

2015 年四川省雅安市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. (3 分) 下列各数中最小的是 ()

A. -5 B. -4 C. 3 D. 4

2. (3 分) 据统计，地球上的海洋面积约为 $361\,000\,000\text{km}^2$ ，该数用科学记数法表示为 3.61×10^m ，则 m 的值为 ()

A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

3. (3 分) 已知正多边形的一个外角等于 60° ，则该正多边形的边数为 ()

A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

4. (3 分) 下列大写英文字母，既可以看成是轴对称图形，又可以看成是中心对称图形的是 ()

A. O B. L C. M D. N

5. (3 分) 已知某同学近几次的数学成绩（单位：分）分别为 92，90，88，92，93，则该同学这几次数学成绩的平均数和众数分别是 ()

A. 90 分，90 分 B. 91 分，92 分 C. 92 分，92 分 D. 89 分，92 分

6. (3 分) 如图是某正方体的表面展开图，则展开前与“我”字相对的面上的字是 ()



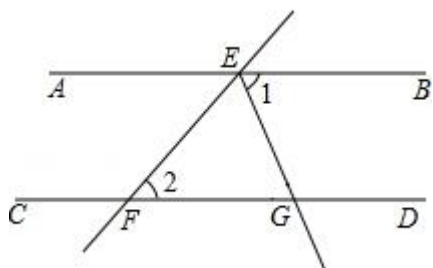
A. 是 B. 好 C. 朋 D. 友

7. (3 分) 下列计算正确的是 ()

A. $x^2 + x^3 = x^5$ B. $(x^2)^3 = x^5$

C. $x^6 \div x^3 = x^3$ D. $2xy^2 \cdot 3x^2y = 6x^2y^3$

8. (3分) 如图所示, 已知 $AB \parallel CD$, 直线 EF 交 AB 于点 E , 交 CD 于点 F , 且 EG 平分 $\angle FEB$, $\angle 1 = 50^\circ$, 则 $\angle 2$ 等于 ()



A. 50° B. 60° C. 70° D. 80°

9. (3分) 已知等腰三角形的腰和底的长分别是一元二次方程 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 的根, 则该三角形的周长可以是 ()

A. 5 B. 7 C. 5 或 7 D. 10

10. (3分) 下列命题是真命题的是 ()

- A. 任何数的 0 次幂都等于 1
- B. 顺次连接菱形四边中点的线段组成的四边形是正方形
- C. 图形的旋转和平移会改变图形的形状和大小
- D. 角平分线上的点到角两边的距离相等

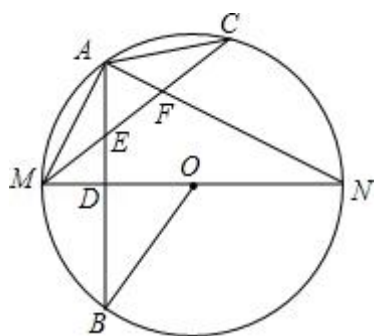
11. (3分) 在二次函数 $y = x^2 - 2x - 3$ 中, 当 $0 \leq x \leq 3$ 时, y 的最大值和最小值分别是 ()

A. 0, -4 B. 0, -3 C. -3, -4 D. 0, 0

12. (3分) 如图所示, MN 是 $\odot O$ 的直径, 作 $AB \perp MN$, 垂足为点 D , 连接 AM , AN , 点 C 为 $\widehat{AN}$ 上一点, 且 $\widehat{AC} = \widehat{AM}$, 连接 CM , 交 AB 于点 E , 交 AN 于点 F , 现给出以下结论:

- ① $AD = BD$; ② $\angle MAN = 90^\circ$; ③ $\widehat{AM} = \widehat{BM}$; ④ $\angle ACM + \angle ANM = \angle MOB$; ⑤ $AE = \frac{1}{2}MF$.

其中正确结论的个数是 ()



A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

二、填空题 (本大题共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

13. (3 分) 函数 $y = \frac{x+1}{\sqrt{x-1}}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

14. (3 分) 已知一个不透明的盒子中装有 3 个红球, 2 个白球, 这些球除颜色外均相同, 现从盒中任意摸出 1 个球, 则摸到红球的概率是_____.

15. (3 分) 不等式组 $\begin{cases} 2x-1 \geq x \\ 2-x > 0 \end{cases}$ 的解集是_____.

16. (3 分) 为美化小区环境, 决定对小区的一块空地实施绿化, 现有一长为 20m 的栅栏, 要围成一扇形绿化区域, 则该扇形区域的面积的最大值为_____.

17. (3 分) 若 $m_1, m_2, \dots, m_{2015}$ 是从 0, 1, 2 这三个数中取值的一列数, 若 $m_1 + m_2 + \dots + m_{2015} = 1525$, $(m_1 - 1)^2 + (m_2 - 1)^2 + \dots + (m_{2015} - 1)^2 = 1510$, 则在 $m_1, m_2, \dots, m_{2015}$ 中, 取值为 2 的个数为_____.

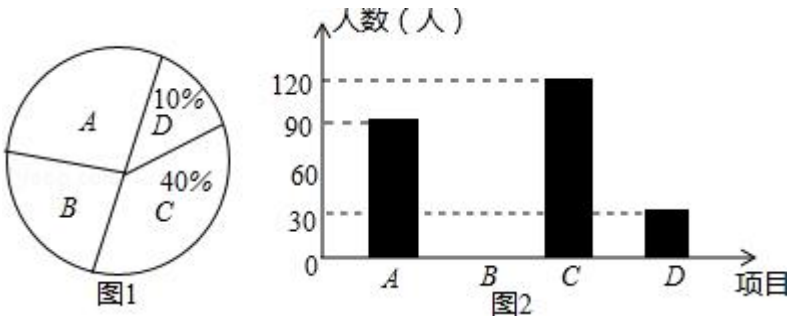
三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 63 分, 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

18. (12 分) (1) 计算: $|\sqrt{2} - 2| + 2\cos 45^\circ - \sqrt[3]{8} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$

(2) 先化简, 再求值: $\left(1 - \frac{1}{x-1}\right) \div \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 1}$, 其中 $x = -2$.

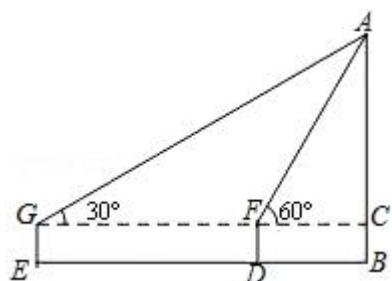
19. (7 分) 某车间按计划要生产 450 个零件，由于改进了生产设备，该车间实际每天生产的零件数比原计划每天多生产 20%，结果提前 5 天完成任务，求该车间原计划每天生产的零件个数？

20. (10 分) 为了培养学生的兴趣，我市某小学决定再开设 A. 舞蹈，B. 音乐，C. 绘画，D. 书法四个兴趣班，为了解学生对这四个项目的兴趣爱好，随机抽取了部分学生进行调查，并将调查结果绘制成如图 1，2 所示的统计图，且结合图中信息解答下列问题：



- (1) 在这次调查中，共调查了多少名学生？
- (2) 请将两幅统计图补充完整；
- (3) 若本校一共有 2000 名学生，请估计喜欢“音乐”的人数；
- (4) 若调查到喜欢“书法”的 4 名学生中有 2 名男生，2 名女生，现从这 4 名学生中任意抽取 2 名学生，请用画树状图或列表的方法，求出刚好抽到同性别的学生的概率.

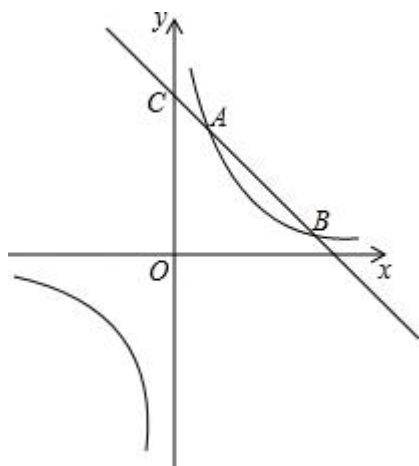
21. (8分) 在学习解直角三角形的相关知识后, 九年级 1 班的全体同学带着自制的测倾仪随老师来到了操场上, 准备分组测量该校旗杆的高度, 其中一个小组的同学在活动过程中获得了一些数据, 并以此画出了如图所示的示意图, 已知该组同学的测倾仪支杆长 1m, 第一次在 D 处测得旗杆顶端 A 的仰角为 60° , 第二次向后退 12m 到达 E 处, 又测得旗杆顶端 A 的仰角为 30° , 求旗杆 AB 的高度. (结果保留根号)



22. (10分) 如图, 一次函数 $y=kx+b$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象相交于点 A (1, 5) 和点 B, 与 y 轴相交于点 C (0, 6).

(1) 求一次函数和反比例函数的解析式;

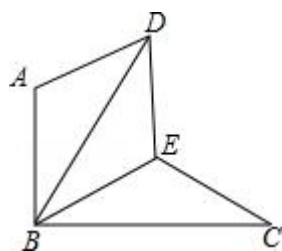
(2) 现有一直线 l 与直线 $y=kx+b$ 平行, 且与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象在第一象限有且只有一个交点, 求直线 l 的函数解析式.



23. (10 分) 如图, $\triangle BAD$ 是由 $\triangle BEC$ 在平面内绕点 B 旋转 60° 而得, 且 $AB \perp BC$, $BE=CE$, 连接 DE .

(1) 求证: $\triangle BDE \cong \triangle BCE$;

(2) 试判断四边形 $ABED$ 的形状, 并说明理由.

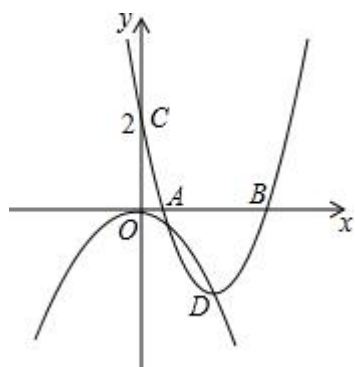


24. (12 分) 如图, 已知抛物线 $C_1: y = -\frac{1}{2}x^2$, 平移抛物线 $y = x^2$, 使其顶点 D 落在抛物线 C_1 位于 y 轴右侧的图象上, 设平移后的抛物线为 C_2 , 且 C_2 与 y 轴交于点 $C(0, 2)$.

(1) 求抛物线 C_2 的解析式;

(2) 抛物线 C_2 与 x 轴交于 A, B 两点 (点 B 在点 A 的右侧), 求点 A, B 的坐标及过点 A, B, C 的圆的圆心 E 的坐标;

(3) 在过点 $(0, \frac{1}{2})$ 且平行于 x 轴的直线上是否存在点 F , 使四边形 $CEBF$ 为菱形? 若存在, 求出点 F 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2015 年四川省雅安市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. (3 分) 下列各数中最小的是 ()

A. -5 B. -4 C. 3 D. 4

【分析】利用有理数大小的比较方法，比较得出答案即可.

【解答】解： $\because -5 < -4 < 3 < 4$,

$\therefore$ 最小的是 -5.

故选：A.

【点评】此题考查有理数的大小比较，掌握负数小于正数，两个负数绝对值大的反而小比较方法是解决问题的关键.

2. (3 分) 据统计，地球上的海洋面积约为 $361\,000\,000\text{km}^2$ ，该数用科学记数法表示为 3.61×10^m ，则 m 的值为 ()

A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解：将 $361\,000\,000$ 用科学记数法表示为： 3.61×10^8 .

故 $m=8$.

故选：C.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

3. (3 分) 已知正多边形的一个外角等于 60° , 则该正多边形的边数为 ()

A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

【分析】利用外角和 $360^\circ \div$ 外角的度数即可得到边数.

【解答】解: $360^\circ \div 60^\circ = 6$.

故该正多边形的边数为 6.

故选: D.

【点评】此题主要考查了多边形内角与外角, 关键是掌握多边形外角和为 360° .

4. (3 分) 下列大写英文字母, 既可以看成是轴对称图形, 又可以看成是中心对称图形的是 ()

A. O B. L C. M D. N

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

【解答】解: A、O 既可以看成是轴对称图形, 又可以看成是中心对称图形, 故 A 正确;

B、L 既不可以看成是轴对称图形, 又不可以看成是中心对称图形, 故 B 错误;

C、M 是轴对称图形, 不是中心对称图形, 故 C 错误;

D、N 既不可以看成是轴对称图形, 又不可以看成是中心对称图形, 故 D 错误;

故选: A.

【点评】本题考查了中心对称图形, 掌握中心对称图形与轴对称图形的概念: 轴

对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分沿对称轴折叠后可重合；中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后与原图重合.

5. (3 分) 已知某同学近几次的数学成绩 (单位: 分) 分别为 92, 90, 88, 92, 93, 则该同学这几次数学成绩的平均数和众数分别是 ()

A. 90 分, 90 分 B. 91 分, 92 分 C. 92 分, 92 分 D. 89 分, 92 分

【分析】观察这组数据发现 92 出现的次数最多, 进而得到这组数据的众数为 92, 将五个数据相加求出之和, 再除以 5 即可求出这组数据的平均数.

【解答】解: $\because$ 这组数据中, 92 出现了 2 次, 最多,

$\therefore$ 这组数据的众数为 92,

$\therefore$ 这组数据分别为: 92, 90, 88, 92, 93,

$\therefore$ 这组数据的平均数 $\frac{92+90+88+92+93}{5}=91$.

故选 B.

【点评】此题考查了众数及算术平均数, 众数即为这组数据中出现次数最多的数, 算术平均数即为所有数之和与数的个数的商.

6. (3 分) 如图是某正方体的表面展开图, 则展开前与“我”字相对的面上的字是 ()



A. 是 B. 好 C. 朋 D. 友

【分析】正方体的表面展开图, 相对的面之间一定相隔一个正方形, 根据这一特点作答.

【解答】解: 正方体的表面展开图, 相对的面之间一定相隔一个正方形,

“我”与“是”是相对面，

“们”与“朋”是相对面，

“好”与“友”是相对面.

故选 A.

【点评】 本题主要考查了正方体相对两个面上的文字，注意正方体的空间图形，从相对面入手，分析及解答问题.

7. (3 分) 下列计算正确的是 ()

A. $x^2+x^3=x^5$ B. $(x^2)^3=x^5$

C. $x^6\div x^3=x^3$ D. $2xy^2\cdot 3x^2y=6x^2y^3$

【分析】 根据同底数幂的乘法，可判断 A；根据幂的乘方，可判断 B；根据同底数幂的除法，可判断 C；根据单项式的乘法，可判断 D.

【解答】 解：A、不是同底数幂的乘法指数不能相加，故 A 错误；

B、幂的乘方底数不变指数相乘，故 B 错误；

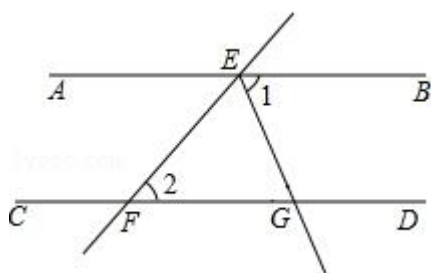
C、同底数幂的除法底数不变指数相减，故 C 正确；

D、系数乘系数，同底数的幂相乘，单独出现在一个单项式中的字母作为积的因式出现，故 D 错误；

故选：C.

【点评】 本题考查了同底数幂的除法，熟记法则并根据法则计算是解题关键.

8. (3 分) 如图所示，已知 $AB\parallel CD$ ，直线 EF 交 AB 于点 E，交 CD 于点 F，且 EG 平分 $\angle FEB$ ， $\angle 1=50^\circ$ ，则 $\angle 2$ 等于 ()



A. 50° B. 60° C. 70° D. 80°

【分析】 根据角平分线定义求出 $\angle BEF$ ，根据平行线的性质得出 $\angle 2 + \angle BEF = 180^\circ$ ，代入求出即可．

【解答】 解： $\because EG$ 平分 $\angle FEB$ ， $\angle 1 = 50^\circ$ ，

$$\therefore \angle BEF = 2\angle 1 = 100^\circ,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle 2 + \angle BEF = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 80^\circ,$$

故选 D.

【点评】 本题考查了角平分线定义，平行线的性质的应用，能得出 $\angle 2 + \angle BEF = 180^\circ$ 是解此题的关键，注意：两直线平行，同旁内角互补．

9. (3 分) 已知等腰三角形的腰和底的长分别是一元二次方程 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 的根，则该三角形的周长可以是 ()

A. 5 B. 7 C. 5 或 7 D. 10

【分析】 先通过解方程求出等腰三角形两边的长，然后利用三角形三边关系确定等腰三角形的腰和底的长，进而求出三角形的周长．

【解答】 解： 解方程 $x^2 - 4x + 3 = 0$ ，

$$(x - 1)(x - 3) = 0$$

解得 $x_1 = 3$ ， $x_2 = 1$ ；

∴当底为 3，腰为 1 时，由于 $3 > 1+1$ ，不符合三角形三边关系，不能构成三角形；

∴等腰三角形的底为 1，腰为 3；

∴三角形的周长为 $1+3+3=7$.

故选：B.

【点评】此题考查用因式分解一元二次方程，三角形三边关系，注意计算结果的分类检验.

10. (3 分) 下列命题是真命题的是 ()

- A. 任何数的 0 次幂都等于 1
- B. 顺次连接菱形四边中点的线段组成的四边形是正方形
- C. 图形的旋转和平移会改变图形的形状和大小
- D. 角平分线上的点到角两边的距离相等

【分析】根据 0 指数幂的定义即可判断 A；根据矩形的判定方法即可判定 B；根据平移的性质对 C 进行判断；根据角平分线性质的性质对 D 进行判断.

- 【解答】**解：A、除 0 外，任何数的 0 次幂都等于 1，错误，是假命题；
- B、顺次连接菱形四边中点的线段组成的四边形是矩形，错误，是假命题；
- C、图形的旋转和平移不会改变图形的形状和大小，错误，是假命题；
- D、角平分线上的点到角两边的距离相等，正确，是真命题.

故选 D.

【点评】本题考查了 0 指数幂的定义，矩形的判定，平移和旋转的性质，角平分线性质的性质，能理解性质和法则是解此题的关键.

11. (3 分) 在二次函数 $y=x^2-2x-3$ 中，当 $0 \leq x \leq 3$ 时，y 的最大值和最小值

分别是 ()

A. 0, -4 B. 0, -3 C. -3, -4 D. 0, 0

【分析】首先求得抛物线的对称轴，抛物线开口向上，在顶点处取得最小值，在距对称轴最远处取得最大值.

【解答】解：抛物线的对称轴是 $x=1$,

则当 $x=1$ 时, $y=1-2-3=-4$, 是最小值;

当 $x=3$ 时, $y=9-6-3=0$ 是最大值.

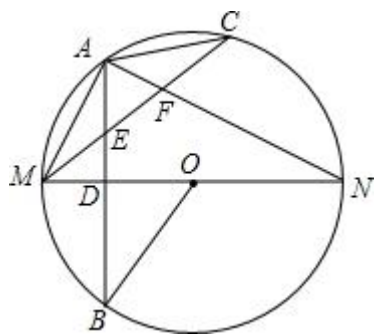
故选 A.

【点评】本题考查了二次函数的图象和性质，正确理解取得最大值和最小值的条件是关键.

12. (3 分) 如图所示, MN 是 $\odot O$ 的直径, 作 $AB \perp MN$, 垂足为点 D , 连接 AM , AN , 点 C 为 $\widehat{AN}$ 上一点, 且 $\widehat{AC} = \widehat{AM}$, 连接 CM , 交 AB 于点 E , 交 AN 于点 F , 现给出以下结论:

① $AD=BD$; ② $\angle MAN=90^\circ$; ③ $\widehat{AM}=\widehat{BM}$; ④ $\angle ACM + \angle ANM = \angle MOB$; ⑤ $AE = \frac{1}{2}MF$.

其中正确结论的个数是 ()



A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

【分析】根据 $AB \perp MN$, 垂径定理得出①③正确, 利用 MN 是直径得出②正确, $\widehat{AC} = \widehat{AM} = \widehat{BM}$, 得出④正确, 结合②④得出⑤正确即可.

【解答】解: $\because MN$ 是 $\odot O$ 的直径, $AB \perp MN$,

$\therefore AD=BD$, $\widehat{AM}=\widehat{BM}$, $\angle MAN=90^\circ$ (①②③正确)

$\therefore \widehat{AC}=\widehat{AM}$,

$\therefore \widehat{AC}=\widehat{AM}=\widehat{BM}$,

$\therefore \angle ACM+\angle ANM=\angle MOB$ (④正确)

$\therefore \angle MAE=\angle AME$,

$\therefore AE=ME$, $\angle EAF=\angle AFM$,

$\therefore AE=EF$,

$\therefore AE=\frac{1}{2}MF$ (⑤正确).

正确的结论共 5 个.

故选: D.

【点评】此题考查圆周角定理, 垂径定理, 以及直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半等知识.

二、填空题 (本大题共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

13. (3 分) 函数 $y=\frac{x+1}{\sqrt{x-1}}$ 中, 自变量 x 的取值范围是 $x>1$.

【分析】根据二次根式被开放数大于等于 0 和分式的分母不为 0 回答即可.

【解答】解: 由题意得: $x-1\geq 0$, 且 $x-1\neq 0$.

解得: $x>1$.

故答案为: $x>1$.

【点评】本题主要考查的函数自变量的取值范围问题, 明确二次根式被开放数大于等于 0 和分式的分母不为 0 是解题的关键.

14. (3 分) 已知一个不透明的盒子中装有 3 个红球, 2 个白球, 这些球除颜色

外均相同，现从盒中任意摸出 1 个球，则摸到红球的概率是 $\frac{3}{5}$ 。

【分析】直接根据概率公式计算。

【解答】解：摸到红球的概率 $= \frac{3}{3+2} = \frac{3}{5}$ 。

故答案为 $\frac{3}{5}$ 。

【点评】本题考查了概率公式：随机事件 A 的概率 $P(A) = \frac{\text{事件 A 可能出现的结果数}}{\text{所有可能出现的结果数}}$ 。

15. (3 分) 不等式组 $\begin{cases} 2x-1 \geq x \\ 2-x > 0 \end{cases}$ 的解集是 $1 \leq x < 2$ 。

【分析】首先求出两个不等式的解集，再取两个解集的公共部分，即可得出原不等式组的解集。

【解答】解： $\begin{cases} 2x-1 \geq x \text{ ①} \\ 2-x > 0 \text{ ②} \end{cases}$ ，

由①得： $x \geq 1$ ，

由②得： $x < 2$ ，

$\therefore$ 原不等式组的解集为 $1 \leq x < 2$ ；

故答案为： $1 \leq x < 2$ 。

【点评】本题考查了一元一次不等式组的解法、一元一次不等式的解法；熟练掌握一元一次不等式的解法是解决问题的关键。

16. (3 分) 为美化小区环境，决定对小区的一块空地实施绿化，现有一长为 20m 的栅栏，要围成一扇形绿化区域，则该扇形区域的面积的最大值为 25m^2 。

【分析】首先设扇形区域的半径为 $x\text{m}$ ，则扇形的弧长为 $(20 - 2x)\text{m}$ ，该扇形区域的面积为 $y\text{m}^2$ ，则可得函数： $y = \frac{1}{2}x(20 - 2x) = -x^2 + 10x = -(x - 5)^2 + 25$ ，继而求得答案。

【解答】解：设扇形区域的半径为 $x\text{m}$ ，则扇形的弧长为 $(20 - 2x)\text{m}$ ，该扇形

区域的面积为 ym^2 ,

$$\text{则 } y = \frac{1}{2}x(20 - 2x) = -x^2 + 10x = -(x - 5)^2 + 25,$$

$\therefore$ 该扇形区域的面积的最大值为 $25m^2$.

故答案为: $25m^2$.

【点评】 此题考查了扇形的面积计算以及二次函数最值问题. 注意根据题意得到函数的解析式是关键.

17. (3 分) 若 $m_1, m_2, \dots, m_{2015}$ 是从 0, 1, 2 这三个数中取值的一列数, 若 $m_1 + m_2 + \dots + m_{2015} = 1525$, $(m_1 - 1)^2 + (m_2 - 1)^2 + \dots + (m_{2015} - 1)^2 = 1510$, 则在 $m_1, m_2, \dots, m_{2015}$ 中, 取值为 2 的个数为 510.

【分析】 通过 $m_1, m_2, \dots, m_{2015}$ 是从 0, 1, 2 这三个数中取值的一列数, $(m_1 - 1)^2 + (m_2 - 1)^2 + \dots + (m_{2015} - 1)^2 = 1510$ 从而得到 1 的个数, 由 $m_1 + m_2 + \dots + m_{2015} = 1525$ 得到 2 的个数.

【解答】 解: $\because (m_1 - 1)^2 + (m_2 - 1)^2 + \dots + (m_{2015} - 1)^2 = 1510$,

$\therefore m_1, m_2, \dots, m_{2015}$ 是从 0, 1, 2 这三个数中取值的一列数,

$\therefore m_1, m_2, \dots, m_{2015}$ 中为 1 的个数是 $2015 - 1510 = 505$,

$\therefore m_1 + m_2 + \dots + m_{2015} = 1525$,

$\therefore$ 2 的个数为 $(1525 - 505) \div 2 = 510$ 个.

故答案为: 510.

【点评】 此题考查完全平方的性质, 找出运算的规律. 利用规律解决问题.

三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 63 分, 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

18. (12 分) (1) 计算: $|\sqrt{2}-2|+2\cos 45^{\circ}-\sqrt[3]{8}+(\frac{1}{2})^{-1}$

(2) 先化简, 再求值: $(1-\frac{1}{x-1})\div\frac{x^2-4x+4}{x^2-1}$, 其中 $x=-2$.

【分析】(1) 原式第一项利用绝对值的代数意义化简, 第二项利用特殊角的三角函数值计算, 第三项利用立方根定义计算, 最后一项利用负整数指数幂法则计算即可得到结果;

(2) 原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算, 同时利用除法法则变形, 约分得到最简结果, 把 x 的值代入计算即可求出值.

【解答】解: (1) 原式 $=2-\sqrt{2}+2\times\frac{\sqrt{2}}{2}-2+2=2$;

(2) 原式 $=\frac{x-2}{x-1}\cdot\frac{(x+1)(x-1)}{(x-2)^2}=\frac{x+1}{x-2}$,

当 $x=-2$ 时, 原式 $=\frac{1}{4}$.

【点评】此题考查了分式的化简求值, 以及实数的运算, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

19. (7 分) 某车间按计划要生产 450 个零件, 由于改进了生产设备, 该车间实际每天生产的零件数比原计划每天多生产 20%, 结果提前 5 天完成任务, 求该车间原计划每天生产的零件个数?

【分析】设该车间原计划每天生产的零件为 x 个, 然后根据计划用的天数比实际用的天数多 5 列出方程, 再求解即可.

【解答】解: 设该车间原计划每天生产的零件为 x 个,

由题意得, $\frac{450}{x}-\frac{450}{(1+20\%)x}=5$,

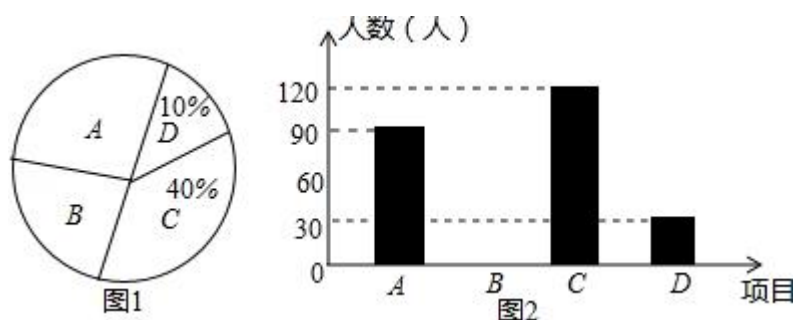
解得 $x=15$,

经检验, $x=15$ 是原方程的解.

答: 该车间原计划每天生产的零件为 15 个.

【点评】 本题考查了分式方程在实际生活中的应用，难度较小，找出题目中的等量关系是解题的关键，解分式方程时要注意验根.

20. (10 分) 为了培养学生的兴趣，我市某小学决定再开设 A. 舞蹈，B. 音乐，C. 绘画，D. 书法四个兴趣班，为了解学生对这四个项目的兴趣爱好，随机抽取了部分学生进行调查，并将调查结果绘制成如图 1，2 所示的统计图，且结合图中信息解答下列问题:



- (1) 在这次调查中，共调查了多少名学生？
- (2) 请将两幅统计图补充完整；
- (3) 若本校一共有 2000 名学生，请估计喜欢“音乐”的人数；
- (4) 若调查到喜欢“书法”的 4 名学生中有 2 名男生，2 名女生，现从这 4 名学生中任意抽取 2 名学生，请用画树状图或列表的方法，求出刚好抽到同性别的学生的概率.

【分析】 (1) 用 C 类人数除以它所占的百分比即可得到调查的总人数；

(2) 先分别计算出 B 类人数和 A、B 两类所占的百分比，然后补全统计图；

(3) 利用样本估计总体，用样本中 B 类人数的百分比作为全校喜欢“音乐”的人数的百分比，然后用此百分比乘以全校人数即可得到全校喜欢“音乐”的人数；

(4) 先画树状图展示所有 12 种等可能的结果数，再找出同性别的学生的结果数，然后根据概率公式求解.

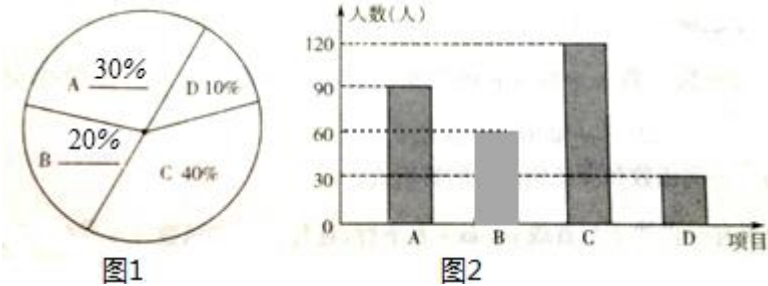
【解答】 解：(1) $120 \div 40\% = 300$ (名)，

所以在这次调查中，共调查了 300 名学生；

(2) B 类学生人数=300 - 90 - 120 - 30=60 (名)，

A 类人数所占百分比= $\frac{90}{300} \times 100\%=30\%$ ；B 类人数所占百分比= $\frac{60}{300} \times 100\%=20\%$ ；

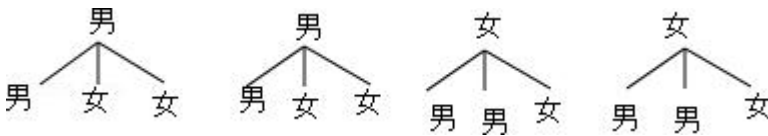
统计图为：



(3) $2000 \times 20\%=400$ (人)，

所以估计喜欢“音乐”的人数约为 400 人；

(4) 画树状图为：



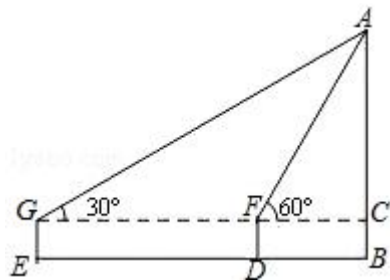
共有 12 种等可能的结果数，其中相同性别的学生的结果数为 4，

所以相同性别的学生的概率= $\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$.

【点评】 本题考查了列表法与树状图法：利用列表法和树状图法展示所有可能的结果求出 n ，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m ，求出概率．也考查了统计图和用样本估计总体．

21. (8 分) 在学习解直角三角形的相关知识后，九年级 1 班的全体同学带着自制的测倾仪随老师来到了操场上，准备分组测量该校旗杆的高度，其中一个小组的同学在活动过程中获得了一些数据，并以此画出了如图所示的示意图，已知该组同学的测倾仪支杆长 1m，第一次在 D 处测得旗杆顶端 A 的仰角为 60° ，第二

次向后退 12m 到达 E 处, 又测得旗杆顶端 A 的仰角为 30° , 求旗杆 AB 的高度. (结果保留根号)



【分析】 由 $\angle AFC$ 为 $\triangle AFG$ 的外角, 利用外角性质得到 $\angle AGF = \angle FAG$, 利用等角对等边得到 $AF = GF = ED$, 在直角三角形 ACF 中, 利用锐角三角函数定义求出 AC 的长, 由 $AC + BC$ 求出 AB 的长即可.

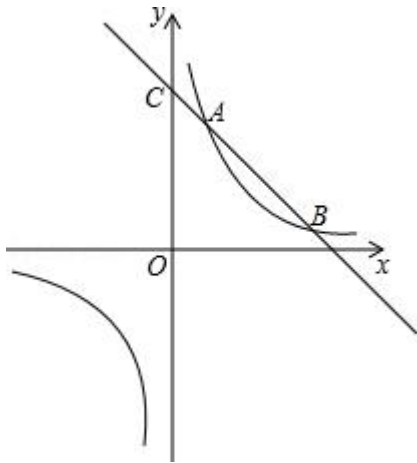
【解答】 解: $\because \angle AFC = 60^\circ$,
 $\therefore \angle AFG = 120^\circ$,
 $\because \angle CGA = 30^\circ$,
 $\therefore \angle GAF = 30^\circ$,
 $\therefore FA = FG = ED = 12\text{m}$,
 $\therefore AC = AF \cdot \sin 60^\circ = 6\sqrt{3} \text{ (m)}$,
 $\because BC = FD = 1$,
 $\therefore AB = AC + BC = (6\sqrt{3} + 1) \text{ m}$.

【点评】 此题考查了解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

22. (10 分) 如图, 一次函数 $y = kx + b$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象相交于点 A (1, 5) 和点 B, 与 y 轴相交于点 C (0, 6).

(1) 求一次函数和反比例函数的解析式;

(2) 现有一直线 l 与直线 $y=kx+b$ 平行，且与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象在第一象限有且只有一个交点，求直线 l 的函数解析式.



【分析】 (1) 由点 $A(1, 5)$ 在 $y=\frac{m}{x}$ 的图象上，得到 $5=\frac{m}{1}$ ，解得： $m=5$ ，于是求得反比例函数的解析式为 $y=\frac{5}{x}$ ，由于一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过 $A(1, 5)$ 和点 $C(0, 6)$ ，列 $\begin{cases} k+b=5 \\ b=6 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} k=-1 \\ b=6 \end{cases}$ ，于是得到一次函数的解析式 $y=-x+6$ ；

(2) 设直线 l 的函数解析式为： $y=-x+t$ ，由于反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象在第一象限有且只有一个交点，联立方程组，化简得： $x^2 - tx + 5 = 0$ ，得到 $\Delta = t^2 - 20 = 0$ ，同时解得 $t = 2\sqrt{5}$ ，求得结果.

【解答】 解：(1) $\because$ 点 $A(1, 5)$ 在 $y=\frac{m}{x}$ 的图象上， $\therefore 5=\frac{m}{1}$ ，解得： $m=5$ ，
 $\therefore$ 反比例函数的解析式为： $y=\frac{5}{x}$ ，

$\therefore$ 一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过 $A(1, 5)$ 和点 $C(0, 6)$ ，

$\therefore \begin{cases} k+b=5 \\ b=6 \end{cases}$ ，解得： $\begin{cases} k=-1 \\ b=6 \end{cases}$ ，

$\therefore$ 一次函数的解析式为： $y=-x+6$ ；

(2) 设直线 l 的函数解析式为： $y=-x+t$ ，

$\therefore$ 反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象在第一象限有且只有一个交点，

$\therefore \begin{cases} y=\frac{5}{x} \\ y=-x+t \end{cases}$ ，化简得： $x^2 - tx + 5 = 0$ ，

$$\therefore \Delta = t^2 - 20 = 0,$$

$$\text{解得: } t = \pm 2\sqrt{5},$$

$$\therefore t = -2\sqrt{5} \text{ 不合题意,}$$

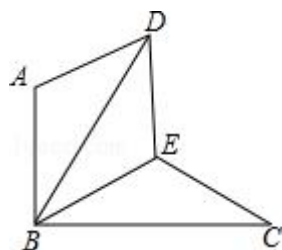
$$\therefore \text{直线 } l \text{ 的函数解析式为: } y = -x + 2\sqrt{5}.$$

【点评】 本题考查了一次函数和反比例函数的交点问题，待定系数法求函数的解析式，认真审题弄清题意是解题的关键.

23. (10 分) 如图， $\triangle BAD$ 是由 $\triangle BEC$ 在平面内绕点 B 旋转 60° 而得，且 $AB \perp BC$ ， $BE = CE$ ，连接 DE .

(1) 求证： $\triangle BDE \cong \triangle BCE$;

(2) 试判断四边形 $ABED$ 的形状，并说明理由.



【分析】 (1) 根据旋转的性质可得 $DB = CB$ ， $\angle ABD = \angle EBC$ ， $\angle ABE = 60^\circ$ ，然后根据垂直可得出 $\angle DBE = \angle CBE = 30^\circ$ ，继而可根据 SAS 证明 $\triangle BDE \cong \triangle BCE$;

(2) 根据 (1) 以及旋转的性质可得， $\triangle BDE \cong \triangle BCE \cong \triangle BDA$ ，继而得出四条棱相等，证得四边形 $ABED$ 为菱形.

【解答】 (1) 证明： $\because \triangle BAD$ 是由 $\triangle BEC$ 在平面内绕点 B 旋转 60° 而得，

$$\therefore DB = CB, \angle ABD = \angle EBC, \angle ABE = 60^\circ,$$

$$\therefore AB \perp EC,$$

$$\therefore \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DBE = \angle CBE = 30^\circ,$$

在 $\triangle BDE$ 和 $\triangle BCE$ 中,

$$\therefore \begin{cases} DB=CB \\ \angle DBE=\angle CBE, \\ BE=BE \end{cases}$$

$\therefore \triangle BDE \cong \triangle BCE$;

(2) 四边形 $ABED$ 为菱形;

由(1)得 $\triangle BDE \cong \triangle BCE$,

$\therefore \triangle BAD$ 是由 $\triangle BEC$ 旋转而得,

$\therefore \triangle BAD \cong \triangle BEC$,

$\therefore BA=BE, AD=EC=ED$,

又 $\because BE=CE$,

$\therefore$ 四边形 $ABED$ 为菱形.

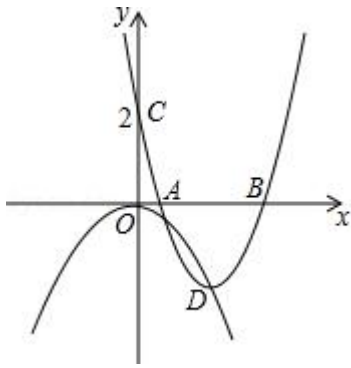
【点评】 本题考查了旋转的性质, 解答本题的关键是掌握全等三角形的判定和性质以及菱形的判定, 涉及知识点较多, 难度较大.

24. (12分) 如图, 已知抛物线 $C_1: y = -\frac{1}{2}x^2$, 平移抛物线 $y=x^2$, 使其顶点 D 落在抛物线 C_1 位于 y 轴右侧的图象上, 设平移后的抛物线为 C_2 , 且 C_2 与 y 轴交于点 $C(0, 2)$.

(1) 求抛物线 C_2 的解析式;

(2) 抛物线 C_2 与 x 轴交于 A, B 两点(点 B 在点 A 的右侧), 求点 A, B 的坐标及过点 A, B, C 的圆的圆心 E 的坐标;

(3) 在过点 $(0, \frac{1}{2})$ 且平行于 x 轴的直线上是否存在点 F , 使四边形 $CEBF$ 为菱形? 若存在, 求出点 F 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



【分析】(1) 设 $D(a, -\frac{1}{2}a^2)$ ，进而求出 a 的值得出函数解析式即可；

(2) 利用 $y=0$ 求出 A, B 点坐标，再利用 $|CE|=|AE|$ ，求出 m 的值进而得出答案；

(3) 利用菱形的性质结合 $|BF|=|CF|=|CE|$ ，再求出 $|FC|$ ，进而得出答案.

【解答】解：(1) 由题意设 $D(a, -\frac{1}{2}a^2)$ ，

假设抛物线 C_2 的解析式为： $y = (x - a)^2 - \frac{1}{2}a^2$ ，

$\because$ 点 C 在抛物线 C_2 上，

$\therefore$ 将 $C(0, 2)$ 代入上式，

解得： $a = \pm 2$ ，

$\because$ 点 D 在 y 轴右侧，

$\therefore a = 2$ ，

$\therefore$ 抛物线 C_2 的解析式为： $y = (x - 2)^2 - 2$ ；

(2) 由题意，在 $y = (x - 2)^2 - 2$ 中，令 $y = 0$ ，则 $x = 2 \pm \sqrt{2}$ ，

$\because$ 点 B 在点 A 的右侧，

$\therefore A(2 - \sqrt{2}, 0)$ ， $B(2 + \sqrt{2}, 0)$ ，

又 $\because$ 过点 A, B, C 的圆的圆心一定在线段 AB 的垂直平分线上，

$\therefore$ 设 $E(2, m)$ ，且 $|CE| = |AE|$ ，

则 $2^2 + (2 - m)^2 = m^2 + (2 - 2 + \sqrt{2})^2$ ，

解得： $m=\frac{3}{2}$,

∴ 圆心 E 的坐标为： $(2, \frac{3}{2})$;

(3) 假设存在点 F $(t, \frac{1}{2})$, 使得四边形 CEBF 为菱形,

则 $|BF|=|CF|=|CE|$,

$$\therefore (\frac{1}{2})^2 + (2+\sqrt{2}-t)^2 = (2-\frac{1}{2})^2 + t^2,$$

解得： $t=\sqrt{2}$,

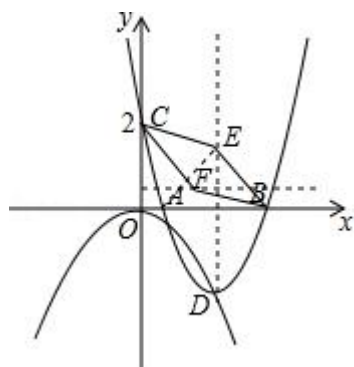
当 $t=\sqrt{2}$ 时, F $(2, \frac{1}{2})$,

$$\text{此时 } |EC| = \frac{\sqrt{17}}{2},$$

$$|FC| = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (2-\frac{1}{2})^2} = \sqrt{2+\frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{17}}{2},$$

$$\therefore |CF|=|BF|=|BE|=|EC|,$$

即存在点 F $(\sqrt{2}, \frac{1}{2})$, 使得四边形 CEBF 为菱形.



【点评】此题主要考查了二次函数综合以及菱形的判定与性质以及勾股定理等知识, 利用数形结合得出 F 点位置是解题关键.