

2016 年四川省内江市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

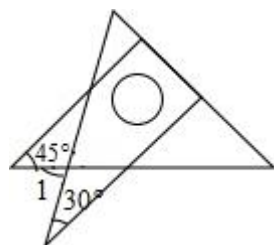
1. (3 分) (2016•内江) -2016 的倒数是 ()

- A. -2016 B. $-\frac{1}{2016}$ C. $\frac{1}{2016}$ D. 2016

2. (3 分) (2016•内江) 2016 年“五一”假期期间，某市接待旅游总人数达到了 9 180 000 人次，将 9 180 000 用科学记数法表示应为 ()

- A. 918×10^4 B. 9.18×10^5 C. 9.18×10^6 D. 9.18×10^7

3. (3 分) (2016•内江) 将一副直角三角板如图放置，使含 30° 角的三角板的直角边和含 45° 角的三角板的一条直角边在同一条直线上，则 $\angle 1$ 的度数为 ()

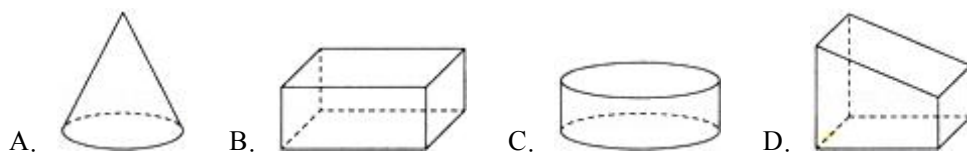


- A. 75° B. 65° C. 45° D. 30°

4. (3 分) (2016•内江) 下列标志既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



5. (3 分) (2016•西宁) 下列几何体中，主视图和俯视图都为矩形的是 ()



6. (3 分) (2016•内江) 在函数 $y = \frac{\sqrt{x-3}}{x-4}$ 中，自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x > 3$ B. $x \geq 3$ C. $x > 4$ D. $x \geq 3$ 且 $x \neq 4$

7. (3 分) (2016•内江) 某校有 25 名同学参加某比赛，预赛成绩各不相同，取前 13 名参加决赛，其中一名同学已经知道自己的成绩，能否进入决赛，只需要再知道这 25 名同学成绩的 ()

- A. 最高分 B. 中位数 C. 方差 D. 平均数

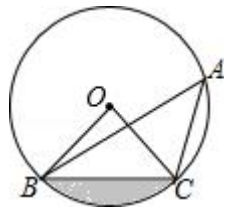
8. (3分) (2016•内江) 甲、乙两人同时分别从 A, B 两地沿同一条公路骑自行车到 C 地. 已知 A, C 两地间的距离为 110 千米, B, C 两地间的距离为 100 千米. 甲骑自行车的平均速度比乙快 2 千米/时. 结果两人同时到达 C 地. 求两人的平均速度, 为解决此问题, 设乙骑自行车的平均速度为 x 千米/时. 由题意列出方程. 其中正确的是 ()

- A. $\frac{110}{x+2} = \frac{100}{x}$ B. $\frac{110}{x} = \frac{100}{x+2}$ C. $\frac{110}{x-2} = \frac{100}{x}$ D. $\frac{110}{x} = \frac{100}{x-2}$

9. (3分) (2016•内江) 下列命题中, 真命题是 ()

- A. 对角线相等的四边形是矩形
B. 对角线互相垂直的四边形是菱形
C. 对角线互相平分的四边形是平行四边形
D. 对角线互相垂直平分的四边形是正方形

10. (3分) (2016•内江) 如图, 点 A, B, C 在 $\odot O$ 上, 若 $\angle BAC = 45^\circ$, $OB = 2$, 则图中阴影部分的面积为 ()

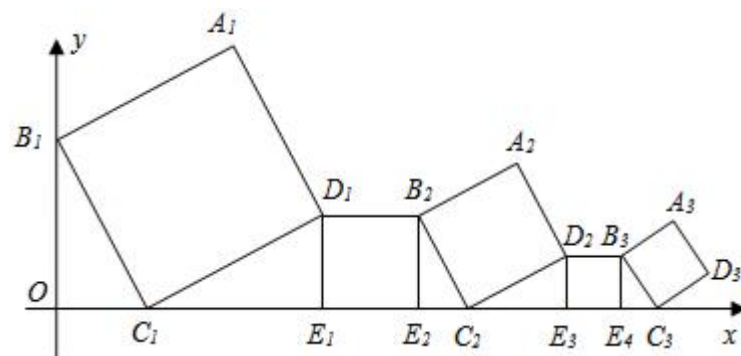


- A. $\pi - 4$ B. $\frac{2}{3}\pi - 1$ C. $\pi - 2$ D. $\frac{2\pi}{3} - 2$

11. (3分) (2016•内江) 已知等边三角形的边长为 3, 点 P 为等边三角形内任意一点, 则点 P 到三边的距离之和为 ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{3}{2}$ D. 不能确定

12. (3分) (2016•内江) 一组正方形按如图所示的方式放置, 其中顶点 B_1 在 y 轴上, 顶点 $C_1, E_1, E_2, C_2, E_3, E_4, C_3, \dots$ 在 x 轴上, 已知正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 的边长为 1, $\angle B_1C_1O = 60^\circ$, $B_1C_1 \parallel B_2C_2 \parallel B_3C_3 \dots$ 则正方形 $A_{2016}B_{2016}C_{2016}D_{2016}$ 的边长是 ()



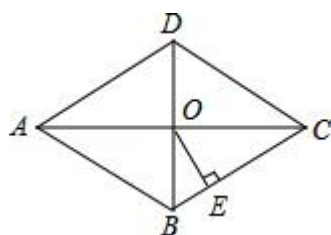
- A. $(\frac{1}{2})^{2015}$ B. $(\frac{1}{2})^{2016}$ C. $(\frac{\sqrt{3}}{3})^{2016}$ D. $(\frac{\sqrt{3}}{3})^{2015}$

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. (5 分) (2016•江西) 分解因式: $ax^2 - ay^2 =$ _____.

14. (5 分) (2016•内江) 化简: $(\frac{a^2}{a-3} + \frac{9}{3-a}) \div \frac{a+3}{a} =$ _____.

15. (5 分) (2016•内江) 如图, 在菱形 ABCD 中, 对角线 AC 与 BD 相交于点 O, AC=8, BD=6, OE ⊥ BC, 垂足为点 E, 则 OE=_____.



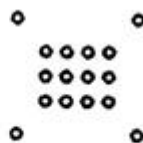
16. (5 分) (2016•内江) 将一些半径相同的小圆按如图所示的规律摆放, 请仔细观察, 第 n 个图形有_____个小圆. (用含 n 的代数式表示)



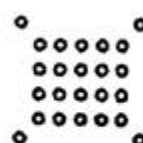
第 1 个图形



第 2 个图形



第 3 个图形



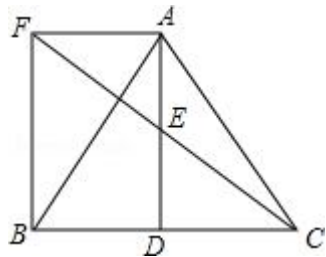
第 4 个图形

三、解答题 (本大题共 5 小题, 共 44 分, 解答应写出必要的文字说明或推演步骤)

17. (7 分) (2016•内江) 计算: $|-3| + \sqrt{3} \cdot \tan 30^\circ - \sqrt[3]{8} - (2016 - \pi)^0 + (\frac{1}{2})^{-1}$.

18. (9分) (2016•内江) 如图所示, $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 边上一点, E 是 AD 的中点, 过点 A 作 BC 的平行线交 CE 的延长线于 F , 且 $AF=BD$, 连接 BF .

- (1) 求证: D 是 BC 的中点;
- (2) 若 $AB=AC$, 试判断四边形 $AFBD$ 的形状, 并证明你的结论.



19. (9分) (2016•内江) 某学校为了增强学生体质, 决定开设以下体育课外活动项目: A 篮球、B 乒乓球、C 跳绳、D 踢毽子, 为了解学生最喜欢哪一种活动项目, 随机抽取了部分学生进行调查, 并将调查结果绘制成了两幅不完整的统计图, 请回答下列问题:

- (1) 这次被调查的学生共有_____人;
- (2) 请你将条形统计图补充完成;
- (3) 在平时的乒乓球项目训练中, 甲、乙、丙、丁四人表现优秀, 现决定从这四名同学中任选两名参加乒乓球比赛, 求恰好选中甲、乙两位同学的概率 (用树状图或列表法解答).

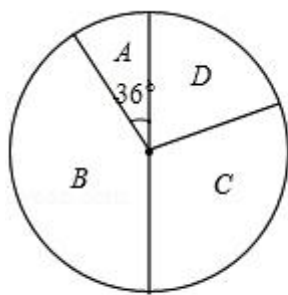


图1

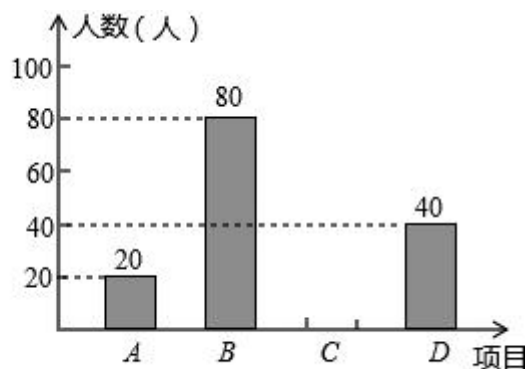
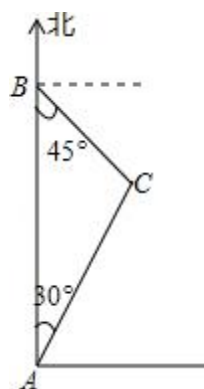


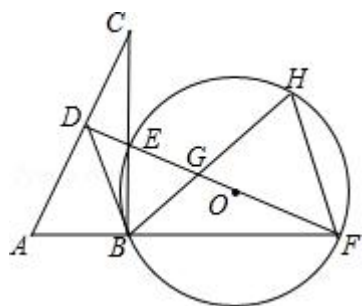
图2

20. (9分) (2016•内江) 禁渔期间, 我渔政船在 A 处发现正北方向 B 处有一艘可疑船只, 测得 A、B 两处距离为 200 海里, 可疑船只正沿南偏东 45° 方向航行, 我渔政船迅速沿北偏东 30° 方向前去拦截, 经历 4 小时刚好在 C 处将可疑船只拦截. 求该可疑船只航行的平均速度 (结果保留根号).



21. (10分) (2016•内江) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, AC 的垂直平分线分别与 AC, BC 及 AB 的延长线相交于点 D, E, F, $\odot O$ 是 $\triangle BEF$ 的外接圆, $\angle EBF$ 的平分线交 EF 于点 G, 交 $\odot O$ 于点 H, 连接 BD、FH.

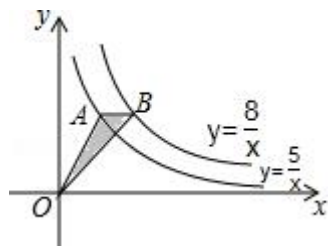
- (1) 试判断 BD 与 $\odot O$ 的位置关系, 并说明理由;
- (2) 当 $AB=BE=1$ 时, 求 $\odot O$ 的面积;
- (3) 在 (2) 的条件下, 求 $HG \cdot HB$ 的值.



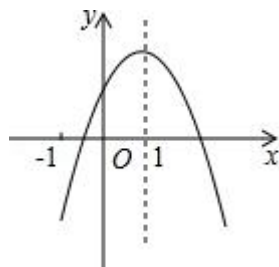
B 卷一、填空题（本大题共 4 小题，每小题 6 分，共 24 分）

22. (6 分) (2016•内江) 任取不等式组 $\begin{cases} k-3 \leq 0 \\ 2k+5 > 0 \end{cases}$ 的一个整数解, 则能使关于 x 的方程: $2x+k=-1$ 的解为非负数的概率为_____.

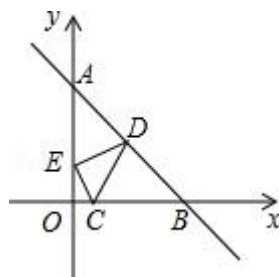
23. (6 分) (2016•内江) 如图, 点 A 在双曲线 $y=\frac{5}{x}$ 上, 点 B 在双曲线 $y=\frac{8}{x}$ 上, 且 $AB \parallel x$ 轴, 则 $\triangle OAB$ 的面积等于_____.



24. (6 分) (2016•内江) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示, 且 $P=|2a+b|+|3b-2c|$, $Q=|2a-b|-|3b+2c|$, 则 P, Q 的大小关系是_____.



25. (6 分) (2016•内江) 如图所示, 已知点 $C(1, 0)$, 直线 $y=-x+7$ 与两坐标轴分别交于 A, B 两点, D, E 分别是 AB, OA 上的动点, 则 $\triangle CDE$ 周长的最小值是_____.



二、解答题（本大题共 3 小题，每小题 12 分，共 36 分）

26. (12 分) (2016•内江) 问题引入:

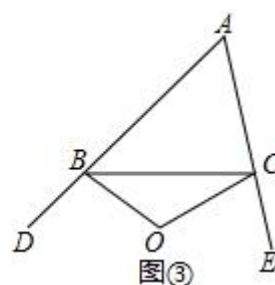
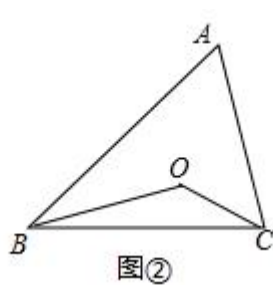
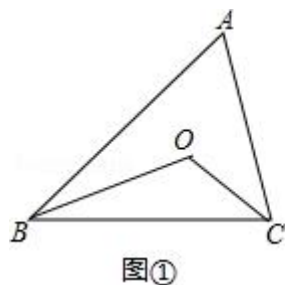
- (1) 如图①, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 O 是 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 平分线的交点, 若 $\angle A=\alpha$, 则 $\angle BOC=$ (用 α 表示); 如图②, $\angle CBO=\frac{1}{3}\angle ABC$, $\angle BCO=\frac{1}{3}\angle ACB$, $\angle A=\alpha$, 则 $\angle BOC=$ (用 α 表示)

拓展研究:

(2) 如图③, $\angle CBO = \frac{1}{3}\angle DBC$, $\angle BCO = \frac{1}{3}\angle ECB$, $\angle A = \alpha$, 请猜想 $\angle BOC =$ _____ (用 α 表示), 并说明理由.

类比研究:

(3) BO 、 CO 分别是 $\triangle ABC$ 的外角 $\angle DBC$ 、 $\angle ECB$ 的 n 等分线, 它们交于点 O , $\angle CBO = \frac{1}{n}\angle DBC$, $\angle BCO = \frac{1}{n}\angle ECB$, $\angle A = \alpha$, 请猜想 $\angle BOC =$ _____.

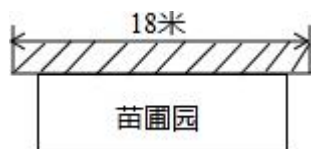


27. (12 分) (2016•内江) 某中学课外兴趣活动小组准备围建一个矩形苗圃园, 其中一边靠墙, 另外三边用长为 30 米的篱笆围成, 已知墙长为 18 米 (如图所示), 设这个苗圃园垂直于墙的一边的长为 x 米.

(1) 若苗圃园的面积为 72 平方米, 求 x ;

(2) 若平行与墙的一边长不小于 8 米, 这个苗圃园的面积有最大值和最小值吗? 如果有, 求出最大值和最小值; 如果没有, 请说明理由;

(3) 当这个苗圃园的面积不小于 100 平方米时, 直接写出 x 的取值范围.

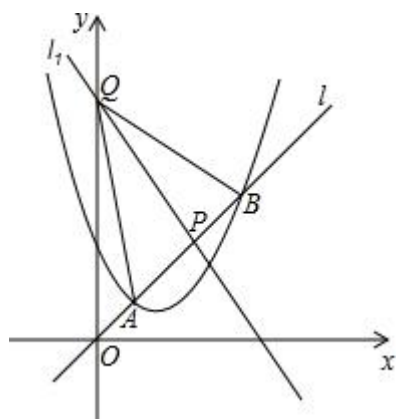


28. (12 分) (2016•内江) 已知抛物线 $C: y=x^2-3x+m$, 直线 $l: y=kx$ ($k>0$), 当 $k=1$ 时, 抛物线 C 与直线 l 只有一个公共点.

(1) 求 m 的值;

(2) 若直线 l 与抛物线 C 交于不同的两点 A, B , 直线 l 与直线 $l_1: y=-3x+b$ 交于点 P , 且 $\frac{1}{OA} + \frac{1}{OB} = \frac{2}{OP}$, 求 b 的值;

(3) 在 (2) 的条件下, 设直线 l_1 与 y 轴交于点 Q , 问: 是否存在实数 k 使 $S_{\triangle APQ} = S_{\triangle BPQ}$? 若存在, 求 k 的值, 若不存在, 说明理由.



2016 年四川省内江市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题 (本大题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. (3 分) (2016•内江) -2016 的倒数是 ()

A. -2016 B. $-\frac{1}{2016}$ C. $\frac{1}{2016}$ D. 2016

【分析】直接利用倒数的定义得出答案.

【解答】解: -2016 的倒数是 $-\frac{1}{2016}$.

故选: B.

【点评】此题主要考查了倒数, 正确把握倒数的定义是解题关键.

2. (3 分) (2016•内江) 2016 年“五一”假期期间, 某市接待旅游总人数达到了 9 180 000 人次, 将 9 180 000 用科学记数法表示应为 ()

A. 918×10^4 B. 9.18×10^5 C. 9.18×10^6 D. 9.18×10^7

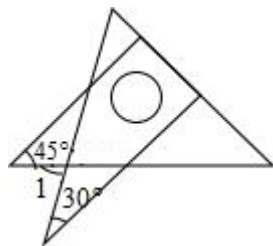
【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】解: 将 9 180 000 用科学记数法表示为: 9.18×10^6 .

故选: C.

【点评】此题考查了科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

3. (3 分) (2016•内江) 将一副直角三角板如图放置, 使含 30° 角的三角板的直角边和含 45° 角的三角板的一条直角边在同一条直线上, 则 $\angle 1$ 的度数为 ()



A. 75° B. 65° C. 45° D. 30°

【分析】先根据同旁内角互补, 两直线平行得出 $AC \parallel DF$, 再根据两直线平行内错角相等得出 $\angle 2 = \angle A = 45^\circ$, 然后根据三角形内角与外角的关系可得 $\angle 1$ 的度数.

【解答】解: $\because \angle ACB = \angle DFE = 90^\circ$,

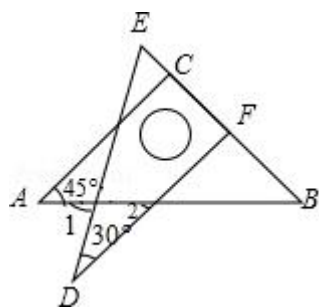
$\therefore \angle ACB + \angle DFE = 180^\circ$,

$\therefore AC \parallel DF$,

$\therefore \angle 2 = \angle A = 45^\circ$,

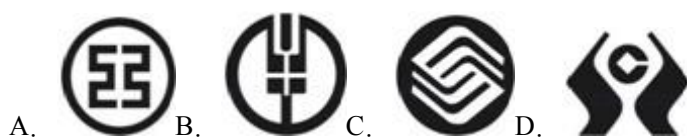
$\therefore \angle 1 = \angle 2 + \angle D = 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ$.

故选 A.



【点评】本题考查了平行线的判定与性质，三角形外角的性质，求出 $\angle 2 = \angle A = 45^\circ$ 是解题的关键。

4. (3 分) (2016•内江) 下列标志既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



【分析】根据中心对称图形与轴对称图形的概念判断即可。

【解答】解：A、是轴对称图形，是中心对称图形，故正确；

B、是轴对称图形，不是中心对称图形，故错误；

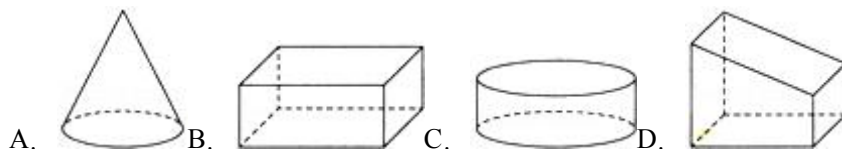
C、不是轴对称图形，是中心对称图形，故错误；

D、是轴对称图形，不是中心对称图形，故错误。

故选：A。

【点评】本题考查的是中心对称图形与轴对称图形的概念：轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分沿对称轴折叠后可重合；中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后与原图重合。

5. (3 分) (2016•西宁) 下列几何体中，主视图和俯视图都为矩形的是 ()



【分析】分别确定四个几何体从正面和上面看所得到的视图即可。

【解答】解：A、此几何体的主视图是等腰三角形，俯视图是圆，故此选项错误；

B、此几何体的主视图是矩形，俯视图是矩形，故此选项正确；

C、此几何体的主视图是矩形，俯视图是圆，故此选项错误；

D、此几何体的主视图是梯形，俯视图是矩形，故此选项错误；

故选：B。

【点评】此题主要考查了简单几何体的三视图，注意所有的看到的棱都应表现在三视图中。

6. (3 分) (2016•内江) 在函数 $y = \frac{\sqrt{x-3}}{x-4}$ 中，自变量 x 的取值范围是 ()

A. $x > 3$ B. $x \geq 3$ C. $x > 4$ D. $x \geq 3$ 且 $x \neq 4$

【分析】根据分母不能为零，被开方数是非负数，可得答案。

【解答】解：由题意，得

$$x - 3 \geq 0 \text{ 且 } x - 4 \neq 0,$$

解得 $x \geq 3$ 且 $x \neq 4$,

故选：D.

【点评】本题考查了函数自变量的取值范围，利用分母不能为零，被开方数是非负数得出不等式是解题关键.

7. (3 分) (2016•内江) 某校有 25 名同学参加某比赛，预赛成绩各不相同，取前 13 名参加决赛，其中一名同学已经知道自己的成绩，能否进入决赛，只需要再知道这 25 名同学成绩的 ()

A. 最高分 B. 中位数 C. 方差 D. 平均数

【分析】根据中位数的意义分析.

【解答】解：某校有 25 名同学参加某比赛，预赛成绩各不相同，取前 13 名参加决赛，其中一名同学已经知道自己的成绩，能否进入决赛，只需要再知道这 25 名同学成绩的中位数.

故选：B.

【点评】此题主要考查统计的有关知识，主要包括平均数、中位数、众数、方差的意义. 反映数据集中程度的统计量有平均数、中位数、众数、方差等，各有局限性，因此要对统计量进行合理的选择和恰当的运用.

8. (3 分) (2016•内江) 甲、乙两人同时分别从 A, B 两地沿同一条公路骑自行车到 C 地. 已知 A, C 两地间的距离为 110 千米, B, C 两地间的距离为 100 千米. 甲骑自行车的平均速度比乙快 2 千米/时. 结果两人同时到达 C 地. 求两人的平均速度, 为解决此问题, 设乙骑自行车的平均速度为 x 千米/时. 由题意列出方程. 其中正确的是 ()

A. $\frac{110}{x+2} = \frac{100}{x}$ B. $\frac{110}{x} = \frac{100}{x+2}$ C. $\frac{110}{x-2} = \frac{100}{x}$ D. $\frac{110}{x} = \frac{100}{x-2}$

【分析】设乙骑自行车的平均速度为 x 千米/时, 则甲骑自行车的平均速度为 $(x+2)$ 千米/时, 根据题意可得等量关系: 甲骑 110 千米所用时间 = 乙骑 100 千米所用时间, 根据等量关系可列出方程即可.

【解答】解：设乙骑自行车的平均速度为 x 千米/时, 由题意得:

$$\frac{110}{x+2} = \frac{100}{x},$$

故选：A.

【点评】此题主要考查了由实际问题抽象出分式方程, 关键是正确理解题意, 找出题目中的等量关系, 列出方程.

9. (3 分) (2016•内江) 下列命题中, 真命题是 ()

- A. 对角线相等的四边形是矩形
- B. 对角线互相垂直的四边形是菱形
- C. 对角线互相平分的四边形是平行四边形
- D. 对角线互相垂直平分的四边形是正方形

【分析】A、根据矩形的定义作出判断;

B、根据菱形的性质作出判断;

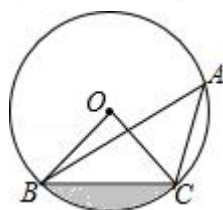
C、根据平行四边形的判定定理作出判断;

D、根据正方形的判定定理作出判断.

【解答】解：A、两条对角线相等且相互平分的四边形为矩形；故本选项错误；
 B、对角线互相垂直的平行四边形是菱形；故本选项错误；
 C、对角线互相平分的四边形是平行四边形；故本选项正确；
 D、对角线互相垂直平分且相等的四边形是正方形；故本选项错误；
 故选 C.

【点评】本题综合考查了正方形、矩形、菱形及平行四边形的判定．解答此题时，必须理清矩形、正方形、菱形与平行四边形间的关系．

10. (3 分) (2016•内江) 如图，点 A、B、C 在 $\odot O$ 上，若 $\angle BAC=45^\circ$ ， $OB=2$ ，则图中阴影部分的面积为 ()



A. $\pi - 4$ B. $\frac{2}{3}\pi - 1$ C. $\pi - 2$ D. $\frac{2\pi}{3} - 2$

【分析】先证得三角形 OBC 是等腰直角三角形，通过解直角三角形求得 BC 和 BC 边上的高，然后根据 $S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形 OBC}} - S_{\triangle OBC}$ 即可求得．

【解答】解： $\because \angle BAC=45^\circ$ ，
 $\therefore \angle BOC=90^\circ$ ，
 $\therefore \triangle OBC$ 是等腰直角三角形，
 $\because OB=2$ ，
 $\therefore \triangle OBC$ 的 BC 边上的高为： $\frac{\sqrt{2}}{2}OB=\sqrt{2}$ ，
 $\therefore BC=2\sqrt{2}$
 $\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形 OBC}} - S_{\triangle OBC} = \frac{90\pi \times 2^2}{360} - \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times \sqrt{2} = \pi - 2$ ，
 故选 C.

【点评】本题考查了扇形的面积公式： $S = \frac{n \cdot \pi R^2}{360}$ (n 为圆心角的度数，R 为圆的半径)．也考查了等腰直角三角形三边的关系和三角形的面积公式．

11. (3 分) (2016•内江) 已知等边三角形的边长为 3，点 P 为等边三角形内任意一点，则点 P 到三边的距离之和为 ()

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{3}{2}$ D. 不能确定

【分析】作出图形，根据等边三角形的性质求出高 AH 的长，再根据三角形的面积公式求出点 P 到三边的距离之和等于高线的长度，从而得解．

【解答】解：如图， $\because$ 等边三角形的边长为 3，
 $\therefore$ 高线 $AH = 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ ，

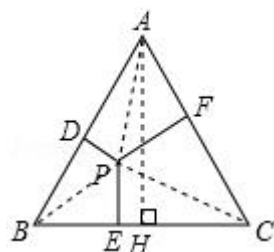
$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AH = \frac{1}{2}AB \cdot PD + \frac{1}{2}BC \cdot PE + \frac{1}{2}AC \cdot PF,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 3 \cdot AH = \frac{1}{2} \times 3 \cdot PD + \frac{1}{2} \times 3 \cdot PE + \frac{1}{2} \times 3 \cdot PF,$$

$$\therefore PD + PE + PF = AH = \frac{3\sqrt{3}}{2},$$

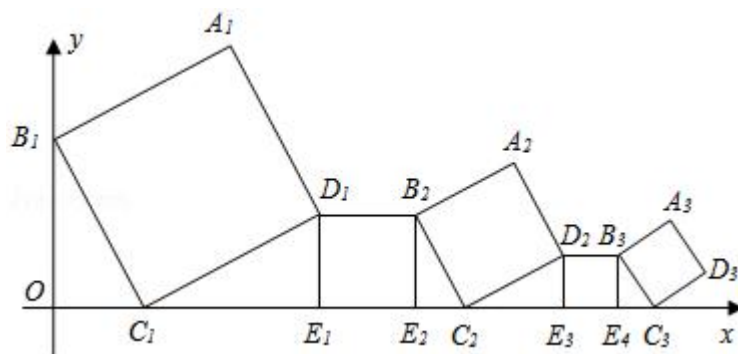
即点 P 到三角形三边距离之和为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

故选: B.



【点评】 本题考查了等边三角形的性质, 根据三角形的面积求点 P 到三边的距离之和等于等边三角形的高是解题的关键, 作出图形更形象直观.

12. (3 分) (2016•内江) 一组正方形按如图所示的方式放置, 其中顶点 B_1 在 y 轴上, 顶点 $C_1, E_1, E_2, C_2, E_3, E_4, C_3, \dots$ 在 x 轴上, 已知正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 的边长为 1, $\angle B_1C_1O = 60^\circ$, $B_1C_1 \parallel B_2C_2 \parallel B_3C_3, \dots$ 则正方形 $A_{2016}B_{2016}C_{2016}D_{2016}$ 的边长是 ()



A. $(\frac{1}{2})^{2015}$ B. $(\frac{1}{2})^{2016}$ C. $(\frac{\sqrt{3}}{3})^{2016}$ D. $(\frac{\sqrt{3}}{3})^{2015}$

【分析】 利用正方形的性质结合锐角三角函数关系得出正方形的边长, 进而得出变化规律即可得出答案.

【解答】 解: $\because$ 正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 的边长为 1, $\angle B_1C_1O = 60^\circ$, $B_1C_1 \parallel B_2C_2 \parallel B_3C_3$,

$$\therefore D_1E_1 = B_2E_2, D_2E_3 = B_3E_4, \angle D_1C_1E_1 = \angle C_2B_2E_2 = \angle C_3B_3E_4 = 30^\circ,$$

$$\therefore D_1E_1 = C_1D_1 \sin 30^\circ = \frac{1}{2},$$

$$\text{则 } B_2C_2 = \frac{B_2E_2}{\cos 30^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = (\frac{\sqrt{3}}{3})^1,$$

$$\text{同理可得: } B_3C_3 = \frac{1}{3} = (\frac{\sqrt{3}}{3})^2,$$

$$\text{故正方形 } A_nB_nC_nD_n \text{ 的边长是: } (\frac{\sqrt{3}}{3})^{n-1},$$

则正方形 $A_{2016}B_{2016}C_{2016}D_{2016}$ 的边长为: $(\frac{\sqrt{3}}{3})^{2015}$,

故选: D.

【点评】此题主要考查了正方形的性质以及锐角三角函数关系, 得出正方形的边长变化规律是解题关键.

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. (5 分) (2016•江西) 分解因式: $ax^2 - ay^2 = \underline{a(x+y)(x-y)}$.

【分析】应先提取公因式 a , 再对余下的多项式利用平方差公式继续分解.

【解答】解: $ax^2 - ay^2$,
 $=a(x^2 - y^2)$,
 $=a(x+y)(x-y)$.

故答案为: $a(x+y)(x-y)$.

【点评】本题主要考查提公因式法分解因式和平方差公式分解因式, 需要注意分解因式一定要彻底.

14. (5 分) (2016•内江) 化简: $(\frac{a^2}{a-3} + \frac{9}{3-a}) \div \frac{a+3}{a} = \underline{a}$.

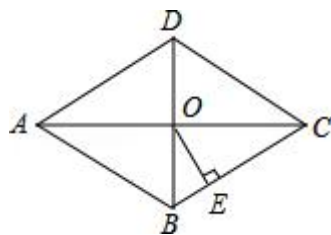
【分析】先括号里面的, 再算除法即可.

【解答】解: 原式 $= \frac{a^2 - 9}{a-3} \cdot \frac{a}{a+3}$
 $= (a+3) \cdot \frac{a}{a+3}$
 $= a$.

故答案为: a .

【点评】本题考查的是分式的混合运算, 熟知分式混合运算的法则是解答此题的关键.

15. (5 分) (2016•内江) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 与 BD 相交于点 O , $AC=8$, $BD=6$, $OE \perp BC$, 垂足为点 E , 则 $OE = \underline{\frac{12}{5}}$.



【分析】先根据菱形的性质得 $AC \perp BD$, $OB=OD=\frac{1}{2}BD=3$, $OA=OC=\frac{1}{2}AC=4$, 再在 $Rt\triangle OBC$ 中利用勾股定理计算出 $BC=5$, 然后利用面积法计算 OE 的长.

【解答】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 为菱形,
 $\therefore AC \perp BD$, $OB=OD=\frac{1}{2}BD=3$, $OA=OC=\frac{1}{2}AC=4$,
在 $Rt\triangle OBC$ 中, $\because OB=3$, $OC=4$,

$$\therefore BC = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

$$\because OE \perp BC,$$

$$\therefore \frac{1}{2}OE \cdot BC = \frac{1}{2}OB \cdot OC,$$

$$\therefore OE = \frac{3 \times 4}{5} = \frac{12}{5}.$$

故答案为 $\frac{12}{5}$.

【点评】 本题考查了菱形的性质：菱形具有平行四边形的一切性质；菱形的四条边都相等；菱形的两条对角线互相垂直，并且每一条对角线平分一组对角．也考查了勾股定理和三角形面积公式．

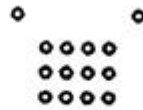
16. (5 分) (2016•内江) 将一些半径相同的小圆按如图所示的规律摆放，请仔细观察，第 n 个图形有 $4+n(n+1)$ 个小圆．(用含 n 的代数式表示)



第 1 个图形



第 2 个图形



第 3 个图形



第 4 个图形

【分析】 本题是一道关于数字猜想的问题，关键是通过归纳与总结，得到其中的规律．

【解答】 解：根据第 1 个图形有 6 个小圆，第 2 个图形有 10 个小圆，第 3 个图形有 16 个小圆，第 4 个图形有 24 个小圆，

$$\because 6 = 4 + 1 \times 2, 10 = 4 + 2 \times 3, 16 = 4 + 3 \times 4, 24 = 4 + 4 \times 5 \dots,$$

$$\therefore \text{第 } n \text{ 个图形有: } 4 + n(n+1).$$

故答案为： $4 + n(n+1)$ ，

【点评】 此题主要考查了图形的规律以及数字规律，通过归纳与总结结合图形得出数字之间的规律是解决问题的关键，注意公式必须符合所有的图形．

三、解答题 (本大题共 5 小题，共 44 分，解答应写出必要的文字说明或推演步骤)

17. (7 分) (2016•内江) 计算： $|-3| + \sqrt{3} \cdot \tan 30^\circ - \sqrt[3]{8} - (2016 - \pi)^0 + (\frac{1}{2})^{-1}$.

【分析】 原式利用绝对值的代数意义，特殊角的三角函数值，立方根定义，以及零指数幂、负整数指数幂法则计算即可得到结果．

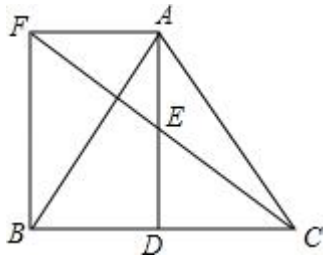
【解答】 解：原式 $= 3 + \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} - 2 - 1 + 2$
 $= 3.$

【点评】 此题考查了实数的运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

18. (9 分) (2016•内江) 如图所示， $\triangle ABC$ 中， D 是 BC 边上一点， E 是 AD 的中点，过点 A 作 BC 的平行线交 CE 的延长线于 F ，且 $AF = BD$ ，连接 BF ．

(1) 求证： D 是 BC 的中点；

(2) 若 $AB = AC$ ，试判断四边形 $AFBD$ 的形状，并证明你的结论．



【分析】(1) 根据两直线平行, 内错角相等求出 $\angle AFE = \angle DCE$, 然后利用“角角边”证明 $\triangle AEF$ 和 $\triangle DEC$ 全等;

(2) 由 (1) 知 AF 平行等于 BD , 易证四边形 $AFBD$ 是平行四边形, 而 $AB = AC$, AD 是中线, 利用等腰三角形三线合一定理, 可证 $AD \perp BC$, 即 $\angle ADB = 90^\circ$, 那么可证四边形 $AFBD$ 是矩形.

【解答】(1) 证明: $\because AF \parallel BC$,

$\therefore \angle AFE = \angle DCE$,

$\because$ 点 E 为 AD 的中点,

$\therefore AE = DE$,

在 $\triangle AEF$ 和 $\triangle DEC$ 中,

$$\begin{cases} \angle AFE = \angle DCE \\ \angle AEF = \angle DEC, \\ AE = DE \end{cases}$$

$\therefore \triangle AEF \cong \triangle DEC$ (AAS);

(2) 解: 若 $AB = AC$, 则四边形 $AFBD$ 是矩形. 理由如下:

$\because \triangle AEF \cong \triangle DEC$,

$\therefore AF = CD$,

$\because AF = BD$,

$\therefore CD = BD$;

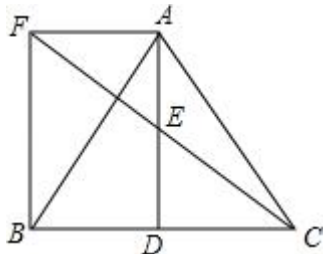
$\because AF \parallel BD$, $AF = BD$,

$\therefore$ 四边形 $AFBD$ 是平行四边形,

$\because AB = AC$, $BD = CD$,

$\therefore \angle ADB = 90^\circ$,

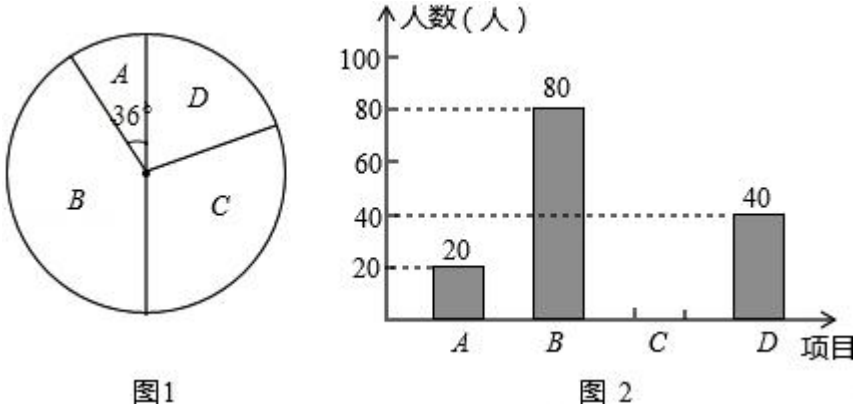
$\therefore$ 平行四边形 $AFBD$ 是矩形.



【点评】 本题考查了矩形的判定, 全等三角形的判定与性质, 平行四边形的判定, 是基础题, 明确有一个角是直角的平行四边形是矩形是解本题的关键.

19. (9分) (2016•内江) 某学校为了增强学生体质, 决定开设以下体育课外活动项目: A 篮球、B 乒乓球、C 跳绳、D 踢毽子, 为了解学生最喜欢哪一种活动项目, 随机抽取了部分学生进行调查, 并将调查结果绘制成了两幅不完整的统计图, 请回答下列问题:

- (1) 这次被调查的学生共有 200 人;
- (2) 请你将条形统计图补充完成;
- (3) 在平时的乒乓球项目训练中, 甲、乙、丙、丁四人表现优秀, 现决定从这四名同学中任选两名参加乒乓球比赛, 求恰好选中甲、乙两位同学的概率 (用树状图或列表法解答).



【分析】 (1) 由题意可知这次被调查的学生共有 $20 \div \frac{36}{360} = 200$ (人);

(2) 首先求得 C 项目对应人数为: $200 - 20 - 80 - 40 = 60$ (人), 继而可补全条形统计图;

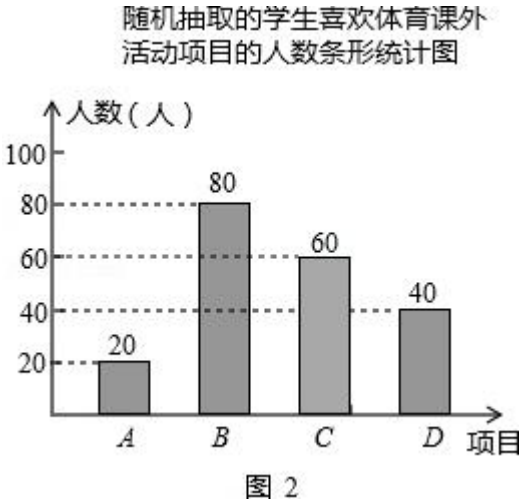
(3) 首先根据题意画出树状图, 然后由树状图求得所有等可能的结果与恰好选中甲、乙两位同学的情况, 再利用概率公式即可求得答案.

【解答】 解: (1) 根据题意得: 这次被调查的学生共有 $20 \div \frac{36}{360} = 200$ (人).

故答案为: 200;

(2) C 项目对应人数为: $200 - 20 - 80 - 40 = 60$ (人);

补充如图.



(3) 列表如下:

	甲	乙	丙	丁
甲	\	(乙, 甲)	(丙, 甲)	(丁, 甲)
乙	(甲, 乙)	\	(丙, 乙)	(丁, 乙)
丙	(甲, 丙)	(乙, 丙)	\	(丁, 丙)

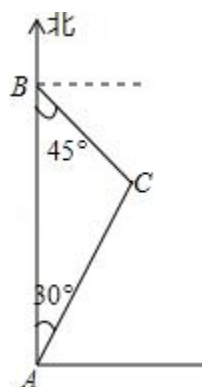
丁	(甲, 丁)	(乙, 丁)	(丙, 丁)	\
---	--------	--------	--------	---

∴共有 12 种等可能的情况，恰好选中乙、丙两位同学的有 2 种，

$$\therefore P(\text{选中甲、乙}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}.$$

【点评】此题考查了列表法或树状图法求概率以及条形统计图与扇形统计图的知识. 用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

20. (9 分) (2016•内江) 禁渔期间，我渔政船在 A 处发现正北方向 B 处有一艘可疑船只，测得 A、B 两处距离为 200 海里，可疑船只正沿南偏东 45° 方向航行，我渔政船迅速沿北偏东 30° 方向前去拦截，经历 4 小时刚好在 C 处将可疑船只拦截. 求该可疑船只航行的平均速度 (结果保留根号).



【分析】先过点 C 作 $CD \perp AB$ ，垂足为点 D，设 $BD=x$ 海里，得出 $AD=(200-x)$ 海里，在 $Rt\triangle BCD$ 中，根据 $\tan 45^\circ = \frac{CD}{BD}$ ，求出 CD，再根据 $BD=CD$ 求出 BD，在 $Rt\triangle ACD$ 中，根据 $\cos 45^\circ = \frac{BD}{BC}$ ，求出 BC，从而得出答案.

【解答】解：过点 C 作 $CD \perp AB$ ，垂足为点 D，设 $BD=x$ 海里，则 $AD=(200-x)$ 海里，
 $\because \angle ABC=45^\circ$ ，
 $\therefore BD=CD=x$ ，
 $\because \angle BAC=30^\circ$ ，
 $\therefore \tan 30^\circ = \frac{CD}{AD}$ ，

在 $Rt\triangle ACD$ 中，则 $CD=AD \cdot \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} (200-x)$ ，

$$\text{则 } x = \frac{\sqrt{3}}{3} (200-x),$$

$$\text{解得，} x = 100\sqrt{3} - 100,$$

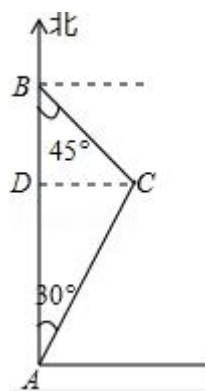
$$\text{即 } BD = 100\sqrt{3} - 100,$$

$$\text{在 } Rt\triangle BCD \text{ 中，} \cos 45^\circ = \frac{BD}{BC},$$

$$\text{解得：} BC = 100\sqrt{6} - 100\sqrt{2},$$

$$\text{则 } 100\sqrt{6} - 100\sqrt{2} \div 4 = 25(\sqrt{6} - \sqrt{2}) \text{ (海里/时)},$$

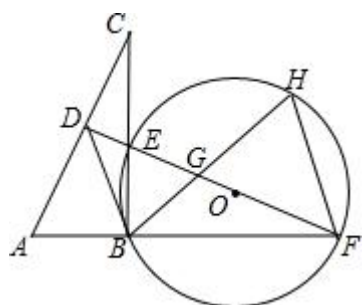
则该可疑船只的航行速度约为 $25(\sqrt{6} - \sqrt{2})$ 海里/时.



【点评】此题考查了解直角三角形的应用，用到的知识点是方向角含义、三角函数的定义，关键是根据题意画出图形，构造直角三角形.

21. (10 分) (2016•内江) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ABC=90^\circ$ ， AC 的垂直平分线分别与 AC ， BC 及 AB 的延长线相交于点 D ， E ， F ， $\odot O$ 是 $\triangle BEF$ 的外接圆， $\angle EBF$ 的平分线交 EF 于点 G ，交 $\odot O$ 于点 H ，连接 BD 、 FH .

- (1) 试判断 BD 与 $\odot O$ 的位置关系，并说明理由；
- (2) 当 $AB=BE=1$ 时，求 $\odot O$ 的面积；
- (3) 在 (2) 的条件下，求 $HG \cdot HB$ 的值.



【分析】(1) 连接 OB ，证得 $\angle DBO=90^\circ$ ，即可得到 BD 与 $\odot O$ 相切；

(2) 由等腰直角三角形的性质得到 $CF=\sqrt{2}BF$ ，由于 DF 垂直平分 AC ，得到 $AF=CF=AB+BF=1+BF=\sqrt{2}BF$ ，根据勾股定理得到 EF 的长，根据圆的面积公式即可得到结论；

(3) 推出 $\triangle EHF$ 是等腰直角三角形，求得 $HF=\frac{\sqrt{2}}{2}EF$ ，通过 $\triangle BHF \sim \triangle FHG$ ，列比例式即可得到结论.

【解答】解：(1) BD 与 $\odot O$ 相切，
理由：如图 1，连接 OB ，

$$\begin{aligned}
 &\because OB=OF, \\
 &\therefore \angle OBF=\angle OFB, \\
 &\because \angle ABC=90^\circ, AD=CD, \\
 &\therefore BD=CD, \\
 &\therefore \angle C=\angle DBC, \\
 &\because \angle C=\angle BFE, \\
 &\therefore \angle DBC=\angle OBF, \\
 &\therefore \angle CBO+\angle OBF=90^\circ,
 \end{aligned}$$

$\therefore \angle DBC + \angle CBO = 90^\circ$,
 $\therefore \angle DBO = 90^\circ$,
 $\therefore BD$ 与 $\odot O$ 相切;

(2) 如图 2, 连接 CF , HE ,
 $\because \angle CBF = 90^\circ$, $BC = BF$,
 $\therefore CF = \sqrt{2}BF$,
 $\because DF$ 垂直平分 AC ,
 $\therefore AF = CF = AB + BF = 1 + BF = \sqrt{2}BF$,
 $\therefore BF = \sqrt{2} + 1$,
 $\therefore EF = \sqrt{BF^2 + BE^2} = \sqrt{4 + 2\sqrt{2}}$,
 $\because \angle CBF = 90^\circ$,
 $\therefore EF$ 是 $\odot O$ 的直径,
 $\therefore \odot O$ 的面积 = $\left(\frac{1}{2}EF\right)^2 \cdot \pi = \frac{4 + 2\sqrt{2}}{4}\pi$;

(3) $\because BH$ 平分 $\angle CBF$,
 $\therefore \widehat{EH} = \widehat{HF}$,
 $\therefore EH = FH$,
 $\therefore \triangle EHF$ 是等腰直角三角形,
 $\therefore HF = \frac{\sqrt{2}}{2}EF = \sqrt{2 + \sqrt{2}}$,
 $\because \angle EFH = \angle HBF = 45^\circ$, $\angle BHF = \angle BHF$,
 $\therefore \triangle BHF \sim \triangle FHG$,
 $\therefore \frac{HF}{HG} = \frac{BH}{HF}$,
 $\therefore HG \cdot HB = HF^2 = 2 + \sqrt{2}$.

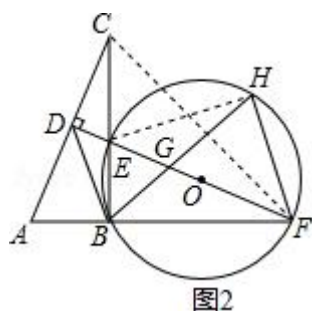


图2

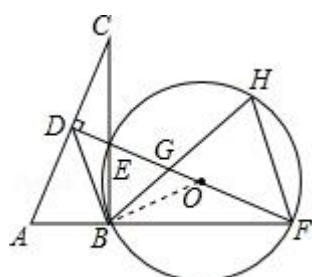


图1

【点评】 本题考查了全等三角形的判定和性质，相似三角形的判定和性质，圆周角定理，勾股定理，线段的垂直平分线的性质，直角三角形的性质，等腰直角三角形的判定和性质，熟练掌握这些定理是解题的关键.

B 卷一、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 6 分, 共 24 分)

22. (6 分) (2016•内江) 任取不等式组 $\begin{cases} k-3 \leq 0 \\ 2k+5 > 0 \end{cases}$ 的一个整数解, 则能使关于 x 的方程: $2x+k=-1$ 的解为非负数的概率为 $\frac{1}{3}$.

【分析】 首先求得不等式组 $\begin{cases} k-3 \leq 0 \\ 2k+5 > 0 \end{cases}$ 的一个整数解, 关于 x 的方程: $2x+k=-1$ 的解为非负数时, k 的整数解, 继而求得答案.

【解答】 解: $\because$ 解不等式组 $\begin{cases} k-3 \leq 0 \\ 2k+5 > 0 \end{cases}$ 的解集为: $-\frac{5}{2} < k \leq 3$,

$\therefore$ 整数解为: $-2, -1, 0, 1, 2, 3$,

关于 x 的方程: $2x+k=-1$ 的解为: $x=-\frac{k+1}{2}$,

$\therefore$ 关于 x 的方程: $2x+k=-1$ 的解为非负数,

$\therefore k+1 \leq 0$,

解得: $k \leq -1$,

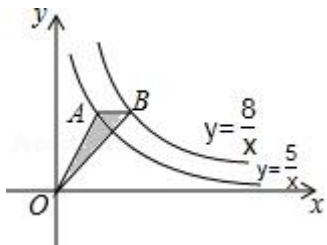
$\therefore$ 能使关于 x 的方程: $2x+k=-1$ 的解为非负数的为: $-1, -2$;

$\therefore$ 能使关于 x 的方程: $2x+k=-1$ 的解为非负数的概率为: $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

故答案为: $\frac{1}{3}$.

【点评】 此题考查了概率公式的应用、不等式组的整数解以及一元一次方程的解. 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

23. (6 分) (2016•内江) 如图, 点 A 在双曲线 $y=\frac{5}{x}$ 上, 点 B 在双曲线 $y=\frac{8}{x}$ 上, 且 $AB \parallel x$ 轴, 则 $\triangle OAB$ 的面积等于 $\frac{3}{2}$.



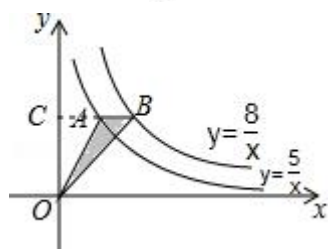
【分析】 延长 AB 交 y 轴于点 C, 根据反比例函数系数的几何意义求出 $\triangle BOC$ 的面积与 $\triangle AOC$ 的面积, 然后相减即可得解.

【解答】 解: 延长 BA 交 y 轴于点 C.

$$S_{\triangle OAC} = \frac{1}{2} \times 5 = \frac{5}{2}, \quad S_{\triangle OCB} = \frac{1}{2} \times 8 = 4,$$

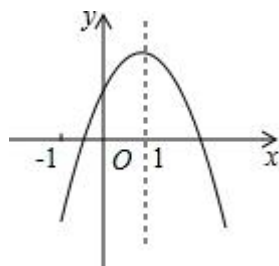
$$\text{则 } S_{\triangle OAB} = S_{\triangle OCB} - S_{\triangle OAC} = 4 - \frac{5}{2} = \frac{3}{2}.$$

故答案是: $\frac{3}{2}$.



【点评】 本题考查了反比例函数系数的几何意义, 即过双曲线上任意一点引 x 轴、 y 轴垂线, 所得矩形面积为 $|k|$, 是经常考查的一个知识点, 本题作辅助线把 $\triangle OAB$ 的面积转化为两个三角形的面积的差是解题的关键.

24. (6 分) (2016•内江) 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示, 且 $P = |2a + b| + |3b - 2c|$, $Q = |2a - b| - |3b + 2c|$, 则 P , Q 的大小关系是 $P > Q$.



【分析】 由函数图象可以得出 $a < 0$, $b > 0$, $c > 0$, 当 $x = 1$ 时, $y = a + b + c > 0$, $x = -1$ 时, $y = a - b + c < 0$, 由对称轴得出 $2a + b = 0$, 通过确定绝对值中的数的符号后去掉绝对值再化简就可以求出 P 、 Q 的值.

【解答】 解: $\because$ 抛物线的开口向下,

$$\therefore a < 0,$$

$$\therefore -\frac{b}{2a} > 0,$$

$$\therefore b > 0,$$

$$\therefore 2a - b < 0,$$

$$\therefore -\frac{b}{2a} = 1,$$

$$\therefore b + 2a = 0,$$

$$x = -1 \text{ 时, } y = a - b + c < 0.$$

$$\therefore -\frac{1}{2}b - b + c < 0,$$

$$\therefore 3b - 2c > 0,$$

$\because$ 抛物线与 y 轴的正半轴相交,

$$\therefore c > 0,$$

$$\therefore 3b + 2c > 0,$$

$$\therefore p = 3b - 2c,$$

$$Q = b - 2a - 3b - 2c = -2a - 2b - 2c,$$

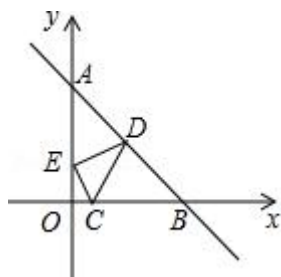
$$\therefore Q - P = -2a - 2b - 2c - 3b + 2c = -2a - 5b = -4b < 0$$

$$\therefore P > Q,$$

故答案为: $P > Q$.

【点评】本题考查了二次函数的图象与系数的关系, 去绝对值, 二次函数的性质. 熟记二次函数的性质是解题的关键.

25. (6分) (2016•内江) 如图所示, 已知点 $C(1, 0)$, 直线 $y = -x + 7$ 与两坐标轴分别交于 A, B 两点, D, E 分别是 AB, OA 上的动点, 则 $\triangle CDE$ 周长的最小值是 10.



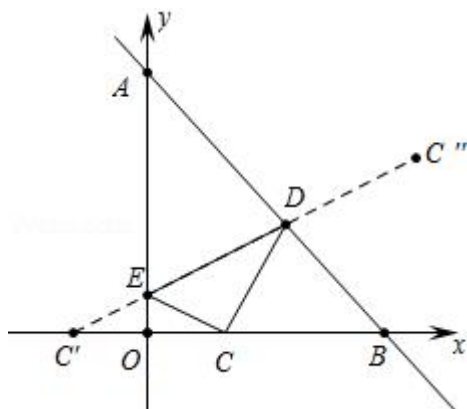
【分析】点 C 关于 OA 的对称点 $C'(-1, 0)$, 点 C 关于直线 AB 的对称点 $C''(7, 6)$, 连接 $C'C''$ 与 AO 交于点 E , 与 AB 交于点 D , 此时 $\triangle DEC$ 周长最小, 可以证明这个最小值就是线段 $C'C''$.

【解答】解: 如图, 点 C 关于 OA 的对称点 $C'(-1, 0)$, 点 C 关于直线 AB 的对称点 $C''(7, 6)$,

连接 $C'C''$ 与 AO 交于点 E , 与 AB 交于点 D , 此时 $\triangle DEC$ 周长最小,

$$\triangle DEC \text{ 的周长} = DE + EC + CD = EC' + ED + DC'' = C'C'' = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10.$$

故答案为 10.



【点评】本题考查轴对称 - 最短问题、两点之间距离公式等知识, 解题的关键是利用对称性在找到点 D 、点 E 位置, 属于中考常考题型.

二、解答题 (本大题共 3 小题, 每小题 12 分, 共 36 分)

26. (12分) (2016•内江) 问题引入:

(1) 如图①, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 O 是 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 平分线的交点, 若 $\angle A = \alpha$, 则 $\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2}\alpha$ (用 α 表示); 如图②, $\angle CBO = \frac{1}{3}\angle ABC$, $\angle BCO = \frac{1}{3}\angle ACB$, $\angle A = \alpha$,

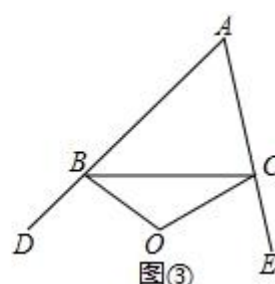
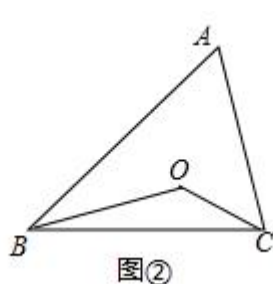
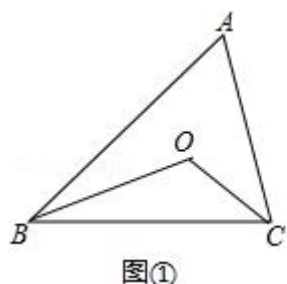
则 $\angle BOC = 120^\circ + \frac{1}{3}\alpha$ (用 α 表示)

拓展研究:

(2) 如图③, $\angle CBO = \frac{1}{3}\angle DBC$, $\angle BCO = \frac{1}{3}\angle ECB$, $\angle A = \alpha$, 请猜想 $\angle BOC = \underline{120^\circ - \frac{1}{3}\alpha}$ (用 α 表示), 并说明理由.

类比研究:

(3) BO 、 CO 分别是 $\triangle ABC$ 的外角 $\angle DBC$ 、 $\angle ECB$ 的 n 等分线, 它们交于点 O ,
 $\angle CBO = \frac{1}{n}\angle DBC$, $\angle BCO = \frac{1}{n}\angle ECB$, $\angle A = \alpha$, 请猜想 $\angle BOC = \underline{\frac{(n-1) \times 180^\circ}{n} - \frac{1}{n}\alpha}$.



【分析】 (1) 如图①, 根据角平分线的定义可得 $\angle OBC = \frac{1}{2}\angle ABC$, $\angle OCB = \frac{1}{2}\angle ACB$, 然后表示出 $\angle OBC + \angle OCB$, 再根据三角形的内角和等于 180° 列式整理即可得

$\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2}\alpha$; 如图②, 根据三角形的内角和等于 180° 列式整理即可得 $\angle BOC = 120^\circ + \frac{1}{3}\alpha$;

(2) 如图③, 根据三角形的内角和等于 180° 列式整理即可得 $\angle BOC = 120^\circ - \frac{1}{3}\alpha$;

(3) 根据三角形的内角和等于 180° 列式整理即可得 $\angle BOC = \frac{(n-1) \times 180^\circ}{n} - \frac{1}{n}\alpha$.

【解答】 解: (1) 如图①, $\because \angle ABC$ 与 $\angle ACB$ 的平分线相交于点 O ,

$$\therefore \angle OBC = \frac{1}{2}\angle ABC, \angle OCB = \frac{1}{2}\angle ACB,$$

$$\therefore \angle OBC + \angle OCB = \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB),$$

在 $\triangle OBC$ 中, $\angle BOC = 180^\circ - (\angle OBC + \angle OCB)$

$$= 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB)$$

$$= 180^\circ - \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A)$$

$$= 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$$

$$= 90^\circ + \frac{1}{2}\alpha;$$

如图②, 在 $\triangle OBC$ 中, $\angle BOC = 180^\circ - (\angle OBC + \angle OCB)$

$$= 180^\circ - \frac{1}{3}(\angle ABC + \angle ACB)$$

$$= 180^\circ - \frac{1}{3}(180^\circ - \angle A)$$

$$=120^{\circ}+\frac{1}{3}\angle A$$

$$=120^{\circ}+\frac{1}{3}\alpha;$$

(2) 如图③, 在 $\triangle OBC$ 中, $\angle BOC=180^{\circ}-(\angle OBC+\angle OCB)$

$$=180^{\circ}-\frac{1}{3}(\angle DBC+\angle ECB)$$

$$=180^{\circ}-\frac{1}{3}(\angle A+\angle ACB+\angle A+\angle ABC)$$

$$=180^{\circ}-\frac{1}{3}(\angle A+180^{\circ})$$

$$=120^{\circ}-\frac{1}{3}\alpha;$$

(3) 在 $\triangle OBC$ 中, $\angle BOC=180^{\circ}-(\angle OBC+\angle OCB)$

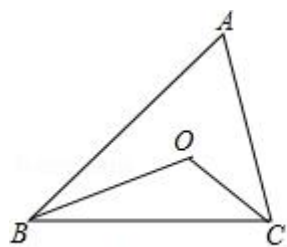
$$=180^{\circ}-\frac{1}{n}(\angle DBC+\angle ECB)$$

$$=180^{\circ}-\frac{1}{n}(\angle A+\angle ACB+\angle A+\angle ABC)$$

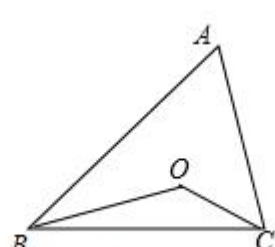
$$=180^{\circ}-\frac{1}{n}(\angle A+180^{\circ})$$

$$=\frac{(n-1)\times 180^{\circ}}{n}-\frac{1}{n}\alpha.$$

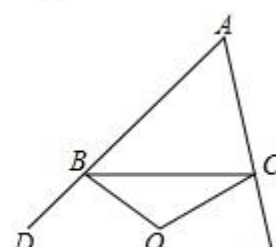
故答案为 $90^{\circ}+\frac{1}{2}\alpha$, $120^{\circ}+\frac{1}{3}\alpha$; $120^{\circ}-\frac{1}{3}\alpha$; $\frac{(n-1)\times 180^{\circ}}{n}-\frac{1}{n}\alpha$.



图①



图②



图③

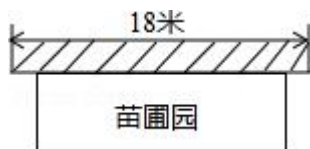
【点评】 本题考查了三角形的内角和定理, 角平分线的定义, 整体思想的利用是解题的关键.

27. (12分) (2016•内江) 某中学课外兴趣活动小组准备围建一个矩形苗圃园, 其中一边靠墙, 另外三边用长为 30 米的篱笆围成, 已知墙长为 18 米 (如图所示), 设这个苗圃园垂直于墙的一边的长为 x 米.

(1) 若苗圃园的面积为 72 平方米, 求 x ;

(2) 若平行与墙的一边长不小于 8 米, 这个苗圃园的面积有最大值和最小值吗? 如果有, 求出最大值和最小值; 如果没有, 请说明理由;

(3) 当这个苗圃园的面积不小于 100 平方米时, 直接写出 x 的取值范围.



【分析】(1) 根据题意得方程求解即可；

(2) 设苗圃园的面积为 y ，根据题意得到二次函数解析式 $y = x(30 - 2x) = -2x^2 + 30x$ ，根据二次函数的性质求解即可；

(3) 由题意得不等式，即可得到结论.

【解答】解：(1) 根据题意得： $(30 - 2x)x = 72$ ，
解得： $x = 3$ ， $x = 12$ ，
 $\because 30 - 2x \leq 18$ ，
 $\therefore x = 12$ ；

(2) 设苗圃园的面积为 y ，
 $\therefore y = x(30 - 2x) = -2x^2 + 30x$ ，
 $\because a = -2 < 0$ ，
 $\therefore$ 苗圃园的面积 y 有最大值，
 $\therefore$ 当 $x = \frac{15}{2}$ 时，即平行于墙的一边长 $15 > 8$ 米， $y_{\text{最大}} = 112.5$ 平方米；

(3) 由题意得： $-2x^2 + 30x \geq 100$ ，
解得： $5 \leq x \leq 10$.

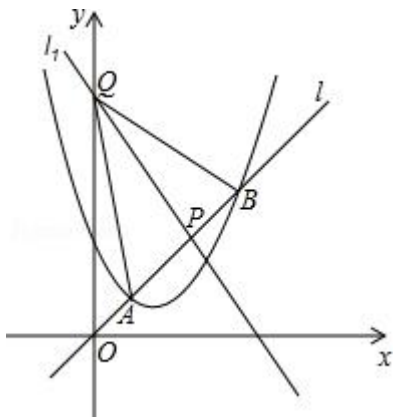
【点评】此题考查了二次函数、一元二次方程、一元二次不等式的实际应用问题. 解题的关键是根据题意构建二次函数模型，然后根据二次函数的性质求解即可.

28. (12 分) (2016•内江) 已知抛物线 $C: y = x^2 - 3x + m$ ，直线 $l: y = kx$ ($k > 0$)，当 $k = 1$ 时，抛物线 C 与直线 l 只有一个公共点.

(1) 求 m 的值；

(2) 若直线 l 与抛物线 C 交于不同的两点 A ， B ，直线 l 与直线 $l_1: y = -3x + b$ 交于点 P ，且 $\frac{1}{OA} + \frac{1}{OB} = \frac{2}{OP}$ ，求 b 的值；

(3) 在 (2) 的条件下，设直线 l_1 与 y 轴交于点 Q ，问：是否存在实数 k 使 $S_{\triangle APQ} = S_{\triangle BPQ}$ ？若存在，求 k 的值，若不存在，说明理由.



【分析】(1) 两图象有一个交点，则对应的方程组有一组解，即 $\Delta=0$ ，代入计算即可求出 m 的值；

(2) 作出辅助线，得到 $\triangle OAC \sim \triangle OPD$ ， $\frac{OP}{OA} + \frac{OP}{OB} = 2$ ，同理 $\frac{PD}{AC} + \frac{PD}{BE} = 2$ ， AC, BE 是 $x^2 - (k+3)x + 4 = 0$ 两根，即可；

(3) 由 $S_{\triangle APQ} = S_{\triangle BPQ}$ 得到 $AC + BE = 2PD$ ，建立方程 $(k+3)^2 = 16$ 即可.

【解答】解：(1) 当 $k=1$ 时，抛物线 C 与直线 l 只有一个公共点，
 $\therefore$ 直线 l 解析式为 $y=x$ ，

$$\therefore \begin{cases} y = x^2 - 3x + m, \\ y = x \end{cases}$$

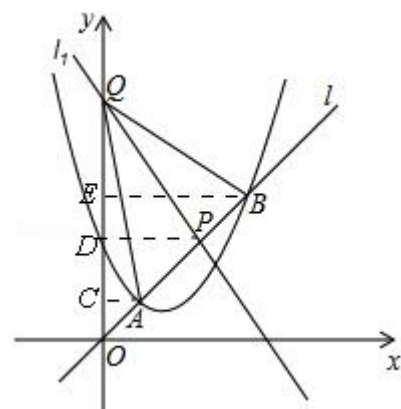
$$\therefore x^2 - 3x + m = x,$$

$$\therefore x^2 - 4x + m = 0,$$

$$\therefore \Delta = 16 - 4m = 0,$$

$$\therefore m = 4,$$

(2) 如图，



分别过点 A, P, B 作 y 轴的垂线，垂足依次为 C, D, E ，

则 $\triangle OAC \sim \triangle OPD$ ， $\therefore \frac{OP}{OA} = \frac{PD}{AC}$ ，

同理， $\frac{OP}{OB} = \frac{PD}{BE}$ ，

$$\therefore \frac{1}{OA} + \frac{1}{OB} = \frac{2}{OP},$$

$$\therefore \frac{OP}{OA} + \frac{OP}{OB} = 2.$$

$$\therefore \frac{PD}{AC} + \frac{PD}{BE} = 2.$$

$$\therefore \frac{1}{AC} + \frac{1}{BE} = \frac{2}{PD},$$

$$\text{即 } \frac{AC+BE}{AC \times BE} = \frac{2}{PD}.$$

$$\text{解方程组 } \begin{cases} y = kx \\ y = -3x + b \end{cases}$$

$$\text{得 } x = \frac{b}{k+3},$$

$$\text{即 } PD = \frac{b}{k+3}.$$

$$\text{由方程组 } \begin{cases} y=kx \\ y=x^2-3x+4 \end{cases} \text{ 消去 } y, \text{ 得 } x^2 - (k+3)x + 4 = 0.$$

$\therefore AC, BE$ 是以上一元二次方程的两根,

$$\therefore AC+BE=k+3, AC \times BE=4.$$

$$\therefore \frac{k+3}{4} = \frac{\frac{2}{b}}{\frac{b}{k+3}}.$$

解得 $b=8$.

(3) 不存在. 理由如下:

假设存在,

当 $S_{\triangle APQ} = S_{\triangle BPQ}$ 时, 有 $AP=PB$,

于是 $PD - AC = PE - PD$,

即 $AC+BE=2PD$.

$$\text{由 (2) 可知 } AC+BE=k+3, PD=\frac{8}{k+3},$$

$$\therefore k+3=2 \times \frac{8}{k+3},$$

$$\text{即 } (k+3)^2=16.$$

解得 $k=1$ (舍去 $k=-7$).

当 $k=1$ 时, A, B 两点重合, $\triangle BQA$ 不存在.

$\therefore$ 不存在实数 k 使 $S_{\triangle APQ} = S_{\triangle BPQ}$.

【点评】此题是二次函数综合题, 主要考查了相似三角形的性质和判定, 比例的性质, 一元二次方程的根与系数的关系, 解本题的关键是灵活运用根与系数的关系.

参与本试卷答题和审题的老师有：HLing；gbl210；HJJ；1286697702；sd2011；2300680618；sdwdmahongye；nhx600；守拙；wdzyzmsy@126.com；lanchong；lf2-9；ZJX；gsls；sks；lantin；王学峰；zcx；zhjh；弯弯的小河；星月相随（排名不分先后）

菁优网

2016年7月17日