

2016 年四川省攀枝花市中考数学试卷

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）

1. 下列各数中，不是负数的是（ ）

- A. -2 B. 3 C. $-\frac{5}{8}$ D. -0.10

2. 计算 $(ab^2)^3$ 的结果，正确的是（ ）

- A. a^3b^6 B. a^3b^5 C. ab^6 D. ab^5

3. 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）



4. 下列说法中正确的是（ ）

- A. “打开电视，正在播放《新闻联播》”是必然事件
 B. “ $x^2 < 0$ (x 是实数)”是随机事件
 C. 掷一枚质地均匀的硬币 10 次，可能有 5 次正面向上
 D. 为了了解夏季冷饮市场上冰淇淋的质量情况，宜采用普查方式调查

5. 化简 $\frac{m^2}{m-n} + \frac{n^2}{n-m}$ 的结果是（ ）

- A. $m+n$ B. $n-m$ C. $m-n$ D. $-m-n$

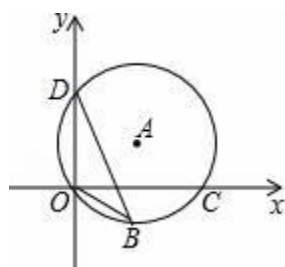
6. 下列关于矩形的说法中正确的是（ ）

- A. 对角线相等的四边形是矩形 B. 矩形的对角线相等且互相平分
 C. 对角线互相平分的四边形是矩形 D. 矩形的对角线互相垂直且平分

7. 若 $x = -2$ 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 + \frac{3}{2}ax - a^2 = 0$ 的一个根，则 a 的值为（ ）

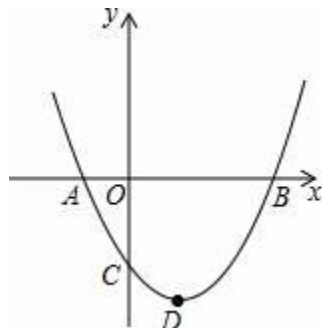
- A. -1 或 4 B. -1 或 -4 C. 1 或 -4 D. 1 或 4

8. 如图，点 $D(0, 3)$ ， $O(0, 0)$ ， $C(4, 0)$ 在 $\odot A$ 上， BD 是 $\odot A$ 的一条弦，则 $\sin \angle OBD =$ （ ）



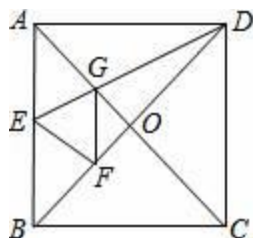
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

9. 如图，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a>0$) 图象的顶点为 D，其图象与 x 轴的交点 A、B 的横坐标分别为 -1 和 3，则下列结论正确的是 ()



- A. $2a - b = 0$ B. $a + b + c > 0$
 C. $3a - c = 0$ D. 当 $a = \frac{1}{2}$ 时， $\triangle ABD$ 是等腰直角三角形

10. 如图，正方形纸片 ABCD 中，对角线 AC、BD 交于点 O，折叠正方形纸片 ABCD，使 AD 落在 BD 上，点 A 恰好与 BD 上的点 F 重合，展开后折痕 DE 分别交 AB、AC 于点 E、G，连结 GF，给出下列结论：① $\angle ADG = 22.5^\circ$ ；② $\tan \angle AED = 2$ ；③ $S_{\triangle AGD} = S_{\triangle OGD}$ ；④ 四边形 AEFG 是菱形；⑤ $BE = 2OG$ ；⑥ 若 $S_{\triangle OGF} = 1$ ，则正方形 ABCD 的面积是 $6 + 4\sqrt{2}$ ，其中正确的结论个数为 ()



- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

二、填空题 (共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分)

11. 月球的半径约为 1738000 米，1738000 这个数用科学记数法表示为_____.

12. 对部分参加夏令营的中学生的年龄 (单位: 岁) 进行统计，结果如表:

年龄	13	14	15	16	17	18
人数	4	5	6	6	7	2

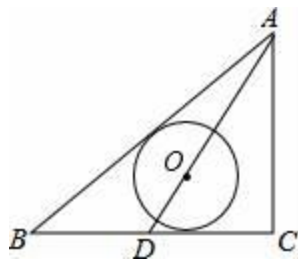
则这些学生年龄的众数是_____.

13. 如果一个正六边形的每个外角都是 30° ，那么这个多边形的内角和为_____.

14. 设 x_1 、 x_2 是方程 $5x^2 - 3x - 2 = 0$ 的两个实数根，则 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ 的值为_____.

15. 已知关于 x 的分式方程 $\frac{k}{x+1} + \frac{x+k}{x-1} = 1$ 的解为负数，则 k 的取值范围是_____.

16. 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 3$ ， $AB = 5$ ， D 为 BC 边的中点，以 AD 上一点 O 为圆心的 $\odot O$ 和 AB 、 BC 均相切，则 $\odot O$ 的半径为_____.



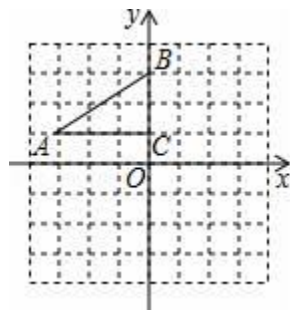
三、解答题 (共 8 小题，满分 66 分)

17. 计算： $\sqrt{4} + 2016^0 - |\sqrt{3} - 2| + 1$.

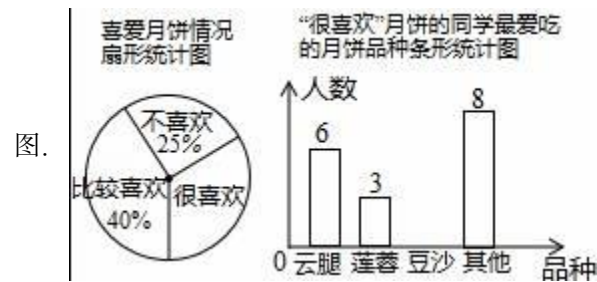
18. 如图，在平面直角坐标系中，直角 $\triangle ABC$ 的三个顶点分别是 $A(-3, 1)$ ， $B(0, 3)$ ， $C(0, 1)$

(1) 将 $\triangle ABC$ 以点 C 为旋转中心旋转 180° ，画出旋转后对应的 $\triangle A_1B_1C_1$ ；

(2) 分别连结 AB_1 、 BA_1 后，求四边形 AB_1A_1B 的面积.



19. 中秋佳节我国有赏月 and 吃月饼的传统，某校数学兴趣小组为了了解本校学生喜爱月饼的情况，随机抽取了 60 名同学进行问卷调查，经过统计后绘制了两幅尚不完整的统计图



(注：参与问卷调查的每一位同学在任何一种分类统计中只有一种选择)

请根据统计图完成下列问题：

(1) 扇形统计图中，“很喜欢”的部分所对应的圆心角为_____度；

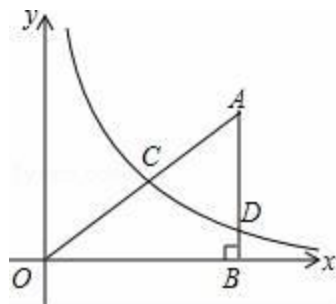
条形统计图中，喜欢“豆沙”月饼的学生有_____人；

(2) 若该校共有学生 900 人，请根据上述调查结果，估计该校学生中“很喜欢”和“比较喜欢”月饼的共有_____人。

(3) 甲同学最爱吃云腿月饼，乙同学最爱吃豆沙月饼，现有重量、包装完全一样的云腿、豆沙、莲蓉、蛋黄四种月饼各一个，让甲、乙每人各选一个，请用画树状图法或列表法，求出甲、乙两人中有且只有一人选中自己最爱吃的月饼的概率。

20. 如图，在平面直角坐标系中，O 为坐标原点， $\triangle ABO$ 的边 AB 垂直与 x 轴，垂足为点 B，反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x>0$) 的图象经过 AO 的中点 C，且与 AB 相交于点 D，OB=4，AD=3，

- (1) 求反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的解析式；
- (2) 求 $\cos\angle OAB$ 的值；
- (3) 求经过 C、D 两点的一次函数解析式.



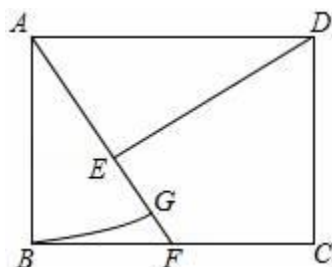
21. 某市为了鼓励居民节约用水，决定实行两级收费制度. 若每月用水量不超过 14 吨（含 14 吨），则每吨按政府补贴优惠价 m 元收费；若每月用水量超过 14 吨，则超过部分每吨按市场价 n 元收费. 小明家 3 月份用水 20 吨，交水费 49 元；4 月份用水 18 吨，交水费 42 元.

- (1) 求每吨水的政府补贴优惠价和市场价分别是多少？
- (2) 设每月用水量为 x 吨，应交水费为 y 元，请写出 y 与 x 之间的函数关系式；
- (3) 小明家 5 月份用水 26 吨，则他家应交水费多少元？

22. 如图，在矩形 ABCD 中，点 F 在边 BC 上，且 $AF=AD$ ，过点 D 作 $DE \perp AF$ ，垂足为点 E

(1) 求证: $DE=AB$;

(2) 以 A 为圆心, AB 长为半径作圆弧交 AF 于点 G, 若 $BF=FC=1$, 求扇形 ABG 的面积. (结果保留 π)

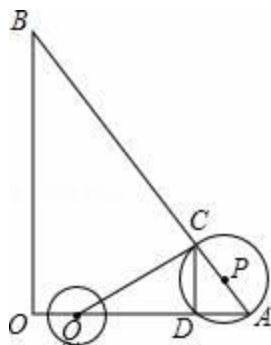


23. 如图，在 $\triangle AOB$ 中， $\angle AOB$ 为直角， $OA=6$ ， $OB=8$ ，半径为 2 的动圆圆心 Q 从点 O 出发，沿着 OA 方向以 1 个单位长度/秒的速度匀速运动，同时动点 P 从点 A 出发，沿着 AB 方向也以 1 个单位长度/秒的速度匀速运动，设运动时间为 t 秒 ($0 < t \leq 5$) 以 P 为圆心，PA 长为半径的 $\odot P$ 与 AB、OA 的另一个交点分别为 C、D，连结 CD、QC.

(1) 当 t 为何值时，点 Q 与点 D 重合?

(2) 当 $\odot Q$ 经过点 A 时，求 $\odot P$ 被 OB 截得的弦长.

(3) 若 $\odot P$ 与线段 QC 只有一个公共点，求 t 的取值范围.

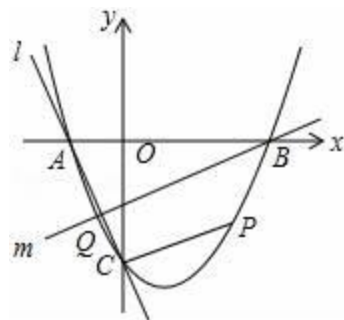


24. 如图，抛物线 $y=x^2+bx+c$ 与 x 轴交于 A、B 两点，B 点坐标为 $(3, 0)$ ，与 y 轴交于点 C $(0, -3)$

(1) 求抛物线的解析式；

(2) 点 P 在抛物线位于第四象限的部分上运动，当四边形 ABPC 的面积最大时，求点 P 的坐标和四边形 ABPC 的最大面积.

(3) 直线 l 经过 A、C 两点，点 Q 在抛物线位于 y 轴左侧的部分上运动，直线 m 经过点 B 和点 Q，是否存在直线 m，使得直线 l、m 与 x 轴围成的三角形和直线 l、m 与 y 轴围成的三角形相似？若存在，求出直线 m 的解析式，若不存在，请说明理由.



2016 年四川省攀枝花市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）

1. 下列各数中，不是负数的是（ ）

- A. -2 B. 3 C. $-\frac{5}{8}$ D. -0.10

【考点】正数和负数.

【分析】利用负数的定义判断即可得到结果.

【解答】解：A、 -2 是负数，故本选项不符合题意；

B、 3 是正数，不是负数，故本选项符合题意；

C、 $-\frac{5}{8}$ 是负数，故本选项不符合题意；

D、 -0.10 是负数，故本选项不符合题意；

故选：B.

【点评】此题考查了正数与负数，分清正数与负数是解本题的关键.

2. 计算 $(ab^2)^3$ 的结果，正确的是（ ）

- A. a^3b^6 B. a^3b^5 C. ab^6 D. ab^5

【考点】幂的乘方与积的乘方.

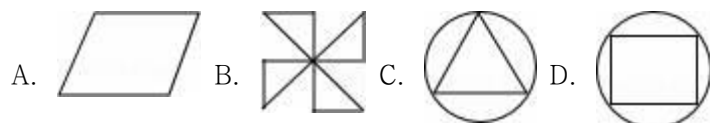
【分析】直接利用积的乘方运算法则再结合幂的乘方运算法则化简求出答案.

【解答】解： $(ab^2)^3 = a^3b^6$.

故选：A.

【点评】此题主要考查了积的乘方运算以及幂的乘方运算，正确掌握运算法则是解题关键.

3. 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）



【考点】中心对称图形；轴对称图形.

【分析】根据轴对称图形和中心对称图形的定义对各选项进行判断.

【解答】解：A、平行四边形为中心对称图形，所以 A 选项错误；

B、图形为中心对称图形，所以 B 选项错误；

C、图形为轴对称图形，所以 C 选项错误；

D、图形是中心对称图形也是轴对称图形，所以 D 选项正确。

故选 D.

【点评】本题考查了中心对称图形：把一个图形绕某一点旋转 180° ，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形，这个点叫做对称中心. 也考查了轴对称图形.

4. 下列说法中正确的是 ()

A. “打开电视，正在播放《新闻联播》”是必然事件

B. “ $x^2 < 0$ (x 是实数)”是随机事件

C. 掷一枚质地均匀的硬币 10 次，可能有 5 次正面向上

D. 为了了解夏季冷饮市场上冰淇淋的质量情况，宜采用普查方式调查

【考点】概率的意义；全面调查与抽样调查；随机事件.

【专题】探究型.

【分析】根据选项中的事件可以分别判断是否正确，从而可以解答本题.

【解答】解：选项 A 中的事件是随机事件，故选项 A 错误；

选项 B 中的事件是不可能事件，故选项 B 错误；

选项 C 中的事件是随机事件，故选项 C 正确；

选项 D 中的事件应采取抽样调查，普查不合理，故选 D 错误；

故选 C.

【点评】本题考查概率的意义、全面调查与抽样调查、随机事件，解题的关键是明确概率的意义，根据实际情况选择合适的调查方式.

5. 化简 $\frac{m^2}{m-n} + \frac{n^2}{n-m}$ 的结果是 ()

A. $m+n$ B. $n-m$ C. $m-n$ D. $-m-n$

【考点】分式的加减法.

【分析】首先进行通分运算，进而分解因式化简求出答案.

【解答】解： $\frac{m^2}{m-n} + \frac{n^2}{n-m}$

$$= \frac{m^2}{m-n} - \frac{n^2}{m-n}$$

$$= \frac{(m+n)(m-n)}{m-n}$$

$$= m+n.$$

故选：A.

【点评】此题主要考查了分式的加减运算，正确分解因式是解题关键.

6. 下列关于矩形的说法中正确的是 ()

- A. 对角线相等的四边形是矩形
- B. 矩形的对角线相等且互相平分
- C. 对角线互相平分的四边形是矩形
- D. 矩形的对角线互相垂直且平分

【考点】矩形的判定与性质.

【分析】根据矩形的性质和判定定理逐个判断即可.

【解答】解：A、对角线相等的平行四边形才是矩形，故本选项错误；

B、矩形的对角线相等且互相平分，故本选项正确；

C、对角线互相平分的四边形是平行四边形，不一定是矩形，故本选项错误；

D、矩形的对角线互相平分且相等，不一定垂直，故本选项错误；

故选 B.

【点评】本题考查了矩形的性质和判定的应用，能熟记矩形的性质和判定定理是解此题的关键.

7. 若 $x = -2$ 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 + \frac{3}{2}ax - a^2 = 0$ 的一个根，则 a 的值为 ()

- A. -1 或 4
- B. -1 或 -4
- C. 1 或 -4
- D. 1 或 4

【考点】一元二次方程的解.

【分析】把 $x = -2$ 代入已知方程，列出关于 a 的新方程，通过解新方程可以求得 a 的值.

【解答】解：根据题意，将 $x = -2$ 代入方程 $x^2 + \frac{3}{2}ax - a^2 = 0$ ，得：

$$4 - 3a - a^2 = 0, \text{ 即 } a^2 + 3a - 4 = 0,$$

$$\text{左边因式分解得: } (a - 1)(a + 4) = 0,$$

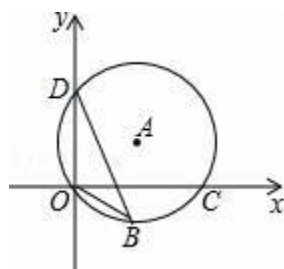
$$\therefore a - 1 = 0, \text{ 或 } a + 4 = 0,$$

$$\text{解得: } a = 1 \text{ 或 } -4,$$

故选：C.

【点评】本题考查了一元二次方程的解的定义. 能使一元二次方程左右两边相等的未知数的值是一元二次方程的解. 又因为只含有一个未知数的方程的解也叫做这个方程的根，所以，一元二次方程的解也称为一元二次方程的根.

8. 如图，点 $D(0, 3)$ ， $O(0, 0)$ ， $C(4, 0)$ 在 $\odot A$ 上， BD 是 $\odot A$ 的一条弦，则 $\sin \angle OBD =$ ()



- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

【考点】锐角三角函数的定义.

【分析】连接 CD ，可得出 $\angle OBD = \angle OCD$ ，根据点 $D(0, 3)$ ， $C(4, 0)$ ，得 $OD = 3$ ， $OC = 4$ ，由勾股定理得出 $CD = 5$ ，再在直角三角形中得出利用三角函数求出 $\sin \angle OBD$ 即可.

【解答】解： $\because D(0, 3)$ ， $C(4, 0)$ ，

$$\therefore OD = 3, OC = 4,$$

$$\therefore \angle COD = 90^\circ,$$

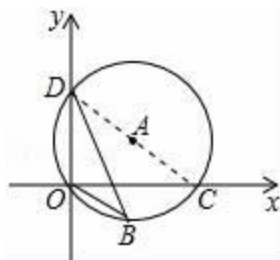
$$\therefore CD = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

连接 CD ，如图所示：

$$\therefore \angle OBD = \angle OCD,$$

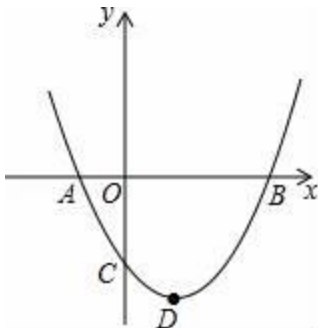
$$\therefore \sin \angle OBD = \sin \angle OCD = \frac{OD}{CD} = \frac{3}{5}.$$

故选：D.



【点评】 本题考查了圆周角定理，勾股定理、以及锐角三角函数的定义；熟练掌握圆周角定理是解决问题的关键.

9. 如图，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a>0$) 图象的顶点为 D，其图象与 x 轴的交点 A、B 的横坐标分别为 -1 和 3 ，则下列结论正确的是 ()



- A. $2a - b = 0$
- B. $a + b + c > 0$
- C. $3a - c = 0$
- D. 当 $a = \frac{1}{2}$ 时， $\triangle ABD$ 是等腰直角三角形

【考点】 二次函数图象与系数的关系.

【分析】 由于抛物线与 x 轴的交点 A、B 的横坐标分别为 -1 ， 3 ，得到对称轴为直线 $x=1$ ，则 $-\frac{b}{2a}=1$ ，即 $2a+b=0$ ，得出，选项 A 错误；

当 $x=1$ 时， $y < 0$ ，得出 $a+b+c < 0$ ，得出选项 B 错误；

当 $x=-1$ 时， $y=0$ ，即 $a-b+c=0$ ，而 $b=-2a$ ，可得到 a 与 c 的关系，得出选项 C 错误；

由 $a=\frac{1}{2}$ ，则 $b=-1$ ， $c=-\frac{3}{2}$ ，对称轴 $x=1$ 与 x 轴的交点为 E，先求出顶点 D 的坐标，由三角形边的关系得出 $\triangle ADE$ 和 $\triangle BDE$ 都为等腰直角三角形，得出选项 D 正确；即可得出结论.

【解答】 解： $\because$ 抛物线与 x 轴的交点 A、B 的横坐标分别为 -1 ， 3 ，

$\therefore$ 抛物线的对称轴为直线 $x=1$ ，则 $-\frac{b}{2a}=1$ ，

$$\therefore 2a+b=0,$$

$\therefore$ 选项 A 错误;

$\therefore$ 当自变量取 1 时, 对应的函数图象在 x 轴下方,

$$\therefore x=1 \text{ 时, } y < 0, \text{ 则 } a+b+c < 0,$$

$\therefore$ 选项 B 错误;

$$\because A \text{ 点坐标为 } (-1, 0),$$

$$\therefore a-b+c=0, \text{ 而 } b=-2a,$$

$$\therefore a+2a+c=0,$$

$$\therefore 3a+c=0,$$

$\therefore$ 选项 C 错误;

当 $a=\frac{1}{2}$, 则 $b=-1$, $c=-\frac{3}{2}$, 对称轴 $x=1$ 与 x 轴的交点为 E, 如图,

$$\therefore \text{抛物线的解析式为 } y=\frac{1}{2}x^2-x-\frac{3}{2},$$

$$\text{把 } x=1 \text{ 代入得 } y=\frac{1}{2}-1-\frac{3}{2}=-2,$$

$$\therefore D \text{ 点坐标为 } (1, -2),$$

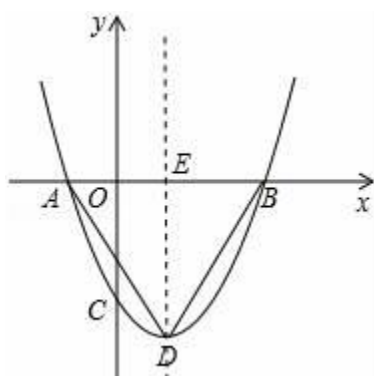
$$\therefore AE=2, BE=2, DE=2,$$

$\therefore \triangle ADE$ 和 $\triangle BDE$ 都为等腰直角三角形,

$\therefore \triangle ADB$ 为等腰直角三角形,

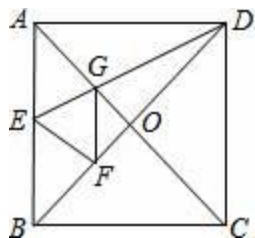
$\therefore$ 选项 D 正确.

故选 D.



【点评】 本题考查了二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与系数的关系: 当 $a > 0$, 抛物线开口向上; 抛物线的对称轴为直线 $x=-\frac{b}{2a}$; 抛物线与 y 轴的交点坐标为 $(0, c)$.

10. 如图, 正方形纸片 ABCD 中, 对角线 AC、BD 交于点 O, 折叠正方形纸片 ABCD, 使 AD 落在 BD 上, 点 A 恰好与 BD 上的点 F 重合, 展开后折痕 DE 分别交 AB、AC 于点 E、G, 连结 GF, 给出下列结论: ① $\angle ADG=22.5^\circ$; ② $\tan \angle AED=2$; ③ $S_{\triangle AGD}=S_{\triangle OGD}$; ④ 四边形 AEFG 是菱形; ⑤ $BE=2OG$; ⑥ 若 $S_{\triangle OGF}=1$, 则正方形 ABCD 的面积是 $6+4\sqrt{2}$, 其中正确的结论个数为 ()



A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

【考点】四边形综合题.

【分析】①由四边形 ABCD 是正方形, 可得 $\angle GAD=\angle ADO=45^\circ$, 又由折叠的性质, 可求得 $\angle ADG$ 的度数;

②由 $AE=EF < BE$, 可得 $AD > 2AE$;

③由 $AG=GF > OG$, 可得 $\triangle AGD$ 的面积 $>$ $\triangle OGD$ 的面积;

④由折叠的性质与平行线的性质, 易得 $\triangle EFG$ 是等腰三角形, 即可证得 $AE=GF$;

⑤易证得四边形 AEFG 是菱形, 由等腰直角三角形的性质, 即可得 $BE=2OG$;

⑥根据四边形 AEFG 是菱形可知 $AB \parallel GF$, $AB=GF$, 再由 $\angle BAO=45^\circ$, $\angle GOF=90^\circ$ 可得出 $\triangle OGF$ 是等腰直角三角形, 由 $S_{\triangle OGF}=1$ 求出 GF 的长, 进而可得出 BE 及 AE 的长, 利用正方形的面积公式可得出结论.

【解答】解: $\because$ 四边形 ABCD 是正方形,

$\therefore \angle GAD=\angle ADO=45^\circ$,

由折叠的性质可得: $\angle ADG=\frac{1}{2}\angle ADO=22.5^\circ$,

故①正确.

$\because$ 由折叠的性质可得: $AE=EF$, $\angle EFD=\angle EAD=90^\circ$,

$\therefore AE=EF < BE$,

$\therefore AE < \frac{1}{2}AB$,

$\therefore \frac{AD}{AE} > 2$,

故②错误.

$$\because \angle AOB=90^{\circ},$$

$$\therefore AG=FG>OG, \triangle AGD \text{ 与 } \triangle OGD \text{ 同高},$$

$$\therefore S_{\triangle AGD}>S_{\triangle OGD},$$

故③错误.

$$\because \angle EFD=\angle AOF=90^{\circ},$$

$$\therefore EF \parallel AC,$$

$$\therefore \angle FEG=\angle AGE,$$

$$\because \angle AGE=\angle FGE,$$

$$\therefore \angle FEG=\angle FGE,$$

$$\therefore EF=GF,$$

$$\because AE=EF,$$

$$\therefore AE=GF,$$

故④正确.

$$\because AE=EF=GF, AG=GF,$$

$$\therefore AE=EF=GF=AG,$$

$\therefore$ 四边形 AEFG 是菱形,

$$\therefore \angle OGF=\angle OAB=45^{\circ},$$

$$\therefore EF=GF=\sqrt{2}OG,$$

$$\therefore BE=\sqrt{2}EF=\sqrt{2} \times \sqrt{2}OG=2OG.$$

故⑤正确.

$\because$ 四边形 AEFG 是菱形,

$$\therefore AB \parallel GF, AB=GF.$$

$$\because \angle BAO=45^{\circ}, \angle GOF=90^{\circ},$$

$\therefore \triangle OGF$ 是等腰直角三角形.

$$\because S_{\triangle OGF}=1,$$

$$\therefore \frac{1}{2}OG^2=1, \text{ 解得 } OG=\sqrt{2},$$

$$\therefore BE=2OG=2\sqrt{2}, GF=\sqrt{(\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2}=\sqrt{2+2}=2,$$

$$\therefore AE=GF=2,$$

$$\therefore AB=BE+AE=2\sqrt{2}+2,$$

$\therefore S_{\text{正方形}ABCD} = AB^2 = (2\sqrt{2}+2)^2 = 12+8\sqrt{2}$, 故⑥错误.

$\therefore$ 其中正确结论的序号是: ①④⑤.

故选 B.

【点评】 此题考查的是四边形综合题, 涉及到正方形的性质、折叠的性质、等腰直角三角形的性质以及菱形的判定与性质等知识. 此题综合性较强, 难度较大, 注意掌握折叠前后图形的对应关系, 注意数形结合思想的应用.

二、填空题 (共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分)

11. 月球的半径约为 1738000 米, 1738000 这个数用科学记数法表示为 1.738×10^6 .

【考点】 科学记数法—表示较大的数.

【分析】 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】 解: 将 1738000 用科学记数法表示为 1.738×10^6 .

故答案为: 1.738×10^6 .

【点评】 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

12. 对部分参加夏令营的中学生的年龄 (单位: 岁) 进行统计, 结果如表:

年龄	13	14	15	16	17	18
人数	4	5	6	6	7	2

则这些学生年龄的众数是 17 岁.

【考点】 众数.

【分析】 根据众数是出现次数最多的数就可以求解.

【解答】 解: $\because$ 在这一组数据中 17 是出现次数最多的, 出现了 7 次,

$\therefore$ 这些学生年龄的众数是 17 岁;

故答案为: 17 岁.

【点评】 此题考查了众数, 众数是一组数据中出现次数最多的数. 解题的关键是理解众数的意义, 正确认识表格.

13. 如果一个正六边形的每个外角都是 30° ，那么这个多边形的内角和为 1800° 。

【考点】多边形内角与外角。

【分析】根据正多边形的性质，边数等于 360° 除以每一个外角的度数，然后利用多边形的内角和公式计算内角和即可。

【解答】解： $\because$ 一个多边形的每个外角都是 30° ，

$$\therefore n = 360^\circ \div 30^\circ = 12,$$

则内角和为： $(12 - 2) \cdot 180^\circ = 1800^\circ$ 。

故答案为： 1800° 。

【点评】本题主要考查了利用外角求正多边形的边数的方法以及多边形的内角和公式，解题的关键是掌握任意多边形的外角和都等于 360° 。

14. 设 x_1 、 x_2 是方程 $5x^2 - 3x - 2 = 0$ 的两个实数根，则 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ 的值为 $-\frac{3}{2}$ 。

【考点】根与系数的关系。

【分析】根据根与系数的关系得到 $x_1 + x_2$ 、 $x_1 \cdot x_2$ 的值，然后将所求的代数式进行变形并代入计算即可。

【解答】解： $\because$ 方程 x_1 、 x_2 是方程 $5x^2 - 3x - 2 = 0$ 的两个实数根，

$$\begin{aligned} \therefore x_1 + x_2 &= \frac{3}{5}, \quad x_1 x_2 = -\frac{2}{5}, \\ \therefore \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} &= \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{\frac{3}{5}}{-\frac{2}{5}} = -\frac{3}{2}. \end{aligned}$$

故答案为： $-\frac{3}{2}$ 。

【点评】本题考查了一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根与系数的关系：若方程的两根为 x_1 、 x_2 ，则 $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ， $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$ 。

15. 已知关于 x 的分式方程 $\frac{k}{x+1} + \frac{x+k}{x-1} = 1$ 的解为负数，则 k 的取值范围是 $k > -\frac{1}{2}$ 且 $k \neq 0$ 。

【考点】分式方程的解。

【专题】计算题。

【分析】先去分母得到整式方程 $(2k+1)x = -1$ ，再由整式方程的解为负数得到 $2k+1 > 0$ ，由整式方程的解不能使分式方程的分母为 0 得到 $x \neq \pm 1$ ，即 $2k+1 \neq 1$ 且 $2k+1 \neq -1$ ，然后求出几个不等式的公共部分得到 k 的取值范围。

【解答】解：去分母得 $k(x-1) + (x+k)(x+1) = (x+1)(x-1)$ ，

整理得 $(2k+1)x = -1$ ，

因为方程 $\frac{k}{x+1} + \frac{x+k}{x-1} = 1$ 的解为负数，

所以 $2k+1 > 0$ 且 $x \neq \pm 1$ ，

即 $2k+1 \neq 1$ 且 $2k+1 \neq -1$ ，

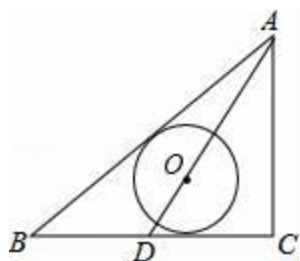
解得 $k > -\frac{1}{2}$ 且 $k \neq 0$ ，

即 k 的取值范围为 $k > -\frac{1}{2}$ 且 $k \neq 0$ 。

故答案为 $k > -\frac{1}{2}$ 且 $k \neq 0$ 。

【点评】本题考查了分式方程的解：求出使分式方程中令等号左右两边相等且分母不等于 0 的未知数的值，这个值叫方程的解。在解方程的过程中因为在把分式方程化为整式方程的过程中，可能产生增根，增根是令分母等于 0 的值，不是原分式方程的解。

16. 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 3$ ， $AB = 5$ ， D 为 BC 边的中点，以 AD 上一点 O 为圆心的 $\odot O$ 和 AB 、 BC 均相切，则 $\odot O$ 的半径为 $\frac{6}{7}$ 。



【考点】切线的性质。

【分析】过点 O 作 $OE \perp AB$ 于点 E ， $OF \perp BC$ 于点 F 。根据切线的性质，知 OE 、 OF 是 $\odot O$ 的半径；然后由三角形的面积间的关系 ($S_{\triangle ABO} + S_{\triangle BOD} = S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD}$) 列出关于圆的半径的等式，求得圆的半径即可。

【解答】解：过点 O 作 $OE \perp AB$ 于点 E ， $OF \perp BC$ 于点 F 。

$\therefore AB$ 、 BC 是 $\odot O$ 的切线，

∴点 E、F 是切点,

∴OE、OF 是⊙O 的半径;

∴OE=OF;

在△ABC 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=3$, $AB=5$,

∴由勾股定理, 得 $BC=4$;

又∵D 是 BC 边的中点,

∴ $S_{\triangle ABD}=S_{\triangle ACD}$,

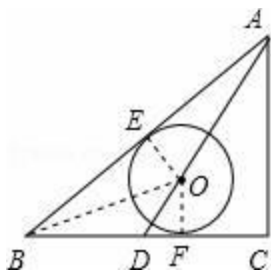
又∵ $S_{\triangle ABD}=S_{\triangle ABO}+S_{\triangle BOD}$,

∴ $\frac{1}{2}AB \cdot OE + \frac{1}{2}BD \cdot OF = \frac{1}{2}CD \cdot AC$, 即 $5 \times OE + 2 \times OE = 2 \times 3$,

解得 $OE = \frac{6}{7}$,

∴⊙O 的半径是 $\frac{6}{7}$.

故答案为: $\frac{6}{7}$.



【点评】 本题考查了切线的性质与三角形的面积. 运用切线的性质来进行计算或论证, 常通过作辅助线连接圆心和切点, 利用垂直构造直角三角形解决有关问题.

三、解答题 (共 8 小题, 满分 66 分)

17. 计算: $\sqrt{4} + 2016^0 - |\sqrt{3} - 2| + 1$.

【考点】 实数的运算; 零指数幂.

【专题】 计算题.

【分析】 根据实数的运算顺序, 首先计算乘方、开方, 然后从左向右依次计算, 求出算式 $\sqrt{4} + 2016^0 - |\sqrt{3} - 2| + 1$ 的值是多少即可.

【解答】 解: $\sqrt{4} + 2016^0 - |\sqrt{3} - 2| + 1$
 $= 2 + 1 - (2 - \sqrt{3}) + 1$
 $= 3 - 2 + \sqrt{3} + 1$

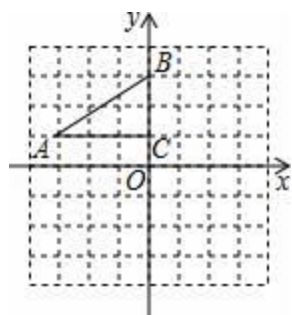
$$=2+\sqrt{3}.$$

【点评】 (1) 此题主要考查了实数的运算，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：在进行实数运算时，和有理数运算一样，要从高级到低级，即先算乘方、开方，再算乘除，最后算加减，有括号的要先算括号里面的，同级运算要按照从左到右的顺序进行．另外，有理数的运算律在实数范围内仍然适用．

(2) 此题还考查了零指数幂的运算，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：① $a^0=1$ ($a \neq 0$)；② $0^0 \neq 1$ ．

18. 如图，在平面直角坐标系中，直角 $\triangle ABC$ 的三个顶点分别是 $A(-3, 1)$ ， $B(0, 3)$ ， $C(0, 1)$

- (1) 将 $\triangle ABC$ 以点 C 为旋转中心旋转 180° ，画出旋转后对应的 $\triangle A_1B_1C_1$ ；
- (2) 分别连结 AB_1 、 BA_1 后，求四边形 AB_1A_1B 的面积．



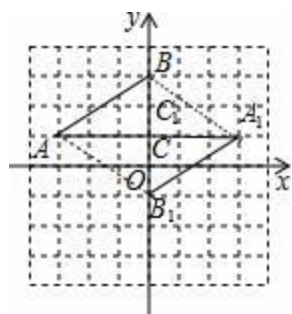
【考点】 作图-旋转变换．

【专题】 作图题．

【分析】 (1) 利用网格特点，延长 AC 到 A_1 使 $A_1C=AC$ ，延长 BC 到 B_1 使 $B_1C=BC$ ， C 点的对应点 C_1 与 C 点重合，则 $\triangle A_1B_1C_1$ 满足条件；

(2) 四边形 AB_1A_1B 的对角线互相垂直平分，则四边形 AB_1A_1B 为菱形，然后利用菱形的面积公式计算即可．

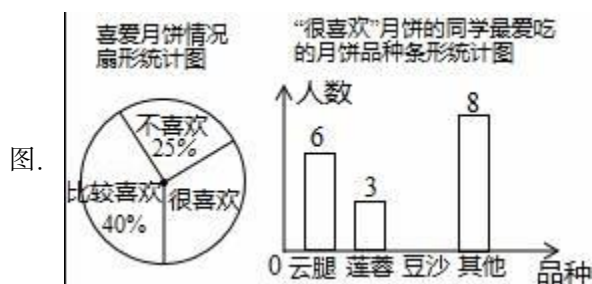
【解答】 解： (1) 如图， $\triangle A_1B_1C_1$ 为所作，



(2) 四边形 AB_1A_1B 的面积 $= \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$.

【点评】 本题考查了作图 - 旋转变换：根据旋转的性质可知，对应角都相等都等于旋转角，对应线段也相等，由此可以通过作相等的角，在角的边上截取相等的线段的方法，找到对应点，顺次连接得出旋转后的图形.

19. 中秋佳节我国有赏月和吃月饼的传统，某校数学兴趣小组为了了解本校学生喜爱月饼的情况，随机抽取了 60 名同学进行问卷调查，经过统计后绘制了两幅尚不完整的统计



(注：参与问卷调查的每一位同学在任何一种分类统计中只有一种选择)

请根据统计图完成下列问题：

(1) 扇形统计图中，“很喜欢”的部分所对应的圆心角为 126° 度；

条形统计图中，喜欢“豆沙”月饼的学生有 4 人；

(2) 若该校共有学生 900 人，请根据上述调查结果，估计该校学生中“很喜欢”和“比较喜欢”月饼的共有 675 人.

(3) 甲同学最爱吃云腿月饼，乙同学最爱吃豆沙月饼，现有重量、包装完全一样的云腿、豆沙、莲蓉、蛋黄四种月饼各一个，让甲、乙每人各选一个，请用画树状图法或列表法，求出甲、乙两人中有且只有一人选中自己最爱吃的月饼的概率.

【考点】 列表法与树状图法；用样本估计总体；扇形统计图；条形统计图.

【分析】 (1) 根据“很喜欢”的部分占的百分比，计算所对应的圆心角；

(2) 用样本估计总体的思想即可解决问题.

(3) 画出树状图，根据概率的定义即可解决.

【解答】 解：(1) $\because$ “很喜欢”的部分占的百分比为： $1 - 25\% - 40\% = 35\%$,

$\therefore$ 扇形统计图中，“很喜欢”的部分所对应的圆心角为： $360^\circ \times 35\% = 126^\circ$ ；

$\therefore$ “很喜欢”月饼的同学数： $60 \times 35\% = 21$,

$\therefore$ 条形统计图中，喜欢“豆沙”月饼的学生数： $21 - 6 - 3 - 8 = 4$,

故答案分别为 126° ，4.

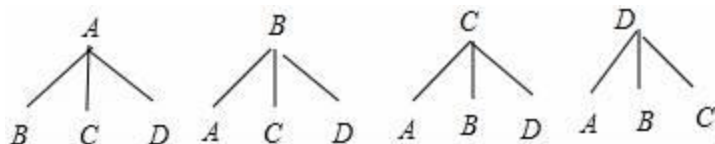
(2) 900 名学生中“很喜欢”的有 $900 \times 35\% = 315$ 人，

900 名学生中“比较喜欢”的有 $900 \times 40\% = 360$ 人，

$\therefore$ 估计该校学生中“很喜欢”和“比较喜欢”月饼的共有 675 人.

故答案为 675.

(3) 无聊表示方便，记云腿、豆沙、莲蓉、蛋黄四种月饼分别为 A、B、C、D. 画出的树状图如图所示，



$\therefore$ 甲、乙两人中有且只有一人选中自己最爱吃的月饼的概率 $= \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

【点评】 此题考查了列表法或树状图法求概率. 注意理解题意，利用图中信息是解题的关键，记住概率 = 所求情况数与总情况数之比.

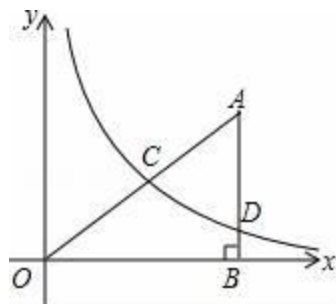
20. 如图，在平面直角坐标系中，O 为坐标原点， $\triangle ABO$ 的边 AB 垂直与 x 轴，垂足为点 B，

反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象经过 AO 的中点 C，且与 AB 相交于点 D，OB=4，AD=3，

(1) 求反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的解析式；

(2) 求 $\cos \angle OAB$ 的值；

(3) 求经过 C、D 两点的一次函数解析式.



【考点】 反比例函数与一次函数的交点问题；反比例函数图象上点的坐标特征.

【分析】 (1) 设点 D 的坐标为 $(4, m)$ ($m > 0$)，则点 A 的坐标为 $(4, 3+m)$ ，由点 A 的坐标表示出点 C 的坐标，根据 C、D 点在反比例函数图象上结合反比例函数图象上点的坐标特征即可得出关于 k、m 的二元一次方程，解方程即可得出结论；

(2) 由 m 的值，可找出点 A 的坐标，由此即可得出线段 OB、AB 的长度，通过解直角三角形即可得出结论；

(3) 由 m 的值, 可找出点 C 、 D 的坐标, 设出过点 C 、 D 的一次函数的解析式为 $y=ax+b$, 由点 C 、 D 的坐标利用待定系数法即可得出结论.

【解答】 解: (1) 设点 D 的坐标为 $(4, m)$ ($m > 0$), 则点 A 的坐标为 $(4, 3+m)$,

$\therefore$ 点 C 为线段 AO 的中点,

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(2, \frac{3+m}{2})$.

$\therefore$ 点 C 、点 D 均在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的函数图象上,

$$\therefore \begin{cases} k=4m \\ k=2 \times \frac{3+m}{2} \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} m=1 \\ k=4. \end{cases}$$

$\therefore$ 反比例函数的解析式为 $y=\frac{4}{x}$.

(2) $\therefore m=1$,

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(4, 4)$,

$\therefore OB=4, AB=4$.

在 $Rt\triangle ABO$ 中, $OB=4, AB=4, \angle ABO=90^\circ$,

$$\therefore OA = \sqrt{OB^2 + AB^2} = 4\sqrt{2}, \cos \angle OAB = \frac{AB}{OA} = \frac{4}{4\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

(3) $\therefore m=1$,

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(2, 2)$, 点 D 的坐标为 $(4, 1)$.

设经过点 C 、 D 的一次函数的解析式为 $y=ax+b$,

$$\text{则有 } \begin{cases} 2=2a+b \\ 1=4a+b \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} a=-\frac{1}{2} \\ b=3 \end{cases}.$$

$\therefore$ 经过 C 、 D 两点的一次函数解析式为 $y=-\frac{1}{2}x+3$.

【点评】 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题、反比例函数图象上点的坐标特征、解直角三角形以及待定系数法求函数解析式, 解题的关键是: (1) 由反比例函数图象上点的坐标特征找出关于 k 、 m 的二元一次方程组; (2) 求出点 A 的坐标; (2) 求出点 C 、 D 的坐标. 本题属于基础题, 难度不大, 但考查的知识点较多, 解决该题型题目时, 利用反比例函数图象上点的坐标特征找出方程组, 通过解方程组得出点的坐标, 再利用待定系数法求出函数解析式即可.

21. 某市为了鼓励居民节约用水, 决定实行两级收费制度. 若每月用水量不超过 14 吨 (含 14 吨), 则每吨按政府补贴优惠价 m 元收费; 若每月用水量超过 14 吨, 则超过部分每吨按市场价 n 元收费. 小明家 3 月份用水 20 吨, 交水费 49 元; 4 月份用水 18 吨, 交水费 42 元.

(1) 求每吨水的政府补贴优惠价和市场价分别是多少?

(2) 设每月用水量为 x 吨, 应交水费为 y 元, 请写出 y 与 x 之间的函数关系式;

(3) 小明家 5 月份用水 26 吨, 则他家应交水费多少元?

【考点】 一次函数的应用.

【分析】 (1) 设每吨水的政府补贴优惠价为 m 元, 市场调节价为 n 元, 根据题意列出方程组, 求解此方程组即可;

(2) 根据用水量分别求出在两个不同的范围内 y 与 x 之间的函数关系, 注意自变量的取值范围;

(3) 根据小英家 5 月份用水 26 吨, 判断其在哪个范围内, 代入相应的函数关系式求值即可.

【解答】 解: (1) 设每吨水的政府补贴优惠价为 m 元, 市场调节价为 n 元.

$$\begin{cases} 14m + (20 - 14)n = 49 \\ 14m + (18 - 14)n = 42 \end{cases}$$

解得:
$$\begin{cases} m = 2 \\ n = 3.5 \end{cases}$$

答: 每吨水的政府补贴优惠价 2 元, 市场调节价为 3.5 元.

(2) 当 $0 \leq x \leq 14$ 时, $y = 2x$;

当 $x > 14$ 时, $y = 14 \times 2 + (x - 14) \times 3.5 = 3.5x - 21$,

故所求函数关系式为:
$$y = \begin{cases} x & (0 \leq x \leq 14) \\ 3.5x - 21 & (x > 14) \end{cases}$$

(3) $\because 26 > 14$,

$\therefore$ 小英家 5 月份水费为 $3.5 \times 26 - 21 = 69$ 元,

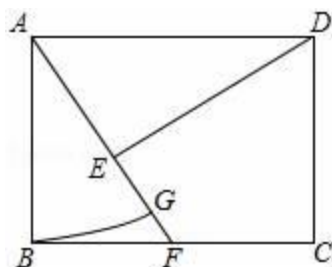
答: 小英家 5 月份水费 69 元.

【点评】 本题考查了一次函数的应用、二元一次方程组的解法, 特别是在求一次函数的解析式时, 此函数是一个分段函数, 同时应注意自变量的取值范围.

22. 如图, 在矩形 ABCD 中, 点 F 在边 BC 上, 且 $AF = AD$, 过点 D 作 $DE \perp AF$, 垂足为点 E

(1) 求证: $DE=AB$;

(2) 以 A 为圆心, AB 长为半径作圆弧交 AF 于点 G , 若 $BF=FC=1$, 求扇形 ABG 的面积. (结果保留 π)



【考点】 扇形面积的计算; 全等三角形的判定与性质; 矩形的性质.

【分析】 (1) 根据矩形的性质得出 $\angle B=90^\circ$, $AD=BC$, $AD \parallel BC$, 求出 $\angle DAE=\angle AFB$, $\angle AED=90^\circ=\angle B$, 根据 AAS 推出 $\triangle ABF \cong \triangle DEA$ 即可;

(2) 根据勾股定理求出 AB , 解直角三角形求出 $\angle BAF$, 根据全等三角形的性质得出 $DE=DG=AB=\sqrt{3}$, $\angle GDE=\angle BAF=30^\circ$, 根据扇形的面积公式求得求出即可.

【解答】 (1) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore \angle B=90^\circ$, $AD=BC$, $AD \parallel BC$,

$\therefore \angle DAE=\angle AFB$,

$\because DE \perp AF$,

$\therefore \angle AED=90^\circ=\angle B$,

在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle DEA$ 中

$$\begin{cases} \angle AFB=\angle DAE \\ \angle B=\angle DEA \\ AF=AD \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABF \cong \triangle DEA$ (AAS),

$\therefore DE=AB$;

(2) 解: $\because BC=AD$, $AD=AF$,

$\therefore BC=AF$,

$\because BF=1$, $\angle ABF=90^\circ$,

$\therefore$ 由勾股定理得: $AB=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$,

$\therefore \angle BAF=30^\circ$,

$\therefore \triangle ABF \cong \triangle DEA$,

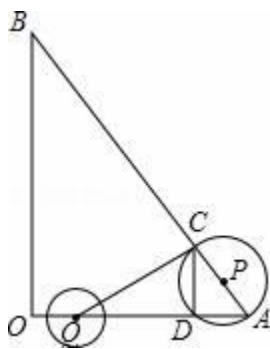
$$\therefore \angle GDE = \angle BAF = 30^\circ, DE = AB = DG = \sqrt{3},$$

$$\therefore \text{扇形 ABG 的面积} = \frac{30\pi \times (\sqrt{3})^2}{360} = \frac{\pi}{4}.$$

【点评】 本题考查了弧长公式，全等三角形的性质和判定，解直角三角形，勾股定理，矩形的性质的应用，能综合运用性质进行推理和计算是解此题的关键.

23. 如图，在 $\triangle AOB$ 中， $\angle AOB$ 为直角， $OA=6$ ， $OB=8$ ，半径为 2 的动圆圆心 Q 从点 O 出发，沿着 OA 方向以 1 个单位长度/秒的速度匀速运动，同时动点 P 从点 A 出发，沿着 AB 方向也以 1 个单位长度/秒的速度匀速运动，设运动时间为 t 秒 ($0 < t \leq 5$) 以 P 为圆心， PA 长为半径的 $\odot P$ 与 AB 、 OA 的另一个交点分别为 C 、 D ，连结 CD 、 QC .

- (1) 当 t 为何值时，点 Q 与点 D 重合？
- (2) 当 $\odot Q$ 经过点 A 时，求 $\odot P$ 被 OB 截得的弦长.
- (3) 若 $\odot P$ 与线段 QC 只有一个公共点，求 t 的取值范围.



【考点】 圆的综合题.

【分析】 (1) 由题意知 $CD \perp OA$ ，所以 $\triangle ACD \sim \triangle ABO$ ，利用对应边的比求出 AD 的长度，若 Q 与 D 重合时，则， $AD + OQ = OA$ ，列出方程即可求出 t 的值；

(2) 由于 $0 < t \leq 5$ ，当 Q 经过 A 点时， $OQ=6$ ，此时用时为 6s，过点 P 作 $PE \perp OB$ 于点 E ，利用垂径定理即可求出 $\odot P$ 被 OB 截得的弦长；

(3) 若 $\odot P$ 与线段 QC 只有一个公共点，分以下两种情况，①当 QC 与 $\odot P$ 相切时，计算出此时的时间；②当 Q 与 D 重合时，计算出此时的时间；由以上两种情况即可得出 t 的取值范围.

【解答】 解：(1) $\because OA=6$ ， $OB=8$ ，

$\therefore$ 由勾股定理可求得： $AB=10$ ，

由题意知： $OQ=AP=t$ ，

$$\therefore AC=2t,$$

$\because AC$ 是 $\odot P$ 的直径,

$$\therefore \angle CDA=90^{\circ},$$

$$\therefore CD \parallel OB,$$

$$\therefore \triangle ACD \sim \triangle ABO,$$

$$\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{AD}{OA},$$

$$\therefore AD = \frac{6}{5}t,$$

当 Q 与 D 重合时,

$$AD+OQ=OA,$$

$$\therefore \frac{6}{5}t+t=6,$$

$$\therefore t = \frac{30}{11};$$

(2) 当 $\odot Q$ 经过 A 点时, 如图 1,

$$OQ=OA-QA=4,$$

$$\therefore t = \frac{4}{1} = 4s,$$

$$\therefore PA=4,$$

$$\therefore BP=AB-PA=6,$$

过点 P 作 $PE \perp OB$ 于点 E , $\odot P$ 与 OB 相交于点 F 、 G ,

连接 PF ,

$$\therefore PE \parallel OA,$$

$$\therefore \triangle PEB \sim \triangle AOB,$$

$$\therefore \frac{PE}{OA} = \frac{BP}{AB},$$

$$\therefore PE = \frac{18}{5},$$

$$\therefore \text{由勾股定理可求得: } EF = \frac{2\sqrt{19}}{5},$$

$$\text{由垂径定理可求知: } FG = 2EF = \frac{4\sqrt{19}}{5};$$

(3) 当 QC 与 $\odot P$ 相切时, 如图 2,

此时 $\angle QCA = 90^\circ$,

$$\because OQ = AP = t,$$

$$\therefore AQ = 6 - t, AC = 2t,$$

$$\because \angle A = \angle A,$$

$$\angle QCA = \angle ABO,$$

$$\therefore \triangle AQC \sim \triangle ABO,$$

$$\therefore \frac{AQ}{AB} = \frac{AC}{OA},$$

$$\therefore \frac{6-t}{10} = \frac{2t}{6},$$

$$\therefore t = \frac{18}{13},$$

$\therefore$ 当 $0 < t \leq \frac{18}{13}$ 时, $\odot P$ 与 QC 只有一个交点,

当 $QC \perp OA$ 时,

此时 Q 与 D 重合,

$$\text{由 (1) 可知: } t = \frac{30}{11},$$

$\therefore$ 当 $\frac{30}{11} < t \leq 5$ 时, $\odot P$ 与 QC 只有一个交点,

综上所述, 当, $\odot P$ 与 QC 只有一个交点, t 的取值范围为: $0 < t \leq \frac{18}{13}$ 或 $\frac{30}{11} < t \leq 5$.

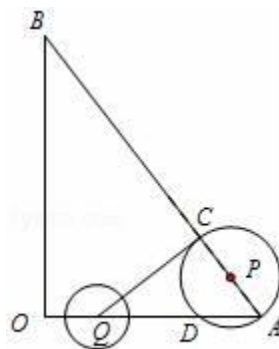


图2

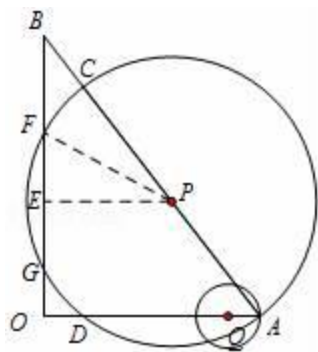


图1

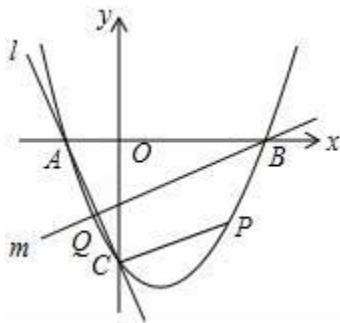
【点评】 本题考查圆的综合问题，涉及圆的切线判定，圆周角定理，相似三角形的判定与性质，学生需要根据题意画出相应的图形来分析，并且能综合运用所学知识进行解答.

24. 如图，抛物线 $y=x^2+bx+c$ 与 x 轴交于 A、B 两点，B 点坐标为 $(3, 0)$ ，与 y 轴交于点 C $(0, -3)$

(1) 求抛物线的解析式；

(2) 点 P 在抛物线位于第四象限的部分上运动，当四边形 ABPC 的面积最大时，求点 P 的坐标和四边形 ABPC 的最大面积.

(3) 直线 l 经过 A、C 两点，点 Q 在抛物线位于 y 轴左侧的部分上运动，直线 m 经过点 B 和点 Q，是否存在直线 m，使得直线 l、m 与 x 轴围成的三角形和直线 l、m 与 y 轴围成的三角形相似？若存在，求出直线 m 的解析式，若不存在，请说明理由.



【考点】 二次函数综合题.

【分析】 (1) 由 B、C 两点的坐标，利用待定系数法可求得抛物线的解析式；

(2) 连接 BC，则 $\triangle ABC$ 的面积是不变的，过 P 作 $PM \parallel y$ 轴，交 BC 于点 M，设出 P 点坐标，可表示出 PM 的长，可知当 PM 取最大值时 $\triangle PBC$ 的面积最大，利用二次函数的性质可求得 P 点的坐标及四边形 ABPC 的最大面积；

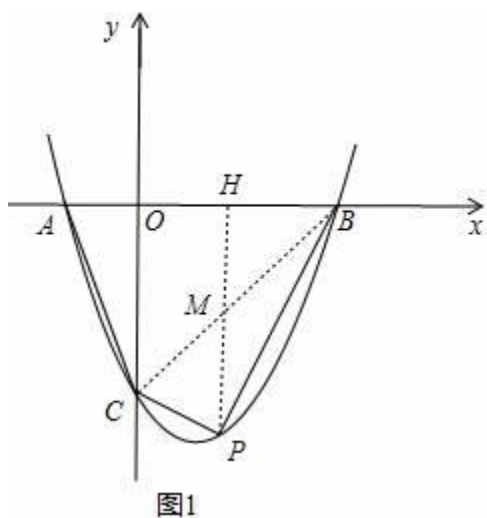
(3) 设直线 m 与 y 轴交于点 N , 交直线 l 于点 G , 由于 $\angle AGP = \angle GNC + \angle GCN$, 所以当 $\triangle AGB$ 和 $\triangle NGC$ 相似时, 必有 $\angle AGB = \angle CGN = 90^\circ$, 则可证得 $\triangle AOC \cong \triangle NOB$, 可求得 ON 的长, 可求出 N 点坐标, 利用 B 、 N 两点的坐标可求得直线 m 的解析式.

【解答】解:

(1) 把 B 、 C 两点坐标代入抛物线解析式可得 $\begin{cases} 9+3b+c=0 \\ c=-3 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} b=-2 \\ c=-3 \end{cases}$,

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y = x^2 - 2x - 3$;

(2) 如图 1, 连接 BC , 过 P 作 y 轴的平行线, 交 BC 于点 M , 交 x 轴于点 H ,



在 $y = x^2 - 2x - 3$ 中, 令 $y = 0$ 可得 $0 = x^2 - 2x - 3$, 解得 $x = -1$ 或 $x = 3$,

$\therefore A$ 点坐标为 $(-1, 0)$,

$\therefore AB = 3 - (-1) = 4$, 且 $OC = 3$,

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot OC = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6,$$

$\therefore B(3, 0)$, $C(0, -3)$,

$\therefore$ 直线 BC 解析式为 $y = x - 3$,

设 P 点坐标为 $(x, x^2 - 2x - 3)$, 则 M 点坐标为 $(x, x - 3)$,

$\therefore P$ 点在第四限,

$$\therefore PM = x - 3 - (x^2 - 2x - 3) = -x^2 + 3x,$$

$$\therefore S_{\triangle PBC} = \frac{1}{2} PM \cdot OH + \frac{1}{2} PM \cdot HB = \frac{1}{2} PM \cdot (OH + HB) = \frac{1}{2} PM \cdot OB = \frac{3}{2} PM,$$

$\therefore$ 当 PM 有最大值时, $\triangle PBC$ 的面积最大, 则四边形 $ABPC$ 的面积最大,

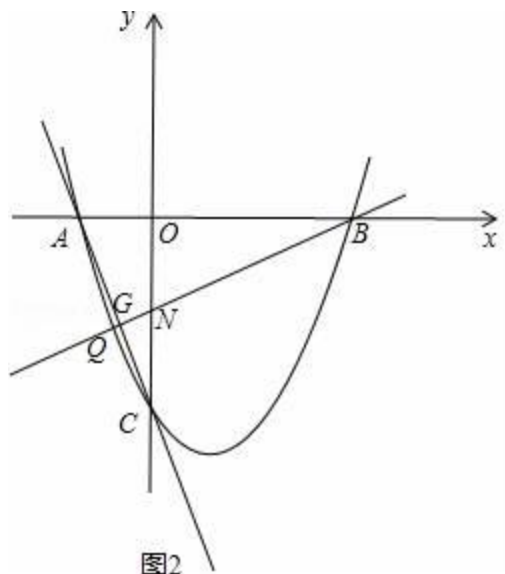
$$\therefore PM = -x^2 + 3x = -\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4},$$

∴ 当 $x = \frac{3}{2}$ 时, $PM_{\max} = \frac{9}{4}$, 则 $S_{\triangle PBC} = \frac{3}{2} \times \frac{9}{4} = \frac{27}{8}$,

此时 P 点坐标为 $(\frac{3}{2}, -\frac{15}{4})$, $S_{\text{四边形 ABPC}} = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle PBC} = 6 + \frac{27}{8} = \frac{75}{8}$,

即当 P 点坐标为 $(\frac{3}{2}, -\frac{15}{4})$ 时, 四边形 ABPC 的面积最大, 最大面积为 $\frac{75}{8}$;

(3) 如图 2, 设直线 m 交 y 轴于点 N, 交直线 l 于点 G,



则 $\angle AGP = \angle GNC + \angle GCN$,

当 $\triangle AGB$ 和 $\triangle NGC$ 相似时, 必有 $\angle AGB = \angle CGB$,

又 $\angle AGB + \angle CGB = 180^\circ$,

∴ $\angle AGB = \angle CGB = 90^\circ$,

∴ $\angle ACO = \angle OBN$,

在 $\text{Rt}\triangle AON$ 和 $\text{Rt}\triangle NOB$ 中

$$\begin{cases} \angle AOC = \angle NOB \\ OC = OB \\ \angle ACO = \angle NBO \end{cases}$$

∴ $\text{Rt}\triangle AON \cong \text{Rt}\triangle NOB$ (ASA),

∴ $ON = OA = 1$,

∴ N 点坐标为 $(0, -1)$,

设直线 m 解析式为 $y = kx + d$, 把 B、N 两点坐标代入可得 $\begin{cases} 3k + d = 0 \\ d = -1 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} k = \frac{1}{3} \\ d = -1 \end{cases}$,

∴ 直线 m 解析式为 $y = \frac{1}{3}x - 1$,

即存在满足条件的直线 m ，其解析式为 $y = \frac{1}{3}x - 1$ 。

【点评】 本题为二次函数的综合应用，涉及知识点有待定系数法、二次函数的最值、相似三角形的判定、全等三角形的判定和性质等。在（2）中确定出 PM 的值最小时四边形 $ABPC$ 的面积最大是解题的关键，在（3）中确定出满足条件的直线 m 的位置是解题的关键。本题考查知识点较多，综合性较强，特别是第（2）问和第（3）问难度较大。