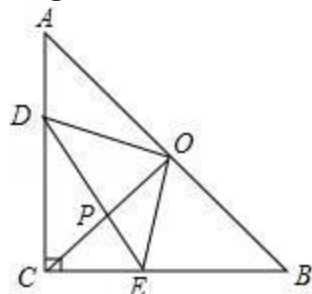
$$\therefore 2OP^2 + 2DP \cdot PE = 2OE^2 = DE^2 = CD^2 + CE^2,$$

$$\because CD = BE, CE = AD,$$

$$\therefore AD^2 + BE^2 = 2OP^2 + 2DP \cdot PE,$$

$$\therefore AD^2 + BE^2 - 2OP^2 = 2DP \cdot PE.$$

故④正确.



三、解答题. (本大题共 8 小题, 共 72 分)

17. 化简: $(1 + \frac{1}{a-1}) \div \frac{a}{a^2 - 2a + 1}$.

【考点】分式的混合运算.

【分析】首先把括号内的式子通分相加, 把除法转化为乘法, 然后进行乘法运算即可.

【解答】解: 原式 = $\frac{a}{a-1} \div \frac{a}{(a-1)^2}$

$$= \frac{a}{a-1} \cdot \frac{(a-1)^2}{a}$$

$$= a - 1.$$

18. 近几年来, 国家对购买新能源汽车实行补助政策, 2016 年某省对新能源汽车中的“插电式混合动力汽车”实行每辆 3 万元的补助, 小刘对该省 2016 年“纯电动乘用车”和“插电式混合动力车”的销售计划进行了研究, 绘制出如图所示的两幅不完整的统计图.

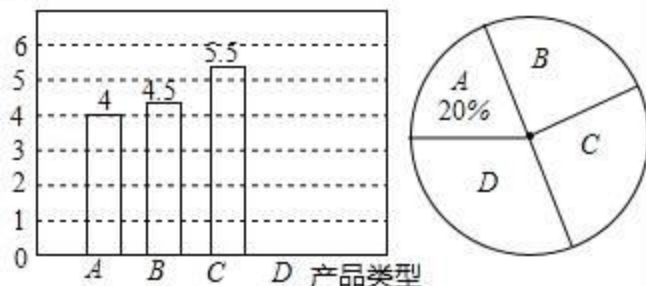
(1) 补全条形统计图;

(2) 求出“D”所在扇形的圆心角的度数;

(3) 为进一步落实该政策, 该省计划再补助 4.5 千万元用于推广上述两大类产品, 请你预测, 该省 16 年计划大约共销售“插电式混合动力汽车”多少辆?

注: R 为纯电动续航里程, 图中 A 表示“纯电动乘用车”, B 表示“纯电动乘用车”, C 表示“纯电动乘用车” ($R \geq 250\text{km}$), D 为“插电式混合动力汽车”.

补贴金额(千万)



【考点】条形统计图；用样本估计总体；扇形统计图.

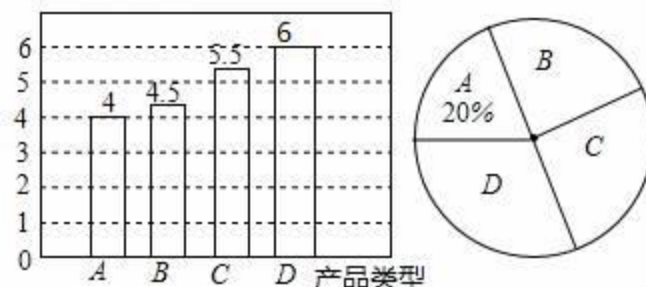
【分析】(1) 首先由 A 的数目和其所占的百分比可求出总数，进而可求出 D 的数目，问题得解；

(2) 由 D 的数目先求出它所占的百分比，再用百分比乘以 360° ，即可解答；

(3) 计算出补贴 D 类产品的总金额，再除以每辆车的补助可得车的数量.

【解答】解：(1) 补贴总金额为： $4 \div 20\% = 20$ (千万元)，
则 D 类产品补贴金额为： $20 - 4 - 4.5 - 5.5 = 6$ (千万元)，补全条形图如图：

补贴金额(千万)



$$(2) 360^\circ \times \frac{6}{20} = 108^\circ,$$

答：“D”所在扇形的圆心角的度数为 108° ；

(3) 根据题意，16 年补贴 D 类“插电式混合动力汽车”金额为：

$$6 + 4.5 \times \frac{6}{20} = 7.35 \text{ (千万元)},$$

$$\therefore 7350 \div 3 = 2450 \text{ (辆)},$$

答：预测该省 16 年计划大约共销售“插电式混合动力汽车”2450 辆.

19. 某大型企业为了保护环境，准备购买 A、B 两种型号的污水处理设备共 8 台，用于同时治理不同成分的污水，若购买 A 型 2 台、B 型 3 台需 54 万，购买 A 型 4 台、B 型 2 台需 68 万元.

(1) 求出 A 型、B 型污水处理设备的单价；

(2) 经核实，一台 A 型设备一个月可处理污水 220 吨，一台 B 型设备一个月可处理污水 190 吨，如果该企业每月的污水处理量不低于 1565 吨，请你为企业设计一种最省钱的购买方案.

【考点】一元一次不等式的应用；二元一次方程组的应用.

【分析】(1) 根据题意结合购买 A 型 2 台、B 型 3 台需 54 万，购买 A 型 4 台、B 型 2 台需 68 万元分别得出等式求出答案；

(2) 利用该企业每月的污水处理量不低于 1565 吨，得出不等式求出答案.

【解答】解：(1) 设 A 型污水处理设备的单价为 x 万元，B 型污水处理设备的单价为 y 万元，根据题意可得：

$$\begin{cases} 2x+3y=54 \\ 4x+2y=68 \end{cases}$$

解得： $\begin{cases} x=12 \\ y=10 \end{cases}$.

答：A 型污水处理设备的单价为 12 万元，B 型污水处理设备的单价为 10 万元；

(2) 设购进 a 台 A 型污水处理器，根据题意可得：

$$220a+190(8-a) \geq 1565,$$

解得： $a \geq 1.5$,

$\therefore$ A 型污水处理设备单价比 B 型污水处理设备单价高，

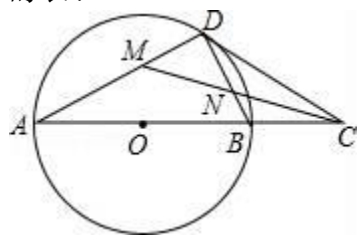
$\therefore$ A 型污水处理设备买越少，越省钱，

$\therefore$ 购进 2 台 A 型污水处理设备，购进 6 台 B 型污水处理设备最省钱.

20. 如图，在 $\odot O$ 中，点 C 是直径 AB 延长线上一点，过点 C 作 $\odot O$ 的切线，切点为 D，连结 BD.

(1) 求证： $\angle A = \angle BDC$;

(2) 若 CM 平分 $\angle ACD$ ，且分别交 AD、BD 于点 M、N，当 $DM=1$ 时，求 MN 的长.

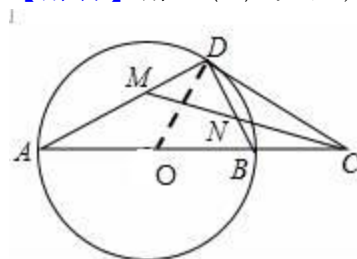


【考点】切线的性质.

【分析】(1) 由圆周角推论可得 $\angle A + \angle ABD = 90^\circ$ ，由切线性质可得 $\angle CDB + \angle ODB = 90^\circ$ ，而 $\angle ABD = \angle ODB$ ，可得答案；

(2) 由角平分线及三角形外角性质可得 $\angle A + \angle ACM = \angle BDC + \angle DCN$ ，即 $\angle DMN = \angle DNM$ ，根据勾股定理可求得 MN 的长.

【解答】解：(1) 如图，连接 OD，



$\therefore$ AB 为 $\odot O$ 的直径，

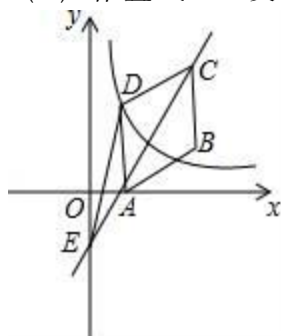
$\therefore \angle ADB = 90^\circ$ ，即 $\angle A + \angle ABD = 90^\circ$ ，

又 $\therefore$ CD 与 $\odot O$ 相切于点 D，

$\therefore \angle CDB + \angle ODB = 90^\circ$,
 $\because OD = OB$,
 $\therefore \angle ABD = \angle ODB$,
 $\therefore \angle A = \angle BDC$;
 (2) $\because CM$ 平分 $\angle ACD$,
 $\therefore \angle DCM = \angle ACM$,
 又 $\because \angle A = \angle BDC$,
 $\therefore \angle A + \angle ACM = \angle BDC + \angle DCM$, 即 $\angle DMN = \angle DNM$,
 $\because \angle ADB = 90^\circ$, $DM = 1$,
 $\therefore DN = DM = 1$,
 $\therefore MN = \sqrt{DM^2 + DN^2} = \sqrt{2}$.

21. 如图, 在平行四边形 ABCD 中, 点 A、B、C 的坐标分别是 (1, 0)、(3, 1)、(3, 3), 双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$, $x > 0$) 过点 D.

- (1) 求双曲线的解析式;
 (2) 作直线 AC 交 y 轴于点 E, 连结 DE, 求 $\triangle CDE$ 的面积.



【考点】 反比例函数与一次函数的交点问题; 平行四边形的性质.

【分析】 (1) 根据在平行四边形 ABCD 中, 点 A、B、C 的坐标分别是 (1, 0)、(3, 1)、(3, 3), 可以求得点 D 的坐标, 又因为双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$, $x > 0$) 过点 D, 从而可以求得 k 的值, 从而可以求得双曲线的解析式;

(2) 由图可知三角形 CDE 的面积等于三角形 EDA 与三角形 ADC 的面积之和, 从而可以解答本题.

【解答】 解: (1) $\because$ 在平行四边形 ABCD 中, 点 A、B、C 的坐标分别是 (1, 0)、(3, 1)、(3, 3),
 $\therefore$ 点 D 的坐标是 (1, 2),

$\because$ 双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$, $x > 0$) 过点 D,

$\therefore 2 = \frac{k}{1}$, 得 $k = 2$,

即双曲线的解析式是: $y = \frac{2}{x}$;

(2) $\because$ 直线 AC 交 y 轴于点 E,

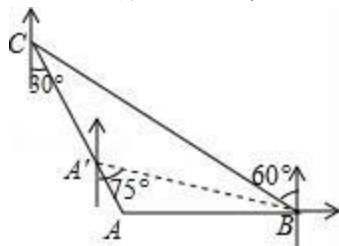
$$\therefore S_{\triangle CDE} = S_{\triangle EDA} + S_{\triangle ADC} = \frac{(2-0) \times 1}{2} + \frac{(2-0) \times (3-1)}{2} = 1+2=3,$$

即 $\triangle CDE$ 的面积是 3.

22. 如图, “中国海监 50” 正在南海海域 A 处巡逻, 岛礁 B 上的中国海军发现点 A 在点 B 的正西方向上, 岛礁 C 上的中国海军发现点 A 在点 C 的南偏东 30° 方向上, 已知点 C 在点 B 的北偏西 60° 方向上, 且 B、C 两地相距 120 海里.

(1) 求出此时点 A 到岛礁 C 的距离;

(2) 若 “中海监 50” 从 A 处沿 AC 方向向岛礁 C 驶去, 当到达点 A' 时, 测得点 B 在 A' 的南偏东 75° 的方向上, 求此时 “中国海监 50” 的航行距离. (注: 结果保留根号)



【考点】 解直角三角形的应用-方向角问题.

【分析】 (1) 根据题意得出: $\angle CBD = 30^\circ$, $BC = 120$ 海里, 再利用 $\cos 30^\circ = \frac{DC}{BC}$,

进而求出答案;

(2) 根据题意结合已知得出当点 B 在 A' 的南偏东 75° 的方向上, 则 A' B 平分 $\angle CBA$, 进而得出等式求出答案.

【解答】 解: (1) 如图所示: 延长 BA, 过点 C 作 $CD \perp BA$ 延长线与点 D, 由题意可得: $\angle CBD = 30^\circ$, $BC = 120$ 海里, 则 $DC = 60$ 海里,

$$\text{故 } \cos 30^\circ = \frac{DC}{BC} = \frac{60}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

解得: $BC = 40\sqrt{3}$,

答: 点 A 到岛礁 C 的距离为 $40\sqrt{3}$ 海里;

(2) 如图所示: 过点 A' 作 $A'N \perp BC$ 于点 N, 可得 $\angle 1 = 30^\circ$, $\angle BA'A = 45^\circ$, $A'N = A'E$, 则 $\angle 2 = 15^\circ$, 即 A' B 平分 $\angle CBA$,

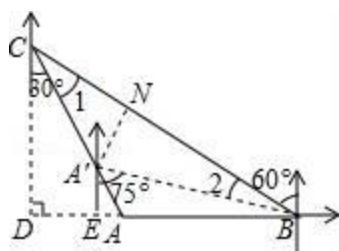
设 $AA' = x$, 则 $A'E = \frac{\sqrt{3}}{2}x$,

$$\text{故 } CA' = 2A'N = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}x = \sqrt{3}x,$$

$$\therefore \sqrt{3}x + x = 40\sqrt{3},$$

$$\therefore \text{解得: } x = 20(\sqrt{3} - 1),$$

答: 此时 “中国海监 50” 的航行距离为 $20(\sqrt{3} - 1)$ 海里.



23. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\text{Rt}\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转到 $\text{Rt}\triangle ADE$ 的位置, 点 E 在斜边 AB 上, 连结 BD , 过点 D 作 $DF \perp AC$ 于点 F .

(1) 如图 1, 若点 F 与点 A 重合, 求证: $AC=BC$;

(2) 若 $\angle DAF=\angle DBA$,

①如图 2, 当点 F 在线段 CA 的延长线上时, 判断线段 AF 与线段 BE 的数量关系, 并说明理由;

②当点 F 在线段 CA 上时, 设 $BE=x$, 请用含 x 的代数式表示线段 AF .

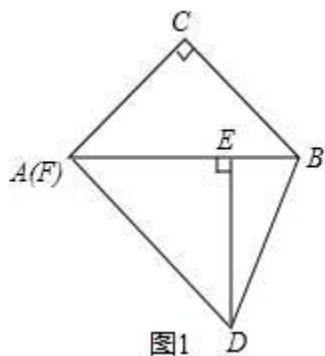


图1

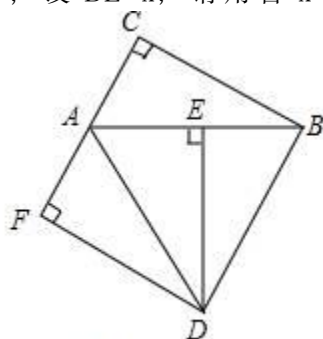


图2

【考点】 几何变换综合题.

【分析】 (1) 由旋转得到 $\angle BAC=\angle BAD$, 而 $DF \perp AC$, 从而得出 $\angle ABC=45^\circ$, 最后判断出 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形;

(2) ①由旋转得到 $\angle BAC=\angle BAD$, 再根据 $\angle DAF=\angle DBA$, 从而求出 $\angle FAD=\angle BAC=\angle BAD=60^\circ$, 最后判定 $\triangle AFD \cong \triangle BED$, 即可;

②根据题意画出图形, 先求出角度, 得到 $\triangle ABD$ 是顶角为 36° 的等腰三角形, 再用相似求出, $\frac{AD}{BD}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$, 最后判断出 $\triangle AFD \sim \triangle BED$, 代入即可.

【解答】 解: (1) 由旋转得, $\angle BAC=\angle BAD$,

$\because DF \perp AC$,

$\therefore \angle CAD=90^\circ$,

$\therefore \angle BAC=\angle BAD=45^\circ$,

$\because \angle ACB=90^\circ$,

$\therefore \angle ABC=45^\circ$,

$\therefore AC=CB$,

(2) ①由旋转得, $AD=AB$,

$\therefore \angle ABD=\angle ADB$,

$\because \angle DAF=\angle ABD$,

$\therefore \angle DAF=\angle ADB$,

$\therefore AF \parallel BB$,

$\therefore \angle BAC=\angle ABD$,

$$\because \angle ABD = \angle FAD$$

由旋转得, $\angle BAC = \angle BAD$,

$$\therefore \angle FAD = \angle BAC = \angle BAD = \frac{1}{3} \times 180^\circ = 60^\circ,$$

由旋转得, $AB = AD$,

$\therefore \triangle ABD$ 是等边三角形,

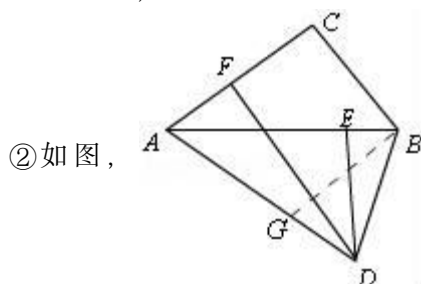
$$\therefore AD = BD,$$

在 $\triangle AFD$ 和 $\triangle BED$ 中,

$$\begin{cases} \angle F = \angle BED = 90^\circ \\ \angle FAD = \angle BED \\ AD = BD \end{cases},$$

$$\therefore \triangle AFD \cong \triangle BED,$$

$$\therefore AF = BE,$$



由旋转得, $\angle BAC = \angle BAD$,

$$\because \angle ABD = \angle FAD = \angle BAC + \angle BAD = 2\angle BAD,$$

由旋转得, $AD = AB$,

$$\therefore \angle ABD = \angle ADB = 2\angle BAD,$$

$$\because \angle BAD + \angle ABD + \angle ADB = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD + 2\angle BAD + 2\angle BAD = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = 36^\circ,$$

设 $BD = x$, 作 BG 平分 $\angle ABD$,

$$\therefore \angle BAD = \angle GBD = 36^\circ$$

$$\therefore AG = BG = BC = x,$$

$$\therefore DG = AD - AG = AD - BG = AD - BD,$$

$$\because \angle BDG = \angle ADB,$$

$$\therefore \triangle BDG \sim \triangle ADB,$$

$$\therefore \frac{BD}{AD} = \frac{DG}{DB}.$$

$$\therefore \frac{BD}{AD} = \frac{AD - BD}{BD},$$

$$\therefore \frac{AD}{BD} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2},$$

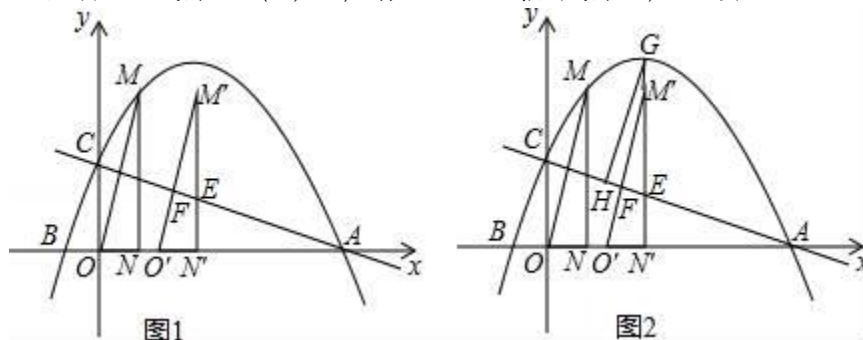
$$\because \angle FAD = \angle EBD, \angle AFD = \angle BED,$$

$$\therefore \triangle AFD \sim \triangle BED,$$

$$\therefore \frac{AD}{BD} = \frac{AF}{BE},$$

$$\therefore AF = \frac{AD}{BD} \times BE = \frac{1+\sqrt{5}}{2}x.$$

24. 已知抛物线与 x 轴交于 $A(6, 0)$ 、 $B(-\frac{5}{4}, 0)$ 两点，与 y 轴交于点 C ，过抛物线上点 $M(1, 3)$ 作 $MN \perp x$ 轴于点 N ，连接 OM 。



(1) 求此抛物线的解析式；

(2) 如图 1，将 $\triangle OMN$ 沿 x 轴向右平移 t 个单位 ($0 \leq t \leq 5$) 到 $\triangle O'M'N'$ 的位置， MN' 、 $M'O'$ 与直线 AC 分别交于点 E 、 F 。

①当点 F 为 $M'O'$ 的中点时，求 t 的值；

②如图 2，若直线 $M'N'$ 与抛物线相交于点 G ，过点 G 作 $GH \parallel M'O'$ 交 AC 于点 H ，试确定线段 EH 是否存在最大值？若存在，求出它的最大值及此时 t 的值；若不存在，请说明理由。

【考点】 二次函数综合题。

【分析】 (1) 设抛物线解析式为 $y = a(x-6)(x+\frac{5}{4})$ ，把点 $M(1, 3)$ 代入即可求出 a ，进而解决问题。

(2) ①如图 1 中， AC 与 OM 交于点 G ，连接 EO' ，首先证明 $\triangle AOC \sim \triangle MNO$ ，推出 $OM \perp AC$ ，在 $RT\triangle EO'M'$ 中，利用勾股定理列出方程即可解决问题。

②由 $\triangle GHE \sim \triangle AOC$ 得 $\frac{EG}{HE} = \frac{AC}{CO} = \sqrt{19}$ ，所以 EG 最大时， EH 最大，构建二次函数求出 EG 的最大值即可解决问题。

【解答】 解：(1) 设抛物线解析式为 $y = a(x-6)(x+\frac{5}{4})$ ，把点 $M(1, 3)$ 代入得 $a = -\frac{4}{15}$ ，

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y = -\frac{4}{15}(x-6)(x+\frac{5}{4})$ ，

$\therefore y = -\frac{4}{15}x^2 + \frac{19}{15}x + 2$ 。

(2) ①如图 1 中， AC 与 OM 交于点 G ，连接 EO' 。

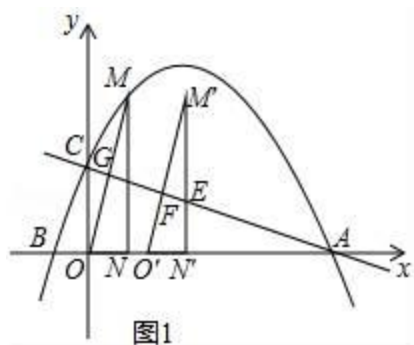


图1

$$\because AO=6, OC=2, MN=3, ON=1,$$

$$\therefore \frac{AO}{OC} = \frac{MN}{ON} = 3,$$

$$\therefore \frac{AO}{MN} = \frac{OC}{ON}, \quad \because \angle AOC = \angle MON = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle AOC \sim \triangle MNO,$$

$$\therefore \angle OAC = \angle NMO,$$

$$\because \angle NMO + \angle MON = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MON + \angle OAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AGO = 90^\circ,$$

$$\therefore OM \perp AC,$$

$\because \triangle M'N'O'$ 是由 $\triangle MNO$ 平移所得,

$$\therefore O'M' \parallel OM,$$

$$\therefore O'M' \perp AC,$$

$$\because M'F = FO',$$

$$\therefore EM' = EO',$$

$$\because EN' \parallel CO,$$

$$\therefore \frac{EN'}{CO} = \frac{AN'}{AO},$$

$$\therefore \frac{EN'}{2} = \frac{5-t}{6},$$

$$\therefore EN' = \frac{1}{3}(5-t),$$

在 $RT\triangle EO'M'$ 中, $\because O'N' = 1, EN' = \frac{1}{3}(5-t), EO' = EM' = \frac{4}{3} + \frac{1}{3}t,$

$$\therefore \left(\frac{4}{3} + \frac{1}{3}t\right)^2 = 1 + \left(\frac{5}{3} - \frac{1}{3}t\right)^2,$$

$$\therefore t = 1.$$

②如图 2 中,

