

2016 年四川省泸州市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分

1. (3 分) (2016•泸州) 6 的相反数为 ()

- A. -6 B. 6 C. $-\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{6}$

2. (3 分) (2016•泸州) 计算 $3a^2 - a^2$ 的结果是 ()

- A. $4a^2$ B. $3a^2$ C. $2a^2$ D. 3

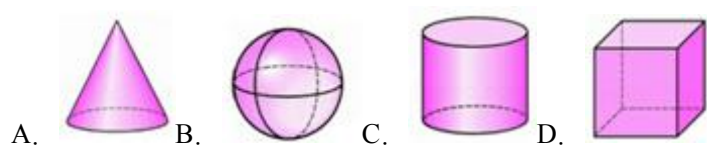
3. (3 分) (2016•泸州) 下列图形中不是轴对称图形的是 ()



4. (3 分) (2016•泸州) 将 5570000 用科学记数法表示正确的是 ()

- A. 5.57×10^5 B. 5.57×10^6 C. 5.57×10^7 D. 5.57×10^8

5. (3 分) (2016•泸州) 下列立体图形中，主视图是三角形的是 ()



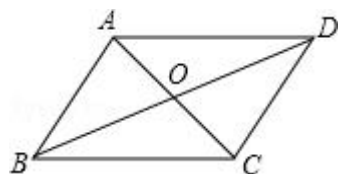
6. (3 分) (2016•泸州) 数据 4, 8, 4, 6, 3 的众数和平均数分别是 ()

- A. 5, 4 B. 8, 5 C. 6, 5 D. 4, 5

7. (3 分) (2016•泸州) 在一个布口袋里装有白、红、黑三种颜色的小球，它们除颜色外没有任何区别，其中白球 2 只，红球 6 只，黑球 4 只，将袋中的球搅匀，闭上眼睛随机从袋中取出 1 只球，则取出黑球的概率是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{6}$

8. (3 分) (2016•泸州) 如图， $\square ABCD$ 的对角线 AC、BD 相交于点 O，且 $AC+BD=16$ ， $CD=6$ ，则 $\triangle ABO$ 的周长是 ()



- A. 10 B. 14 C. 20 D. 22

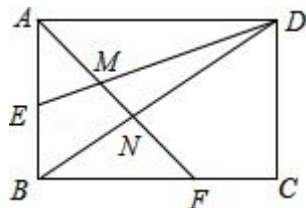
9. (3 分) (2016•泸州) 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2(k-1)x + k^2 - 1 = 0$ 有实数根，则 k 的取值范围是 ()

A. $k \geq 1$ B. $k > 1$ C. $k < 1$ D. $k \leq 1$

10. (3分) (2016•泸州) 以半径为1的圆的内接正三角形、正方形、正六边形的边心距为三边作三角形, 则该三角形的面积是 ()

A. $\frac{\sqrt{3}}{8}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{8}$

11. (3分) (2016•泸州) 如图, 矩形ABCD的边长AD=3, AB=2, E为AB的中点, F在边BC上, 且BF=2FC, AF分别与DE、DB相交于点M, N, 则MN的长为 ()



A. $\frac{2\sqrt{2}}{5}$ B. $\frac{9\sqrt{2}}{20}$ C. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{4\sqrt{2}}{5}$

12. (3分) (2016•泸州) 已知二次函数 $y = ax^2 - bx - 2$ ($a \neq 0$) 的图象的顶点在第四象限, 且过点 $(-1, 0)$, 当 $a - b$ 为整数时, ab 的值为 ()

A. $\frac{3}{4}$ 或 1 B. $\frac{1}{4}$ 或 1 C. $\frac{3}{4}$ 或 $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{4}$ 或 $\frac{3}{4}$

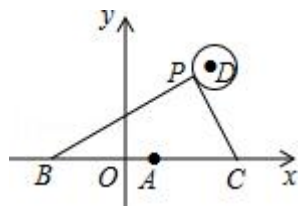
二、填空题: 本大题共4小题, 每小题3分, 共12分

13. (3分) (2016•泸州) 分式方程 $\frac{4}{x-3} - \frac{1}{x} = 0$ 的根是_____.

14. (3分) (2016•泸州) 分解因式: $2a^2 + 4a + 2 =$ _____.

15. (3分) (2016•泸州) 若二次函数 $y = 2x^2 - 4x - 1$ 的图象与 x 轴交于 $A(x_1, 0)$ 、 $B(x_2, 0)$ 两点, 则 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ 的值为_____.

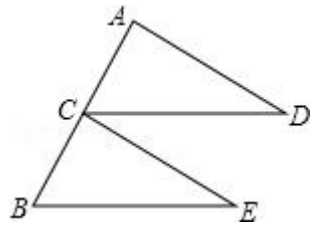
16. (3分) (2016•泸州) 如图, 在平面直角坐标系中, 已知点 $A(1, 0)$, $B(1-a, 0)$, $C(1+a, 0)$ ($a > 0$), 点 P 在以 $D(4, 4)$ 为圆心, 1 为半径的圆上运动, 且始终满足 $\angle BPC = 90^\circ$, 则 a 的最大值是_____.



三、本大题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分

17. (6 分) (2016•泸州) 计算: $(\sqrt{2}-1)^0 - \sqrt{12} \times \sin 60^\circ + (-2)^2$.

18. (6 分) (2016•泸州) 如图, C 是线段 AB 的中点, $CD=BE$, $CD \parallel BE$. 求证: $\angle D = \angle E$.



19. (6 分) (2016•泸州) 化简: $(a+1 - \frac{3}{a-1}) \cdot \frac{2a-2}{a+2}$.

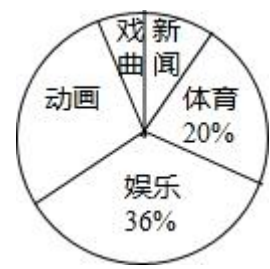
四. 本大题共 2 小题，每小题 7 分，共 14 分

20. (7 分) (2016•泸州) 为了解某地区七年级学生对新闻、体育、动画、娱乐、戏曲五类电视节目的喜爱情况，从该地区随机抽取部分七年级学生作为样本，采用问卷调查的方法收集数据 (参与问卷调查的每名同学只能选择其中一类节目)，并调查得到的数据用下面的表和扇形图来表示 (表、图都没制作完成)

节目类型	新闻	体育	动画	娱乐	戏曲
人数	36	90	a	b	27

根据表、图提供的信息，解决以下问题:

- (1) 计算出表中 a、b 的值;
- (2) 求扇形统计图中表示“动画”部分所对应的扇形的圆心角度数;
- (3) 若该地区七年级学生共有 47500 人，试估计该地区七年级学生中喜爱“新闻”类电视节目的学生有多少人?

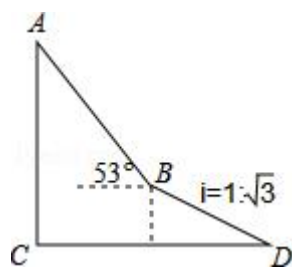


21. (7 分) (2016•泸州) 某商店购买 60 件 A 商品和 30 件 B 商品共用了 1080 元，购买 50 件 A 商品和 20 件 B 商品共用了 880 元.

- (1) A、B 两种商品的单价分别是多少元?
- (2) 已知该商店购买 B 商品的件数比购买 A 商品的件数的 2 倍少 4 件，如果需要购买 A、B 两种商品的总件数不少于 32 件，且该商店购买的 A、B 两种商品的总费用不超过 296 元，那么该商店有哪几种购买方案?

五. 本大题共 2 小题, 每小题 8 分, 共 16 分

22. (8 分) (2016•泸州) 如图, 为了测量出楼房 AC 的高度, 从距离楼底 C 处 $60\sqrt{3}$ 米的点 D (点 D 与楼底 C 在同一水平面上) 出发, 沿斜面坡度为 $i=1:\sqrt{3}$ 的斜坡 DB 前进 30 米到达点 B, 在点 B 处测得楼顶 A 的仰角为 53° , 求楼房 AC 的高度 (参考数据: $\sin 53^\circ \approx 0.8$, $\cos 53^\circ \approx 0.6$, $\tan 53^\circ \approx \frac{4}{3}$, 计算结果用根号表示, 不取近似值).

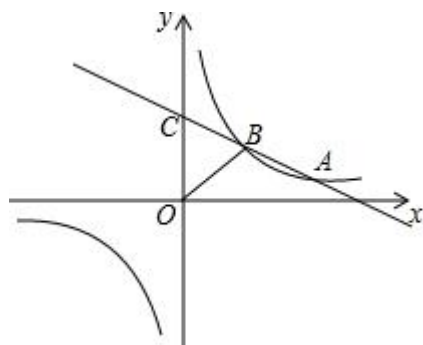


23. (8 分) (2016•泸州) 如图, 一次函数 $y=kx+b$ ($k < 0$) 与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象相交于

A、B 两点, 一次函数的图象与 y 轴相交于点 C, 已知点 A (4, 1)

(1) 求反比例函数的解析式;

(2) 连接 OB (O 是坐标原点), 若 $\triangle BOC$ 的面积为 3, 求该一次函数的解析式.

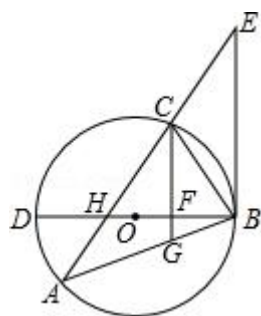


六. 本大题共 2 小题, 每小题 12 分, 共 24 分

24. (12 分) (2016•泸州) 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, BD 为 $\odot O$ 的直径, BD 与 AC 相交于点 H , AC 的延长线与过点 B 的直线相交于点 E , 且 $\angle A = \angle EBC$.

(1) 求证: BE 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 已知 $CG \parallel EB$, 且 CG 与 BD 、 BA 分别相交于点 F 、 G , 若 $BG \cdot BA = 48$, $FG = \sqrt{2}$, $DF = 2BF$, 求 AH 的值.

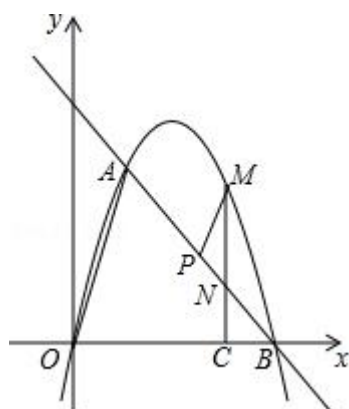


25. (12 分) (2016•泸州) 如图, 在平面直角坐标系中, 点 O 为坐标原点, 直线 l 与抛物线 $y = mx^2 + nx$ 相交于 $A(1, 3\sqrt{3})$, $B(4, 0)$ 两点.

(1) 求出抛物线的解析式;

(2) 在坐标轴上是否存在点 D , 使得 $\triangle ABD$ 是以线段 AB 为斜边的直角三角形? 若存在, 求出点 D 的坐标; 若不存在, 说明理由;

(3) 点 P 是线段 AB 上一动点, (点 P 不与点 A 、 B 重合), 过点 P 作 $PM \parallel OA$, 交第一象限内的抛物线于点 M , 过点 M 作 $MC \perp x$ 轴于点 C , 交 AB 于点 N , 若 $\triangle BCN$ 、 $\triangle PMN$ 的面积 $S_{\triangle BCN}$ 、 $S_{\triangle PMN}$ 满足 $S_{\triangle BCN} = 2S_{\triangle PMN}$, 求出 $\frac{MN}{NC}$ 的值, 并求出此时点 M 的坐标.



2016 年四川省泸州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分

1. (3 分) (2016•泸州) 6 的相反数为 ()

A. -6 B. 6 C. $-\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{6}$

【考点】相反数.

【分析】直接利用相反数的定义分析得出答案.

【解答】解：6 的相反数为：-6.

故选：A.

【点评】此题主要考查了相反数的定义，正确把握相反数的定义是解题关键.

2. (3 分) (2016•泸州) 计算 $3a^2 - a^2$ 的结果是 ()

A. $4a^2$ B. $3a^2$ C. $2a^2$ D. 3

【考点】合并同类项.

【分析】直接利用合并同类项的知识求解即可求得答案.

【解答】解： $3a^2 - a^2 = 2a^2$.

故选 C.

【点评】此题考查了合并同类项的法则. 注意合并同类项的法则：把同类项的系数相加，所得结果作为系数，字母和字母的指数不变.

3. (3 分) (2016•泸州) 下列图形中不是轴对称图形的是 ()



【考点】轴对称图形.

【分析】根据轴对称图形的概念求解.

【解答】解：根据轴对称图形的概念可知：A，B，D 是轴对称图形，C 不是轴对称图形，

故选：C.

【点评】本题考查了轴对称图形的概念：轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分沿对称轴折叠后可重合.

4. (3 分) (2016•泸州) 将 5570000 用科学记数法表示正确的是 ()

A. 5.57×10^5 B. 5.57×10^6 C. 5.57×10^7 D. 5.57×10^8

【考点】科学记数法—表示较大的数.

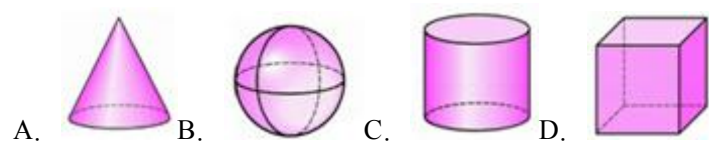
【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，n 为整数. 确定 n 的值是易错点，由于 5570000 有 7 位，所以可以确定 $n = 7 - 1 = 6$.

【解答】解： $5570000 = 5.57 \times 10^6$.

故选：B.

【点评】此题考查科学记数法表示较大的数的方法，准确确定 a 与 n 值是关键.

5. (3分) (2016•泸州) 下列立体图形中, 主视图是三角形的是 ()



【考点】 简单几何体的三视图.

【分析】 根据从正面看得到的图形是主视图, 可得图形的主视图.

【解答】 解: A、圆锥的主视图是三角形, 符合题意;

B、球的主视图是圆, 不符合题意;

C、圆柱的主视图是矩形, 不符合题意;

D、正方体的主视图是正方形, 不符合题意.

故选: A.

【点评】 本题考查了几何体的三种视图, 掌握定义是关键. 注意所有的看到的棱都应表现在三视图中.

6. (3分) (2016•泸州) 数据 4, 8, 4, 6, 3 的众数和平均数分别是 ()

A. 5, 4 B. 8, 5 C. 6, 5 D. 4, 5

【考点】 众数; 算术平均数.

【分析】 根据众数的定义找出出现次数最多的数, 再根据平均数的计算公式求出平均数即可.

【解答】 解: $\because 4$ 出现了 2 次, 出现的次数最多,

$\therefore$ 众数是 4;

这组数据的平均数是: $(4+8+4+6+3) \div 5=5$;

故选: D.

【点评】 此题考查了众数和平均数, 众数是一组数据中出现次数最多的数, 注意众数不止一个.

7. (3分) (2016•泸州) 在一个布口袋里装有白、红、黑三种颜色的小球, 它们除颜色外没有任何区别, 其中白球 2 只, 红球 6 只, 黑球 4 只, 将袋中的球搅匀, 闭上眼睛随机从袋中取出 1 只球, 则取出黑球的概率是 ()

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{6}$

【考点】 概率公式.

【分析】 根据随机事件概率大小的求法, 找准两点: ①符合条件的情况数目; ②全部情况的总数. 二者的比值就是其发生的概率的大小.

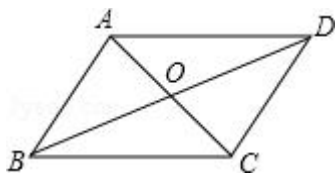
【解答】 解: 根据题意可得: 口袋里共有 12 只球, 其中白球 2 只, 红球 6 只, 黑球 4 只,

故从袋中取出一个球是黑球的概率: $P(\text{黑球}) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$,

故选: C.

【点评】 本题考查概率的求法与运用. 一般方法为: 如果一个事件有 n 种可能, 而且这些事件的可能性相同, 其中事件 A 出现 m 种结果, 那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

8. (3分) (2016•泸州) 如图, $\square ABCD$ 的对角线 AC、BD 相交于点 O, 且 $AC+BD=16$, $CD=6$, 则 $\triangle ABO$ 的周长是 ()



A. 10 B. 14 C. 20 D. 22

【考点】平行四边形的性质.

【分析】直接利用平行四边形的性质得出 $AO=CO$, $BO=DO$, $DC=AB=6$, 再利用已知求出 $AO+BO$ 的长, 进而得出答案.

【解答】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AO=CO$, $BO=DO$, $DC=AB=6$,

$\therefore AC+BD=16$,

$\therefore AO+BO=8$,

$\therefore \triangle ABO$ 的周长是: 14.

故选: B.

【点评】此题主要考查了平行四边形的性质, 正确得出 $AO+BO$ 的值是解题关键.

9. (3 分) (2016•泸州) 若关于 x 的一元二次方程 $x^2+2(k-1)x+k^2-1=0$ 有实数根, 则 k 的取值范围是 ()

A. $k \geq 1$ B. $k > 1$ C. $k < 1$ D. $k \leq 1$

【考点】根的判别式.

【分析】直接利用根的判别式进而分析得出 k 的取值范围.

【解答】解: $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $x^2+2(k-1)x+k^2-1=0$ 有实数根,

$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = 4(k-1)^2 - 4(k^2-1) = -8k+8 \geq 0$,

解得: $k \leq 1$.

故选: D.

【点评】此题主要考查了根的判别式, 正确得出关于 k 的等式是解题关键.

10. (3 分) (2016•泸州) 以半径为 1 的圆的内接正三角形、正方形、正六边形的边心距为三边作三角形, 则该三角形的面积是 ()

A. $\frac{\sqrt{3}}{8}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{8}$

【考点】正多边形和圆.

【分析】由于内接正三角形、正方形、正六边形是特殊内角的多边形, 可构造直角三角形分别求出边心距的长, 由勾股定理逆定理可得该三角形是直角三角形, 进而可得其面积.

【解答】解: 如图 1,

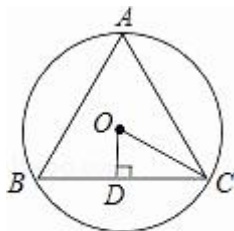


图 1

$\because OC=1$,

$$\therefore OD=1 \times \sin 30^{\circ}=\frac{1}{2};$$

如图 2,

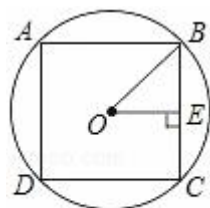


图 2

$$\because OB=1,$$

$$\therefore OE=1 \times \sin 45^{\circ}=\frac{\sqrt{2}}{2};$$

如图 3,

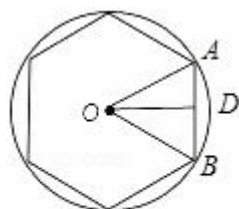


图 3

$$\because OA=1,$$

$$\therefore OD=1 \times \cos 30^{\circ}=\frac{\sqrt{3}}{2},$$

则该三角形的三边分别为: $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 、 $\frac{\sqrt{3}}{2}$,

$$\because \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2,$$

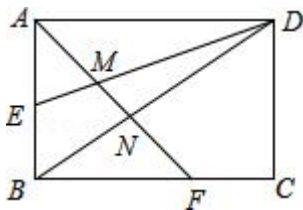
$\therefore$ 该三角形是以 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 为直角边, $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 为斜边的直角三角形,

$$\therefore \text{该三角形的面积是 } \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{8},$$

故选: D.

【点评】 本题主要考查多边形与圆, 解答此题要明确: 多边形的半径、边心距、中心角等概念, 根据解直角三角形的知识解答是解题的关键.

11. (3 分) (2016•泸州) 如图, 矩形 ABCD 的边长 AD=3, AB=2, E 为 AB 的中点, F 在边 BC 上, 且 BF=2FC, AF 分别与 DE、DB 相交于点 M, N, 则 MN 的长为 ()



A. $\frac{2\sqrt{2}}{5}$ B. $\frac{9\sqrt{2}}{20}$ C. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{4\sqrt{2}}{5}$

【考点】相似三角形的判定与性质；矩形的性质.

【分析】过F作FH⊥AD于H，交ED于O，于是得到FH=AB=2，根据勾股定理得到

$$AF = \sqrt{FH^2 + AH^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}, \text{ 根据平行线分线段成比例定理得到 } OH = \frac{1}{3}AE = \frac{1}{3}, \text{ 由相}$$

$$\text{似三角形的性质得到 } \frac{AM}{FM} = \frac{AE}{FO} = \frac{1}{\frac{5}{3}} = \frac{3}{5}, \text{ 求得 } AM = \frac{3}{8}AF = \frac{3\sqrt{2}}{4}, \text{ 根据相似三角形的性质得到}$$

$$\frac{AN}{FN} = \frac{AD}{BF} = \frac{3}{2}, \text{ 求得 } AN = \frac{3}{5}AF = \frac{6\sqrt{2}}{5}, \text{ 即可得到结论.}$$

【解答】解：过F作FH⊥AD于H，交ED于O，则FH=AB=2

$$\because BF=2FC, BC=AD=3,$$

$$\therefore BF=AH=2, FC=HD=1,$$

$$\therefore AF = \sqrt{FH^2 + AH^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2},$$

$$\because OH \parallel AE,$$

$$\therefore \frac{HO}{AE} = \frac{DH}{AD} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore OH = \frac{1}{3}AE = \frac{1}{3},$$

$$\therefore OF = FH - OH = 2 - \frac{1}{3} = \frac{5}{3},$$

$$\because AE \parallel FO,$$

$$\therefore \triangle AME \sim FMO,$$

$$\therefore \frac{AM}{FM} = \frac{AE}{FO} = \frac{1}{\frac{5}{3}} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore AM = \frac{3}{8}AF = \frac{3\sqrt{2}}{4},$$

$$\because AD \parallel BF,$$

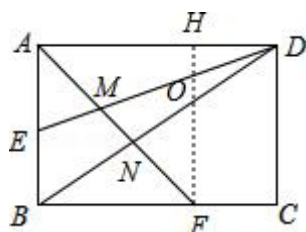
$$\therefore \triangle AND \sim \triangle FNB,$$

$$\therefore \frac{AN}{FN} = \frac{AD}{BF} = \frac{3}{2},$$

$$\therefore AN = \frac{3}{5}AF = \frac{6\sqrt{2}}{5},$$

$$\therefore MN = AN - AM = \frac{6\sqrt{2}}{5} - \frac{3\sqrt{2}}{4} = \frac{9\sqrt{2}}{20},$$

故选 B.



【点评】本题考查了相似三角形的判定与性质，矩形的性质，勾股定理，比例的性质，准确作出辅助线，求出 AN 与 AM 的长是解题的关键.

12. (3 分) (2016•泸州) 已知二次函数 $y=ax^2-bx-2$ ($a \neq 0$) 的图象的顶点在第四象限，且过点 $(-1, 0)$ ，当 $a-b$ 为整数时， ab 的值为 ()

A. $\frac{3}{4}$ 或 1 B. $\frac{1}{4}$ 或 1 C. $\frac{3}{4}$ 或 $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{4}$ 或 $\frac{3}{4}$

【考点】二次函数的性质.

【专题】函数及其图象.

【分析】首先根据题意确定 a 、 b 的符号，然后进一步确定 a 的取值范围，根据 $a-b$ 为整数确定 a 、 b 的值，从而确定答案.

【解答】解：依题意知 $a > 0$ ， $\frac{b}{2a} > 0$ ， $a+b-2=0$ ，

故 $b > 0$ ，且 $b=2-a$ ， $a-b=a-(2-a)=2a-2$ ，

于是 $0 < a < 2$ ，

$\therefore -2 < 2a-2 < 2$ ，

又 $a-b$ 为整数，

$\therefore 2a-2=-1, 0, 1$ ，

故 $a=\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}$ ，

$b=\frac{3}{2}, 1, \frac{1}{2}$ ，

$\therefore ab=\frac{3}{4}$ 或 1，

故选 A.

【点评】本题考查了二次函数的性质，解题的关键是能够根据图象经过的点确定 $a+b+c$ 的值和 a 、 b 的符号，难度中等.

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 3 分，共 12 分

13. (3 分) (2016•泸州) 分式方程 $\frac{4}{x-3} - \frac{1}{x} = 0$ 的根是 $x=-1$.

【考点】分式方程的解.

【分析】把分式方程转化成整式方程，求出整式方程的解，再代入 $x(x-3)$ 进行检验即可.

【解答】解：方程两边都乘以最简公分母 $x(x-3)$ 得： $4x-(x-3)=0$ ，

解得： $x=-1$ ，

经检验： $x=-1$ 是原分式方程的解，

故答案为： $x=-1$.

【点评】此题考查了解分式方程，解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解. 解分式方程一定要注意要验根.

14. (3 分) (2016•泸州) 分解因式： $2a^2+4a+2=$ $2(a+1)^2$.

【考点】提公因式法与公式法的综合运用.

【专题】计算题；因式分解.

【分析】原式提取 2，再利用完全平方公式分解即可.

【解答】解：原式 $=2(a^2+2a+1)$
 $=2(a+1)^2$ ，
 故答案为： $2(a+1)^2$ 。

【点评】此题考查了提公因式法与公式法的综合运用，熟练掌握因式分解的方法是解本题的关键。

15. (3分) (2016•泸州) 若二次函数 $y=2x^2-4x-1$ 的图象与 x 轴交于 $A(x_1, 0)$ 、 $B(x_2, 0)$ 两点，则 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ 的值为 -4 。

【考点】抛物线与 x 轴的交点。

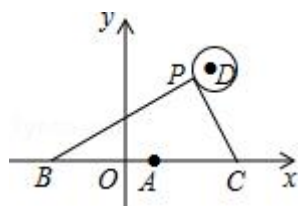
【分析】设 $y=0$ ，则对应一元二次方程的解分别是点 A 和点 B 的横坐标，利用根与系数的关系即可求出 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ 的值。

【解答】解：
 设 $y=0$ ，则 $2x^2-4x-1=0$ ，
 $\therefore$ 一元二次方程的解分别是点 A 和点 B 的横坐标，即 x_1, x_2 ，
 $\therefore x_1+x_2 = -\frac{-4}{2}=2, x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{2}$ ，
 $\therefore \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1+x_2}{x_1 \cdot x_2} = -4$ ，

故答案为： -4 。

【点评】本题考查了二次函数与一元二次方程的关系，掌握二次函数与 x 轴的交点的横坐标就是对应的一元二次方程的根是解题关键。

16. (3分) (2016•泸州) 如图，在平面直角坐标系中，已知点 $A(1, 0)$ ， $B(1-a, 0)$ ， $C(1+a, 0)$ ($a>0$)，点 P 在以 $D(4, 4)$ 为圆心，1 为半径的圆上运动，且始终满足 $\angle BPC=90^\circ$ ，则 a 的最大值是 6 。



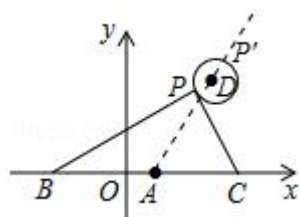
【考点】三角形的外接圆与外心。

【专题】动点型。

【分析】首先证明 $AB=AC=a$ ，根据条件可知 $PA=AB=AC=a$ ，求出 $\odot D$ 上到点 A 的最大距离即可解决问题。

【解答】解： $\because A(1, 0)$ ， $B(1-a, 0)$ ， $C(1+a, 0)$ ($a>0$)，
 $\therefore AB=1-(1-a)=a$ ， $CA=a+1-1=a$ ，
 $\therefore AB=AC$ ，
 $\because \angle BPC=90^\circ$ ，
 $\therefore PA=AB=AC=a$ ，
 如图延长 AD 交 $\odot D$ 于 P' ，此时 AP' 最大，
 $\because A(1, 0)$ ， $D(4, 4)$ ，

$\therefore AD=5$,
 $\therefore AP'=5+1=6$,
 $\therefore a$ 的最大值为 6.
 故答案为 6.



【点评】 本题考查圆、最值问题、直角三角形性质等知识，解题的关键是发现 $PA=AB=AC=a$ ，求出点 P 到点 A 的最大距离即可解决问题，属于中考常考题型.

三、本大题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分

17. (6 分) (2016•泸州) 计算: $(\sqrt{2}-1)^0 - \sqrt{12} \times \sin 60^\circ + (-2)^2$.

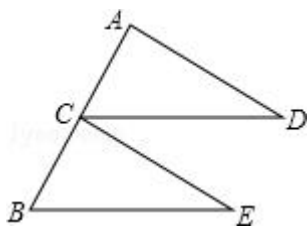
【考点】 实数的运算; 零指数幂; 特殊角的三角函数值.

【分析】 直接利用特殊角的三角函数值以及结合零指数幂的性质以及二次根式的性质分别化简进而求出答案.

【解答】 解: $(\sqrt{2}-1)^0 - \sqrt{12} \times \sin 60^\circ + (-2)^2$
 $= 1 - 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 4$
 $= 1 - 3 + 4$
 $= 2$.

【点评】 此题主要考查了实数运算，正确利用相关性质化简各数是解题关键.

18. (6 分) (2016•泸州) 如图，C 是线段 AB 的中点， $CD=BE$ ， $CD \parallel BE$. 求证: $\angle D = \angle E$.



【考点】 全等三角形的判定与性质.

【分析】 由 $CD \parallel BE$ ，可证得 $\angle ACD = \angle B$ ，然后由 C 是线段 AB 的中点， $CD=BE$ ，利用 SAS 即可证得 $\triangle ACD \cong \triangle CBE$ ，继而证得结论.

【解答】 证明: $\because$ C 是线段 AB 的中点,

$\therefore AC=CB$,

$\because CD \parallel BE$,

$\therefore \angle ACD = \angle B$,

在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle CBE$ 中,

$$\begin{cases} AC=CB \\ \angle ACD=\angle B, \\ CD=BE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle CBE$ (SAS),

∴ ∠D=∠E.

【点评】此题考查了全等三角形的判定与性质以及平行线的性质. 注意证得 $\triangle ACD \cong \triangle CBE$ 是关键.

19. (6分) (2016•泸州) 化简: $(a+1 - \frac{3}{a-1}) \cdot \frac{2a-2}{a+2}$.

【考点】分式的混合运算.

【专题】计算题.

【分析】先对括号内的式子进行化简, 再根据分式的乘法进行化简即可解答本题.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解: } & (a+1 - \frac{3}{a-1}) \cdot \frac{2a-2}{a+2} \\ &= \frac{(a+1)(a-1) - 3}{a-1} \cdot \frac{2(a-1)}{a+2} \\ &= \frac{a^2 - 4}{a-1} \cdot \frac{2(a-1)}{a+2} \\ &= \frac{(a+2)(a-2)}{a-1} \cdot \frac{2(a-1)}{a+2} \\ &= 2a - 4. \end{aligned}$$

【点评】本题考查分式的混合运算, 解题的关键是明确分式的混合运算的计算方法.

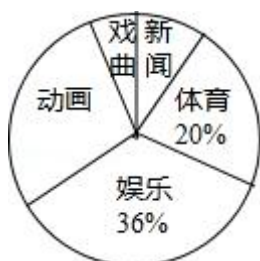
四. 本大题共 2 小题, 每小题 7 分, 共 14 分

20. (7分) (2016•泸州) 为了解某地区七年级学生对新闻、体育、动画、娱乐、戏曲五类电视节目的喜爱情况, 从该地区随机抽取部分七年级学生作为样本, 采用问卷调查的方法收集数据 (参与问卷调查的每名同学只能选择其中一类节目), 并调查得到的数据用下面的表和扇形图来表示 (表、图都没制作完成)

节目类型	新闻	体育	动画	娱乐	戏曲
人数	36	90	a	b	27

根据表、图提供的信息, 解决以下问题:

- (1) 计算出表中 a、b 的值;
- (2) 求扇形统计图中表示“动画”部分所对应的扇形的圆心角度数;
- (3) 若该地区七年级学生共有 47500 人, 试估计该地区七年级学生中喜爱“新闻”类电视节目的学生有多少人?



【考点】扇形统计图; 用样本估计总体.

【分析】(1) 先求出抽取的总人数, 再求出 b 的值, 进而可得出 a 的值;

(2) 求出 a 的值与总人数的比可得出结论;

(3) 求出喜爱新闻类人数的百分比, 进而可得出结论.

【解答】解：(1) $\because$ 喜欢体育的人数是 90 人，占总人数的 20%，

$$\therefore \text{总人数} = \frac{90}{20\%} = 450 \text{ (人)}.$$

$\because$ 娱乐人数占 36%，

$$\therefore a = 450 \times 36\% = 162 \text{ (人)},$$

$$\therefore b = 450 - 162 - 36 - 90 - 27 = 135 \text{ (人)};$$

(2) $\because$ 喜欢动画的人数是 135 人，

$$\therefore \frac{135}{450} \times 360^\circ = 108^\circ;$$

$$(3) \because \text{喜爱新闻类人数的百分比} = \frac{36}{450} \times 100\% = 8\%,$$

$$\therefore 47500 \times 8\% = 3800 \text{ (人)}.$$

答：该地区七年级学生中喜爱“新闻”类电视节目的学生有 3800 人.

【点评】 本题考查的是扇形统计图，熟知通过扇形统计图可以很清楚地表示出各部分数量同总数之间的关系. 用整个圆的面积表示总数（单位 1），用圆的扇形面积表示各部分占总数的百分数是解答此题的关键.

21. (7 分) (2016•泸州) 某商店购买 60 件 A 商品和 30 件 B 商品共用了 1080 元，购买 50 件 A 商品和 20 件 B 商品共用了 880 元.

(1) A、B 两种商品的单价分别是多少元？

(2) 已知该商店购买 B 商品的件数比购买 A 商品的件数的 2 倍少 4 件，如果需要购买 A、B 两种商品的总件数不少于 32 件，且该商店购买的 A、B 两种商品的总费用不超过 296 元，那么该商店有哪几种购买方案？

【考点】 一元一次不等式组的应用；二元一次方程组的应用.

【分析】 (1) 设 A 种商品的单价为 x 元、B 种商品的单价为 y 元，根据等量关系：①购买 60 件 A 商品的钱数+30 件 B 商品的钱数=1080 元，②购买 50 件 A 商品的钱数+20 件 B 商品的钱数=880 元分别列出方程，联立求解即可.

(2) 设购买 A 商品的件数为 m 件，则购买 B 商品的件数为 $(2m - 4)$ 件，根据不等关系：①购买 A、B 两种商品的总件数不少于 32 件，②购买的 A、B 两种商品的总费用不超过 296 元可分别列出不等式，联立求解可得出 m 的取值范围，进而讨论各方案即可.

【解答】 解：(1) 设 A 种商品的单价为 x 元、B 种商品的单价为 y 元，由题意得：

$$\begin{cases} 60x + 30y = 1080 \\ 50x + 20y = 880 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 16 \\ y = 4 \end{cases}.$$

答：A 种商品的单价为 16 元、B 种商品的单价为 4 元.

(2) 设购买 A 商品的件数为 m 件，则购买 B 商品的件数为 $(2m - 4)$ 件，由题意得：

$$\begin{cases} m + 2m - 4 \geq 32 \\ 16m + 4(2m - 4) \leq 296 \end{cases},$$

解得： $12 \leq m \leq 13$,

$\because m$ 是整数，

$\therefore m=12$ 或 13 ,

故有如下两种方案:

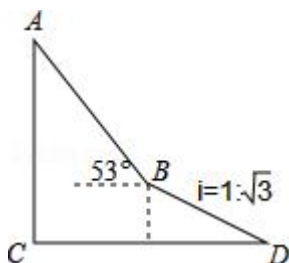
方案 (1): $m=12$, $2m-4=20$ 即购买 A 商品的件数为 12 件, 则购买 B 商品的件数为 20 件;

方案 (2): $m=13$, $2m-4=22$ 即购买 A 商品的件数为 13 件, 则购买 B 商品的件数为 22 件.

【点评】 此题考查了一元一次不等式组及二元一次方程组的应用, 解答此类应用类题目的关键是仔细审题, 得出等量关系, 从而转化为方程或不等式解题, 难度一般, 第二问需要分类讨论, 注意不要遗漏.

五. 本大题共 2 小题, 每小题 8 分, 共 16 分

22. (8 分) (2016·泸州) 如图, 为了测量出楼房 AC 的高度, 从距离楼底 C 处 $60\sqrt{3}$ 米的点 D (点 D 与楼底 C 在同一水平面上) 出发, 沿斜面坡度为 $i=1:\sqrt{3}$ 的斜坡 DB 前进 30 米到达点 B, 在点 B 处测得楼顶 A 的仰角为 53° , 求楼房 AC 的高度 (参考数据: $\sin 53^\circ \approx 0.8$, $\cos 53^\circ \approx 0.6$, $\tan 53^\circ \approx \frac{4}{3}$, 计算结果用根号表示, 不取近似值).



【考点】 解直角三角形的应用-仰角俯角问题; 解直角三角形的应用-坡度坡角问题.

【分析】 如图作 $BN \perp CD$ 于 N, $BM \perp AC$ 于 M, 先在 $RT\triangle BDN$ 中求出线段 BN, 在 $RT\triangle ABM$ 中求出 AM, 再证明四边形 CMBN 是矩形, 得 $CM=BN$ 即可解决问题.

【解答】 解: 如图作 $BN \perp CD$ 于 N, $BM \perp AC$ 于 M.

在 $RT\triangle BDN$ 中, $BD=30$, $BN:ND=1:\sqrt{3}$,

$$\therefore BN=15, DN=15\sqrt{3},$$

$$\because \angle C = \angle CMB = \angle CNB = 90^\circ,$$

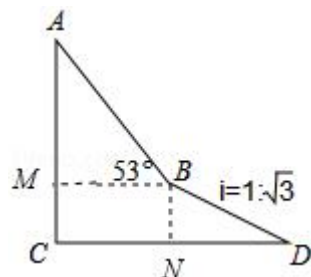
$\therefore$ 四边形 CMBN 是矩形,

$$\therefore CM=BN=15, BM=CN=60\sqrt{3}-15\sqrt{3}=45\sqrt{3},$$

$$\text{在 } RT\triangle ABM \text{ 中, } \tan \angle ABM = \frac{AM}{BM} = \frac{4}{3},$$

$$\therefore AM=60\sqrt{3},$$

$$\therefore AC=AM+CM=15+60\sqrt{3}.$$



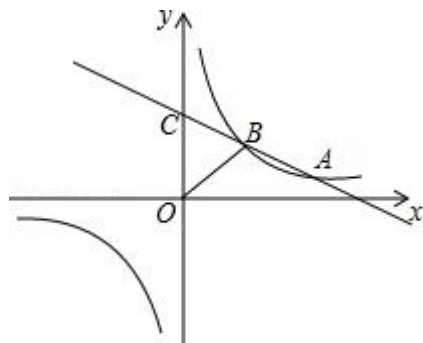
【点评】 本题考查解直角三角形、仰角、坡度等概念, 解题的关键是添加辅助线构造直角三角形, 记住坡度的定义, 属于中考常考题型.

23. (8分) (2016•泸州) 如图, 一次函数 $y=kx+b$ ($k<0$) 与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象相交于

A、B 两点, 一次函数的图象与 y 轴相交于点 C, 已知点 A (4, 1)

(1) 求反比例函数的解析式;

(2) 连接 OB (O 是坐标原点), 若 $\triangle BOC$ 的面积为 3, 求该一次函数的解析式.



【考点】 反比例函数与一次函数的交点问题.

【分析】 (1) 由点 A 的坐标结合反比例函数系数 k 的几何意义, 即可求出 m 的值;

(2) 设点 B 的坐标为 $(n, \frac{4}{n})$, 将一次函数解析式代入反比例函数解析式中, 利用根与系数的关系可找出 n、k 的关系, 由三角形的面积公式可表示出来 b、n 的关系, 再由点 A 在一次函数图象上, 可找出 k、b 的关系, 联立 3 个等式为方程组, 解方程组即可得出结论.

【解答】 解: (1) $\because$ 点 A (4, 1) 在反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象上,

$$\therefore m=4 \times 1=4,$$

$$\therefore \text{反比例函数的解析式为 } y=\frac{4}{x}.$$

(2) $\because$ 点 B 在反比例函数 $y=\frac{4}{x}$ 的图象上,

$$\therefore \text{设点 B 的坐标为 } (n, \frac{4}{n}).$$

将 $y=kx+b$ 代入 $y=\frac{4}{x}$ 中, 得:

$$kx+b=\frac{4}{x}, \text{ 整理得: } kx^2+bx-4=0,$$

$$\therefore 4n=-\frac{4}{k}, \text{ 即 } nk=-1 \text{ ①}.$$

令 $y=kx+b$ 中 $x=0$, 则 $y=b$,

即点 C 的坐标为 (0, b),

$$\therefore S_{\triangle BOC}=\frac{1}{2}bn=3,$$

$$\therefore bn=6 \text{ ②}.$$

$\because$ 点 A (4, 1) 在一次函数 $y=kx+b$ 的图象上,

$$\therefore 1=4k+b \text{ ③}.$$

联立①②③成方程组，即
$$\begin{cases} nk = -1 \\ bn = 6 \\ 1 = 4k + b \end{cases},$$

解得：
$$\begin{cases} k = -\frac{1}{2} \\ b = 3 \\ n = 2 \end{cases},$$

$\therefore$ 该一次函数的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + 3$.

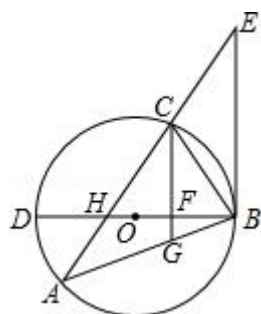
【点评】 本题考查了反比例函数与一次函数交点的问题、反比例函数系数 k 的几何意义、三角形的面积公式以及根与系数的关系，解题的关键是：(1) 利用反比例函数系数 k 的几何意义求出 m 的值；(2) 根据各关系量找出关于 k 、 b 、 n 的三元一次方程组. 本题属于中档题，难度不大，但考到的知识点较多，解决该题型题目时，综合根与系数的关系、三角形的面积公式以及一次函数上点的坐标特征得出方程组是关键.

六. 本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分

24. (12 分) (2016•泸州) 如图， $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ， BD 为 $\odot O$ 的直径， BD 与 AC 相交于点 H ， AC 的延长线与过点 B 的直线相交于点 E ，且 $\angle A = \angle EBC$.

(1) 求证： BE 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 已知 $CG \parallel EB$ ，且 CG 与 BD 、 BA 分别相交于点 F 、 G ，若 $BG \cdot BA = 48$ ， $FG = \sqrt{2}$ ， $DF = 2BF$ ，求 AH 的值.



【考点】 圆的综合题；三角形的外接圆与外心；切线的判定.

【分析】 (1) 欲证明 BE 是 $\odot O$ 的切线，只要证明 $\angle EBD = 90^\circ$.

(2) 由 $\triangle ABC \sim \triangle CBG$ ，得 $\frac{BC}{BG} = \frac{AB}{BC}$ 求出 BC ，再由 $\triangle BFC \sim \triangle BCD$ ，得 $BC^2 = BF \cdot BD$ 求出 BF ， CF ， CG ， GB ，再通过计算发现 $CG = AG$ ，进而可以证明 $CH = CB$ ，求出 AC 即可解决问题.

【解答】 (1) 证明：连接 CD ，

$\because BD$ 是直径，

$\therefore \angle BCD = 90^\circ$ ，即 $\angle D + \angle CBD = 90^\circ$ ，

$\because \angle A = \angle D$ ， $\angle A = \angle EBC$ ，

$\therefore \angle CBD + \angle EBC = 90^\circ$ ，

$\therefore BE \perp BD$ ，

$\therefore BE$ 是 $\odot O$ 切线.

(2) 解： $\because CG \parallel EB$ ，

$$\begin{aligned}
&\therefore \angle BCG = \angle EBC, \\
&\therefore \angle A = \angle BCG, \\
&\therefore \angle CBG = \angle ABC \\
&\therefore \triangle ABC \sim \triangle CBG, \\
&\therefore \frac{BC}{BG} = \frac{AB}{BC}, \text{ 即 } BC^2 = BG \cdot BA = 48, \\
&\therefore BC = 4\sqrt{3}, \\
&\therefore CG \parallel EB, \\
&\therefore CF \perp BD, \\
&\therefore \triangle BFC \sim \triangle BCD, \\
&\therefore BC^2 = BF \cdot BD, \\
&\therefore DF = 2BF, \\
&\therefore BF = 4,
\end{aligned}$$

$$\text{在 RT}\triangle BCF \text{ 中, } CF = \sqrt{BC^2 - BF^2} = 4\sqrt{2}.$$

$$\therefore CG = CF + FG = 5\sqrt{2},$$

$$\text{在 RT}\triangle BFG \text{ 中, } BG = \sqrt{BF^2 + FG^2} = 3\sqrt{2},$$

$$\therefore BG \cdot BA = 48,$$

$$\therefore BA = 8\sqrt{2} \text{ 即 } AG = 5\sqrt{2},$$

$$\therefore CG = AG,$$

$$\therefore \angle A = \angle ACG = \angle BCG, \quad \angle CFH = \angle CFB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CHF = \angle CBF,$$

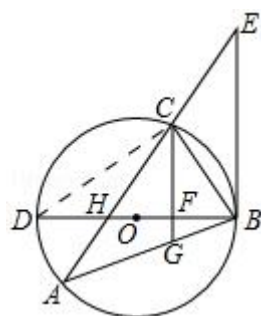
$$\therefore CH = CB = 4\sqrt{3},$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle CBG,$$

$$\therefore \frac{AC}{CG} = \frac{BC}{BG},$$

$$\therefore AC = \frac{CB \cdot CG}{BG} = \frac{20\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore AH = AC - CH = \frac{8\sqrt{3}}{3}.$$



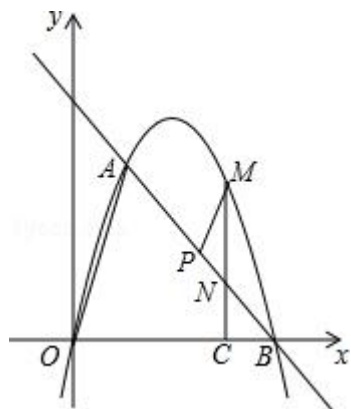
【点评】 本题考查切线的判定、圆的有关知识、相似三角形的判定和性质、勾股定理、等腰三角形的判定和性质等知识，解题的关键是巧妙利用相似三角形的性质解决问题，属于中考压轴题.

25. (12分) (2016•泸州) 如图, 在平面直角坐标系中, 点O为坐标原点, 直线l与抛物线 $y=mx^2+nx$ 相交于A(1, $3\sqrt{3}$), B(4, 0) 两点.

(1) 求出抛物线的解析式;

(2) 在坐标轴上是否存在点D, 使得 $\triangle ABD$ 是以线段AB为斜边的直角三角形? 若存在, 求出点D的坐标; 若不存在, 说明理由;

(3) 点P是线段AB上一动点, (点P不与点A、B重合), 过点P作 $PM \parallel OA$, 交第一象限内的抛物线于点M, 过点M作 $MC \perp x$ 轴于点C, 交AB于点N, 若 $\triangle BCN$ 、 $\triangle PMN$ 的面积 $S_{\triangle BCN}$ 、 $S_{\triangle PMN}$ 满足 $S_{\triangle BCN}=2S_{\triangle PMN}$, 求出 $\frac{MN}{NC}$ 的值, 并求出此时点M的坐标.



【考点】二次函数综合题.

【分析】(1) 由A、B两点的坐标, 利用待定系数法可求得抛物线解析式;

(2) 分D在x轴上和y轴上, 当D在x轴上时, 过A作 $AD \perp x$ 轴, 垂足D即为所求; 当D点在y轴上时, 设出D点坐标为(0, d), 可分别表示出AD、BD, 再利用勾股定理可得到关于d的方程, 可求得d的值, 从而可求得满足条件的D点坐标;

(3) 过P作 $PF \perp CM$ 于点F, 利用 $Rt\triangle ADO \sim Rt\triangle MFP$ 以及三角函数, 可用PF分别表示出MF和NF, 从而可表示出MN, 设 $BC=a$, 则可用a表示出CN, 再利用 $S_{\triangle BCN}=2S_{\triangle PMN}$, 可用PF表示出a的值, 从而可用PF表示出CN, 可求得 $\frac{MN}{NC}$ 的值; 借助a可表示出M点的坐标, 代入抛物线解析式可求得a的值, 从而可求出M点的坐标.

【解答】解:

(1) $\because A(1, 3\sqrt{3}), B(4, 0)$ 在抛物线 $y=mx^2+nx$ 的图象上,

$$\therefore \begin{cases} m+n=3\sqrt{3} \\ 16m+4n=0 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} m=-\sqrt{3} \\ n=4\sqrt{3} \end{cases},$$

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y=-\sqrt{3}x^2+4\sqrt{3}x$;

(2) 存在三个点满足题意, 理由如下:

当点D在x轴上时, 如图1, 过点A作 $AD \perp x$ 轴于点D,

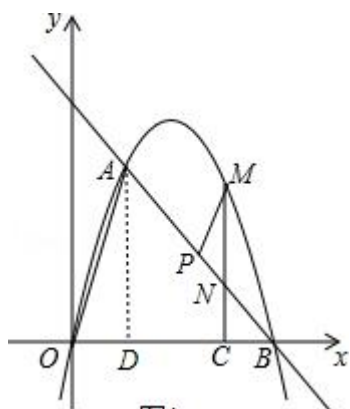


图1

$\because A(1, 3\sqrt{3})$,

$\therefore D$ 坐标为 $(1, 0)$;

当点 D 在 y 轴上时, 设 $D(0, d)$, 则 $AD^2 = 1 + (3\sqrt{3} - d)^2$, $BD^2 = 4^2 + d^2$, 且 $AB^2 = (4 - 1)^2 + (3\sqrt{3})^2 = 36$,

$\because \triangle ABD$ 是以 AB 为斜边的直角三角形,

$\therefore AD^2 + BD^2 = AB^2$, 即 $1 + (3\sqrt{3} - d)^2 + 4^2 + d^2 = 36$, 解得 $d = \frac{3\sqrt{3} \pm \sqrt{11}}{2}$,

$\therefore D$ 点坐标为 $(0, \frac{3\sqrt{3} + \sqrt{11}}{2})$ 或 $(0, \frac{3\sqrt{3} - \sqrt{11}}{2})$;

综上所述存在满足条件的 D 点, 其坐标为 $(1, 0)$ 或 $(0, \frac{3\sqrt{3} + \sqrt{11}}{2})$ 或 $(0, \frac{3\sqrt{3} - \sqrt{11}}{2})$;

(3) 如图 2, 过 P 作 $PF \perp CM$ 于点 F ,

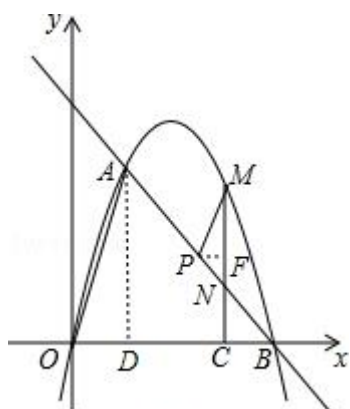


图2

$\because PM \parallel OA$,

$\therefore \text{Rt}\triangle ADO \sim \text{Rt}\triangle MFP$,

$\therefore \frac{MF}{PF} = \frac{AD}{OD} = 3\sqrt{3}$,

$\therefore MF = 3\sqrt{3}PF$,

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $BD = 3$, $AD = 3\sqrt{3}$,

$\therefore \tan \angle ABD = \sqrt{3}$,

$\therefore \angle ABD = 60^\circ$, 设 $BC = a$, 则 $CN = \sqrt{3}a$,

在 $\text{Rt}\triangle PFN$ 中, $\angle PNF = \angle BNC = 30^\circ$,

$\therefore \tan \angle PNF = \frac{PF}{FN} = \frac{\sqrt{3}}{3}$,

$$\begin{aligned}
&\therefore FN = \sqrt{3}PF, \\
&\therefore MN = MF + FN = 4\sqrt{3}PF, \\
&\because S_{\triangle BCN} = 2S_{\triangle PMN}, \\
&\therefore \frac{\sqrt{3}}{2}a^2 = 2 \times \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3}PF^2, \\
&\therefore a = 2\sqrt{2}PF, \\
&\therefore NC = \sqrt{3}a = 2\sqrt{6}PF, \\
&\therefore \frac{MN}{NC} = \frac{4\sqrt{3}PF}{2\sqrt{6}PF} = \sqrt{2}, \\
&\therefore MN = \sqrt{2}NC = \sqrt{2} \times \sqrt{3}a = \sqrt{6}a, \\
&\therefore MC = MN + NC = (\sqrt{6} + \sqrt{3})a, \\
&\therefore M \text{ 点坐标为 } (4 - a, (\sqrt{6} + \sqrt{3})a), \\
&\text{又 } M \text{ 点在抛物线上, 代入可得 } -\sqrt{3}(4 - a)^2 + 4\sqrt{3}(4 - a) = (\sqrt{6} + \sqrt{3})a, \\
&\text{解得 } a = 3 - \sqrt{2} \text{ 或 } a = 0 \text{ (舍去)}, \\
&OC = 4 - a = \sqrt{2} + 1, \quad MC = 2\sqrt{6} + \sqrt{3}, \\
&\therefore \text{点 } M \text{ 的坐标为 } (\sqrt{2} + 1, 2\sqrt{6} + \sqrt{3}).
\end{aligned}$$

【点评】 本题为二次函数的综合应用，涉及知识点有待定系数法、勾股定理、相似三角形的判定和性质、点与函数图象的关系及分类讨论等。在（2）中注意分点 D 在 x 轴和 y 轴上两种情况，在（3）中分别利用 PF 表示出 MF 和 NC 是解题的关键，注意构造三角形相似。本题涉及知识点较多，计算量较大，综合性较强，特别是第（3）问，难度很大。

参与本试卷答题和审题的老师有： gbl210； zcx； sdwdmahongye； HJJ； 三界无我； 王学峰； 张其铎； sks； wd1899； 弯弯的小河； zgm666； ZJX； HLing； 曹先生； 522286788（排名不分先后）

菁优网

2016年7月17日

考点卡片

1. 相反数

- (1) 相反数的概念：只有符号不同的两个数叫做互为相反数.
- (2) 相反数的意义：掌握相反数是成对出现的，不能单独存在，从数轴上看，除 0 外，互为相反数的两个数，它们分别在原点两旁且到原点距离相等.
- (3) 多重符号的化简：与“+”个数无关，有奇数个“-”号结果为负，有偶数个“-”号，结果为正.
- (4) 规律方法总结：求一个数的相反数的方法就是在这个数的前边添加“-”，如 a 的相反数是 $-a$ ， $m+n$ 的相反数是 $-(m+n)$ ，这时 $m+n$ 是一个整体，在整体前面添负号时，要用小括号.

2. 科学记数法—表示较大的数

- (1) 科学记数法：把一个大于 10 的数记成 $a \times 10^n$ 的形式，其中 a 是整数数位只有一位的数， n 是正整数，这种记数法叫做科学记数法. 【科学记数法形式： $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq a < 10$ ， n 为正整数.】
- (2) 规律方法总结：
 - ①科学记数法中 a 的要求和 10 的指数 n 的表示规律为关键，由于 10 的指数比原来的整数位数少 1；按此规律，先数一下原数的整数位数，即可求出 10 的指数 n .
 - ②记数法要求是大于 10 的数可用科学记数法表示，实质上绝对值大于 10 的负数同样可用此法表示，只是前面多一个负号.

3. 实数的运算

- (1) 实数的运算和在有理数范围内一样，值得一提的是，实数既可以进行加、减、乘、除、乘方运算，又可以进行开方运算，其中正实数可以开平方.
- (2) 在进行实数运算时，和有理数运算一样，要从高级到低级，即先算乘方、开方，再算乘除，最后算加减，有括号的要先算括号里面的，同级运算要按照从左到右的顺序进行. 另外，有理数的运算律在实数范围内仍然适用.

【规律方法】实数运算的“三个关键”

- 1. 运算法则：乘方和开方运算、幂的运算、指数（特别是负整数指数，0 指数）运算、根式运算、特殊三角函数值的计算以及绝对值的化简等.
- 2. 运算顺序：先乘方，再乘除，后加减，有括号的先算括号里面的，在同一级运算中要从左到右依次运算，无论何种运算，都要注意先定符号后运算.
- 3. 运算律的使用：使用运算律可以简化运算，提高运算速度和准确度.

4. 合并同类项

- (1) 定义：把多项式中同类项合成一项，叫做合并同类项.
- (2) 合并同类项的法则：把同类项的系数相加，所得结果作为系数，字母和字母的指数不变.
- (3) 合并同类项时要注意以下三点：

- ①要掌握同类项的概念，会辨别同类项，并准确地掌握判断同类项的两条标准：带有相同系数的代数项；字母和字母指数；
- ②明确合并同类项的含义是把多项式中的同类项合并成一项，经过合并同类项，式的项数会减少，达到化简多项式的目的；
- ③“合并”是指同类项的系数的相加，并把得到的结果作为新的系数，要保持同类项的字母和字母的指数不变.

5. 提公因式法与公式法的综合运用

提公因式法与公式法的综合运用.

6. 分式的混合运算

(1) 分式的混合运算，要注意运算顺序，式与数有相同的混合运算顺序；先乘方，再乘除，然后加减，有括号的先算括号里面的.

(2) 最后结果分子、分母要进行约分，注意运算的结果要化成最简分式或整式.

(3) 分式的混合运算，一般按常规运算顺序，但有时应先根据题目的特点，运用乘法的运算律进行灵活运算.

【规律方法】分式的混合运算顺序及注意问题

1. 注意运算顺序：分式的混合运算，先乘方，再乘除，然后加减，有括号的先算括号里面的.
2. 注意化简结果：运算的结果要化成最简分式或整式. 分子、分母中有公因式的要进行约分化简为最简分式或整式.
3. 注意运算律的应用：分式的混合运算，一般按常规运算顺序，但有时应先根据题目的特点，运用乘法的运算律运算，会简化运算过程.

7. 零指数幂

零指数幂： $a^0=1$ ($a \neq 0$)

由 $a^m \div a^m = 1$ ， $a^m \div a^m = a^{m-m} = a^0$ 可推出 $a^0=1$ ($a \neq 0$)

注意： $0^0 \neq 1$.

8. 二元一次方程组的应用

(一)、列二元一次方程组解决实际问题的一般步骤：

- (1) 审题：找出问题中的已知条件和未知量及它们之间的关系.
- (2) 设元：找出题中的两个关键的未知量，并用字母表示出来.
- (3) 列方程组：挖掘题目中的关系，找出两个等量关系，列出方程组.
- (4) 求解.
- (5) 检验作答：检验所求解是否符合实际意义，并作答.

(二)、设元的方法：直接设元与间接设元.

当问题较复杂时，有时设与要求的未知量相关的另一些量为未知数，即为间接设元. 无论怎样设元，设几个未知数，就要列几个方程.

9. 根的判别式

利用一元二次方程根的判别式 ($\Delta=b^2-4ac$) 判断方程的根的情况.

一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta=b^2-4ac$ 有如下关系：

- ①当 $\Delta > 0$ 时，方程有两个不相等的两个实数根；

②当 $\Delta=0$ 时, 方程有两个相等的两个实数根;

③当 $\Delta < 0$ 时, 方程无实数根.

上面的结论反过来也成立.

10. 分式方程的解

求出使分式方程中令等号左右两边相等且分母不等于 0 的未知数的值, 这个值叫方程的解.

注意: 在解方程的过程中因为在把分式方程化为整式方程的过程中, 扩大了未知数的取值范围, 可能产生增根, 增根是令分母等于 0 的值, 不是原分式方程的解.

11. 一元一次不等式组的应用

对具有多种不等关系的问题, 考虑列一元一次不等式组, 并求解.

一元一次不等式组的应用主要是列一元一次不等式组解应用题, 其一般步骤:

- (1) 分析题意, 找出不等关系;
- (2) 设未知数, 列出不等式组;
- (3) 解不等式组;
- (4) 从不等式组解集中找出符合题意的答案;
- (5) 作答.

12. 反比例函数与一次函数的交点问题

反比例函数与一次函数的交点问题

(1) 求反比例函数与一次函数的交点坐标, 把两个函数关系式联立成方程组求解, 若方程组有解则两者有交点, 方程组无解, 则两者无交点.

(2) 判断正比例函数 $y=k_1x$ 和反比例函数 $y=\frac{k_2}{x}$ 在同一直角坐标系中的交点个数可总结为:

①当 k_1 与 k_2 同号时, 正比例函数 $y=k_1x$ 和反比例函数 $y=\frac{k_2}{x}$ 在同一直角坐标系中有 2 个交点;

②当 k_1 与 k_2 异号时, 正比例函数 $y=k_1x$ 和反比例函数 $y=\frac{k_2}{x}$ 在同一直角坐标系中有 0 个交点.

13. 二次函数的性质

二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的顶点坐标是 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$, 对称轴直线 $x=-\frac{b}{2a}$,

二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象具有如下性质:

①当 $a > 0$ 时, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的开口向上, $x < -\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增大而减小;

$x > -\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增大而增大; $x = -\frac{b}{2a}$ 时, y 取得最小值 $\frac{4ac-b^2}{4a}$, 即顶点是抛物线

的最低点.

②当 $a < 0$ 时, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的开口向下, $x < -\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增大而增大;

$x > -\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增大而减小; $x = -\frac{b}{2a}$ 时, y 取得最大值 $\frac{4ac - b^2}{4a}$, 即顶点是抛物线的最高点.

③抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象可由抛物线 $y = ax^2$ 的图象向右或向左平移 $|\frac{b}{2a}|$ 个单位,

再向上或向下平移 $|\frac{4ac - b^2}{4a}|$ 个单位得到的.

14. 抛物线与 x 轴的交点

求二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 与 x 轴的交点坐标, 令 $y = 0$, 即 $ax^2 + bx + c = 0$, 解关于 x 的一元二次方程即可求得交点横坐标.

(1) 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 的交点与一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 根之间的关系.

$\Delta = b^2 - 4ac$ 决定抛物线与 x 轴的交点个数.

$\Delta = b^2 - 4ac > 0$ 时, 抛物线与 x 轴有 2 个交点;

$\Delta = b^2 - 4ac = 0$ 时, 抛物线与 x 轴有 1 个交点;

$\Delta = b^2 - 4ac < 0$ 时, 抛物线与 x 轴没有交点.

(2) 二次函数的交点式: $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$), 可直接得到抛物线与 x 轴的交点坐标 $(x_1, 0)$, $(x_2, 0)$.

15. 二次函数综合题

(1) 二次函数图象与其他函数图象相结合问题

解决此类问题时, 先根据给定的函数或函数图象判断出系数的符号, 然后判断新的函数关系式中系数的符号, 再根据系数与图象的位置关系判断出图象特征, 则符合所有特征的图象即为正确选项.

(2) 二次函数与方程、几何知识的综合应用

将函数知识与方程、几何知识有机地结合在一起. 这类试题一般难度较大. 解这类问题关键是善于将函数问题转化为方程问题, 善于利用几何图形的有关性质、定理和二次函数的知识, 并注意挖掘题目中的一些隐含条件.

(3) 二次函数在实际生活中的应用题

从实际问题中分析变量之间的关系, 建立二次函数模型. 关键在于观察、分析、创建, 建立直角坐标系下的二次函数图象, 然后数形结合解决问题, 需要注意的是自变量及函数的取值范围要使实际问题有意义.

16. 全等三角形的判定与性质

(1) 全等三角形的判定是结合全等三角形的性质证明线段和角相等的重要工具. 在判定三角形全等时, 关键是选择恰当的判定条件.

(2) 在应用全等三角形的判定时, 要注意三角形间的公共边和公共角, 必要时添加适当辅助线构造三角形.

17. 平行四边形的性质

- (1) 平行四边形的概念：有两组对边分别平行的四边形叫做平行四边形.
- (2) 平行四边形的性质：
 - ①边：平行四边形的对边相等.
 - ②角：平行四边形的对角相等.
 - ③对角线：平行四边形的对角线互相平分.
- (3) 平行线间的距离处处相等.
- (4) 平行四边形的面积：
 - ①平行四边形的面积等于它的底和这个底上的高的积.
 - ②同底（等底）同高（等高）的平行四边形面积相等.

18. 矩形的性质

- (1) 矩形的定义：有一个角是直角的平行四边形是矩形.
- (2) 矩形的性质：
 - ①平行四边形的性质矩形都具有；
 - ②角：矩形的四个角都是直角；
 - ③边：邻边垂直；
 - ④对角线：矩形的对角线相等；
 - ⑤矩形是轴对称图形，又是中心对称图形. 它有 2 条对称轴，分别是每组对边中点连线所在的直线；对称中心是两条对角线的交点.
- (3) 由矩形的性质，可以得到直角三角形的重要性质，直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半.

19. 三角形的外接圆与外心

- (1) 外接圆：经过三角形的三个顶点的圆，叫做三角形的外接圆.
- (2) 外心：三角形外接圆的圆心是三角形三条边垂直平分线的交点，叫做三角形的外心.
- (3) 概念说明：
 - ①“接”是说明三角形的顶点在圆上，或者经过三角形的三个顶点.
 - ②锐角三角形的外心在三角形的内部；直角三角形的外心为直角三角形斜边的中点；钝角三角形的外心在三角形的外部.
 - ③找一个三角形的外心，就是找一个三角形的两条边的垂直平分线的交点，三角形的外接圆只有一个，而一个圆的内接三角形却有无数个.

20. 切线的判定

- (1) 切线的判定定理：经过半径的外端且垂直于这条半径的直线是圆的切线.
- (2) 在应用判定定理时注意：
 - ①切线必须满足两个条件：a、经过半径的外端；b、垂直于这条半径，否则就不是圆的切线.
 - ②切线的判定定理实际上是从“圆心到直线的距离等于半径时，直线和圆相切”这个结论直接得出来的.
 - ③在判定一条直线为圆的切线时，当已知条件中未明确指出直线和圆是否有公共点时，常过圆心作该直线的垂线段，证明该线段的长等于半径，可简单的说成“无交点，作垂线段，证半径”；当已知条件中明确指出直线与圆有公共点时，常连接过该公共点的半径，证明该半径垂直于这条直线，可简单的说成“有交点，作半径，证垂直”.

21. 正多边形和圆

(1) 正多边形与圆的关系

把一个圆分成 n (n 是大于 2 的自然数) 等份, 依次连接各分点所得的多边形是这个圆的内接正多边形, 这个圆叫做这个正多边形的外接圆.

(2) 正多边形的有关概念

①中心: 正多边形的外接圆的圆心叫做正多边形的中心.

②正多边形的半径: 外接圆的半径叫做正多边形的半径.

③中心角: 正多边形每一边所对的圆心角叫做正多边形的中心角.

④边心距: 中心到正多边形的一边的距离叫做正多边形的边心距.

22. 圆的综合题

圆的综合题.

23. 轴对称图形

(1) 轴对称图形的概念:

如果一个图形沿一条直线折叠, 直线两旁的部分能够互相重合, 这个图形叫做轴对称图形, 这条直线叫做对称轴, 这时, 我们也可以说这个图形关于这条直线 (成轴) 对称.

(2) 轴对称图形是针对一个图形而言的, 是一种具有特殊性质图形, 被一条直线分割成的两部分沿着对称轴折叠时, 互相重合; 轴对称图形的对称轴可以是一条, 也可以是多条甚至无数条.

(3) 常见的轴对称图形:

等腰三角形, 矩形, 正方形, 等腰梯形, 圆等等.

24. 相似三角形的判定与性质

(1) 相似三角形相似多边形的特殊情形, 它沿袭相似多边形的定义, 从对应边的比相等和对应角相等两方面下定义; 反过来, 两个三角形相似也有对应角相等, 对应边的比相等.

(2) 三角形相似的判定一直是中考考查的热点之一, 在判定两个三角形相似时, 应注意利用图形中已有的公共角、公共边等隐含条件, 以充分发挥基本图形的作用, 寻找相似三角形的一般方法是通过作平行线构造相似三角形; 或依据基本图形对图形进行分解、组合; 或作辅助线构造相似三角形, 判定三角形相似的方法有事可单独使用, 有时需要综合运用, 无论是单独使用还是综合运用, 都要具备应有的条件方可.

25. 特殊角的三角函数值

(1) 特指 30° 、 45° 、 60° 角的各种三角函数值.

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}; \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3};$$

$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \tan 45^\circ = 1;$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2}; \quad \tan 60^\circ = \sqrt{3};$$

(2) 应用中要熟记特殊角的三角函数值, 一是按值的变化规律去记, 正弦逐渐增大, 余弦逐渐减小, 正切逐渐增大; 二是按特殊直角三角形中各边特殊值规律去记.

(3) 特殊角的三角函数值应用广泛, 一是它可以当作数进行运算, 二是具有三角函数的特点, 在解直角三角形中应用较多.

26. 解直角三角形的应用-坡度坡角问题

(1) 坡度是坡面的铅直高度 h 和水平宽度 l 的比, 又叫做坡比, 它是一个比值, 反映了斜坡的陡峭程度, 一般用 i 表示, 常写成 $i=1:m$ 的形式.

(2) 把坡面与水平面的夹角 α 叫做坡角, 坡度 i 与坡角 α 之间的关系为: $i=h/l=\tan\alpha$.

(3) 在解决坡度的有关问题中, 一般通过作高构成直角三角形, 坡角即是一锐角, 坡度实际就是一锐角的正切值, 水平宽度或铅直高度都是直角边, 实质也是解直角三角形问题.

应用领域: ①测量领域; ②航空领域 ③航海领域: ④工程领域等.

27. 解直角三角形的应用-仰角俯角问题

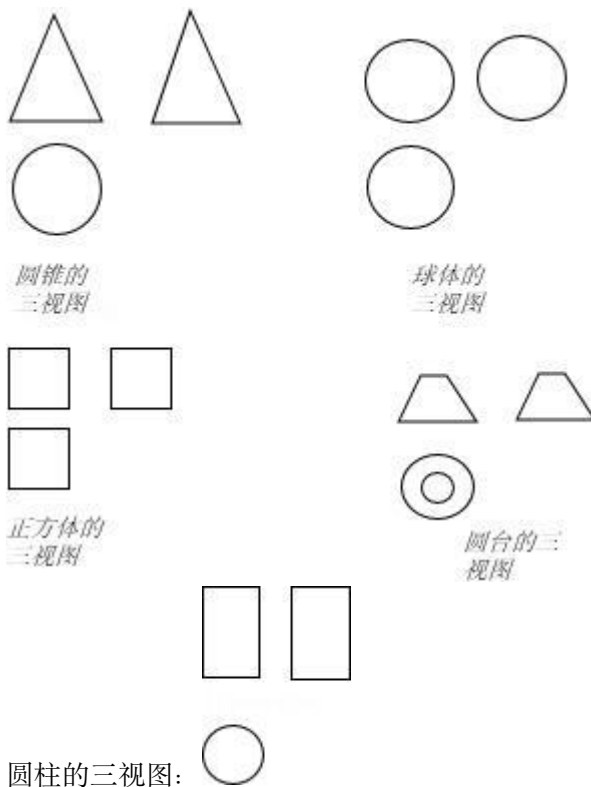
(1) 概念: 仰角是向上看的视线与水平线的夹角; 俯角是向下看的视线与水平线的夹角.

(2) 解决此类问题要了解角之间的关系, 找到与已知和未知相关联的直角三角形, 当图形中没有直角三角形时, 要通过作高或垂线构造直角三角形, 另当问题以一个实际问题的形式给出时, 要善于读懂题意, 把实际问题划归为直角三角形中边角关系问题加以解决.

28. 简单几何体的三视图

(1) 画物体的主视图的口诀为: 主、俯: 长对正; 主、左: 高平齐; 俯、左: 宽相等.

(2) 常见的几何体的三视图:



29. 用样本估计总体

用样本估计总体是统计的基本思想.

1、用样本的频率分布估计总体分布:

从一个总体得到一个包含大量数据的样本, 我们很难从一个个数字中直接看出样本所包含的信息. 这时, 我们用频率分布直方图来表示相应样本的频率分布, 从而去估计总体的分布情况.

2、用样本的数字特征估计总体的数字特征（主要数据有众数、中位数、平均数、标准差与方差）。

一般来说，用样本去估计总体时，样本越具有代表性、容量越大，这时对总体的估计也就越精确。

30. 扇形统计图

(1) 扇形统计图是用整个圆表示总数用圆内各个扇形的大小表示各部分数量占总数的百分数。通过扇形统计图可以很清楚地表示出各部分数量同总数之间的关系。用整个圆的面积表示总数（单位 1），用圆的扇形面积表示各部分占总数的百分数。

(2) 扇形图的特点：从扇形图上可以清楚地看出各部分数量和总数量之间的关系。

(3) 制作扇形图的步骤

①根据有关数据先算出各部分在总体中所占的百分数，再算出各部分圆心角的度数，公式是各部分扇形圆心角的度数=部分占总体的百分比 $\times 360^\circ$ 。____②按比例取适当半径画一个圆；按扇形圆心角的度数用量角器在圆内量出各个扇形的圆心角的度数；

④在各扇形内写上相应的名称及百分数，并用不同的标记把各扇形区分开来。

31. 算术平均数

(1) 平均数是指在一组数据中所有数据之和再除以数据的个数。它是反映数据集中趋势的一项指标。

(2) 算术平均数：对于 n 个数 $x_1, x_2, \dots, x_n$ ，则 $\bar{x} = \frac{1}{n} (x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ 就叫做这 n 个数的算术平均数。

(3) 算术平均数是加权平均数的一种特殊情况，加权平均数包含算术平均数，当加权平均数中的权相等时，就是算术平均数。

32. 众数

(1) 一组数据中出现次数最多的数据叫做众数。

(2) 求一组数据的众数的方法：找出频数最多的那个数据，若几个数据频数都是最多且相同，此时众数就是这多个数据。

(3) 众数不易受数据中极端值的影响。众数也是数据的一种代表数，反映了一组数据的集中程度，众数可作为描述一组数据集中趋势的量。

33. 概率公式

(1) 随机事件 A 的概率 $P(A)$ = 事件 A 可能出现的结果数 / 所有可能出现的结果数。

(2) $P(\text{必然事件}) = 1$ 。

(3) $P(\text{不可能事件}) = 0$ 。