

2016 年四川省自贡市中考数学试卷

一、选择题：本题共 10 个小题，每小题 4 分，共 4 分

1. 计算 $1 - (-1)$ 的结果是 ()

A. 2 B. 1 C. 0 D. -2

2. 将 0.00025 用科学记数法表示为 ()

A. 2.5×10^4 B. 0.25×10^{-4} C. 2.5×10^{-4} D. 25×10^{-5}

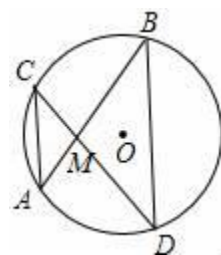
3. 下列根式中，不是最简二次根式的是 ()

A. $\sqrt{10}$ B. $\sqrt{8}$ C. $\sqrt{6}$ D. $\sqrt{2}$

4. 把 $a^2 - 4a$ 多项式分解因式，结果正确的是 ()

A. $a(a-4)$ B. $(a+2)(a-2)$ C. $a(a+2)(a-2)$ D. $(a-2)^2 - 4$

5. 如图， $\odot O$ 中，弦 AB 与 CD 交于点 M， $\angle A = 45^\circ$ ， $\angle AMD = 75^\circ$ ，则 $\angle B$ 的度数是 ()



A. 15° B. 25° C. 30° D. 75°

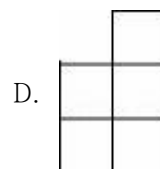
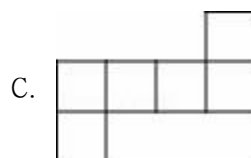
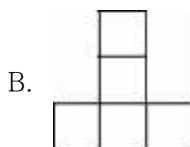
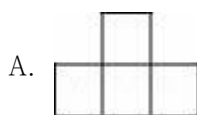
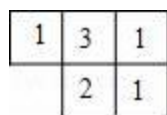
6. 若 $\sqrt{a-1} + b^2 - 4b + 4 = 0$ ，则 ab 的值等于 ()

A. -2 B. 0 C. 1 D. 2

7. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x - (m-2) = 0$ 有实数根，则 m 的取值范围是 ()

A. $m > 1$ B. $m < 1$ C. $m \geq 1$ D. $m \leq 1$

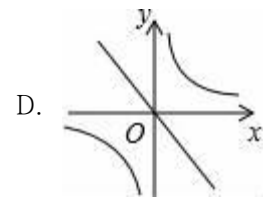
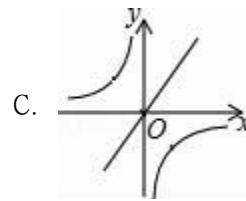
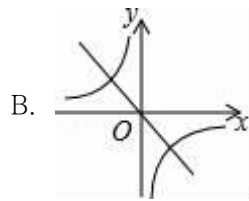
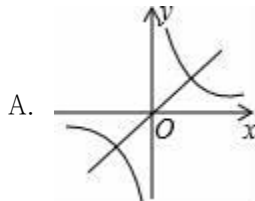
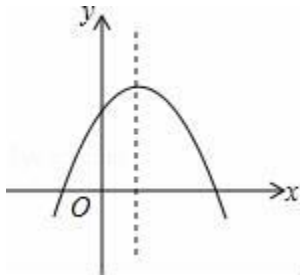
8. 如图是几何体的俯视图，所表示数字为该位置小正方体的个数，则该几何体的正视图是 ()



9. 圆锥的底面半径为 4cm，高为 5cm，则它的表面积为 ()

A. $12\pi \text{ cm}^2$ B. $26\pi \text{ cm}^2$ C. $\sqrt{41}\pi \text{ cm}^2$ D. $(4\sqrt{41} + 16)\pi \text{ cm}^2$

10. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图，反比例函数 $y = \frac{a}{x}$ 与正比例函数 $y = bx$ 在同一坐标系内的大致图象是 ()

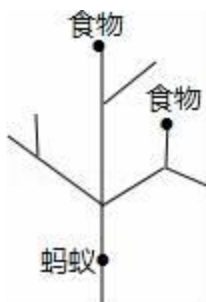


二、填空题：共 5 个小题，每小题 4 分，共 20 分

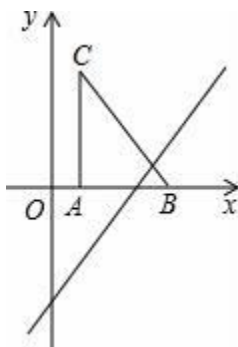
11. 若代数式 $\frac{\sqrt{x-1}}{x}$ 有意义，则 x 的取值范围是_____.

12. 若 n 边形内角和为 900° ，则边数 n =_____.

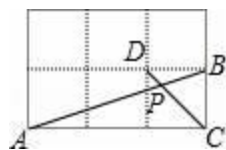
13. 一只昆虫在如图所示的树枝上寻觅食物，假定昆虫在每个岔路口都会随机选择一条路径，则它获取食物的概率是_____.



14. 如图，把 $\text{Rt}\triangle ABC$ 放在直角坐标系内，其中 $\angle CAB=90^\circ$ ， $BC=5$ ，点 A 、 B 的坐标分别为 $(1, 0)$ 、 $(4, 0)$ ，将 $\triangle ABC$ 沿 x 轴向右平移，当点 C 落在直线 $y=2x-6$ 上时，线段 BC 扫过的面积为_____ cm^2 .



15. 如图，在边长相同的小正方形网格中，点 A、B、C、D 都在这些小正方形的顶点上，AB、CD 相交于点 P，则 $\frac{AP}{PB}$ 的值=_____， $\tan \angle APD$ 的值=_____.

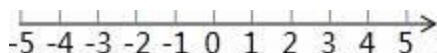


三、解答题：共 2 个题，每小题 8 分，共 16 分

16. 计算： $(\frac{1}{2})^{-1} + (\sin 60^\circ - 1)^0 - 2\cos 30^\circ + |\sqrt{3} - 1|$

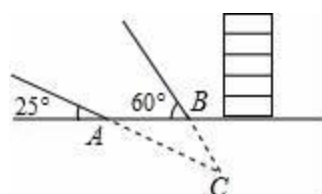
17. 解不等式组 $\begin{cases} x - 1 < 2 & ① \\ 2x + 3 \geq x - 1 & ② \end{cases}$ 请结合题意填空，完成本题的解答.

- (1) 解不等式①，得：_____；
- (2) 解不等式②，得：_____；
- (3) 把不等式①和②的解集在数轴上表示出来；
- (4) 不等式组的解集为：_____.



四、解答题：共 2 个题，每小题 8 分，共 16 分

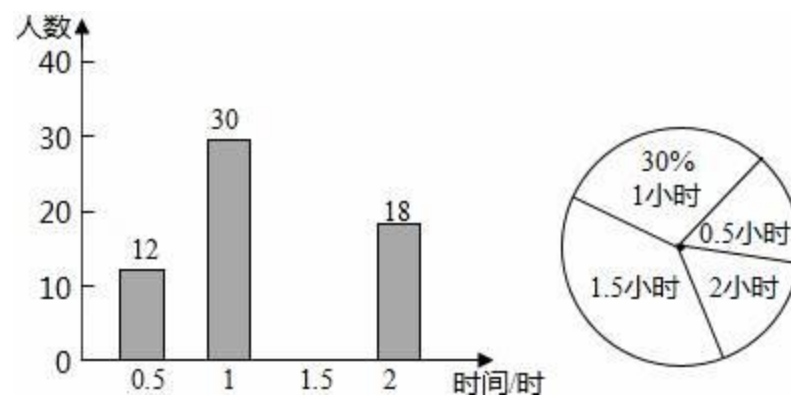
18. 某校为了丰富大家的业余生活，组织了一次工会活动，准备一次性购买若干钢笔和笔记本 (2016•自贡) 某国发生 8.1 级强烈地震，我国积极组织抢险队赴地震灾区参与抢险工作，如图，某探测对在地面 A、B 两处均探测出建筑物下方 C 处由生命迹象，已知探测线与地面的夹角分别是 25° 和 60° ，且 $AB=4$ 米，求该生命迹象所在位置 C 的深度. (结果精确到 1 米，参考数据： $\sin 25^\circ \approx 0.4$ ， $\cos 25^\circ \approx 0.9$ ， $\tan 25^\circ \approx 0.5$ ， $\sqrt{3} \approx 1.7$)



五、解答题：共 2 个题，每题 10 分，共 20 分

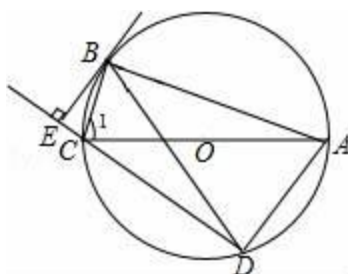
20. 我市开展“美丽自宫，创卫同行”活动，某校倡议学生利用双休日在“花海”参加义务劳动，为了解同学们劳动情况，学校随机调查了部分同学的劳动时间，并用得到的数据绘制了不完整的统计图，根据图中信息回答下列问题：

- (1) 将条形统计图补充完整；
- (2) 扇形图中的“1.5 小时”部分圆心角是多少度？
- (3) 求抽查的学生劳动时间的众数、中位数.



21. 如图， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆， AC 为直径，弦 $BD=BA$ ， $BE \perp DC$ 交 DC 的延长线于点 E .

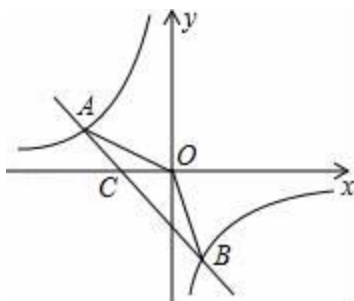
- (1) 求证： $\angle 1 = \angle BAD$ ；
- (2) 求证： BE 是 $\odot O$ 的切线.



六、解答题：本题 12 分

22. 如图，已知 $A(-4, n)$ ， $B(2, -4)$ 是一次函数 $y=kx+b$ 和反比例函数 $y=\frac{\pi}{x}$ 的图象的两个交点.

- (1) 求一次函数和反比例函数的解析式；
- (2) 观察图象，直接写出方程 $kx+b-\frac{\pi}{x}=0$ 的解；
- (3) 求 $\triangle AOB$ 的面积；
- (4) 观察图象，直接写出不等式 $kx+b-\frac{\pi}{x}<0$ 的解集.



七、解答题

23. 已知矩形 $ABCD$ 的一条边 $AD=8$ ，将矩形 $ABCD$ 折叠，使得顶点 B 落在 CD 边上的 P 点处

(I) 如图 1，已知折痕与边 BC 交于点 O ，连接 AP 、 OP 、 OA 。若 $\triangle OCP$ 与 $\triangle PDA$ 的面积比为 $1:4$ ，求边 CD 的长。

(II) 如图 2，在 (I) 的条件下，擦去折痕 AO 、线段 OP ，连接 BP 。动点 M 在线段 AP 上 (点 M 与点 P 、 A 不重合)，动点 N 在线段 AB 的延长线上，且 $BN=PM$ ，连接 MN 交 PB 于点 F ，作 $ME \perp BP$ 于点 E 。试问当动点 M 、 N 在移动的过程中，线段 EF 的长度是否发生变化？若变化，说明变化规律。若不变，求出线段 EF 的长度。

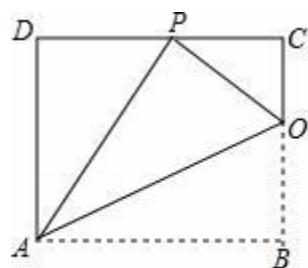


图1

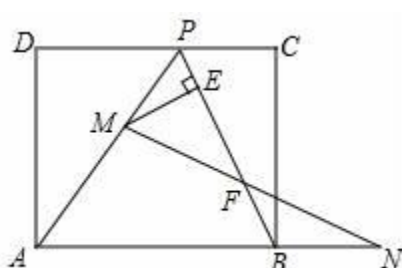


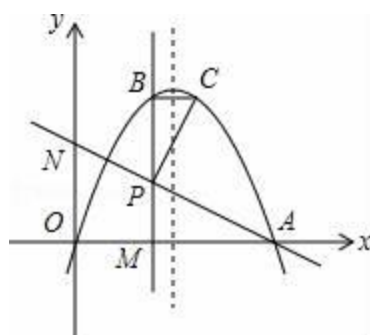
图2

八、解答题

24. 抛物线 $y = -x^2 + 4ax + b$ ($a > 0$) 与 x 轴相交于 O 、 A 两点 (其中 O 为坐标原点), 过点 $P(2, 2a)$ 作直线 $PM \perp x$ 轴于点 M , 交抛物线于点 B , 点 B 关于抛物线对称轴的对称点为 C (其中 B 、 C 不重合), 连接 AP 交 y 轴于点 N , 连接 BC 和 PC .

(1) $a = \frac{3}{2}$ 时, 求抛物线的解析式和 BC 的长;

(2) 如图 $a > 1$ 时, 若 $AP \perp PC$, 求 a 的值.



2016 年四川省自贡市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本题共 10 个小题，每小题 4 分，共 4 分

1. 计算 $1 - (-1)$ 的结果是 ()

A. 2 B. 1 C. 0 D. -2

【考点】有理数的减法.

【分析】根据减去一个数等于加上这个数的相反数进行计算即可得解.

【解答】解： $1 - (-1)$,

$=1+1$,

$=2$.

故选 A.

【点评】本题考查了有理数的减法, 熟记减去一个数等于加上这个数的相反数是解题的关键.

2. 将 0.00025 用科学记数法表示为 ()

A. 2.5×10^4 B. 0.25×10^{-4} C. 2.5×10^{-4} D. 25×10^{-5}

【考点】科学记数法—表示较小的数.

【分析】根据用科学记数法表示较小的数的方法解答即可.

【解答】解： $0.00025=2.5 \times 10^{-4}$,

故选： C.

【点评】本题考查的是用科学记数法表示较小的数, 一般形式为 $a \times 10^{-n}$, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

3. 下列根式中, 不是最简二次根式的是 ()

A. $\sqrt{10}$ B. $\sqrt{8}$ C. $\sqrt{6}$ D. $\sqrt{2}$

【考点】最简二次根式.

【分析】判定一个二次根式是不是最简二次根式的方法，就是逐个检查最简二次根式中的两个条件（被开方数不含分母，也不含能开的尽方的因数或因式），是否同时满足，同时满足的就是最简二次根式，否则就不是.

【解答】解：因为 $\sqrt{8} = \sqrt{2 \times 2^2} = 2\sqrt{2}$ ，因此 $\sqrt{8}$ 不是最简二次根式.

故选 B.

【点评】规律总结：满足下列两个条件的二次根式，叫做最简二次根式.

- (1) 被开方数不含分母;
- (2) 被开方数中不含能开得尽方的因数或因式.

4. 把 $a^2 - 4a$ 多项式分解因式，结果正确的是 ()

- A. $a(a-4)$ B. $(a+2)(a-2)$ C. $a(a+2)(a-2)$ D. $(a-2)^2 - 4$

【考点】因式分解-提公因式法.

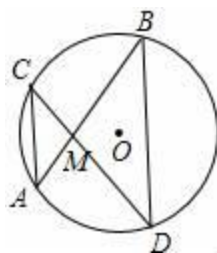
【分析】直接提取公因式 a 即可.

【解答】解： $a^2 - 4a = a(a-4)$ ，

故选：A.

【点评】此题主要考查了提公因式法分解因式，关键是掌握找公因式的方法：当各项系数都是整数时，公因式的系数应取各项系数的最大公约数；字母取各项的相同的字母，而且各字母的指数取次数最低的；取相同的多项式，多项式的次数取最低的.

5. 如图， $\odot O$ 中，弦 AB 与 CD 交于点 M ， $\angle A = 45^\circ$ ， $\angle AMD = 75^\circ$ ，则 $\angle B$ 的度数是 ()



- A. 15° B. 25° C. 30° D. 75°

【考点】圆周角定理；三角形的外角性质.

【分析】由三角形外角定理求得 $\angle C$ 的度数，再由圆周角定理可求 $\angle B$ 的度数.

【解答】解： $\because \angle A = 45^\circ$ ， $\angle AMD = 75^\circ$ ，

$\therefore \angle C = \angle AMD - \angle A = 75^\circ - 45^\circ = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle B = \angle C = 30^\circ$,

故选 C.

【点评】 本题主要考查了三角形的外角定理，圆周角定理，熟记圆周角定理是解题的关键.

6. 若 $\sqrt{a-1} + b^2 - 4b + 4 = 0$, 则 ab 的值等于 ()

A. -2 B. 0 C. 1 D. 2

【考点】 非负数的性质：算术平方根；非负数的性质：偶次方.

【分析】 根据非负数的和为零，可得 a 、 b 的值，根据有理数的乘法，可得答案.

【解答】 解：由 $\sqrt{a-1} + b^2 - 4b + 4 = 0$, 得

$a - 1 = 0$, $b - 2 = 0$.

解得 $a = 1$, $b = 2$.

$ab = 2$.

故选：D.

【点评】 本题考查了非负数的性质，利用非负数的和为零得出 a 、 b 的值是解题关键.

7. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x - (m - 2) = 0$ 有实数根，则 m 的取值范围是 ()

A. $m > 1$ B. $m < 1$ C. $m \geq 1$ D. $m \leq 1$

【考点】 根的判别式.

【专题】 探究型.

【分析】 根据关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x - (m - 2) = 0$ 有实数根，可知 $\Delta \geq 0$ ，从而可以求得 m 的取值范围.

【解答】 解： $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x - (m - 2) = 0$ 有实数根，

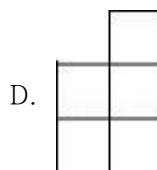
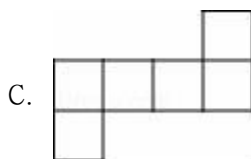
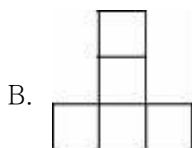
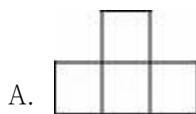
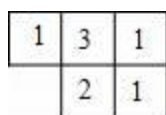
$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \times 1 \times [-(m - 2)] \geq 0$,

解得 $m \geq 1$,

故选 C.

【点评】 本题考查根的判别式，解题的关键是明确当一元二次方程有实数根时， $\Delta \geq 0$.

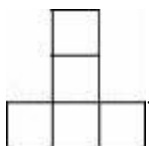
8. 如图是几何体的俯视图，所表示数字为该位置小正方体的个数，则该几何体的正视图是 ()



【考点】 由三视图判断几何体；简单组合体的三视图.

【分析】 根据俯视图中每列正方形的个数，再画出从正面看得到的图形即可.

【解答】 解：主视图，如图所示：



故选：B.

【点评】 此题主要考查了画几何体的三视图；用到的知识点为：主视图是从物体的正面看得到的图形；看到的正方体的个数为该方向最多的正方体的个数.

9. 圆锥的底面半径为 4cm，高为 5cm，则它的表面积为（ ）

- A. $12\pi\text{cm}^2$ B. $26\pi\text{cm}^2$ C. $\sqrt{41}\pi\text{cm}^2$ D. $(4\sqrt{41}+16)\pi\text{cm}^2$

【考点】 圆锥的计算.

【专题】 压轴题.

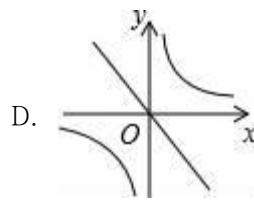
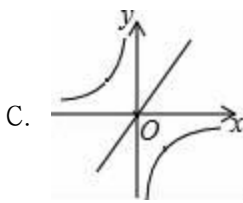
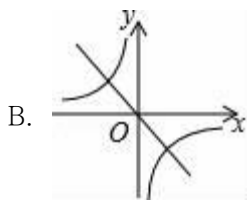
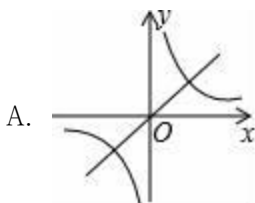
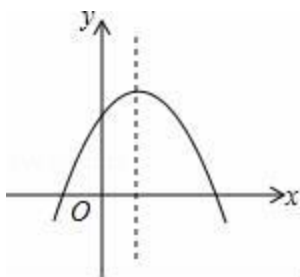
【分析】 利用勾股定理求得圆锥的母线长，则圆锥表面积=底面积+侧面积= $\pi \times \text{底面半径}^2 + \text{底面周长} \times \text{母线长} \div 2$.

【解答】 解：底面半径为 4cm，则底面周长= $8\pi\text{cm}$ ，底面面积= $16\pi\text{cm}^2$ ；由勾股定理得，
母线长= $\sqrt{41}\text{cm}$ ，

圆锥的侧面面积= $\frac{1}{2} \times 8\pi \times \sqrt{41} = 4\sqrt{41}\pi\text{cm}^2$ ， $\therefore$ 它的表面积= $16\pi + 4\sqrt{41}\pi = (4\sqrt{41} + 16)\pi\text{cm}^2$ ，故选 D.

【点评】 本题利用了勾股定理，圆的周长公式和扇形面积公式求解.

10. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图，反比例函数 $y=\frac{a}{x}$ 与正比例函数 $y=bx$ 在同一坐标系内的大致图象是（ ）



【考点】 二次函数的性质；正比例函数的图象；反比例函数的图象.

【分析】 根据函数图象的开口方向，对称轴，可得 a 、 b 的值，根据 a 、 b 的值，可得相应的函数图象.

【解答】 解：由 $y=ax^2+bx+c$ 的图象开口向下，得 $a < 0$.

由图象，得 $-\frac{b}{2a} > 0$.

由不等式的性质，得 $b > 0$.

$a < 0$ ， $y=\frac{a}{x}$ 图象位于二四象限，

$b > 0$ ， $y=bx$ 图象位于一三象限，

故选：C.

【点评】 本题考查了二次函数的性质，利用函数图象的开口方向，对称轴得出 a 、 b 的值是解题关键.

二、填空题： 共 5 个小题，每小题 4 分，共 20 分

11. 若代数式 $\frac{\sqrt{x-1}}{x}$ 有意义，则 x 的取值范围是 $x \geq 1$.

【考点】 二次根式有意义的条件；分式有意义的条件.

【分析】 根据被开方数大于等于 0，分母不等于 0 列式计算即可得解.

【解答】 解：由题意得， $x-1 \geq 0$ 且 $x \neq 0$ ，

解得 $x \geq 1$ 且 $x \neq 0$ ，

所以， $x \geq 1$.

故答案为： $x \geq 1$.

【点评】 本题考查的知识点为：分式有意义，分母不为 0；二次根式的被开方数是非负数.

12. 若 n 边形内角和为 900° ，则边数 $n = \underline{7}$.

【考点】多边形内角与外角.

【分析】由 n 边形的内角和为： $180^\circ (n - 2)$ ，即可得方程 $180 (n - 2) = 900$ ，解此方程即可求得答案.

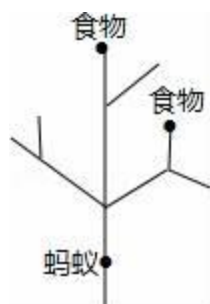
【解答】解：根据题意得： $180 (n - 2) = 900$,

解得： $n = 7$.

故答案为：7.

【点评】此题考查了多边形内角和公式. 此题比较简单，注意方程思想的应用是解此题的关键.

13. 一只昆虫在如图所示的树枝上寻觅食物，假定昆虫在每个岔路口都会随机选择一条路径，则它获取食物的概率是 $\underline{\frac{1}{3}}$.



【考点】列表法与树状图法.

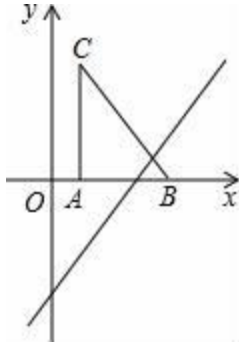
【分析】根据树状图判断出蚂蚁一共有多少种路可以选择，有几种可能可以获取食物即可解决问题.

【解答】解：根据树状图，蚂蚁获取食物的概率是 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

故答案为 $\frac{1}{3}$.

【点评】本题考查树状图、概率等知识，记住概率的定义是解决问题的关键，考虑问题要全面，属于中考常考题型.

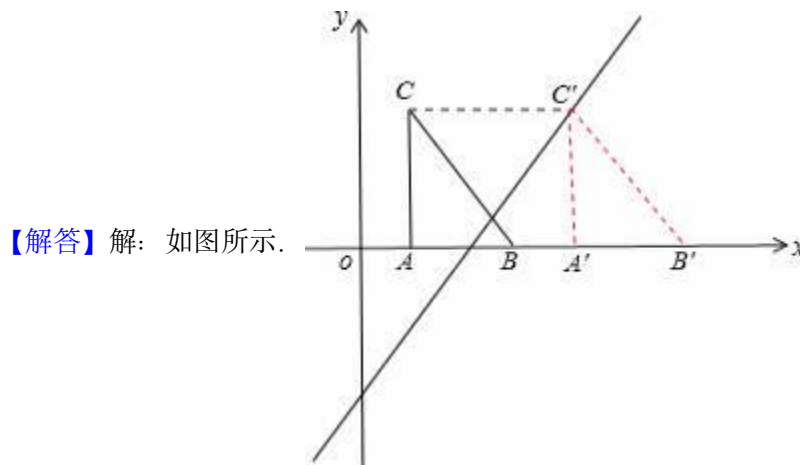
14. 如图，把 $\text{Rt}\triangle ABC$ 放在直角坐标系内，其中 $\angle CAB=90^\circ$ ， $BC=5$ ，点 A、B 的坐标分别为 $(1, 0)$ 、 $(4, 0)$ ，将 $\triangle ABC$ 沿 x 轴向右平移，当点 C 落在直线 $y=2x-6$ 上时，线段 BC 扫过的面积为 16 cm^2 。



【考点】 一次函数综合题.

【专题】 压轴题.

【分析】 根据题意，线段 BC 扫过的面积应为一平行四边形的面积，其高是 AC 的长，底是点 C 平移的路程. 求当点 C 落在直线 $y=2x-6$ 上时的横坐标即可.



【解答】 解：如图所示.

$\because$ 点 A、B 的坐标分别为 $(1, 0)$ 、 $(4, 0)$ ，

$\therefore AB=3$.

$\because \angle CAB=90^\circ$ ， $BC=5$ ，

$\therefore AC=4$.

$\therefore A'C'=4$.

$\because$ 点 C' 在直线 $y=2x-6$ 上，

$\therefore 2x-6=4$ ，解得 $x=5$.

即 $OA'=5$.

$\therefore CC'=5-1=4$.

$$\therefore S_{\square BCC'B'} = 4 \times 4 = 16 \quad (\text{cm}^2).$$

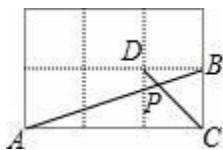
即线段 BC 扫过的面积为 16cm^2 .

故答案为 16.

【点评】 此题考查平移的性质及一次函数的综合应用，难度中等.

15. 如图，在边长相同的小正方形网格中，点 A、B、C、D 都在这些小正方形的顶点上，

AB、CD 相交于点 P，则 $\frac{AP}{PB}$ 的值 = 3， $\tan \angle APD$ 的值 = 2.



【考点】 锐角三角函数的定义；相似三角形的判定与性质.

【专题】 网格型.

【分析】 首先连接 BE，由题意易得 $BF=CF$ ， $\triangle ACP \sim \triangle BDP$ ，然后由相似三角形的对应边成比例，易得 $DP:CP=1:3$ ，即可得 $PF:CF=PF:BF=1:2$ ，在 $\text{Rt}\triangle PBF$ 中，即可求得 $\tan \angle BPF$ 的值，继而求得答案.

【解答】 解： $\because$ 四边形 BCED 是正方形，

$$\therefore DB \parallel AC,$$

$$\therefore \triangle DBP \sim \triangle CAP,$$

$$\therefore \frac{AP}{PB} = \frac{AC}{DB} = 3,$$

连接 BE，

$\because$ 四边形 BCED 是正方形，

$$\therefore DF=CF=\frac{1}{2}CD, \quad BF=\frac{1}{2}BE, \quad CD=BE, \quad BE \perp CD,$$

$$\therefore BF=CF,$$

根据题意得： $AC \parallel BD$ ，

$$\therefore \triangle ACP \sim \triangle BDP,$$

$$\therefore DP:CP=BD:AC=1:3,$$

$$\therefore DP:DF=1:2,$$

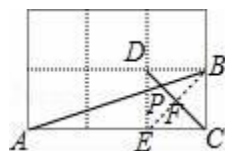
$$\therefore DP=PF=\frac{1}{2}CF=\frac{1}{2}BF,$$

在 $\text{Rt}\triangle PBF$ 中, $\tan \angle BPF = \frac{BF}{PF} = 2$,

$\therefore \angle APD = \angle BPF$,

$\therefore \tan \angle APD = 2$,

故答案为: 3, 2.



【点评】 此题考查了相似三角形的判定与性质与三角函数的定义. 此题难度适中, 解题的关键准确作出辅助线, 注意转化思想与数形结合思想的应用.

三、解答题: 共 2 个题, 每小题 8 分, 共 16 分

16. 计算: $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + (\sin 60^\circ - 1)^0 - 2\cos 30^\circ + |\sqrt{3} - 1|$

【考点】 实数的运算; 零指数幂; 负整数指数幂; 特殊角的三角函数值.

【分析】 根据负整数指数幂, 零指数幂, 特殊角的三角函数值, 绝对值的定义化简即可.

【解答】 解: 原式 $= 2 + 1 - \sqrt{3} + \sqrt{3} - 1$

$= 2$.

【点评】 本题考查负整数指数幂、零指数幂、特殊角的三角函数值、绝对值等知识, 熟练掌握这些知识是解决问题的关键, 记住 $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$ ($a \neq 0$), $a^0 = 1$ ($a \neq 0$), $|a| = \begin{cases} a & (a > 0) \\ 0 & (a = 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$,

属于中考常考题型.

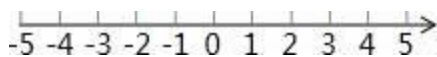
17. 解不等式组 $\begin{cases} x - 1 < 2 & \text{①} \\ 2x + 3 \geq x - 1 & \text{②} \end{cases}$. 请结合题意填空, 完成本题的解答.

(1) 解不等式①, 得: $x < 3$;

(2) 解不等式②, 得: $x \geq 2$;

(3) 把不等式①和②的解集在数轴上表示出来;

(4) 不等式组的解集为: $2 \leq x < 3$.



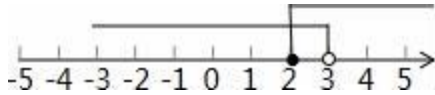
【考点】解一元一次不等式组；在数轴上表示不等式的解集.

【分析】分别求出各不等式的解集，再求出其公共解集，并在数轴上表示出来即可.

【解答】解：（1）不等式①，得 $x < 3$ ；

（2）不等式②，得 $x \geq 2$ ；

（3）把不等式①和②的解集在数轴上表示出来，



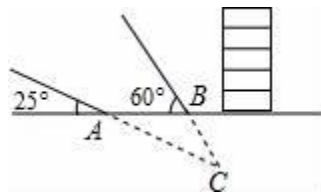
4) 原不等式组的解集为 $2 \leq x < 3$.

故答案分别为： $x < 3$ ， $x \geq 2$ ， $2 \leq x < 3$.

【点评】本题考查的是解一元一次不等式组，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

四、解答题：共 2 个体，每小题 8 分，共 16 分

18. 某校为了丰富大家的业余生活，组织了一次工会活动，准备一次性购买若干钢笔和笔记本（2016•自贡）某国发生 8.1 级强烈地震，我国积极组织抢险队赴地震灾区参与抢险工作，如图，某探测对在地面 A、B 两处均探测出建筑物下方 C 处由生命迹象，已知探测线与地面的夹角分别是 25° 和 60° ，且 $AB=4$ 米，求该生命迹象所在位置 C 的深度。（结果精确到 1 米，参考数据： $\sin 25^\circ \approx 0.4$ ， $\cos 25^\circ \approx 0.9$ ， $\tan 25^\circ \approx 0.5$ ， $\sqrt{3} \approx 1.7$ ）



【考点】解直角三角形的应用.

【分析】过 C 点作 AB 的垂线交 AB 的延长线于点 D，通过解 $\text{Rt}\triangle ADC$ 得到 $AD=2CD=2x$ ，在 $\text{Rt}\triangle BDC$ 中利用锐角三角函数的定义即可求出 CD 的值.

【解答】解：作 $CD \perp AB$ 交 AB 延长线于 D，

设 $CD=x$ 米.

在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中， $\angle DAC=25^\circ$ ，

所以 $\tan 25^\circ = \frac{CD}{AD} = 0.5$,

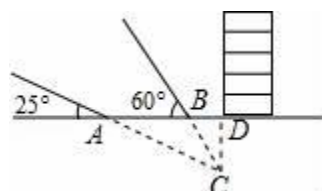
所以 $AD = \frac{CD}{0.5} = 2x$.

Rt△BDC 中, $\angle DBC = 60^\circ$,

$$\text{由 } \tan 60^\circ = \frac{x}{2x-4} = \sqrt{3},$$

解得: $x \approx 3$.

即生命迹象所在位置 C 的深度约为 3 米.

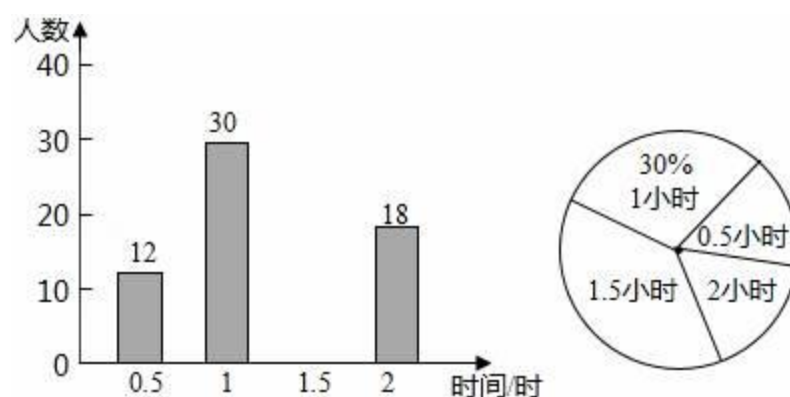


【点评】 本题考查的是解直角三角形的应用, 根据题意作出辅助线, 构造出直角三角形是解答此题的关键.

五、解答题: 共 2 个题, 每题 10 分, 共 20 分

20. 我市开展“美丽自宫, 创卫同行”活动, 某校倡议学生利用双休日在“花海”参加义务劳动, 为了解同学们劳动情况, 学校随机调查了部分同学的劳动时间, 并用得到的数据绘制了不完整的统计图, 根据图中信息回答下列问题:

- (1) 将条形统计图补充完整;
- (2) 扇形图中的“1.5 小时”部分圆心角是多少度?
- (3) 求抽查的学生劳动时间的众数、中位数.



【考点】 众数; 扇形统计图; 条形统计图; 中位数.

【专题】 计算题; 数据的收集与整理.

【分析】 (1) 根据学生劳动“1 小时”的人数除以占的百分比, 求出总人数,

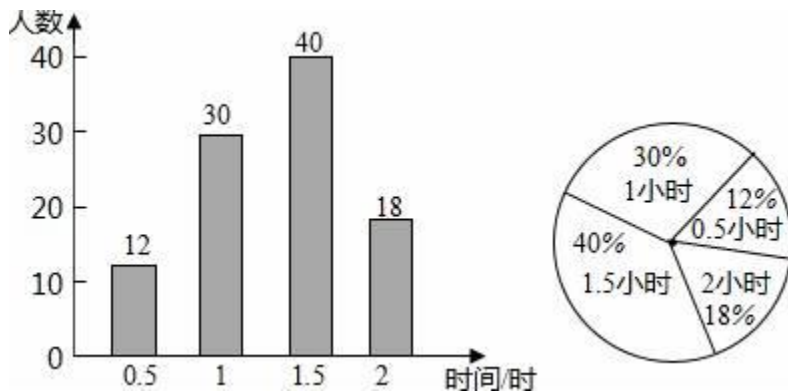
(2) 进而求出劳动“1.5 小时”的人数, 以及占的百分比, 乘以 360 即可得到结果;

(3) 根据统计图中的数据确定出学生劳动时间的众数与中位数即可.

【解答】解: (1) 根据题意得: $30 \div 30\% = 100$ (人),

$\therefore$ 学生劳动时间为“1.5 小时”的人数为 $100 - (12 + 30 + 18) = 40$ (人),

补全统计图, 如图所示:



(2) 根据题意得: $40\% \times 360^\circ = 144^\circ$,

则扇形图中的“1.5 小时”部分圆心角是 144° ;

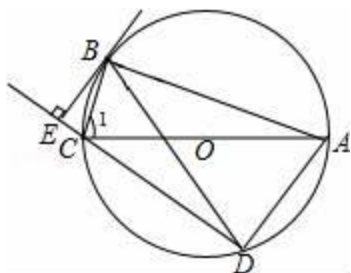
(3) 根据题意得: 抽查的学生劳动时间的众数为 1.5 小时、中位数为 1.5 小时.

【点评】此题考查了众数, 扇形统计图, 条形统计图, 以及中位数, 弄清题中的数据是解本题的关键.

21. 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, AC 为直径, 弦 $BD=BA$, $BE \perp DC$ 交 DC 的延长线于点 E .

(1) 求证: $\angle 1 = \angle BAD$;

(2) 求证: BE 是 $\odot O$ 的切线.



【考点】三角形的外接圆与外心; 圆周角定理; 切线的判定.

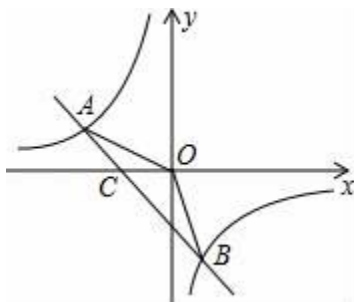
【分析】(1) 根据等腰三角形的性质和圆周角定理得出即可;

(2) 连接 BO , 求出 $OB \parallel DE$, 推出 $EB \perp OB$, 根据切线的判定得出即可;

【解答】证明: (1) $\because BD=BA$,

(3) 求 $\triangle AOB$ 的面积;

(4) 观察图象, 直接写出不等式 $kx+b - \frac{\pi}{x} < 0$ 的解集.



【考点】 反比例函数与一次函数的交点问题; 反比例函数的性质.

【分析】 (1) 把 $B(2, -4)$ 代入反比例函数 $y = \frac{\pi}{x}$ 得出 m 的值, 再把 $A(-4, n)$ 代入一次函数的解析式 $y = kx + b$, 运用待定系数法分别求其解析式;

(2) 经过观察可发现所求方程的解应为所给函数的两个交点的横坐标;

(3) 先求出直线 $y = -x - 2$ 与 x 轴交点 C 的坐标, 然后利用 $S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOC} + S_{\triangle BOC}$ 进行计算;

(4) 观察函数图象得到当 $x < -4$ 或 $0 < x < 2$ 时, 一次函数的图象在反比例函数图象上方, 即使 $kx + b - \frac{\pi}{x} < 0$.

【解答】 解: (1) $\because B(2, -4)$ 在 $y = \frac{\pi}{x}$ 上,

$$\therefore m = -8.$$

$$\therefore \text{反比例函数的解析式为 } y = -\frac{8}{x}.$$

$$\because \text{点 } A(-4, n) \text{ 在 } y = -\frac{8}{x} \text{ 上,}$$

$$\therefore n = 2.$$

$$\therefore A(-4, 2).$$

$$\because y = kx + b \text{ 经过 } A(-4, 2), B(2, -4),$$

$$\therefore \begin{cases} -4k + b = 2 \\ 2k + b = -4 \end{cases}.$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = -1 \\ b = -2 \end{cases}.$$

$$\therefore \text{一次函数的解析式为 } y = -x - 2.$$

(2) : $\because A(-4, n)$, $B(2, -4)$ 是一次函数 $y=kx+b$ 的图象和反比例函数 $y=\frac{\pi}{x}$ 的图象的两个交点,

$\therefore$ 方程 $kx+b-\frac{\pi}{x}=0$ 的解是 $x_1=-4$, $x_2=2$.

(3) $\because$ 当 $x=0$ 时, $y=-2$.

$\therefore$ 点 $C(0, -2)$.

$\therefore OC=2$.

$\therefore S_{\triangle AOB}=S_{\triangle ACO}+S_{\triangle BCO}=\frac{1}{2}\times 2\times 4+\frac{1}{2}\times 2\times 2=6$;

(4) 不等式 $kx+b-\frac{\pi}{x}<0$ 的解集为 $-4<x<0$ 或 $x>2$.

【点评】 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题: 反比例函数与一次函数的交点坐标满足两函数的解析式. 也考查了观察函数图象的能力以及用待定系数法确定一次函数的解析式.

七、解答题

23. 已知矩形 $ABCD$ 的一条边 $AD=8$, 将矩形 $ABCD$ 折叠, 使得顶点 B 落在 CD 边上的 P 点处

(I) 如图 1, 已知折痕与边 BC 交于点 O , 连接 AP 、 OP 、 OA . 若 $\triangle OCP$ 与 $\triangle PDA$ 的面积比为 $1:4$, 求边 CD 的长.

(II) 如图 2, 在 (I) 的条件下, 擦去折痕 AO 、线段 OP , 连接 BP . 动点 M 在线段 AP 上 (点 M 与点 P 、 A 不重合), 动点 N 在线段 AB 的延长线上, 且 $BN=PM$, 连接 MN 交 PB 于点 F , 作 $ME\perp BP$ 于点 E . 试问当动点 M 、 N 在移动的过程中, 线段 EF 的长度是否发生变化? 若变化, 说明变化规律. 若不变, 求出线段 EF 的长度.

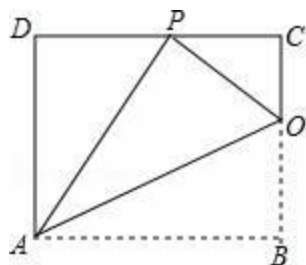


图1

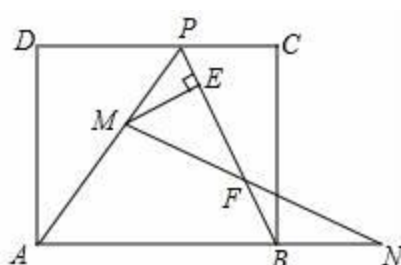


图2

【考点】几何变换综合题.

【分析】(1) 先证出 $\angle C = \angle D = 90^\circ$, 再根据 $\angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$, $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$, 得出 $\angle 2 = \angle 3$, 即可证出 $\triangle OCP \sim \triangle PDA$;

根据 $\triangle OCP$ 与 $\triangle PDA$ 的面积比为 $1:4$, 得出 $CP = \frac{1}{2}AD = 4$, 设 $OP = x$, 则 $CO = 8 - x$, 由勾股定理得 $x^2 = (8 - x)^2 + 4^2$, 求出 x , 最后根据 $AB = 2OP$ 即可求出边 AB 的长;

(2) 作 $MQ \parallel AN$, 交 PB 于点 Q , 求出 $MP = MQ$, $BN = QM$, 得出 $MP = MQ$, 根据 $ME \perp PQ$, 得出 $EQ = \frac{1}{2}PQ$, 根据 $\angle QMF = \angle BNF$, 证出 $\triangle MFQ \cong \triangle NFB$, 得出 $QF = \frac{1}{2}QB$,

再求出 $EF = \frac{1}{2}PB$, 由 (1) 中的结论求出 $PB = \sqrt{8^2 + 4^2} = 4\sqrt{5}$, 最后代入 $EF = \frac{1}{2}PB$ 即可得出线段 EF 的长度不变

【解答】解: (1) 如图 1, $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore \angle C = \angle D = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ,$$

$$\because \text{由折叠可得 } \angle APO = \angle B = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 3,$$

$$\text{又 } \because \angle D = \angle C,$$

$$\therefore \triangle OCP \sim \triangle PDA;$$

$$\because \triangle OCP \text{ 与 } \triangle PDA \text{ 的面积比为 } 1:4,$$

$$\therefore \frac{OP}{PA} = \frac{CP}{DA} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore CP = \frac{1}{2}AD = 4,$$

$$\text{设 } OP = x, \text{ 则 } CO = 8 - x,$$

$$\text{在 Rt}\triangle PCO \text{ 中, } \angle C = 90^\circ,$$

$$\text{由勾股定理得 } x^2 = (8 - x)^2 + 4^2,$$

$$\text{解得: } x = 5,$$

$$\therefore AB = AP = 2OP = 10,$$

$$\therefore \text{边 } CD \text{ 的长为 } 10;$$

(2) 作 $MQ \parallel AN$, 交 PB 于点 Q , 如图 2,

$$\because AP = AB, MQ \parallel AN,$$

$$\therefore \angle APB = \angle ABP = \angle MQP.$$

$$\therefore MP = MQ,$$

$$\therefore BN = PM,$$

$$\therefore BN = QM.$$

$$\therefore MP = MQ, ME \perp PQ,$$

$$\therefore EQ = \frac{1}{2}PQ.$$

$$\therefore MQ \parallel AN,$$

$$\therefore \angle QMF = \angle BNF,$$

在 $\triangle MFQ$ 和 $\triangle NFB$ 中,

$$\begin{cases} \angle QFM = \angle NFB \\ \angle QMF = \angle BNF, \\ MQ = BN \end{cases}$$

$$\therefore \triangle MFQ \cong \triangle NFB \text{ (AAS)}.$$

$$\therefore QF = \frac{1}{2}QB,$$

$$\therefore EF = EQ + QF = \frac{1}{2}PQ + \frac{1}{2}QB = \frac{1}{2}PB,$$

由 (1) 中的结论可得: $PC=4$, $BC=8$, $\angle C=90^\circ$,

$$\therefore PB = \sqrt{8^2 + 4^2} = 4\sqrt{5},$$

$$\therefore EF = \frac{1}{2}PB = 2\sqrt{5},$$

$\therefore$ 在 (1) 的条件下, 当点 M 、 N 在移动过程中, 线段 EF 的长度不变, 它的长度为 $2\sqrt{5}$.

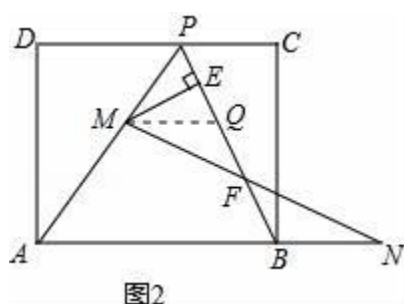


图2

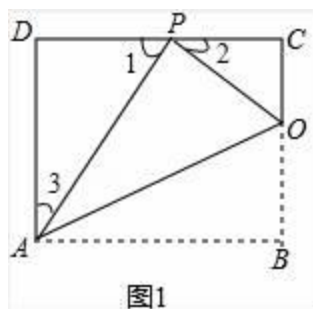


图1

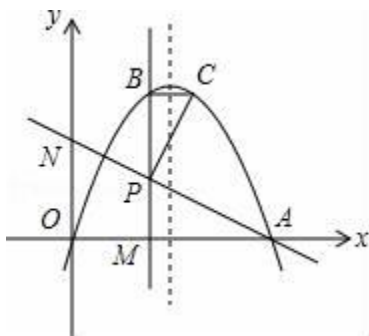
【点评】此题考查了相似形综合，用到的知识点是相似三角形的判定与性质、全等三角形的判定与性质、勾股定理、等腰三角形的性质，关键是做出辅助线，找出全等和相似的三角形.

八、解答题

24. 抛物线 $y = -x^2 + 4ax + b$ ($a > 0$) 与 x 轴相交于 O 、 A 两点 (其中 O 为坐标原点)，过点 $P(2, 2a)$ 作直线 $PM \perp x$ 轴于点 M ，交抛物线于点 B ，点 B 关于抛物线对称轴的对称点为 C (其中 B 、 C 不重合)，连接 AP 交 y 轴于点 N ，连接 BC 和 PC .

(1) $a = \frac{3}{2}$ 时，求抛物线的解析式和 BC 的长；

(2) 如图 $a > 1$ 时，若 $AP \perp PC$ ，求 a 的值.



【考点】二次函数的性质；轴对称的性质.

【分析】 (1) 根据抛物线经过原点 $b=0$ ，把 $a = \frac{3}{2}$ 、 $b=0$ 代入抛物线解析式，即可求出抛物线解析式，再求出 B 、 C 坐标，即可求出 BC 长.

(2) 利用 $\triangle PCB \sim \triangle APM$ ，得 $\frac{PB}{AM} = \frac{BC}{PM}$ ，列出方程即可解决问题.

【解答】 解：(1) $\because$ 抛物线 $y = -x^2 + 4ax + b$ ($a > 0$) 经过原点 O ，

$$\therefore b=0,$$

$$\therefore a = \frac{3}{2},$$

$$\therefore \text{抛物线解析式为 } y = -x^2 + 6x,$$

$$\therefore x=2 \text{ 时, } y=8,$$

∴ 点 B 坐标 (2, 8) ,

∵ 对称轴 $x=3$, B、C 关于对称轴对称,

∴ 点 C 坐标 (4, 8) ,

∴ $BC=2$.

(2) ∵ $AP \perp PC$,

∴ $\angle APC=90^\circ$,

∴ $\angle CPB + \angle APM = 90^\circ$, $\angle APM + \angle PAM = 90^\circ$,

∴ $\angle CPB = \angle PAM$,

∴ $\angle PBC = \angle PMA = 90^\circ$,

∴ $\triangle PCB \sim \triangle APM$,

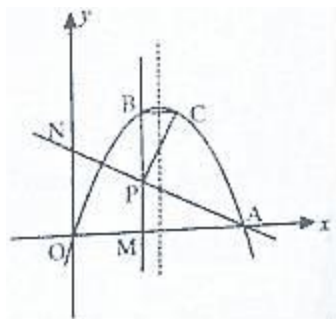
$$\therefore \frac{PB}{AM} = \frac{BC}{PM},$$

$$\therefore \frac{6a-4}{4a-2} = \frac{4a-4}{2a},$$

整理得 $a^2 - 4a + 2 = 0$, 解得 $a = 2 \pm \sqrt{6}$,

∵ $a > 0$,

∴ $a = 2 + \sqrt{6}$.



【点评】 本题考查二次函数性质、相似三角形的判定和性质、待定系数法等知识，解题的关键是利用相似三角形性质列出方程解决问题，学会转化的思想，属于中考常考题型.