

成都市二〇一六年高中阶段教育学校统一招生考试

(含成都市初三毕业会考)

数 学

注意事项:

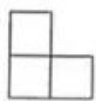
1. 全卷分 A 卷和 B 卷, A 卷满分 100 分, B 卷满分 50 分; 考试时间 120 分钟.
2. 在作答前, 考生务必将自己的姓名、准考证号涂写在试卷和答题卡规定的地方, 考试结束, 监考人员将试卷和答题卡一并收回.
3. 选择题部分必须使用 2B 铅笔填涂; 非选择题部分必须使用 0.5 毫米黑色墨水签字笔书写, 字体工整、笔迹清楚.
4. 请按照题号在答题卡上各题目对应的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答案无效; 在草稿纸、试卷上答题无效.
5. 保持答题卡清洁, 不得折叠、污染、破损等.

A 卷 (共 100 分)

第 I 卷 (选择题, 共 30 分)

一、选择题 (本大题共 10 个小题, 每小题 3 分, 共 30 分, 每小题均有四个选项, 其中只有一项符合题目要求, 答案涂在答题卡上)

1. 在 -3, -1, 1, 3 四个数中, 比 -2 小的数是 ()
(A) -3 (B) -1 (C) 1 (D) 3
2. 如图所示的几何体是由 5 个大小相同的小立方块搭成, 它的俯视图是 ()



(A)



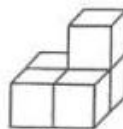
(B)



(C)



(D)



3. 成都地铁自开通以来, 发展速度不断加快, 现已成为成都市民主要出行方式之一, 今年 4 月 29 日成都地铁安全运输乘客约 181 万乘次, 又一次刷新客流记录, 这也是今年以来第四次客流记录的刷新, 用科学记数法表示 181 万为 ()

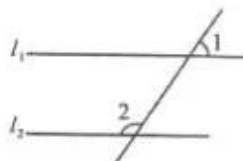
(A) 18.1×10^5 (B) 1.81×10^6 (C) 1.81×10^7 (D) 181×10^4

4. 计算 $(-x^3y)^2$ 的结果是 ()

(A) $-x^5y$ (B) x^6y (C) $-x^3y^2$ (D) x^6y^2

5. 如图, $l_1 \parallel l_2$, $\angle 1 = 56^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为 ()

(A) 34° (B) 56°
(C) 124° (D) 146°



6. 平面直角坐标系中, 点 P (-2, 3) 关于 x 轴对称的点的坐

(A) (-2, -3) (B) (2, -3) (C) (-3, 2) (D) (3, -2)

标为 ()

7. 分式方程 $\frac{2x}{x-3}=1$ 的解为 ()

(A) $x=-2$

(B) $x=-3$

(C) $x=2$

(D) $x=3$

8. 学校准备从甲、乙、丙、丁四个科创小组中选出一组代表学校参加青少年科技创新大赛，各组的平时成绩的平均数 $\bar{x}$ (单位：分) 及方差 s^2 如下表所示：

	甲	乙	丙	丁
$\bar{x}$	7	8	8	7
s^2	1	1.2	1	1.8

如果要选出一个成绩较好且状态稳定的组去参赛，那么应选的组是 ()

(A) 甲

(B) 乙

(C) 丙

(D) 丁

9. 二次函数 $y=2x^2-3$ 的图象是一条抛物线，下列关于该抛物线的说法，正确的是 ()

(A) 抛物线开口向下

(B) 抛物线经过点 (2, 3)

(C) 抛物线的对称轴是直线 $x=1$

(D) 抛物线与 x 轴有两个交点

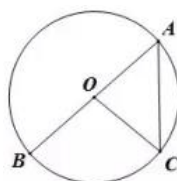
10. 如图，AB 为 $\odot O$ 的直径，点 C 在 $\odot O$ 上，若 $\angle OCA=50^\circ$ ， $AB=4$ ，则 $\widehat{BC}$ 的长为 ()

(A) $\frac{10}{3}\pi$

(B) $\frac{10}{9}\pi$

(C) $\frac{5}{9}\pi$

(D) $\frac{5}{18}\pi$

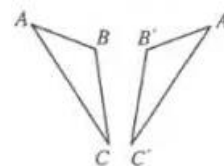


第 II 卷 (非选择题，共 70 分)

二、填空题 (本大题共 4 个小题，每小题 4 分，共 16 分，答案写在答题卡上)

11. 已知 $|a+2|=0$ ，则 $a=$ _____.

12. 如图， $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ ，其中 $\angle A=36^\circ$ ， $\angle C'=24^\circ$ ，则 $\angle B=$ _____.

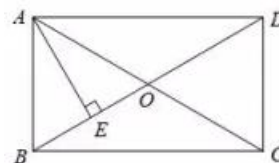


13. 已知 $P_1(x_1, y_1)$ ， $P_2(x_2, y_2)$ 两点都在反比例函数 $y=\frac{2}{x}$ 的图象上，且 $x_1 < x_2 < 0$ ，

则 y_1 _____ y_2 . (填 “>” 或 “<”)

14. 如图，在矩形 ABCD 中， $AB=3$ ，对角线 AC，BD 相交于点 O，AE 垂直平分 OB 于点 E，则 AD 的长为

_____.



三、解答题(本大题共 6 个小题, 共 54 分, 解答过程写在答题卡上)

15. (本小题满分 12 分, 每题 6 分)

(1) 计算: $(-2)^3 + \sqrt{16} - 2\sin 30^\circ + (2016 - \pi)^0$

(2) 已知关于 x 的方程 $3x^2 + 2x - m = 0$ 没有实数根, 求实数 m 的取值范围.

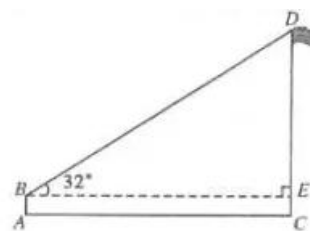
16. (本小题满分 6 分)

化简: $\left(x - \frac{1}{x}\right) \div \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - x}$

17. (本小题满分 8 分)

在学习完“利用三角函数测高”这节内容之后, 某兴趣小组开展了测量学校旗杆高度的实践活动, 如图, 在测点 A 处安置测倾器, 量出高度 $AB = 1.5\text{m}$, 测得旗杆顶端 D 的仰角 $\angle DBE = 32^\circ$, 量出测点 A 到旗杆底部 C 的水平距离 $AC = 20\text{m}$. 根据测量数据, 求旗杆 CD 的高度. (参考数据:

$\sin 32^\circ \approx 0.53, \cos 32^\circ \approx 0.85, \tan 32^\circ \approx 0.62$)



18. (本小题满分 8 分)

在四张编号为 A, B, C, D 的卡片 (除编号外, 其余完全相同) 的正面分别写上如图所示的正整数后, 背面向上, 洗匀放好, 现从中随机抽取一张 (不放回), 再从剩下的卡片中随机抽取一张。

A	B	C	D
2, 3, 4	3, 4, 5	6, 8, 10	5, 12, 13

(1) 请用画树状图或列表的方法表示两次抽取卡片的所有可能出现的结果; (卡片用 A, B, C, D 表示)

(2) 我们知道, 满足的 $a^2 + b^2 = c^2$ 三个正整数 a, b, c 称为勾股数, 求抽到的两张卡片上的数都是勾股数的概率。

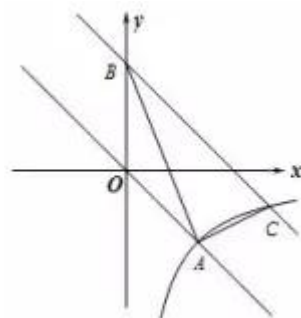
19. (本小题满分 10 分)

如图，在平面直角坐标系 xOy 中，正比例函数 $y = kx$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象都经过点

$A(2, -2)$.

(1)分别求这两个函数的表达式；

(2)将直线 OA 向上平移 3 个单位长度后与 y 轴相交于点 B ，与反比例函数的图象在第四象限内的交点为 C ，连接 AB ， AC ，求点 C 的坐标及 $\triangle ABC$ 的面积。



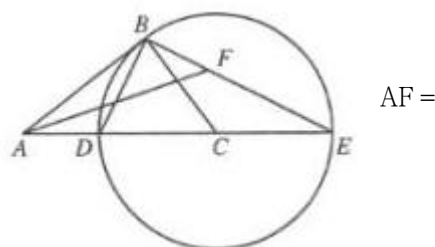
20. (本小题满分 10 分)

如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ，以 CB 为半径作 $\odot C$ ，交 AC 于点 D ，交 AC 的延长线于点 E ，连接 BD ， BE 。

(1)求证： $\triangle ABD \sim \triangle AEB$ ；

(2)当 $\frac{AB}{BC} = \frac{4}{3}$ 时，求 $\tan E$ ；

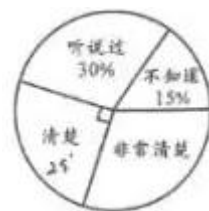
(3)在 (2) 的条件下，作 $\angle BAC$ 的平分线，与 BE 交于点 F 。若 $AF = 2$ ，求 $\odot C$ 的半径。



B 卷(共 50 分)

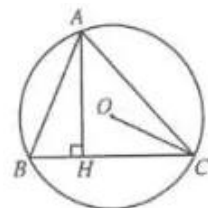
一、填空题(本大题共 5 个小题，每小题 4 分，共 20 分，答案写在答题卡上)

21. 第十二届全国人大四次会议审议通过的《中华人民共和国慈善法》将于今年 9 月 1 日正式实施.为了了解居民对慈善法的知晓情况，某街道办从辖区居民中随机选取了部分居民进行调查，并将调查结果绘制成如图所示的扇形统计图.若该辖区约有居民 9000 人，则可以估计其中对慈善法“非常清楚”的居民约有_____人。

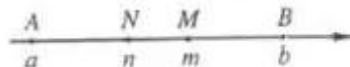


22. 已知 $\begin{cases} x=3 \\ y=-2 \end{cases}$ 是方程组 $\begin{cases} ax+by=3 \\ bx+ay=-7 \end{cases}$ 的解, 则代数式 $(a+b)(a-b)$ 的值为_____.

23. 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, $AH \perp BC$ 于点 H . 若 $AC=24$, $AH=18$, $\odot O$ 的半径 $OC=13$, 则 $AB=$ _____.



24. 实数 a, n, m, b 满足 $a < n < m < b$, 这四个数在数轴上对应的点分别为 A, N, M, B (如图), 若 $AM^2 = BM \cdot AB$, $BN^2 = AN \cdot AB$ 则称 m 为 a, b 的“大黄金数”, n 为 a, b 的“小黄金数”. 当 $b-a=2$ 时, a, b 的大黄金数与小黄金数之差 $m-n=$ _____.



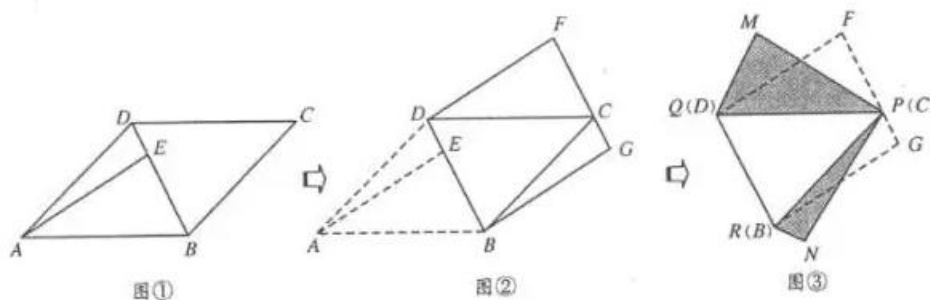
25. 如图, 面积为 6 的平行四边形纸片 $ABCD$ 中, $AB=3$, $\angle BAD=45^\circ$, 按下列步骤进行裁剪和拼图.

第一步: 如图①, 将平行四边形纸片沿对角线 BD 剪开, 得到 $\triangle ABD$ 和 $\triangle BCD$ 纸片, 再将 $\triangle ABD$ 纸片沿 AE 剪开 (E 为 BD 上任意一点), 得到 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ADE$ 纸片;

第二步: 如图②, 将 $\triangle ABE$ 纸片平移至 $\triangle DCF$ 处, 将 $\triangle ADE$ 纸片平移至 $\triangle BCG$ 处;

第三步: 如图③, 将 $\triangle DCF$ 纸片翻转过来使其背面朝上置于 $\triangle PQM$ 处 (边 PQ 与 DC 重合, $\triangle PQM$ 与 $\triangle DCF$ 在 CD 同侧), 将 $\triangle BCG$ 纸片翻转过来使其背面朝上置于 $\triangle PRN$ 处 (边 PR 与 BC 重合, $\triangle PRN$ 与 $\triangle BCG$ 在 BC 同侧)。

则由纸片拼成的五边形 $PMQRN$ 中, 对角线 MN 长度的最小值为_____.



二、解答题 (本大题共 3 个小题, 共 30 分, 解答过程写在答题卡上)

26. (本小题满分 8 分)

某果园有 100 棵橙子树, 平均每棵树结 600 个橙子. 现准备多种一些橙子树以提高果园产量, 但是如果多种树, 那么树之间的距离和每一棵树所接受的阳光就会减少. 根据经验估计, 每多种一棵树, 平均每棵树就会少结 5 个橙子, 假设果园多种 x 棵橙子树.

(1) 直接写出平均每棵树结的橙子数 y (个) 与 x 之间的关系式;

(2) 果园多种多少棵橙子树时, 可以使橙子的总产量最大? 最大为多少个?

27. (本小题满分 10 分)

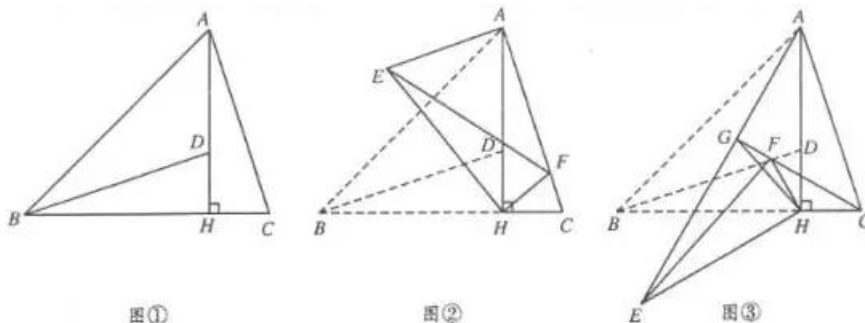
如图①, $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 45^\circ$, $AH \perp BC$ 于点 H , 点 D 在 AH 上, 且 $DH = CH$, 连接 BD .

(1) 求证: $BD = AC$;

(2) 将 $\triangle BHD$ 绕点 H 旋转, 得到 $\triangle EHF$ (点 B, D 分别与点 E, F 对应), 连接 AE .

i) 如图②, 当点 F 落在 AC 上时 (F 不与 C 重合), 若 $BC = 4$, $\tan C = 3$, 求 AE 的长;

ii) 如图③, 当 $\triangle EHF$ 是由 $\triangle BHD$ 绕点 H 逆时针旋转 30° 得到时, 设射线 CF 与 AE 相交于点 G , 连接 GH , 试探究线段 GH 与 EF 之间满足的等量关系, 并说明理由.



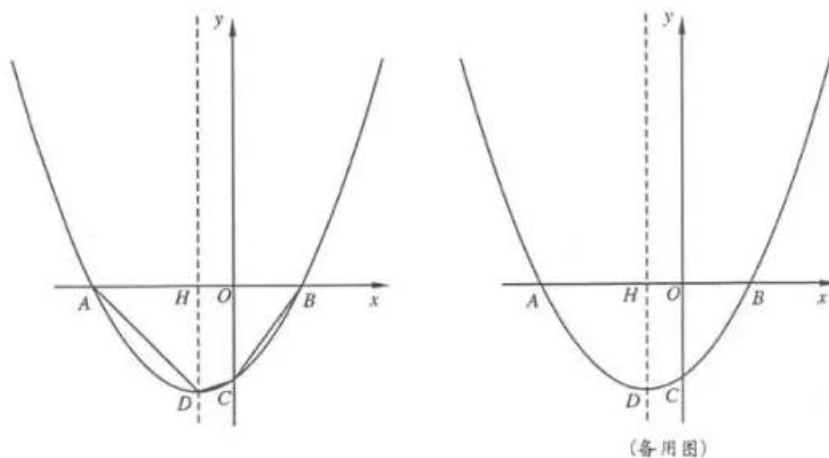
28. (本小题满分 12 分)

如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = a(x+1)^2 - 3$ 与 x 轴交于 A, B 两点 (点 A 在点 B 左侧), 与 y 轴交于点 $C(0, -\frac{8}{3})$, 顶点为 D , 对称轴与 x 轴交于点 H . 过点 H 的直线 l 交抛物线于 P, Q 两点, 点 Q 在 y 轴右侧.

(1) 求 a 的值及点 A, B 的坐标;

(2) 当直线 l 将四边形 $ABCD$ 分为面积比为 $3:7$ 的两部分时, 求直线 l 的函数表达式;

(3) 当点 P 位于第二象限时, 设 PQ 的中点为 M , 点 N 在抛物线上, 则以 DP 为对角线的四边形 $DMPN$ 能否成为菱形? 若能, 求出点 N 的坐标; 若不能, 请说明理由.



成都市二〇一六年高中阶段教育学校统一招生考试参考答案

A 卷

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	C	B	D	C	A	B	C	D	B

二、填空题

11. -2 ; 12. 120 ; 13. $>$; 14. $3\sqrt{3}$

三、解答题

15. (1) 解: $(-2)^3 + \sqrt{16} - 2\sin 30^\circ + (2016 - \pi)^0 = -8 + 4 - 2 \times \frac{1}{2} + 1 = -4 - 4 + 1 = -4$

(2) 解: $\because$ 关于 x 方程 $3x^2 + 2x - m = 0$ 没有实数根

$\therefore 2^2 - 4 \times 3 \times (-m) < 0$

解得: $m < -\frac{1}{3}$

16. 解: $\left(x - \frac{1}{x}\right) \div \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - x} = \frac{(x+1)(x-1)}{x} \cdot \frac{x(x-1)}{(x-1)^2} = x+1$

17. 解: $\because \angle A = \angle C = \angle BEC = 90^\circ$, $\therefore$ 四边形 ABEC 为矩形

$\therefore BE = AC = 20, CE = AB = 1.5$

在 $\text{Rt}\triangle BED$ 中, $\therefore \tan \angle DBE = \frac{DE}{BE}$ 即 $\tan 32^\circ = \frac{DE}{20}$

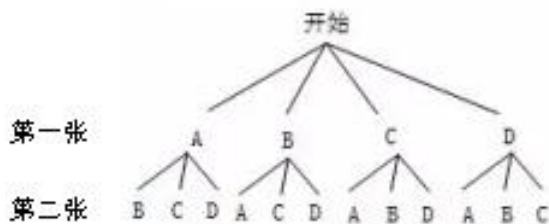
$\therefore DE = 20 \times \tan 32^\circ \approx 12.4, CD = CE + DE \approx 13.9.$

答: 旗杆 CD 的高度约为 13.9 m .

18. 解: (1) 列表法:

第二张 第一张	A	B	C	D
A		(A, B)	(A, C)	(A, D)
B	(B, A)		(B, C)	(B, D)
C	(C, A)	(C, B)		(C, D)
D	(D, A)	(D, B)	(D, C)	

树状图:



由列表或树状图可知，两次抽取卡片的所有可能出现的结果有 12 种，分别为 (A, B) ， (A, C) ， (A, D) ， (B, A) ， (B, C) ， (B, D) ， (C, A) ， (C, B) ， (C, D) ， (D, A) ，

(D, B) ， (D, C) 。

(2) 由 (1) 知：所有可能出现的结果共有 12 种，其中抽到的两张卡片上的数都是勾股数的有 (B, C) ， (B, D) ， (C, B) ， (C, D) ， (D, B) ， (D, C) 共 6 种。

$$\therefore P(\text{抽到的两张卡片上的数都是勾股数}) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}.$$

19. 解：(1) $\because$ 正比例函数 $y = kx$ 的图象与反比例函数直线 $y = \frac{m}{x}$ 的图象都经过点 $A(2, -2)$ ，

$$\therefore \begin{cases} 2k = -2 \\ \frac{m}{2} = -2 \end{cases} \quad \text{解得: } \begin{cases} k = -1 \\ m = -4 \end{cases} \quad \therefore y = -x, y = -\frac{4}{x}$$

(2) $\because$ 直线 BC 由直线 OA 向上平移 3 个单位所得 $\therefore B(0, 3)$ ， $k_{bc} = k_{oa} = -1$
 $\therefore$ 设直线 BC 的表达式为 $y = -x + 3$

$$\text{由 } \begin{cases} y = -\frac{4}{x} \\ y = -x + 3 \end{cases} \quad \text{解得 } \begin{cases} x_1 = 4 \\ y_1 = -1 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = -1 \\ y_2 = 4 \end{cases}$$

$\because$ 因为点 C 在第四象限 $\therefore$ 点 C 的坐标为 $(4, -1)$

解法一：如图 1，过 A 作 $AD \perp y$ 轴于 D，过 C 作 $CE \perp y$ 轴于 E.

$$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle BEC} + S_{\text{梯形 ADEC}} - S_{\triangle ADB} = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 + \frac{1}{2} (2 + 4) \times 1 - \frac{1}{2} \times 2 \times 5 = 8 + 3 - 5 =$$

6

解法二：如图 2，连接 OC.

$$\because OA \parallel BC, \therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} \cdot OB \cdot x_c = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$$

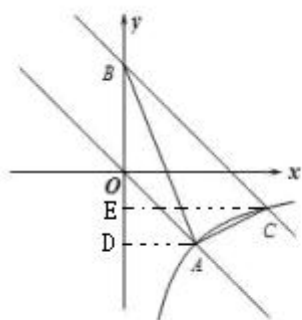


图1

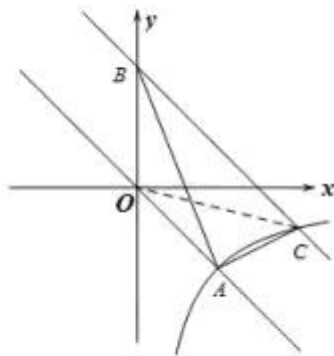


图2

20. (1) 证明: $\because DE$ 为 $\odot C$ 的直径 $\therefore \angle DBE = 90^\circ$

又 $\because \angle ABC = 90^\circ$, $\therefore \angle DBE + \angle DBC = 90^\circ$, $\angle CBE + \angle DBC = 90^\circ$

$\therefore \angle ABD = \angle CBE$

又 $\because CB = CE \therefore \angle CBE = \angle E$, $\therefore \angle ABD = \angle E$.

又 $\because \angle BAD = \angle EAB$, $\therefore \triangle ABD \sim \triangle AEB$.

(2) 由 (1) 知, $\triangle ABD \sim \triangle AEB$, $\therefore \frac{BD}{BE} = \frac{AB}{AE}$.

$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{4}{3}$, $\therefore$ 设 $AB = 4x$, 则 $CE = CB = 3x$

在 $Rt\triangle ABC$ 中, $AB = 5x$, $\therefore AE = AC + CE = 5x + 3x = 8x$, $\frac{BD}{BE} = \frac{AB}{AE} = \frac{4x}{8x} = \frac{1}{2}$.

在 $Rt\triangle DBE$ 中, $\therefore \tan E = \frac{BD}{BE} = \frac{1}{2}$.

(3) 解法一: 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\frac{1}{2}AC \cdot BG = \frac{1}{2}AB \cdot BC$ 即 $\frac{1}{2} \cdot 5x \cdot BG = \frac{1}{2} \cdot 4x \cdot 3x$, 解得 $BG = \frac{12}{5}x$.

$\because AF$ 是 $\angle BAC$ 的平分线, $\therefore \frac{BF}{FE} = \frac{AB}{AE} = \frac{4x}{8x} = \frac{1}{2}$

如图 1, 过 B 作 $BG \perp AE$ 于 G , $FH \perp AE$ 于 H , $\therefore FH \parallel BG$, $\therefore \frac{FH}{BG} = \frac{EF}{BE} = \frac{2}{3}$

$\therefore FH = \frac{2}{3}BG = \frac{2}{3} \times \frac{12}{5}x = \frac{8}{5}x$

又 $\because \tan E = \frac{1}{2}$, $\therefore EH = 2FH = \frac{16}{5}x$, $AM = AE - EM = \frac{24}{5}x$

在 $Rt\triangle AHF$ 中, $\therefore AH^2 + HF^2 = AF^2$ 即 $(\frac{24x}{5})^2 + (\frac{8x}{5})^2 = 2^2$, 解得 $x = \frac{\sqrt{10}}{8}$

$\therefore \odot C$ 的半径是 $3x = \frac{3\sqrt{10}}{8}$.

解法二: 如图 2

过点 A 作 EB 延长线的垂线, 垂足为点 G .

$\because AF$ 平分 $\angle BAC \therefore \angle 1 = \angle 2$ 又 $\because CB = CE \therefore \angle 3 = \angle E$

在 $\triangle BAE$ 中, 有 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle E = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

$\therefore \angle 4 = \angle 2 + \angle E = 45^\circ \therefore \triangle GAF$ 为等腰直角三角形

由 (2) 可知, $AE = 8x$, $\tan E = \frac{1}{2} \therefore AG = \frac{\sqrt{5}}{5}AE = \frac{8\sqrt{5}}{5}x$

$$\therefore AF = \sqrt{2}AG = \frac{8\sqrt{5}}{5}x = 2 \quad \therefore x = \frac{\sqrt{10}}{8} \quad \therefore \odot C \text{ 的半径是 } 3x = \frac{3\sqrt{10}}{8}.$$

解法三:

如图 3, 作 $BH \perp AE$ 于点 H , $NG \perp AE$ 于点 G , $FM \perp AE$ 于点 M , 设 $BN = a$,

$\therefore AF$ 是 $\angle BAC$ 的平分线, $\therefore NG = BN = a \quad \therefore CG = \frac{3}{4}a, NC = \frac{5}{4}a, \therefore BC = \frac{9}{4}a, \therefore BH =$

$$\frac{9}{5}a$$

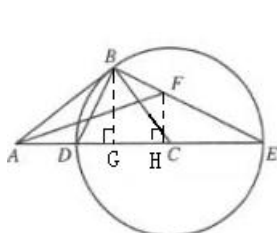
$$\therefore AB = 3a, AC = \frac{15}{4}a, \therefore AG = 3a \quad \therefore \tan \angle NAC = \frac{NG}{AG} = \frac{1}{3}, \therefore \sin \angle NAC = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

$$\therefore \text{在 Rt} \triangle AFM \text{ 中, } FM = AF \cdot \sin \angle NAC = 2 \times \frac{\sqrt{10}}{10} = \frac{\sqrt{10}}{5}, AM = \frac{3\sqrt{10}}{5}$$

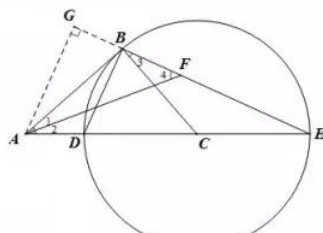
$$\therefore \text{在 Rt} \triangle EFM \text{ 中, } EM = \frac{FM}{\tan E} = \frac{2\sqrt{10}}{5} \quad \therefore AE = \sqrt{10}$$

$$\text{在 Rt} \triangle DBE \text{ 中, } \therefore BH = \frac{9}{5}a, \therefore EH = \frac{18}{5}a, DH = \frac{9}{10}a, \therefore DE = \frac{9}{2}a \quad \therefore DC = \frac{9}{4}a, \therefore AD = \frac{3}{2}a,$$

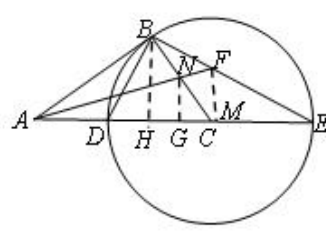
$$\text{又} \therefore AE + DE = AE, \therefore \frac{3}{2}a + \frac{9}{2}a = \sqrt{10}, \therefore a = \frac{\sqrt{10}}{6} \quad \therefore DC = \frac{9}{4}a = \frac{3\sqrt{10}}{8}$$



如图1



如图2



如图3

B 卷

一、填空题

21.解: “非常清楚”的居民占该辖区的百分比为: $1 - (30\% + 15\% + \frac{90}{360} \times 100\%) = 30\%$

$\therefore$ 可以估计其中慈善法“非常清楚”的居民约为: $9000 \times 30\% = 2700$ (人).

22.解: 由题知:

$$\begin{cases} 3a - 2b = 3 \cdots \cdots (1) \\ 3b - 2a = -7 \cdots \cdots (2) \end{cases} \quad \text{由 (1) + (2) 得: } a + b = -4, \text{ 由 (1) - (2) 得: } a - b = 2,$$

$$\therefore (a + b)(a - b) = -8.$$

23.解: 连结 AO 并延长交 $\odot O$ 于 E, 连结 CE.

$\therefore AE$ 为 $\odot O$ 的直径, $\therefore \angle ACD = 90^\circ$.

又 $\therefore AH \perp BC, \therefore \angle AHB = 90^\circ$.

$$\text{又} \therefore \angle B = \angle D, \therefore \sin B = \sin D, \therefore \frac{AH}{AB} = \frac{AC}{AD}$$

$$\text{即 } \frac{18}{AB} = \frac{24}{26}, \text{ 解得: } AB = \frac{39}{2}$$

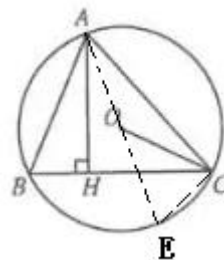


图4

24.解: $\therefore AM^2 = BM \cdot AB, BN^2 = AN \cdot AB \quad \therefore M, N$ 为线段 AB 的两个黄金分割点

$$\therefore a-3 = -\frac{8}{3}, \text{ 解得: } a = \frac{1}{3}, \therefore y = \frac{1}{3}(x+1)^2 - 3$$

$$\text{当 } y=0 \text{ 时, 有 } \frac{1}{3}(x+1)^2 - 3 = 0, \therefore X_1 = 2, X_2 = -4 \therefore A(-4, 0), B(2, 0).$$

$$(2) \because A(-4, 0), B(2, 0), C(0, -\frac{8}{3}), D(-1, -3)$$

$$\therefore S_{\text{四边形}ABCD} = S_{\triangle AHD} + S_{\text{梯形}OCDH} + S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 + \frac{1}{2}(\frac{8}{3} + 3) \times 1 + \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{8}{3} = 10.$$

从面积分析知, 直线 l 只能与边 AD 或 BC 相交, 所以有两种情况:

$$\textcircled{1} \text{ 当直线 } l \text{ 边 } AD \text{ 相交与点 } M_1 \text{ 时, 则 } S_{\triangle AHM_1} = \frac{3}{10} \times 10 = 3, \therefore \frac{1}{2} \times 3 \times (-y_{M_1}) = 3$$

$\therefore y_{M_1} = -2$, 点 $M_1(-2, -2)$, 过点 $H(-1, 0)$ 和 $M_1(-2, -2)$ 的直线 l 的解析式为 $y = 2x + 2$.

$$\textcircled{2} \text{ 当直线 } l \text{ 边 } BC \text{ 相交与点 } M_2 \text{ 时, 同理可得点 } M_2(\frac{1}{2}, -2), \text{ 过点 } H(-1, 0) \text{ 和}$$

$$M_2(\frac{1}{2}, -2) \text{ 的直线 } l \text{ 的解析式为 } y = -\frac{4}{3}x - \frac{4}{3}.$$

$$\text{综上: 直线 } l \text{ 的函数表达式为 } y = 2x + 2 \text{ 或 } y = -\frac{4}{3}x - \frac{4}{3}.$$

$$(3) \text{ 设 } P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2) \text{ 且过点 } H(-1, 0) \text{ 的直线 } PQ \text{ 的解析式为 } y = kx + b,$$

$$\therefore -k + b = 0, \therefore y = kx + k.$$

$$\text{由 } \begin{cases} y = kx + k \\ y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{8}{3} \end{cases}, \therefore \frac{1}{3}x^2 + (\frac{2}{3} - k)x - \frac{8}{3} - k = 0$$

$$\therefore x_1 + x_2 = -2 + 3k, y_1 + y_2 = kx_1 + k + kx_2 + k = 3k^2, \therefore \text{点 } M \text{ 是线段 } PQ \text{ 的中点, } \therefore \text{由中点坐标公式的点 } M(\frac{3}{2}k - 1, \frac{3}{2}k^2).$$

假设存在这样的 N 点如下图, 直线 $DN \parallel PQ$, 设直线 DN 的解析式为 $y = kx + k - 3$

$$\text{由 } \begin{cases} y = kx + k - 3 \\ y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{8}{3} \end{cases}, \text{ 解得: } x_1 = -1, x_2 = 3k - 1, \therefore N(3k - 1, 3k^2 - 3)$$

$$\because \text{四边形 } DMPN \text{ 是菱形, } \therefore DN = DM, \therefore (3k)^2 + (3k^2)^2 = (\frac{3k}{2})^2 + (\frac{3}{2}k^2 + 3)^2$$

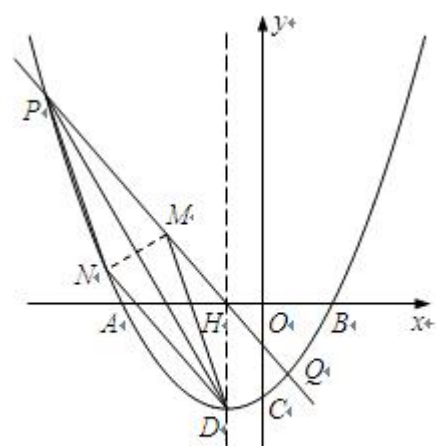
$$\text{整理得: } 3k^4 - k^2 - 4 = 0, (k^2 + 1)(3k^2 - 4) = 0, \because k^2 + 1 > 0, \therefore 3k^2 - 4 = 0,$$

$$\text{解得 } k = \pm \frac{2\sqrt{3}}{3}, \because k < 0, \therefore k = -\frac{2\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore P(-3\sqrt{3} - 1, 6), M(-\sqrt{3} - 1, 2), N(-2\sqrt{3} - 1, 1)$$

$\therefore PM = DN = 2\sqrt{7}$, $\therefore$ 四边形 $DMPN$ 为菱形 $\therefore$ 以 DP 为对角线的四边形 $DMPN$ 能成为菱形,

此时点 N 的坐标为 $(-2\sqrt{3} - 1, 1)$.



28题第3小题图