

2016 年四川省甘孜州中考数学试卷

一、选择题：每小题 4 分，共 40 分

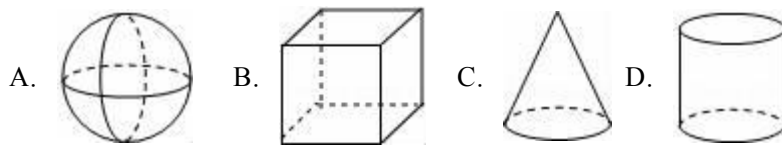
1. -3 的绝对值是 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. 3 D. -3

2. 使分式 $\frac{1}{x-1}$ 有意义的 x 的取值范围是 ()

- A. $x \neq 1$ B. $x \neq -1$ C. $x < 1$ D. $x > 1$

3. 下列立体图形中，俯视图是正方形的是 ()



4. 某自治州自然风光优美，每天吸引大量游客前来游览，经统计，某段时间内来该州风景区游览的人数约为 36000 人，用科学记数法表示 36000 为 ()

- A. 36×10^3 B. 0.36×10^6 C. 0.36×10^4 D. 3.6×10^4

5. 在直角坐标中，点 P (2, -3) 所在的象限是 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

6. 某学校足球兴趣小组的五名同学在一次射门训练中，射进球门的次数分别为：6, 7, 7,

8, 9. 这组数据的众数为 ()

- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

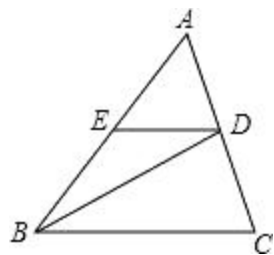
7. 下列计算正确的是 ()

- A. $4x - 3x = 1$ B. $x^2 + x^2 = 2x^4$ C. $(x^2)^3 = x^6$ D. $2x^2 \cdot x^3 = 2x^6$

8. 将 $y = x^2$ 向上平移 2 个单位后所得的抛物线的解析式为 ()

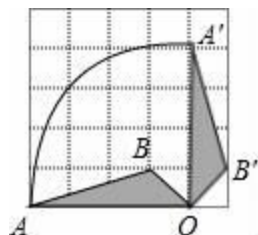
- A. $y = x^2 + 2$ B. $y = x^2 - 2$ C. $y = (x+2)^2$ D. $y = (x-2)^2$

9. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，BD 平分 $\angle ABC$ ，ED $\parallel$ BC，已知 $AB=3$ ， $AD=1$ ，则 $\triangle AED$ 的周长为 ()



- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

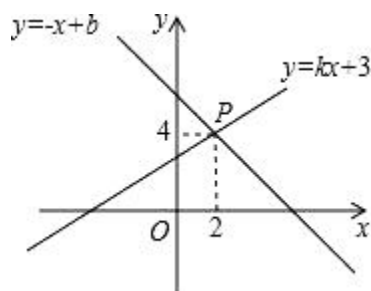
10. 如图, 在 5×5 的正方形网格中, 每个小正方形的边长都为 1, 若将 $\triangle AOB$ 绕点 O 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle A'OB'$, 则 A 点运动的路径 $\widehat{AA'}$ 的长为 ()



- A. π B. 2π C. 4π D. 8π

二、填空题: 每小题 4 分, 共 16 分

11. 分解因式: $a^2 - b^2 =$ _____.
12. 抛掷一枚质地均匀的硬币, 落地后正面朝上的概率是 _____.
13. 直角三角形斜边长是 5, 一直角边的长是 3, 则此直角三角形的面积为 _____.
14. 如图, 已知一次函数 $y=kx+3$ 和 $y=-x+b$ 的图象交于点 $P(2, 4)$, 则关于 x 的方程 $kx+3=-x+b$ 的解是 _____.



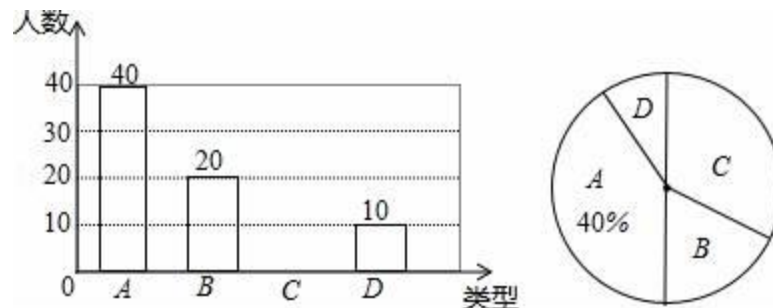
三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 44 分

15. (1) 计算: $\sqrt{8} + (1 - \sqrt{2})^0 - 4\cos 45^\circ$.

(2) 解方程组:
$$\begin{cases} x - y = 2, & \text{①} \\ x + 2y = 5. & \text{②} \end{cases}$$

16. 化简: $\frac{x+3}{x^2-9} + \frac{1}{x-3}$.

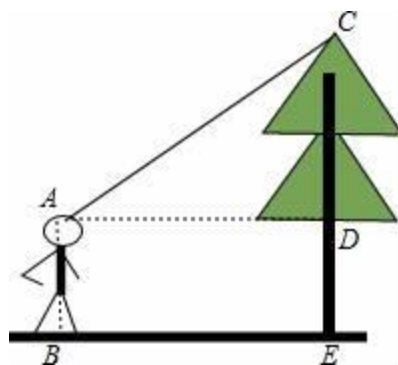
17. 某学校在落实国家“营养餐”工程中，选用了 A, B, C, D 种不同类型的套餐. 实行一段时间后，学校决定在全校范围内随机抽取部分学生对“你喜欢的套餐类型（必选且只选一种）”进行问卷调查，将调查情况整理后，绘制成如图所示的两个统计图.



请你根据以上信息解答下列问题:

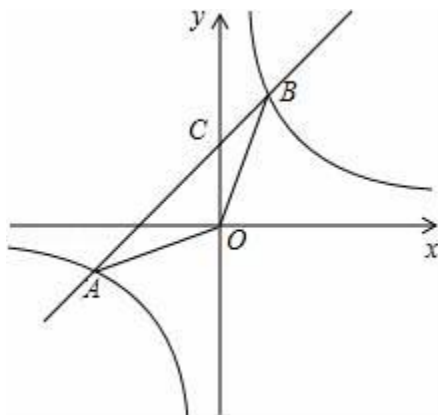
- (1) 在这次调查中，一共抽取了_____名学生;
- (2) 请补全条形统计图;
- (3) 如果全校有 1200 名学生，请你估计其中喜欢 D 套餐的学生的人数.

18. 如图，在一次测量活动中，小丽站在离树底部 E 处 5m 的 B 处仰望树顶 C，仰角为 30° ，已知小丽的眼睛离地面的距离 AB 为 1.65m，那么这棵树大约有多高？（结果精确到 0.1m，参考数据： $\sqrt{3} \approx 1.73$ ）



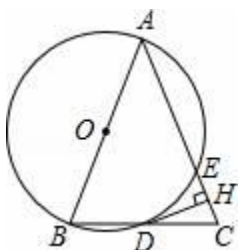
19. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y = -ax + b$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象相交于点 $A(-4, -2)$ ， $B(m, 4)$ ，与 y 轴相交于点 C 。

- (1) 求反比例函数和一次函数的表达式；
- (2) 求点 C 的坐标及 $\triangle AOB$ 的面积。



20. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，以 AB 为直径的 $\odot O$ 与边 BC ， AC 分别交于 D ， E 两点，过点 D 作 $DH \perp AC$ 于点 H 。

- (1) 判断 DH 与 $\odot O$ 的位置关系，并说明理由；
- (2) 求证： H 为 CE 的中点；
- (3) 若 $BC = 10$ ， $\cos C = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ，求 AE 的长。

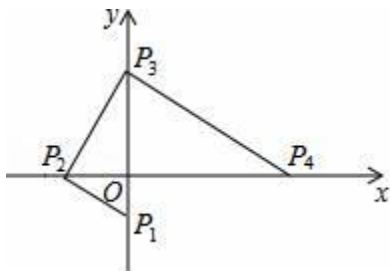


四、填空题：每小题 4 分，共 20 分

21. 若 $x^2 - 3x = 4$ ，则代数式 $2x^2 - 6x$ 的值为_____。

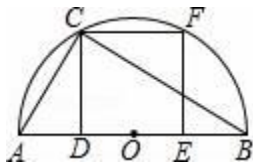
22. 在一个不透明的袋子中装有除颜色外其余均相同的 7 个小球，其中红球 2 个，黑球 5 个，若再放入 m 个一样的黑球并摇匀，此时，随机摸出一个球是黑球的概率等于 $\frac{4}{5}$ ，则 m 的值为_____。

23. 如图，点 P_1, P_2, P_3, P_4 均在坐标轴上，且 $P_1P_2 \perp P_2P_3, P_2P_3 \perp P_3P_4$ ，若点 P_1, P_2 的坐标分别为 $(0, -1), (-2, 0)$ ，则点 P_4 的坐标为_____.



24. 在平面直角坐标系 xOy 中， P 为反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ ($x > 0$) 的图象上的动点，则线段 OP 长度的最小值是_____.

25. 如图，正方形 $CDEF$ 的顶点 D, E 在半圆 O 的直径上，顶点 C, F 在半圆上，连接 AC, BC ，则 $\frac{BC}{AC} =$ _____.



五、解答题：本大题共 3 小题，共 30 分

26. 某学校计划组织 500 人参加社会实践活动，与某公交公司接洽后，得知该公司有 A, B 型两种客车，它们的载客量和租金如表所示：

	A 型客车	B 型客车
载客量 (人/辆)	45	28
租金 (元/辆)	400	250

经测算，租用 A, B 型客车共 13 辆较为合理，设租用 A 型客车 x 辆，根据要求回答下列问题：

(1) 用含 x 的代数式填写下表：

	车辆数 (辆)	载客量 (人)	租金 (元)
A 型客车	x	$45x$	$400x$
B 型客车	$13 - x$	_____	_____

(2) 采用怎样的租车方案可以使总的租车费用最低，最低为多少？

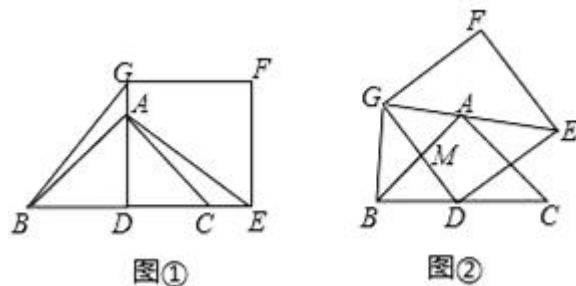
27. 如图①, AD 为等腰直角 $\triangle ABC$ 的高, 点 A 和点 C 分别在正方形 DEFG 的边 DG 和 DE 上, 连接 BG, AE.

(1) 求证: $BG=AE$;

(2) 将正方形 DEFG 绕点 D 旋转, 当线段 EG 经过点 A 时, (如图②所示)

①求证: $BG \perp CE$;

②设 DG 与 AB 交于点 M, 若 $AG: AE=3: 4$, 求 $\frac{GM}{MD}$ 的值.

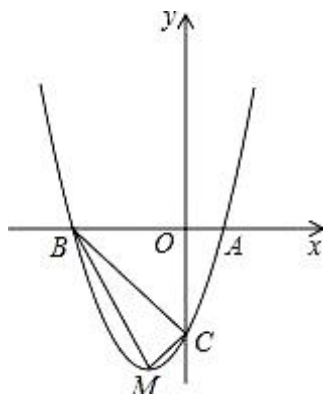


28. 如图, 顶点为 M 的抛物线 $y=a(x+1)^2-4$ 分别与 x 轴相交于点 A, B (点 A 在点 B 的右侧), 与 y 轴相交于点 C (0, -3) .

(1) 求抛物线的函数表达式;

(2) 判断 $\triangle BCM$ 是否为直角三角形, 并说明理由.

(3) 抛物线上是否存在点 N (点 N 与点 M 不重合), 使得以点 A, B, C, N 为顶点的四边形的面积与四边形 ABMC 的面积相等? 若存在, 求出点 N 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2016 年四川省甘孜州中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：每小题 4 分，共 40 分

1. -3 的绝对值是 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. 3 D. -3

【考点】绝对值.

【分析】根据绝对值的定义，即可解答.

【解答】解： $|-3|=3$,

故选：C.

【点评】本题考查了绝对值的定义，解决本题的关键是熟记负数的绝对值等于它的相反数.

2. 使分式 $\frac{1}{x-1}$ 有意义的 x 的取值范围是 ()

- A. $x \neq 1$ B. $x \neq -1$ C. $x < 1$ D. $x > 1$

【考点】分式有意义的条件.

【分析】先根据分式有意义的条件列出关于 x 的不等式，求出 x 的取值范围即可.

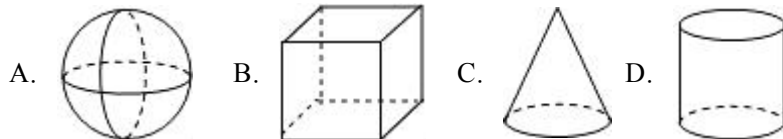
【解答】解： $\because$ 分式 $\frac{1}{x-1}$ 有意义，

$\therefore x-1 \neq 0$ ，解得 $x \neq 1$.

故选 A.

【点评】本题考查的是分式有意义的条件，熟知分式有意义的条件是分母不等于零是解答此题的关键.

3. 下列立体图形中，俯视图是正方形的是 ()



【考点】简单几何体的三视图.

【分析】根据从上面看得到的图形是俯视图，可得答案.

【解答】解：A、球的俯视图是圆，故本选项错误；

B、正方体的俯视图是正方形，故本选项正确；

C、圆锥的俯视图是圆，故本选项错误；

D、圆柱的俯视图是圆，故本选项错误.

故选 B.

【点评】 本题考查了简单几何体的三视图，从上面看得到的图形是俯视图.

4. 某自治州自然风光优美，每天吸引大量游客前来游览，经统计，某段时间内来该州风景区游览的人数约为 36000 人，用科学记数法表示 36000 为 ()

A. 36×10^3 B. 0.36×10^6 C. 0.36×10^4 D. 3.6×10^4

【考点】 科学记数法—表示较大的数.

【分析】 利用科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】 解：36000 用科学记数法表示为 3.6×10^4 .

故选：D.

【点评】 此题考查了科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

5. 在直角坐标中，点 P (2, -3) 所在的象限是 ()

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【考点】 点的坐标.

【专题】 探究型.

【分析】 根据平面直角坐标系内各象限内点的坐标符号特点，可以确定点 P 的位置，本题得以解决.

【解答】 解：∵ 在直角坐标中，点 P (2, -3) ,

∴ 点 P 在第四象限，

故选 D.

【点评】 本题考查点的坐标，解题的关键是明确直角坐标系中各象限内点的坐标符号.

6. 某学校足球兴趣小组的五名同学在一次射门训练中, 射进球门的次数分别为: 6, 7, 7, 8, 9. 这组数据的众数为 ()

A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

【考点】众数.

【分析】由于众数是一组数据中次数出现最多的数据, 由此可以确定数据的众数.

【解答】解: 依题意得, 7 出现了二次, 次数最多,
所以这组数据的众数是 7.

故选 B.

【点评】此题考查了众数的定义, 注意众数是指一组数据中出现次数最多的数据, 它反映了一组数据的多数水平, 一组数据的众数可能不是唯一的.

7. 下列计算正确的是 ()

A. $4x - 3x = 1$ B. $x^2 + x^2 = 2x^4$ C. $(x^2)^3 = x^6$ D. $2x^2 \cdot x^3 = 2x^6$

【考点】单项式乘单项式; 合并同类项; 幂的乘方与积的乘方.

【分析】根据合并同类项的法则只需把系数相加减, 字母和字母的指数不变得出 A 和 B 不正确; 根据幂的乘方底数不变、指数相乘得出 C 正确; 根据同底数幂的乘法底数不变, 指数相加得出 D 不正确.

【解答】解: A、 $4x - 3x = x$, 故本选项错误;

B、 $x^2 + x^2 = 2x^2$, 故本选项错误;

C、 $(x^2)^3 = x^6$, 故本选项正确;

D、 $2x^2 \cdot x^3 = 2x^5$, 故本选项错误;

故选 C.

【点评】此题考查了单项式乘单项式、合并同类项和幂的乘方与积的乘方, 熟练掌握运算法则是本题的关键, 是一道基础题.

8. 将 $y = x^2$ 向上平移 2 个单位后所得的抛物线的解析式为 ()

A. $y = x^2 + 2$ B. $y = x^2 - 2$ C. $y = (x + 2)^2$ D. $y = (x - 2)^2$

【考点】二次函数图象与几何变换.

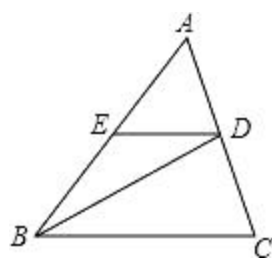
【分析】先得到抛物线 $y = x^2$ 的顶点坐标为 $(0, 0)$, 由于点 $(0, 0)$ 向上平移 2 个单位得到的点的坐标为 $(0, 2)$, 则利用顶点式可得到平移后的抛物线的解析式为 $y = x^2 + 2$.

【解答】解：抛物线 $y=x^2$ 的顶点坐标为 $(0, 0)$ ，把点 $(0, 0)$ 向上平移 2 个单位得到的点的坐标为 $(0, 2)$ ，所以平移后的抛物线的解析式为 $y=x^2+2$.

故选：A.

【点评】本题考查了二次函数图象与几何变换：由于抛物线平移后的形状不变，故 a 不变，所以求平移后的抛物线解析式通常可利用两种方法：一是求出原抛物线上任意两点平移后的坐标，利用待定系数法求出解析式；二是只考虑平移后的顶点坐标，即可求出解析式.

9. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，BD 平分 $\angle ABC$ ， $ED \parallel BC$ ，已知 $AB=3$ ， $AD=1$ ，则 $\triangle AED$ 的周长为（ ）



A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

【考点】等腰三角形的判定与性质；平行线的性质.

【分析】根据角平分线的定义可得 $\angle ABD = \angle CBD$ ，根据两直线平行，内错角相等可得 $\angle CBD = \angle BDE$ ，从而得到 $\angle ABD = \angle BDE$ ，再根据等角对等边可得 $BE = DE$ ，然后求出 $\triangle AED$ 的周长 $= AB + AD$ ，代入数据计算即可得解.

【解答】解： $\because$ BD 平分 $\angle ABC$,

$$\therefore \angle ABD = \angle CBD,$$

$$\because ED \parallel BC,$$

$$\therefore \angle CBD = \angle BDE,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle BDE,$$

$$\therefore BE = DE,$$

$$\triangle AED \text{ 的周长} = AE + DE + AD = AE + BE + AD = AB + AD,$$

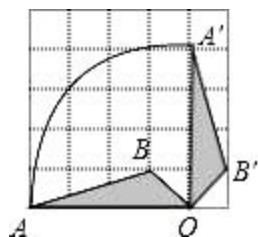
$$\because AB = 3, AD = 1,$$

$$\therefore \triangle AED \text{ 的周长} = 3 + 1 = 4.$$

故选 C.

【点评】本题考查了等腰三角形的判定与性质，平行线的性质，熟记性质并推导出 $BE = DE$ 是解题的关键.

10. 如图，在 5×5 的正方形网格中，每个小正方形的边长都为 1，若将 $\triangle AOB$ 绕点 O 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle A'OB'$ ，则 A 点运动的路径 $\widehat{AA'}$ 的长为 ()



A. π B. 2π C. 4π D. 8π

【考点】 弧长的计算；旋转的性质.

【分析】 由每个小正方形的边长都为 1，可求得 OA 长，然后由弧长公式，求得答案.

【解答】 解： $\because$ 每个小正方形的边长都为 1，

$\therefore OA=4$ ，

$\because$ 将 $\triangle AOB$ 绕点 O 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle A'OB'$ ，

$\therefore \angle AOA'=90^\circ$ ，

$\therefore A$ 点运动的路径 $\widehat{AA'}$ 的长为： $\frac{90 \times \pi \times 4}{180} = 2\pi$.

故选 B.

【点评】 此题考查了旋转的性质以及弧长公式的应用. 注意确定半径与圆心角是解此题的关键.

二、填空题：每小题 4 分，共 16 分

11. 分解因式： $a^2 - b^2 = \underline{(a+b)(a-b)}$.

【考点】 因式分解-运用公式法.

【分析】 直接利用平方差公式因式分解即可.

【解答】 解： $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ ，

故答案为： $(a+b)(a-b)$.

【点评】 本题考查了运用公式法因式分解的知识，解题的关键是能够牢记平方差公式，难度不大.

12. 抛掷一枚质地均匀的硬币，落地后正面朝上的概率是 $\underline{\frac{1}{2}}$.

【考点】概率公式.

【专题】计算题；概率及其应用.

【分析】抛掷一枚质地均匀的硬币，其等可能的情况有 2 个，求出正面朝上的概率即可.

【解答】解：抛掷一枚质地均匀的硬币，等可能的情况有：正面朝上，反面朝上，

则 $P(\text{正面朝上}) = \frac{1}{2}$,

故答案为： $\frac{1}{2}$

【点评】此题考查了概率公式，概率=发生的情况数÷所有等可能情况数.

13. 直角三角形斜边长是 5，一直角边的长是 3，则此直角三角形的面积为 6.

【考点】勾股定理.

【分析】根据直角三角形的斜边与一条直角边，可利用勾股定理求出另一条直角边的长度，再根据三角形的面积公式求出面积即可.

【解答】解：∵ 直角三角形斜边长是 5，一直角边的长是 3，

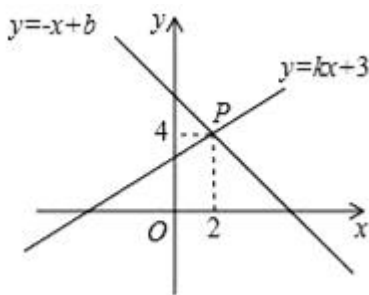
∴ 另一直角边长为 $\sqrt{5^2 - 3^2} = 4$.

该直角三角形的面积 $S = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$.

故答案为： 6.

【点评】本题考查了勾股定理以及三角形的面积公式，解题的关键是根据勾股定理求出另一条直角边的长度. 本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，根据勾股定理找出直角三角形的三边关系是关键.

14. 如图，已知一次函数 $y=kx+3$ 和 $y=-x+b$ 的图象交于点 $P(2, 4)$ ，则关于 x 的方程 $kx+3=-x+b$ 的解是 $x=2$.



【考点】一次函数与一元一次方程.

【分析】函数图象的交点坐标的横坐标即是方程的解.

【解答】解: $\because$ 已知一次函数 $y=kx+3$ 和 $y=-x+b$ 的图象交于点 $P(2, 4)$,

$\therefore$ 关于 x 的方程 $kx+3=-x+b$ 的解是 $x=2$,

故答案为: $x=2$.

【点评】考查了一次函数与一元一次方程的知识, 解题的关键是了解函数的图象的交点与方程的解的关系, 难度不大.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 44 分

15. (1) 计算: $\sqrt{8} + (1 - \sqrt{2})^0 - 4\cos 45^\circ$.

(2) 解方程组:
$$\begin{cases} x - y = 2, & \text{①} \\ x + 2y = 5. & \text{②} \end{cases}$$

【考点】解二元一次方程组; 实数的运算; 零指数幂; 特殊角的三角函数值.

【分析】(1) 由 $a^0=1$ 以及特殊角的三角函数值, 可得出 $(1 - \sqrt{2})^0=1$, $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 将其代入算式中即可得出结论;

(2) 根据用加减法解二元一次方程组的步骤解方程组即可得出结论.

【解答】解: (1) 原式 $= \sqrt{8} + 1 - 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$,
 $= 2\sqrt{2} + 1 - 2\sqrt{2}$,
 $= 1$.

(2) 方程① $\times 2 +$ ②得: $3x = 9$,

方程两边同时除以 3 得: $x = 3$,

将 $x = 3$ 代入①中得: $3 - y = 2$,

移项得: $y = 1$.

$\therefore$ 方程组的解为
$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$$

【点评】本题考查了解二元一次方程组、实数的运算、零指数幂以及特殊角的三角函数值, 解题的关键是: (1) 代入 $(1 - \sqrt{2})^0=1$, $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$; (2) 熟练掌握用加减法解二元一次方程组的步骤. 本题属于基础题, 难度不大, 解决该题型题目时, 熟练掌握实数的运算法则以及解二元一次方程组的步骤是解题的关键.

16. 化简: $\frac{x+3}{x^2-9} + \frac{1}{x-3}$.

【考点】分式的加减法.

【专题】计算题.

【分析】线通分变为同分母分式, 然后再相加即可解答本题.

【解答】解: $\frac{x+3}{x^2-9} + \frac{1}{x-3}$

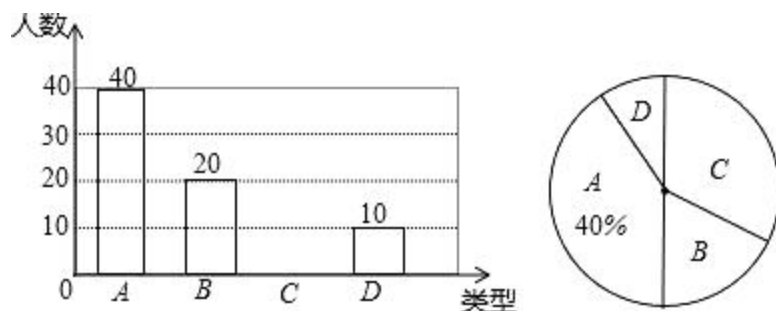
$$= \frac{x+3}{(x+3)(x-3)} + \frac{x+3}{(x+3)(x-3)}$$

$$= \frac{2(x+3)}{(x+3)(x-3)}$$

$$= \frac{2}{x-3}.$$

【点评】本题考查分式的加减法, 解题的关键是明确分式的加减法的计算方法.

17. 某学校在落实国家“营养餐”工程中, 选用了 A, B, C, D 种不同类型的套餐. 实行一段时间后, 学校决定在全校范围内随机抽取部分学生对“你喜欢的套餐类型 (必选且只选一种)”进行问卷调查, 将调查情况整理后, 绘制成如图所示的两个统计图.



请你根据以上信息解答下列问题:

- (1) 在这次调查中, 一共抽取了 100 名学生;
- (2) 请补全条形统计图;
- (3) 如果全校有 1200 名学生, 请你估计其中喜欢 D 套餐的学生的人数.

【考点】条形统计图; 用样本估计总体; 扇形统计图.

- 【分析】 (1) 根据喜爱 A 种套餐的人数和百分比求解即可;
- (2) 依据总人数等于各部分的和可求得喜爱 C 套餐的人数;
- (3) 先求得喜欢 D 套餐人数所占的百分比, 然后用总人数乘百分比即可.

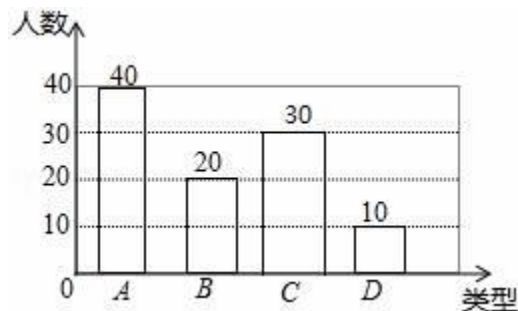
【解答】解：（1） $40 \div 40\% = 100$ 人，

这次调查中一共抽取了 100 人.

故答案为：100.

（2） $100 - 40 - 20 - 10 = 30$ 人.

补全条形统计图如图所示：

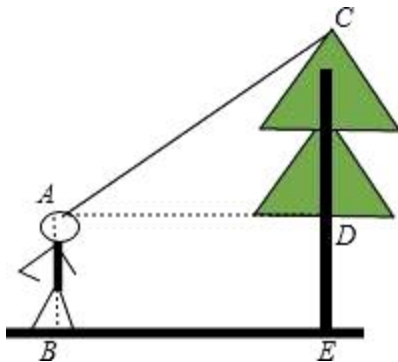


（3） $10 \div 100 = 10\%$ ， $1200 \times 10\% = 120$ 人.

全校喜欢 D 套餐的学生的人数大约为 120 人.

【点评】本主要考查的是条形统计图、扇形统计图的应用，能够从统计图中获取有效信息是解题的关键.

18. 如图，在一次测量活动中，小丽站在离树底部 E 处 5m 的 B 处仰望树顶 C，仰角为 30° ，已知小丽的眼睛离地面的距离 AB 为 1.65m，那么这棵树大约有多高？（结果精确到 0.1m，参考数据： $\sqrt{3} \approx 1.73$ ）



【考点】解直角三角形的应用-仰角俯角问题.

【分析】过点 A 作 $AD \perp CE$ 于点 D，根据矩形的判定定理证出四边形 ABED 为矩形，由此即可得出 $AD=5$ ， $DE=1.65$ ，在 $Rt\triangle ACD$ 中通过解直角三角形以及特殊角的三角函数值即可得出 CD 的长度，再根据线段间的关系即可得出结论.

【解答】解：过点 A 作 $AD \perp CE$ 于点 D，如图所示.

$\because AB \perp BE, DE \perp BE, AD \perp DE,$

$\therefore$ 四边形 ABED 为矩形,

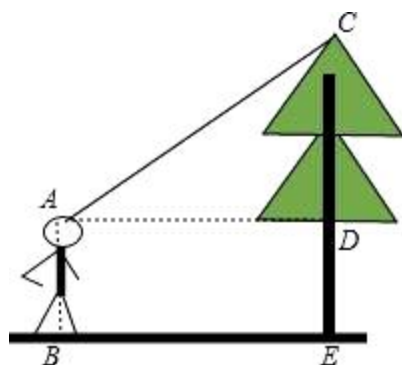
$\therefore AD=BE=5, DE=AB=1.65.$

在 $Rt\triangle ACD$ 中, $AD=5, \angle CAD=30^\circ,$

$\therefore CD=AD \cdot \tan \angle CAD = 5 \times \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 2.88,$

$\therefore CE=CD+DE=2.88+1.65=4.53 \approx 4.5.$

答: 这棵树大约高 4.5 米.

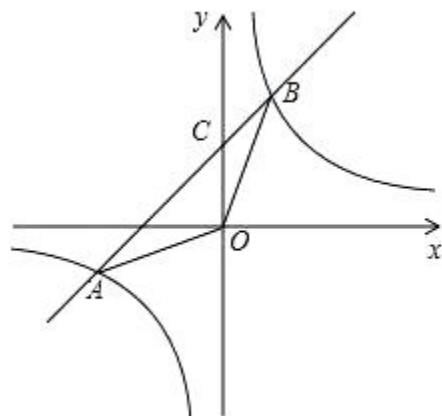


【点评】 本题考查了解直角三角形的应用中的仰角俯角问题、矩形的判定以及特殊角的三角函数值, 解题的关键是求出点的 CD 的长度. 本题属于中档题, 难度不大, 解决该题型题目时, 通过构建直角三角形, 再利用解直角三角形求出边的长度是关键.

19. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y=-ax+b$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象相交于点 $A(-4, -2)$, $B(m, 4)$, 与 y 轴相交于点 C .

(1) 求反比例函数和一次函数的表达式;

(2) 求点 C 的坐标及 $\triangle AOB$ 的面积.



【考点】 反比例函数与一次函数的交点问题.

【分析】 (1) 由点 A 的坐标利用反比例函数图象上点的坐标特征即可求出 k 值, 从而得出反比例函数表达式, 再由点 B 的坐标和反比例函数表达式即可求出 m 值, 结合点 A、B 的坐标利用待定系数法即可求出一函数表达式;

(2) 令一次函数表达式中 $x=0$ 求出 y 值即可得出点 C 的坐标, 利用分割图形求面积法结合点 A、B 的坐标即可得出结论.

【解答】 解: (1) $\because$ 点 A $(-4, -2)$ 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上,

$$\therefore k = -4 \times (-2) = 8,$$

$$\therefore \text{反比例函数的表达式为 } y = \frac{8}{x};$$

$$\because \text{点 B } (m, 4) \text{ 在反比例函数 } y = \frac{8}{x} \text{ 的图象上,}$$

$$\therefore 4m = 8, \text{ 解得: } m = 2,$$

$$\therefore \text{点 B } (2, 4).$$

将点 A $(-4, -2)$ 、B $(2, 4)$ 代入 $y = -ax + b$ 中,

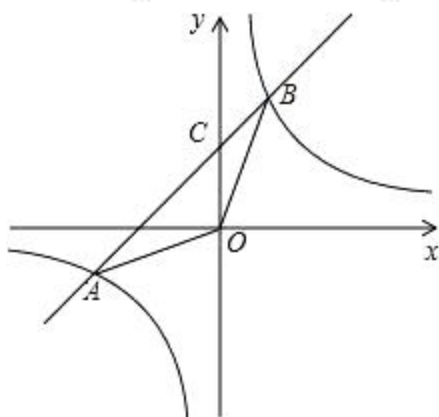
$$\text{得: } \begin{cases} -2 = 4a + b \\ 4 = -2a + b \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases},$$

$$\therefore \text{一次函数的表达式为 } y = x + 2.$$

$$(2) \text{ 令 } y = x + 2 \text{ 中 } x = 0, \text{ 则 } y = 2,$$

$$\therefore \text{点 C 的坐标为 } (0, 2).$$

$$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} OC \times (x_B - x_A) = \frac{1}{2} \times 2 \times [2 - (-4)] = 6.$$



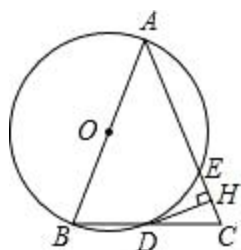
【点评】 本题考查了反比例函数与一次函数的交点坐标、反比例函数图象上点的坐标特征以及待定系数法求函数解析式, 解题的关键是: (1) 利用待定系数法求函数表达式; (2) 利用分割图形求面积法求出 $\triangle AOB$ 的面积. 本题属于基础题, 难度不大, 解决该题型题目时, 找出点的坐标利用待定系数法求出函数解析式是关键.

20. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 与边 BC , AC 分别交于 D , E 两点, 过点 D 作 $DH \perp AC$ 于点 H .

(1) 判断 DH 与 $\odot O$ 的位置关系, 并说明理由;

(2) 求证: H 为 CE 的中点;

(3) 若 $BC=10$, $\cos C = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 求 AE 的长.



【考点】圆的综合题.

【专题】综合题.

【分析】 (1) 连结 OD 、 AD , 如图, 先利用圆周角定理得到 $\angle ADB=90^\circ$, 则根据等腰三角形的性质得 $BD=CD$, 再证明 OD 为 $\triangle ABC$ 的中位线得到 $OD \parallel AC$, 加上 $DH \perp AC$, 所以 $OD \perp DH$, 然后根据切线的判定定理可判断 DH 为 $\odot O$ 的切线;

(2) 连结 DE , 如图, 有圆内接四边形的性质得 $\angle DEC = \angle B$, 再证明 $\angle DEC = \angle C$, 然后根据等腰三角形的性质得到 $CH=EH$;

(3) 利用余弦的定义, 在 $Rt\triangle ADC$ 中可计算出 $AC=5\sqrt{5}$, 在 $Rt\triangle CDH$ 中可计算出 $CH=\sqrt{5}$, 则 $CE=2CH=2\sqrt{5}$,

然后计算 $AC - CE$ 即可得到 AE 的长.

【解答】 (1) 解: DH 与 $\odot O$ 相切. 理由如下:

连结 OD 、 AD , 如图,

$\because AB$ 为直径,

$\therefore \angle ADB=90^\circ$, 即 $AD \perp BC$,

$\because AB=AC$,

$\therefore BD=CD$,

而 $AO=BO$,

$\therefore OD$ 为 $\triangle ABC$ 的中位线,

$\therefore OD \parallel AC$,

$\therefore DH \perp AC$,

$\therefore OD \perp DH$,

$\therefore DH$ 为 $\odot O$ 的切线;

(2) 证明: 连结 DE , 如图,

$\therefore$ 四边形 $ABDE$ 为 $\odot O$ 的内接四边形,

$\therefore \angle DEC = \angle B$,

$\therefore AB = AC$,

$\therefore \angle B = \angle C$,

$\therefore \angle DEC = \angle C$,

$\therefore DH \perp CE$,

$\therefore CH = EH$, 即 H 为 CE 的中点;

(3) 解: 在 $Rt\triangle ADC$ 中, $CD = \frac{1}{2}BC = 5$,

$$\therefore \cos C = \frac{CD}{AC} = \frac{\sqrt{5}}{5},$$

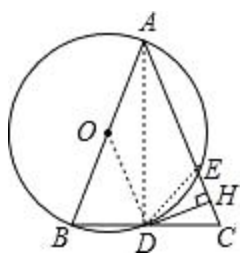
$$\therefore AC = 5\sqrt{5},$$

$$\text{在 } Rt\triangle CDH \text{ 中, } \therefore \cos C = \frac{CH}{CD} = \frac{\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore CH = \sqrt{5},$$

$$\therefore CE = 2CH = 2\sqrt{5},$$

$$\therefore AE = AC - CE = 5\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = 3\sqrt{5}.$$



【点评】 本题考查了圆的综合题: 熟练掌握圆周角定理、切线的判定定理和等腰三角形的判定与性质; 会利用三角函数的定义解直角三角形.

四、填空题: 每小题 4 分, 共 20 分

21. 若 $x^2 - 3x = 4$, 则代数式 $2x^2 - 6x$ 的值为 8.

【考点】 代数式求值.

【分析】 原式可以化成 $2(x^2 - 3x)$, 代入求值即可.

【解答】解：原式= $2(x^2 - 3x) = 2 \times 4 = 8$.

故答案是：8.

【点评】本题考查了代数式的求值，正确对所求的代数式进行变形是关键.

22. 在一个不透明的袋子中装有除颜色外其余均相同的 7 个小球，其中红球 2 个，黑球 5 个，若再放入 m 个一样的黑球并摇匀，此时，随机摸出一个球是黑球的概率等于 $\frac{4}{5}$ ，则 m 的值为 3.

【考点】概率公式.

【分析】由概率=所求情况数与总情况数之比，根据随机摸出一个球是黑球的概率等于 $\frac{4}{5}$ 可得方程，继而求得答案.

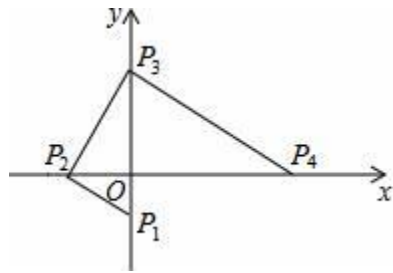
【解答】解：根据题意得： $\frac{5+m}{7+m} = \frac{4}{5}$,

解得： $m=3$.

故答案为：3.

【点评】此题考查了概率公式的应用. 用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

23. 如图，点 P_1 , P_2 , P_3 , P_4 均在坐标轴上，且 $P_1P_2 \perp P_2P_3$, $P_2P_3 \perp P_3P_4$ ，若点 P_1 , P_2 的坐标分别为 $(0, -1)$, $(-2, 0)$ ，则点 P_4 的坐标为 $(8, 0)$.



【考点】相似三角形的判定与性质；坐标与图形性质.

【分析】根据相似三角形的性质求出 P_3 的坐标，再根据相似三角形的性质计算求出 OP_4 的长，得到答案.

【解答】解： $\because$ 点 P_1 , P_2 的坐标分别为 $(0, -1)$, $(-2, 0)$,

$\therefore OP_1=1$, $OP_2=2$,

$\therefore \text{Rt} \triangle P_1OP_2 \sim \text{Rt} \triangle P_2OP_3$,

$$\therefore \frac{OP_1}{OP_2} = \frac{OP_2}{OP_3}, \text{ 即 } \frac{1}{2} = \frac{2}{OP_3},$$

解得, $OP_3=4$,

$$\therefore Rt\triangle P_2OP_3 \sim Rt\triangle P_3OP_4,$$

$$\therefore \frac{OP_2}{OP_3} = \frac{OP_3}{OP_4}, \text{ 即 } \frac{2}{4} = \frac{4}{OP_4},$$

解得, $OP_4=8$,

则点 P_4 的坐标为 $(8, 0)$,

故答案为: $(8, 0)$.

【点评】 本题考查的是相似三角形的判定和性质以及坐标与图形的性质, 掌握相似三角形的判定定理和性质定理是解题的关键.

24. 在平面直角坐标系 xOy 中, P 为反比例函数 $y=\frac{2}{x}$ ($x>0$) 的图象上的动点, 则线段 OP 长度的最小值是 2.

【考点】 反比例函数图象上点的坐标特征.

【分析】 根据题意得出: 当 P 为直线 $y=x$ 与反比例函数 $y=\frac{2}{x}$ ($x>0$) 的交点时线段 OP 长度的最小, 再求出 P 点的坐标, 从而得出则线段 OP 的长度的最小值.

【解答】 解: 根据题意可得: 当 P 为直线 $y=x$ 与反比例函数 $y=\frac{2}{x}$ ($x>0$) 的交点时则线段 OP 长度的最小,

$$\text{由 } \begin{cases} y=\frac{2}{x} \\ y=x \end{cases} \text{ 得: } \begin{cases} x=\sqrt{2} \\ y=\sqrt{2} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=-\sqrt{2} \\ y=-\sqrt{2} \end{cases} \text{ (舍去),}$$

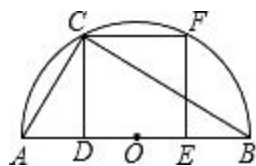
则 P 点的坐标为 $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$,

$$\text{则线段 } OP = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2} = 2,$$

故答案为: 2.

【点评】 此题考查了反比例函数图象上点的坐标特征, 用到的知识点是反比例函数的图象与性质、勾股定理, 关键是求出何时 OP 的长度最小.

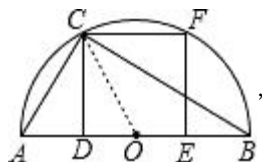
25. 如图, 正方形 CDEF 的顶点 D, E 在半圆 O 的直径上, 顶点 C, F 在半圆上, 连接 AC, BC, 则 $\frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$.



【考点】相似三角形的判定与性质；正方形的性质；圆周角定理.

【专题】计算题.

【分析】首先设正方形 CDEF 的边长是 a, 应用勾股定理, 求出半圆的半径是多少; 然后应用圆周角定理并解直角三角形, 求出 $\frac{BC}{AC}$ 的值是多少即可.



【解答】解: 如图, 连接 CO,

设正方形 CDEF 的边长是 a,

则 $DO = \frac{a}{2}$,

在 $Rt\triangle CDO$ 中,

$$CO = \sqrt{CD^2 + DO^2}$$

$$= \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$$= \frac{\sqrt{5}}{2}a$$

$$\therefore AO = CO = \frac{\sqrt{5}}{2}a,$$

$$\therefore AD = \frac{\sqrt{5}}{2}a - \frac{a}{2} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}a,$$

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \frac{BC}{AC} = \tan \angle BAC = \frac{CD}{AD} = \frac{a}{\frac{\sqrt{5}-1}{2}a} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}.$$

故答案为: $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$.

【点评】此题主要考查了正方形的性质和应用, 以及圆周角定理的应用, 要熟练掌握.

五、解答题: 本大题共 3 小题, 共 30 分

26. 某学校计划组织 500 人参加社会实践活动，与某公交公司接洽后，得知该公司有 A，B 型两种客车，它们的载客量和租金如表所示：

	A 型客车	B 型客车
载客量（人/辆）	45	28
租金（元/辆）	400	250

经测算，租用 A，B 型客车共 13 辆较为合理，设租用 A 型客车 x 辆，根据要求回答下列问题：

(1) 用含 x 的代数式填写下表：

	车辆数（辆）	载客量（人）	租金（元）
A 型客车	x	$45x$	$400x$
B 型客车	$13 - x$	$28(13 - x)$	$250(13 - x)$

(2) 采用怎样的租车方案可以使总的租车费用最低，最低为多少？

【考点】一次函数的应用.

【分析】(1) 根据“B 型车的载客量=租的辆数 $\times$ 满载人数”以及“租 B 型车应付租金=每辆的租金 $\times$ 租的辆数”即可得出结论；

(2) 设租车的总费用为 W 元，根据“总租金=租 A 型车的租金+租 B 型车的租金”即可得出 W 关于 x 的函数关系式，再根据共 500 人参加社会实践活动，列出关于 x 的一元一次不等式，解不等式即可得出 x 的取值范围，根据一次函数的性质即可解决最值问题.

【解答】解：(1) 设租用 A 型客车 x 辆，则租用 B 型客车 $(13 - x)$ 辆，
B 型车的载客量 $28(13 - x)$ ，租金为 $250(13 - x)$.
故答案为： $28(13 - x)$ ； $250(13 - x)$.

(2) 设租车的总费用为 W 元，则有： $W = 400x + 250(13 - x) = 150x + 3250$.
由已知得： $45x + 28(13 - x) \geq 500$,
解得： $x \geq 8$.

$\because$ 在 $W = 150x + 3250$ 中 $150 > 0$,
 $\therefore$ 当 $x = 8$ 时， W 取最小值，最小值为 4450 元.
故租 A 型车 8 辆、B 型车 5 辆时，总的租车费用最低，最低为 4450 元.

【点评】 本题考查了一次函数的应用，解题的关键是：（1）根据数量关系得出代数式；（2）根据数量关系找出 W 关于 x 的函数关系式． 本题属于中档题，难度不大，解决该题型题目时，根据数量关系找出一元一次不等式（或函数关系式）是关键．

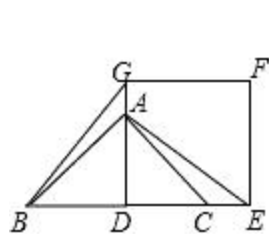
27. 如图①， AD 为等腰直角 $\triangle ABC$ 的高，点 A 和点 C 分别在正方形 $DEFG$ 的边 DG 和 DE 上，连接 BG ， AE ．

（1）求证： $BG=AE$ ；

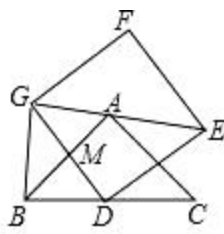
（2）将正方形 $DEFG$ 绕点 D 旋转，当线段 EG 经过点 A 时，（如图②所示）

①求证： $BG \perp CE$ ；

②设 DG 与 AB 交于点 M ，若 $AG: AE=3: 4$ ，求 $\frac{GM}{MD}$ 的值．



图①



图②

【考点】 四边形综合题．

【专题】 综合题．

【分析】 （1）如图①，根据等腰直角三角形的性质得 $AD=BD$ ，再根据正方形的性质得 $\angle GDE=90^\circ$ ， $DG=DE$ ，则可根据“SAS”判断 $\triangle BDG \cong \triangle ADE$ ，于是得到 $BG=AE$ ；

（2）①如图②，先判断 $\triangle DEG$ 为等腰直角三角形得到 $\angle 1=\angle 2=45^\circ$ ，再由 $\triangle BDG \cong \triangle ADE$ 得到 $\angle 3=\angle 2=45^\circ$ ，则可得 $\angle BGE=90^\circ$ ，所以 $BG \perp GE$ ；

②设 $AG=3x$ ，则 $AE=4x$ ，即 $GE=7x$ ，利用等腰直角三角形的性质得 $DG=\frac{\sqrt{2}}{2}GE=\frac{7\sqrt{2}}{2}x$ ，由（1）的结论得 $BG=AE=4x$ ，则根据勾股定理得 $AB=5x$ ，接着由 $\triangle ABD$ 为等腰直角三角形得到 $\angle 4=45^\circ$ ， $BD=\frac{\sqrt{2}}{2}AB=\frac{5\sqrt{2}}{2}x$ ，然后证明 $\triangle DBM \sim \triangle DGB$ ，则利用相似比可计算出 $DM=\frac{25\sqrt{2}}{14}x$ ，所以 $GM=\frac{12\sqrt{2}}{7}x$ ，于是可计算出 $\frac{GM}{MD}$ 的值．

【解答】 （1）证明：如图①，

$\because AD$ 为等腰直角 $\triangle ABC$ 的高，

$\therefore AD=BD$ ，

$\because$ 四边形 $DEFG$ 为正方形，

$$\therefore \angle GDE=90^\circ, DG=DE,$$

在 $\triangle BDG$ 和 $\triangle ADE$ 中

$$\begin{cases} BD=AD \\ \angle BDG=\angle ADE, \\ DG=DE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BDG \cong \triangle ADE,$$

$$\therefore BG=AE;$$

(2) ①证明：如图②，

$\therefore$ 四边形 DEFG 为正方形，

$\therefore \triangle DEG$ 为等腰直角三角形，

$$\therefore \angle 1=\angle 2=45^\circ,$$

由 (1) 得 $\triangle BDG \cong \triangle ADE$,

$$\therefore \angle 3=\angle 2=45^\circ,$$

$$\therefore \angle 1+\angle 3=45^\circ+45^\circ=90^\circ, \text{ 即 } \angle BGE=90^\circ,$$

$$\therefore BG \perp GE;$$

②解：设 $AG=3x$ ，则 $AE=4x$ ，即 $GE=7x$ ，

$$\therefore DG=\frac{\sqrt{2}}{2}GE=\frac{7\sqrt{2}}{2}x,$$

$$\therefore \triangle BDG \cong \triangle ADE,$$

$$\therefore BG=AE=4x,$$

$$\text{在 Rt}\triangle BGA \text{ 中, } AB=\sqrt{BG^2+AG^2}=\sqrt{(4x)^2+(3x)^2}=5x,$$

$\therefore \triangle ABD$ 为等腰直角三角形，

$$\therefore \angle 4=45^\circ, BD=\frac{\sqrt{2}}{2}AB=\frac{5\sqrt{2}}{2}x,$$

$$\therefore \angle 3=\angle 4,$$

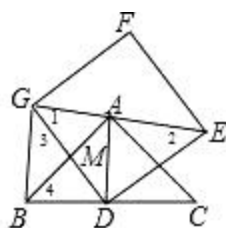
而 $\angle BDM=\angle GDB$,

$$\therefore \triangle DBM \sim \triangle DGB,$$

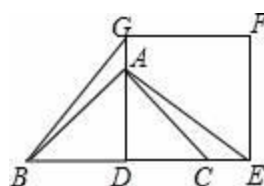
$$\therefore BD: DG=DM: BD, \text{ 即 } \frac{5\sqrt{2}}{2}x: \frac{7\sqrt{2}}{2}x=DM: \frac{5\sqrt{2}}{2}x, \text{ 解得 } DM=\frac{25\sqrt{2}}{14}x,$$

$$\therefore GM=DG-DM=\frac{7\sqrt{2}}{2}x-\frac{25\sqrt{2}}{14}x=\frac{12\sqrt{2}}{7}x,$$

$$\therefore \frac{GM}{MD} = \frac{\frac{12\sqrt{2}}{7}x}{\frac{25\sqrt{2}}{14}x} = \frac{24}{25}$$



图②

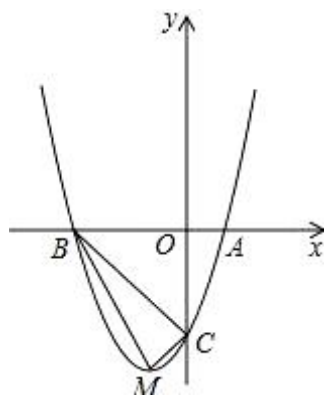


图①

【点评】 本题考查了四边形的综合题：熟练掌握等腰直角三角形的性质和正方形的性质；会运用全等三角形的知识解决线段相等的问题；利用代数式表示线段可较好得表示线段之间的关系；会运用相似比求线段的长.

28. 如图，顶点为 M 的抛物线 $y=a(x+1)^2-4$ 分别与 x 轴相交于点 A , B (点 A 在点 B 的右侧)，与 y 轴相交于点 $C(0, -3)$.

- (1) 求抛物线的函数表达式；
- (2) 判断 $\triangle BCM$ 是否为直角三角形，并说明理由.
- (3) 抛物线上是否存在点 N (点 N 与点 M 不重合)，使得以点 A , B , C , N 为顶点的四边形的面积与四边形 $ABMC$ 的面积相等？若存在，求出点 N 的坐标；若不存在，请说明理由.



【考点】 二次函数综合题.

【分析】（1）用待定系数法求出抛物线解析式即可；

（2）由抛物线解析式确定出抛物线的顶点坐标和与 x 轴的交点坐标，用勾股定理的逆定理即可；

（3）根据题意判断出点 N 只能在 x 轴上方的抛物线上，由已知四边形的面积相等转化出 $S_{\triangle ABN}=S_{\triangle BCM}$ ，然后求出三角形 BCM 的面积，再建立关于点 N 的坐标的方程求解即可．

【解答】解：（1） $\because$ 抛物线 $y=a(x+1)^2-4$ 与 y 轴相交于点 $C(0, -3)$ ．

$$\therefore -3=a-4,$$

$$\therefore a=1,$$

$$\therefore \text{抛物线解析式为 } y=(x+1)^2-4=x^2+2x-3,$$

（2） $\triangle BCM$ 是直角三角形

理由：由（1）有，抛物线解析式为 $y=(x+1)^2-4$ ，

$$\therefore \text{顶点为 } M \text{ 的抛物线 } y=a(x+1)^2-4,$$

$$\therefore M(-1, -4),$$

由（1）抛物线解析式为 $y=x^2+2x-3$ ，

$$\text{令 } y=0,$$

$$\therefore x^2+2x-3=0,$$

$$\therefore x_1=-3, x_2=1,$$

$$\therefore A(1, 0), B(-3, 0),$$

$$\therefore BC^2=9+9=18, CM^2=1+1=2, BM^2=4+14=20,$$

$$\therefore BC^2+CM^2=BM^2,$$

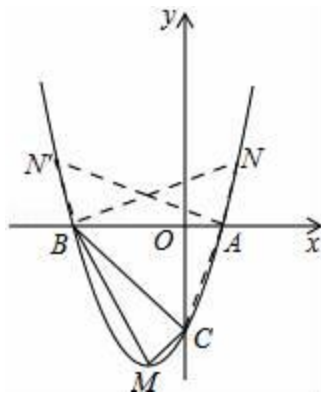
$\therefore \triangle BCM$ 是直角三角形，

$$(3) \text{ 存在, } N\left(-1+\frac{\sqrt{22}}{2}, \frac{3}{2}\right) \text{ 或 } N\left(-1-\frac{\sqrt{22}}{2}, \frac{3}{2}\right),$$

$\therefore$ 以点 A, B, C, N 为顶点的四边形的面积与四边形 $ABMC$ 的面积相等，且点 M 是抛物线的顶点，

$\therefore$ ①点 N 在 x 轴上方的抛物线上，

如图，



由 (2) 有 $\triangle BCM$ 是直角三角形, $BC^2=18$, $CM^2=2$,

$$\therefore BC=3\sqrt{2}, \quad CM=\sqrt{2},$$

$$\therefore S_{\triangle BCM} = \frac{1}{2}BC \times CM = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 3,$$

设 $N(m, n)$,

$\therefore$ 以点 A, B, C, N 为顶点的四边形的面积与四边形 $ABMC$ 的面积相等,

$$\therefore S_{\triangle ABN} + S_{\triangle ABC} = S_{\triangle BCM} + S_{\triangle ABC},$$

$$\therefore S_{\triangle ABN} = S_{\triangle BCM} = 3,$$

$$\therefore A(1, 0), \quad B(-3, 0),$$

$$\therefore AB=4,$$

$$\therefore S_{\triangle ABN} = \frac{1}{2} \times AB \times n = \frac{1}{2} \times 4 \times n = 2n = 3,$$

$$\therefore n = \frac{3}{2},$$

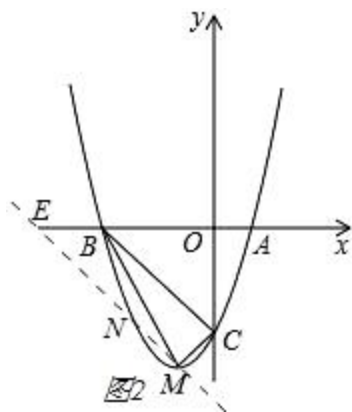
$\therefore N$ 在抛物线解析式为 $y=x^2+2x-3$ 的图象上,

$$\therefore m^2+2m-3 = \frac{3}{2},$$

$$\therefore m_1 = -1 + \frac{\sqrt{22}}{2}, \quad m_2 = -1 - \frac{\sqrt{22}}{2},$$

$$\therefore N\left(-1 + \frac{\sqrt{22}}{2}, \frac{3}{2}\right) \text{ 或 } N\left(-1 - \frac{\sqrt{22}}{2}, \frac{3}{2}\right).$$

②如图 2,



②点 N 在 x 轴下方的抛物线上,

$\therefore$ 点 C 在对称轴的右侧,

$\therefore$ 点 N 在对称轴右侧不存在, 只有在对称轴的左侧,

过点 M 作 $MN \parallel BC$, 交抛物线于点 N ,

$\therefore B(-3, 0), C(0, -3)$,

$\therefore$ 直线 BC 解析式为 $y = -x - 3$,

设 MN 的解析式为 $y = -x + b$

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y = (x+1)^2 - 4$ ①,

$\therefore M(-1, -4)$,

$\therefore$ 直线 MN 解析式为 $y = -x - 5$ ②,

联立①②得 $\begin{cases} x_1 = -1 \\ y_1 = -4 \end{cases}$ (舍), $\begin{cases} x_2 = -2 \\ y_2 = -3 \end{cases}$,

$\therefore N(-2, -3)$,

即: $N(-1 + \frac{\sqrt{22}}{2}, \frac{3}{2})$ 或 $N(-1 - \frac{\sqrt{22}}{2}, \frac{3}{2})$ 或 $N(-2, -3)$.

【点评】 此题是二次函数综合题, 主要考查了待定系数法求抛物线解析式, 直角三角形的判断, 图形面积的计算, 解本题的关键是判断出 $\triangle BCM$ 是直角三角形, 难点是要两个四边形面积相等, 点 N 分在 x 轴上方的抛物线上和下方的抛物线上, 用方程的思想解决问题是解决 (3) 的关键, 也是初中阶段常用的方法.