

2015 年四川省遂宁市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 10 个小题，每小题 4 分，满分 40 分，在每小题给出的四个选项中，只有一个符合题目要求）

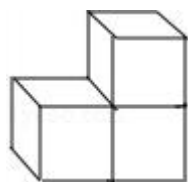
1. (4 分) (2015•遂宁) 计算： $1 - (-\frac{1}{3}) = (\quad)$

- A. $\frac{2}{3}$ B. $-\frac{2}{3}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $-\frac{4}{3}$

2. (4 分) (2015•遂宁) 下列运算正确的是 ()

- A. $a \cdot a^3 = a^3$ B. $2(a - b) = 2a - b$ C. $(a^3)^2 = a^5$ D. $a^2 - 2a^2 = -a^2$

3. (4 分) (2015•遂宁) 用 3 个完全相同的小正方体组成如图所示的几何体，则它的俯视图是 ()



- A. B. C. D.

4. (4 分) (2015•遂宁) 一个不透明的布袋中，放有 3 个白球，5 个红球，它们除颜色外完全相同，从中随机摸取 1 个，摸到红球的概率是 ()

- A. $\frac{5}{8}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{1}{3}$

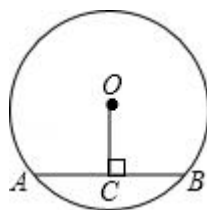
5. (4 分) (2015•遂宁) 直线 $y = 2x - 4$ 与 y 轴的交点坐标是 ()

- A. (4, 0) B. (0, 4) C. (-4, 0) D. (0, -4)

6. (4 分) (2015•遂宁) 在正方形、矩形、菱形、平行四边形、等腰梯形中，其中中心对称图形的个数是 ()

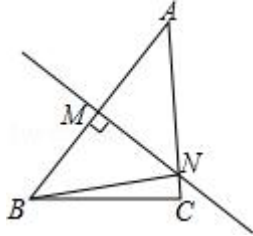
- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

7. (4 分) (2015•遂宁) 如图，在半径为 5cm 的 $\odot O$ 中，弦 $AB = 6$ cm， $OC \perp AB$ 于点 C ，则 $OC = (\quad)$



- A. 3cm B. 4cm C. 5cm D. 6cm

8. (4分) (2015•遂宁) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC=4\text{cm}$, 线段 AB 的垂直平分线交 AC 于点 N , $\triangle BCN$ 的周长是 7cm , 则 BC 的长为 ()

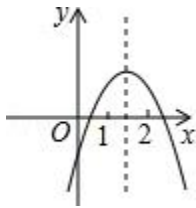


- A. 1cm B. 2cm C. 3cm D. 4cm

9. (4分) (2015•遂宁) 遂宁市某生态示范园, 计划种植一批核桃, 原计划总产量达 36 万千克, 为了满足市场需求, 现决定改良核桃品种, 改良后平均每亩产量是原计划的 1.5 倍, 总产量比原计划增加了 9 万千克, 种植亩数减少了 20 亩, 则原计划和改良后平均每亩产量各多少万千克? 设原计划每亩平均产量 x 万千克, 则改良后平均每亩产量为 $1.5x$ 万千克, 根据题意列方程为 ()

- A. $\frac{36}{x} - \frac{36+9}{1.5x} = 20$ B. $\frac{36}{x} - \frac{36}{1.5x} = 20$
C. $\frac{36+9}{1.5x} - \frac{36}{x} = 20$ D. $\frac{36}{x} + \frac{36+9}{1.5x} = 20$

10. (4分) (2015•遂宁) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示, 下列结论: ① $2a+b > 0$; ② $abc < 0$; ③ $b^2 - 4ac > 0$; ④ $a+b+c < 0$; ⑤ $4a - 2b+c < 0$, 其中正确的个数是 ()



- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

二、填空题 (共本大题 5 小题, 每小题 4 分, 满分 20 分)

11. (4分) (2015•遂宁) 把 96000 用科学记数法表示为_____.
12. (4分) (2015•遂宁) 一个 n 边形的内角和为 1080° , 则 $n=$ _____.
13. (4分) (2015•遂宁) 某射击运动员在一次射击训练中, 共射击了 6 次, 所得成绩 (单位: 环) 为: 6 、 8 、 7 、 7 、 8 、 9 , 这组数据的中位数是_____.
14. (4分) (2015•遂宁) 在半径为 5cm 的 $\odot O$ 中, 45° 的圆心角所对的弧长为_____cm.

15. (4分) (2015•遂宁) 下列命题:

①对角线互相垂直的四边形是菱形;

②点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 若中线 $AD=6$, 则 $AG=3$;

③若直线 $y=kx+b$ 经过第一、二、四象限, 则 $k < 0$, $b > 0$;

④定义新运算: $a*b=2a-b^2$, 若 $(2x) * (x-3) = 0$, 则 $x=1$ 或 9 ;

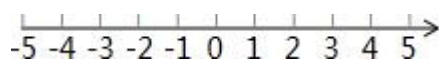
⑤抛物线 $y=-2x^2+4x+3$ 的顶点坐标是 $(1, 1)$.

其中是真命题的有_____ (只填序号)

三、解答题 (本大题共 3 小题, 每小题 7 分, 满分 21 分)

16. (7分) (2015•遂宁) 计算: $-1^3 - \sqrt{27} + 6\sin 60^\circ + (\pi - 3.14)^0 + |-\sqrt{5}|$

17. (7分) (2015•遂宁) 解不等式组 $\begin{cases} -2x < 6 & \text{①} \\ 3(x+1) \leq 2x+5 & \text{②} \end{cases}$, 并将解集在数轴上表示出来.



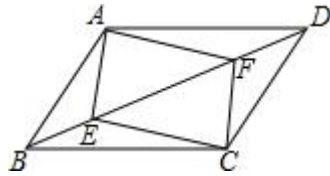
18. (7分) (2015•遂宁) 先化简, 再求值: $\frac{1}{m-2} \div \frac{m+1}{m^2-4} - \frac{m}{m+1}$, 其中 $m=-3$.

四、解答题（本大题共 3 小题，每小题 9 分，满分 27 分）

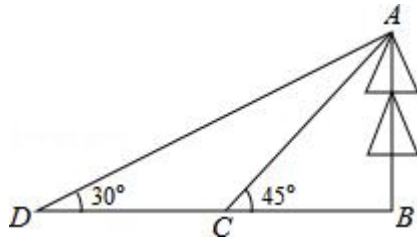
19. (9 分) (2015•遂宁) 如图， $\square ABCD$ 中，点 E, F 在对角线 BD 上，且 $BE=DF$ ，求证：

(1) $AE=CF$ ；

(2) 四边形 AECF 是平行四边形.



20. (9 分) (2015•遂宁) 一数学兴趣小组为了测量河对岸树 AB 的高，在河岸边选择一点 C，从 C 处测得树梢 A 的仰角为 45° ，沿 BC 方向后退 10 米到点 D，再次测得 A 的仰角为 30° ，求树高. (结果精确到 0.1 米，参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$)



21. (9分) (2015•遂宁) 阅读下列材料, 并用相关的思想方法解决问题.

$$\text{计算: } (1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4}) \times (\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}) - (1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5}) \times (\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}).$$

$$\text{令 } \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = t, \text{ 则}$$

$$\text{原式} = (1 - t) (t + \frac{1}{5}) - (1 - t - \frac{1}{5}) t$$

$$= t + \frac{1}{5} - t^2 - \frac{1}{5}t - \frac{4}{5}t + t^2$$

$$= \frac{1}{5}$$

问题:

(1) 计算

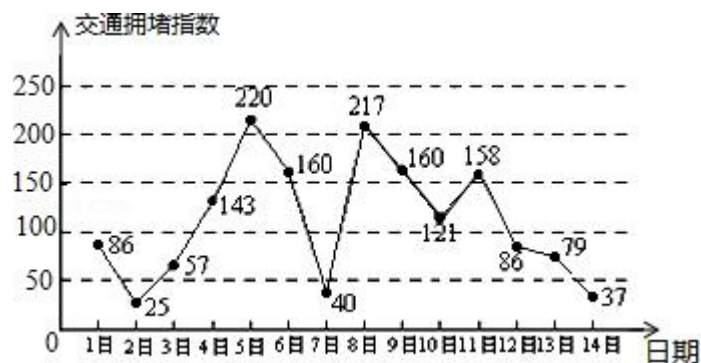
$$(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \dots - \frac{1}{2014}) \times (\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2014} + \frac{1}{2015}) - (1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5} - \dots - \frac{1}{2014} - \frac{1}{2015}) \times (\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2014});$$

(2) 解方程 $(x^2 + 5x + 1)(x^2 + 5x + 7) = 7$.

五、(本大题共 2 小题，每小题 10 分，满分 20 分)

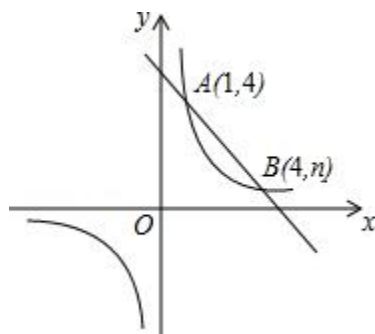
22. (10 分) (2015•遂宁) 交通指数是交通拥堵指数的简称，是综合反映道路畅通或拥堵的概念．其指数在 100 以内为畅通，200 以上为严重拥堵，从某市交通指挥中心选取了 5 月 1 日至 14 日的交通状况，依据交通指数数据绘制的折线统计图如图所示，某人随机选取了 5 月 1 日至 14 日的某一天到达该市．

- (1) 请结合折线图分别找出交通为畅通和严重拥堵的天数；
- (2) 求此人到达当天的交通为严重拥堵的概率；
- (3) 由图判断从哪天开始连续三天的交通指数方差最大？（直接判断，不要求计算）



23. (10 分) (2015•遂宁) 如图，一次函数 $y=kx+b$ 与反比例函数 $y=\frac{\pi}{x}$ 的图象交于 A (1, 4), B (4, n) 两点．

- (1) 求反比例函数的解析式；
- (2) 求一次函数的解析式；
- (3) 点 P 是 x 轴上的一动点，试确定点 P 并求出它的坐标，使 PA+PB 最小．



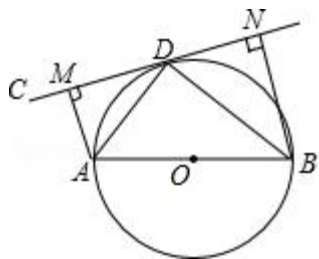
六、(本大题共 2 小题, 第 24 题 10 分, 第 25 题 12 分, 满分 22 分)

24. (10 分) (2015•遂宁) 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, 直线 CD 切 $\odot O$ 于点 D , $AM \perp CD$ 于点 M , $BN \perp CD$ 于 N .

(1) 求证: $\angle ADC = \angle ABD$;

(2) 求证: $AD^2 = AM \cdot AB$;

(3) 若 $AM = \frac{18}{5}$, $\sin \angle ABD = \frac{3}{5}$, 求线段 BN 的长.

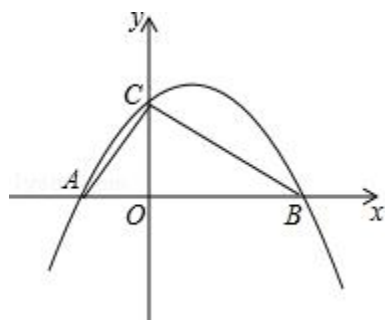


25. (12 分) (2015•遂宁) 如图, 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过 A (-2, 0), B (4, 0), C (0, 3) 三点.

(1) 求该抛物线的解析式;

(2) 在 y 轴上是否存在点 M, 使 $\triangle ACM$ 为等腰三角形? 若存在, 请直接写出所有满足要求的点 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由;

(3) 若点 P (t, 0) 为线段 AB 上一动点 (不与 A, B 重合), 过 P 作 y 轴的平行线, 记该直线右侧与 $\triangle ABC$ 围成的图形面积为 S, 试确定 S 与 t 的函数关系式.



2015 年四川省遂宁市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 个小题，每小题 4 分，满分 40 分，在每小题给出的四个选项中，只有一个符合题目要求）

1. (4 分) (2015•遂宁) 计算： $1 - (-\frac{1}{3}) = (\quad)$

- A. $\frac{2}{3}$ B. $-\frac{2}{3}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $-\frac{4}{3}$

考点：有理数的减法.

分析：根据有理数的减法法则，即可解答.

解答：解： $1 - (-\frac{1}{3}) = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$.

故选：C.

点评：本题考查了有理数的减法，解决本题的关键是熟记有理数的减法法则.

2. (4 分) (2015•遂宁) 下列运算正确的是 ()

- A. $a \cdot a^3 = a^3$ B. $2(a - b) = 2a - b$ C. $(a^3)^2 = a^5$ D. $a^2 - 2a^2 = -a^2$

考点：幂的乘方与积的乘方；合并同类项；去括号与添括号；同底数幂的乘法.

分析：根据同底数幂的乘法、幂的乘方和同类项进行计算.

解答：解：A、 $a \cdot a^3 = a^4$ ，错误；

B、 $2(a - b) = 2a - 2b$ ，错误；

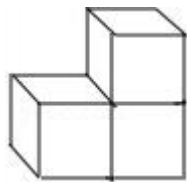
C、 $(a^3)^2 = a^6$ ，错误；

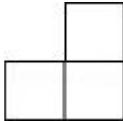
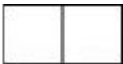
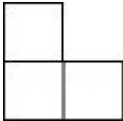
D、 $a^2 - 2a^2 = -a^2$ ，正确；

故选 D

点评：此题考查同底数幂的乘法、幂的乘方和同类项，关键是根据法则进行计算.

3. (4 分) (2015•遂宁) 用 3 个完全相同的小正方体组成如图所示的几何体，则它的俯视图是 ()



- A.  B.  C.  D. 

考点：简单组合体的三视图.

分析：根据俯视图是从上边看的到的视图，可得答案.

解答: 解: 从上边看左边一个小正方形, 右边一个小正方形, 故 B 符合题意;
故选: B.

点评: 本题考查了简单组合体的三视图, 从上边看的到的视图是俯视图.

4. (4 分) (2015•遂宁) 一个不透明的布袋中, 放有 3 个白球, 5 个红球, 它们除颜色外完全相同, 从中随机摸取 1 个, 摸到红球的概率是 ()

- A. $\frac{5}{8}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{1}{3}$

考点: 概率公式.

分析: 根据概率的求法, 找准两点: ①全部情况的总数; ②符合条件的情况数目; 二者的比值就是其发生的概率.

解答: 解: 根据题意可得: 一个不透明的袋中装有除颜色外其余均相同的 3 个白球和 5 个红球,

从中随机摸出一个, 则摸到红球的概率是 $\frac{5}{3+5} = \frac{5}{8}$.

故选 A.

点评: 本题考查概率的求法: 如果一个事件有 n 种可能, 而且这些事件的可能性相同, 其中事件 A 出现 m 种结果, 那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

5. (4 分) (2015•遂宁) 直线 $y=2x-4$ 与 y 轴的交点坐标是 ()

- A. (4, 0) B. (0, 4) C. (-4, 0) D. (0, -4)

考点: 一次函数图象上点的坐标特征.

分析: 令 $x=0$, 求出 y 的值, 即可求出与 y 轴的交点坐标.

解答: 解: 当 $x=0$ 时, $y=-4$,
则函数与 y 轴的交点为 (0, -4).

故选 D.

点评: 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征, 要知道, y 轴上的点的横坐标为 0.

6. (4 分) (2015•遂宁) 在正方形、矩形、菱形、平行四边形、等腰梯形中, 其中中心对称图形的个数是 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

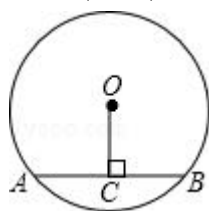
考点: 中心对称图形.

分析: 根据中心对称图形的定义: 把一个图形绕某一点旋转 180° , 如果旋转后的图形能够与原来的图形重合, 那么这个图形就叫做中心对称图形进行分析.

解答: 解: 正方形、矩形、菱形、平行四边形是中心对称图形, 共 4 个,
故选: C.

点评: 此题主要考查了中心对称图形, 关键是掌握中心对称图形是要寻找对称中心, 旋转 180° 度后与原图重合.

7. (4分) (2015•遂宁) 如图, 在半径为 5cm 的 $\odot O$ 中, 弦 $AB=6\text{cm}$, $OC \perp AB$ 于点 C , 则 $OC=$ ()



- A. 3cm B. 4cm C. 5cm D. 6cm

考点: 垂径定理; 勾股定理.

分析: 连接 OA , 先利用垂径定理得出 AC 的长, 再由勾股定理得出 OC 的长即可解答.

解答: 解: 连接 OA ,

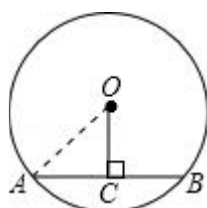
$\because AB=6\text{cm}$, $OC \perp AB$ 于点 C ,

$$\therefore AC = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 6 = 3\text{cm},$$

$\because \odot O$ 的半径为 5cm,

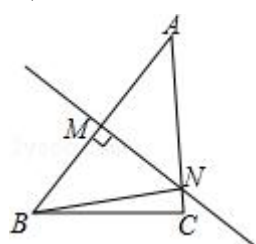
$$\therefore OC = \sqrt{OA^2 - AC^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4\text{cm},$$

故选 B.



点评: 本题考查了垂径定理, 以及勾股定理, 熟练掌握垂径定理的应用是解题的关键.

8. (4分) (2015•遂宁) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC=4\text{cm}$, 线段 AB 的垂直平分线交 AC 于点 N , $\triangle BCN$ 的周长是 7cm, 则 BC 的长为 ()



- A. 1cm B. 2cm C. 3cm D. 4cm

考点: 线段垂直平分线的性质.

分析: 首先根据 MN 是线段 AB 的垂直平分线, 可得 $AN=BN$, 然后根据 $\triangle BCN$ 的周长是 7cm, 以及 $AN+NC=AC$, 求出 BC 的长为多少即可.

解答: 解: $\because MN$ 是线段 AB 的垂直平分线,

$\therefore AN=BN$,

$\because \triangle BCN$ 的周长是 7cm,

$\therefore BN+NC+BC=7$ (cm),

$\therefore AN+NC+BC=7$ (cm),

$\because AN+NC=AC$,
 $\therefore AC+BC=7$ (cm),
 又 $\because AC=4$ cm,
 $\therefore BC=7-4=3$ (cm).
 故选: C.

点评: 此题主要考查了线段垂直平分线的性质和应用, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: ①垂直平分线垂直且平分其所在线段. ②垂直平分线上任意一点, 到线段两端点的距离相等. ③三角形三条边的垂直平分线相交于一点, 该点叫外心, 并且这一点到三个顶点的距离相等.

9. (4分) (2015•遂宁) 遂宁市某生态示范园, 计划种植一批核桃, 原计划总产量达 36 万千克, 为了满足市场需求, 现决定改良核桃品种, 改良后平均每亩产量是原计划的 1.5 倍, 总产量比原计划增加了 9 万千克, 种植亩数减少了 20 亩, 则原计划和改良后平均每亩产量各多少万千克? 设原计划每亩平均产量 x 万千克, 则改良后平均每亩产量为 $1.5x$ 万千克, 根据题意列方程为 ()

- A. $\frac{36}{x} - \frac{36+9}{1.5x} = 20$
 B. $\frac{36}{x} - \frac{36}{1.5x} = 20$
 C. $\frac{36+9}{1.5x} - \frac{36}{x} = 20$
 D. $\frac{36}{x} + \frac{36+9}{1.5x} = 20$

考点: 由实际问题抽象出分式方程.

分析: 根据题意可得等量关系: 原计划种植的亩数 - 改良后种植的亩数 = 20 亩, 根据等量关系列出方程即可.

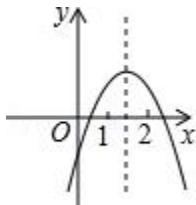
解答: 解: 设原计划每亩平均产量 x 万千克, 由题意得:

$$\frac{36}{x} - \frac{36+9}{1.5x} = 20,$$

故选: A.

点评: 此题主要考查了由实际问题抽象出分式方程, 关键是正确理解题意, 找出题目中的等量关系.

10. (4分) (2015•遂宁) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示, 下列结论: ① $2a+b > 0$; ② $abc < 0$; ③ $b^2 - 4ac > 0$; ④ $a+b+c < 0$; ⑤ $4a - 2b + c < 0$, 其中正确的个数是 ()



- A. 2
 B. 3
 C. 4
 D. 5

考点: 二次函数图象与系数的关系.

分析: 由抛物线开口向下得到 $a < 0$, 由对称轴在 $x=1$ 的右侧得到 $-\frac{b}{2a} > 1$, 于是利用不等式的性质得到 $2a+b > 0$; 由 $a < 0$, 对称轴在 y 轴的右侧, a 与 b 异号, 得到 $b > 0$, 抛物线与 y 轴的交点在 x 轴的下方得到 $c < 0$, 于是 $abc > 0$; 抛物线与 x 轴有两个交点,

所以 $\Delta=b^2-4ac>0$ ；由 $x=1$ 时， $y>0$ ，可得 $a+b+c>0$ ；由 $x=-2$ 时， $y<0$ ，可得 $4a-2b+c<0$ 。

解答：解：① $\because$ 抛物线开口向下，

$$\therefore a < 0,$$

$$\because \text{对称轴 } x = -\frac{b}{2a} > 1,$$

$$\therefore 2a+b > 0, \text{ 故①正确；}$$

$$\text{②} \because a < 0, -\frac{b}{2a} > 0,$$

$$\therefore b > 0,$$

$\because$ 抛物线与 y 轴的交点在 x 轴的下方，

$$\therefore c < 0,$$

$$\therefore abc > 0, \text{ 故②错误；}$$

③ $\because$ 抛物线与 x 轴有两个交点，

$$\therefore \Delta=b^2-4ac>0, \text{ 故③正确；}$$

④ $\because x=1$ 时， $y>0$ ，

$$\therefore a+b+c>0, \text{ 故④错误；}$$

⑤ $\because x=-2$ 时， $y<0$ ，

$$\therefore 4a-2b+c<0, \text{ 故⑤正确.}$$

故选 B.

点评：本题考查了二次函数图象与系数的关系：对于二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a\neq 0$) 的图象，

当 $a>0$ ，开口向上， $a<0$ ，开口向下；对称轴为直线 $x=-\frac{b}{2a}$ ， a 与 b 同号，对称轴

在 y 轴的左侧， a 与 b 异号，对称轴在 y 轴的右侧；当 $c<0$ ，抛物线与 y 轴的交点在 x 轴的下方；当 $\Delta=b^2-4ac>0$ ，抛物线与 x 轴有两个交点。

二、填空题（共本大题 5 小题，每小题 4 分，满分 20 分）

11. (4 分) (2015•遂宁) 把 96000 用科学记数法表示为 9.6×10^4 。

考点：科学记数法—表示较大的数。

分析：科学记数法的表示形式为 $a\times 10^n$ 的形式，其中 $1\leq |a|<10$ ， n 为整数。确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同。当原数绝对值 >1 时， n 是正数；当原数的绝对值 <1 时， n 是负数。

解答：解：把 96000 用科学记数法表示为 9.6×10^4 。

故答案为： 9.6×10^4 。

点评：此题考查科学记数法的表示方法。科学记数法的表示形式为 $a\times 10^n$ 的形式，其中 $1\leq |a|<10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值。

12. (4 分) (2015•遂宁) 一个 n 边形的内角和为 1080° ，则 $n=$ 8。

考点：多边形内角与外角。

分析：直接根据内角和公式 $(n-2)\cdot 180^\circ$ 计算即可求解。

解答：解： $(n-2)\cdot 180^\circ=1080^\circ$ ，

解得 $n=8$ 。

点评: 主要考查了多边形的内角和公式. 多边形内角和公式: $(n-2) \cdot 180^\circ$.

13. (4分) (2015•遂宁) 某射击运动员在一次射击训练中, 共射击了6次, 所得成绩 (单位: 环) 为: 6、8、7、7、8、9, 这组数据的中位数是 7.5.

考点: 中位数.

分析: 根据中位数的概念求解.

解答: 解: 这组数据按照从小到大的顺序排列为: 6、7、7、8、8、9,

则中位数为: $\frac{7+8}{2}=7.5$.

故答案为: 7.5.

点评: 本题考查了中位数的知识, 将一组数据按照从小到大 (或从大到小) 的顺序排列, 如果数据的个数是奇数, 则处于中间位置的数就是这组数据的中位数; 如果这组数据的个数是偶数, 则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

14. (4分) (2015•遂宁) 在半径为5cm的 $\odot O$ 中, 45° 的圆心角所对的弧长为 $\frac{5}{4}\pi$ cm.

考点: 弧长的计算.

分析: 根据弧长公式 $L=\frac{n\pi R}{180}$ 进行求解.

解答: 解: $L=\frac{45\pi \times 5}{180}$
 $=\frac{5}{4}\pi$.

故答案为: $\frac{5}{4}\pi$.

点评: 本题考查了弧长的计算, 解答本题的关键是掌握弧长公式 $L=\frac{n\pi R}{180}$.

15. (4分) (2015•遂宁) 下列命题:

①对角线互相垂直的四边形是菱形;

②点G是 $\triangle ABC$ 的重心, 若中线AD=6, 则AG=3;

③若直线 $y=kx+b$ 经过第一、二、四象限, 则 $k<0$, $b>0$;

④定义新运算: $a*b=2a-b^2$, 若 $(2x)*(x-3)=0$, 则 $x=1$ 或 9;

⑤抛物线 $y=-2x^2+4x+3$ 的顶点坐标是 (1, 1).

其中是真命题的有 ②③④ (只填序号)

考点: 命题与定理.

分析: 根据菱形的判定, 三角形的重心以及一次函数的性质和抛物线的性质判断即可.

解答: 解: ①对角线互相平分且垂直的四边形是菱形, 错误;

②点G是 $\triangle ABC$ 的重心, 若中线AD=6, 则AG=3, 正确;

③若直线 $y=kx+b$ 经过第一、二、四象限, 则 $k<0$, $b>0$, 正确;

④定义新运算: $a*b=2a-b^2$, 若 $(2x)*(x-3)=0$, 则 $x=1$ 或 9, 正确;

⑤抛物线 $y = -2x^2 + 4x + 3$ 的顶点坐标是 $(1, 5)$ ，错误；

故答案为：②③④.

点评：本题考查命题的真假性，是易错题. 注意对菱形的判定，三角形的重心以及一次函数的性质和抛物线的性质的准确掌握.

三、解答题（本大题共 3 小题，每小题 7 分，满分 21 分）

16. (7 分) (2015•遂宁) 计算： $-1^3 - \sqrt{27} + 6\sin 60^\circ + (\pi - 3.14)^0 + |-\sqrt{5}|$

考点：实数的运算；零指数幂；特殊角的三角函数值.

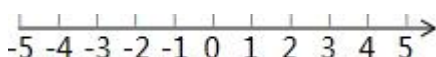
专题：计算题.

分析：原式第一项利用乘方的意义化简，第二项化为最简二次根式，第三项利用特殊角的三角函数值计算，第四项利用零指数幂法则计算，最后一项利用绝对值的代数意义化简，计算即可得到结果.

解答：解：原式 $= -1 - 3\sqrt{3} + 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 + \sqrt{5} = \sqrt{5}$.

点评：此题考查了实数的运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

17. (7 分) (2015•遂宁) 解不等式组 $\begin{cases} -2x < 6 \text{ ①} \\ 3(x+1) \leq 2x+5 \text{ ②} \end{cases}$ ，并将解集在数轴上表示出来.



考点：解一元一次不等式组；在数轴上表示不等式的解集.

分析：分别求出各不等式的解集，再求出其公共解集并在数轴上表示出来即可.

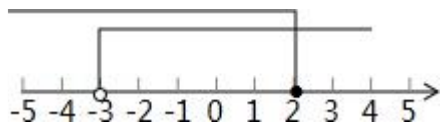
解答：解： $\begin{cases} -2x < 6 \text{ ①} \\ 3(x+1) \leq 2x+5 \text{ ②} \end{cases}$

由①得， $x > -3$,

由②得， $x \leq 2$,

故此不等式组的解集为： $-3 < x \leq 2$.

在数轴上表示为：



点评：本题考查的是解一元一次不等式组，熟知“同大取较大，同小取较小，小大大小中间找，大大小小解不了”的原则是解答此题的关键.

18. (7 分) (2015•遂宁) 先化简，再求值： $\frac{1}{m-2} \div \frac{m+1}{m^2-4} - \frac{m}{m+1}$ ，其中 $m = -3$.

考点：分式的化简求值.

专题：计算题.

分析: 原式第一项利用除法法则变形, 约分后利用同分母分式的减法法则计算得到最简结果, 把 m 的值代入计算即可求出值.

解答: 解: 原式 $= \frac{1}{m-2} \cdot \frac{(m+2)(m-2)}{m+1} - \frac{m}{m+1} = \frac{m+2}{m+1} - \frac{m}{m+1} = \frac{2}{m+1}$,

当 $m = -3$ 时, 原式 $= -1$.

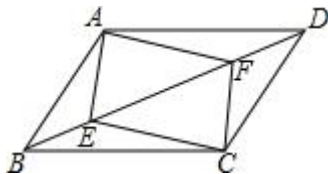
点评: 此题考查了分式的化简求值, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

四、解答题 (本大题共 3 小题, 每小题 9 分, 满分 27 分)

19. (9 分) (2015•遂宁) 如图, $\square ABCD$ 中, 点 E, F 在对角线 BD 上, 且 $BE = DF$, 求证:

(1) $AE = CF$;

(2) 四边形 $AECF$ 是平行四边形.



考点: 平行四边形的判定与性质; 全等三角形的判定与性质.

专题: 证明题.

分析: (1) 根据平行四边形的性质可得 $AB = CD$, $AB \parallel CD$, 然后可证明 $\angle ABE = \angle CDF$, 再利用 SAS 来判定 $\triangle ABE \cong \triangle DCF$, 从而得出 $AE = CF$.

(2) 首先根据全等三角形的性质可得 $\angle AEB = \angle CFD$, 根据等角的补角相等可得 $\angle AEF = \angle CFE$, 然后证明 $AE \parallel CF$, 从而可得四边形 $AECF$ 是平行四边形.

解答: 证明: (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AB = CD$, $AB \parallel CD$.

$\therefore \angle ABE = \angle CDF$.

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle DCF$ 中,

$$\begin{cases} AB = CD \\ \angle ABE = \angle CDF, \\ BE = DF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DCF$ (SAS).

$\therefore AE = CF$.

(2) $\because \triangle ABE \cong \triangle DCF$,

$\therefore \angle AEB = \angle CFD$,

$\therefore \angle AEF = \angle CFE$,

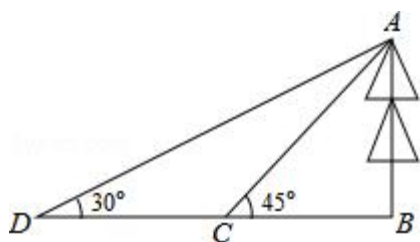
$\therefore AE \parallel CF$,

$\therefore AE = CF$,

$\therefore$ 四边形 $AECF$ 是平行四边形.

点评: 此题主要考查了平行四边形的性质和判定, 关键是掌握平行四边形对边平行且相等, 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形.

20. (9 分) (2015•遂宁) 一数学兴趣小组为了测量河对岸树 AB 的高, 在河岸边选择一点 C , 从 C 处测得树梢 A 的仰角为 45° , 沿 BC 方向后退 10 米到点 D , 再次测得 A 的仰角为 30° , 求树高. (结果精确到 0.1 米, 参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$)



考点：解直角三角形的应用-仰角俯角问题.

分析：先设 $AB=x$ 米, 根据题意分析图形: 本题涉及到两个直角三角形 $Rt\triangle ACB$ 和 $Rt\triangle ADB$, 应利用其公共边 BA 构造等量关系, 解三角形可求得 CB 、 DB 的数值, 再根据 $CD=BD-BC=10$, 进而可求出答案.

解答：解: $\because$ 设 $AB=x$ 米,
在 $Rt\triangle ACB$ 和 $Rt\triangle ADB$ 中,
 $\because \angle D=30^\circ$, $\angle ACB=45^\circ$, $CD=10$,
 $\therefore CB=x$, $AD=2x$, $BD=\sqrt{(2x)^2-x^2}=\sqrt{3}x$,
 $\therefore CD=BD-BC=10$,
 $\sqrt{3}x-x=10$,
 $\therefore x=5(\sqrt{3}+1)\approx 13.7$.
答: 该树高是 13.7 米.

点评：本题考查俯角、仰角的定义, 要求学生能借助俯角、仰角构造直角三角形并结合图形利用三角函数解直角三角形.

21. (9 分) (2015•遂宁) 阅读下列材料, 并用相关的思想方法解决问题.

计算: $(1-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}) \times (\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}) - (1-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}-\frac{1}{5}) \times (\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4})$.

令 $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=t$, 则

$$\text{原式} = (1-t)(t+\frac{1}{5}) - (1-t-\frac{1}{5})t$$

$$= t+\frac{1}{5}-t^2-\frac{1}{5}t-\frac{4}{5}t+t^2$$

$$=\frac{1}{5}$$

问题:

(1) 计算

$$(1-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}-\dots-\frac{1}{2014}) \times (\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\dots+\frac{1}{2014}+\frac{1}{2015}) - (1-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}-\frac{1}{5}-\dots-\frac{1}{2014}-\frac{1}{2015}) \times (\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\dots+\frac{1}{2014});$$

(2) 解方程 $(x^2+5x+1)(x^2+5x+7)=7$.

考点：换元法解一元二次方程; 有理数的混合运算.

专题：换元法.

分析: (1) 设 $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2014} = t$, 则原式 = $(1-t) \times (t + \frac{1}{2015}) - (1-t - \frac{1}{2015}) \times t$, 进行计算即可;

(2) 设 $x^2 + 5x + 1 = t$, 则原方程化为: $t(t+6) = 7$, 求出 t 的值, 再解一元二次方程即可.

解答: 解: (1) 设 $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2014} = t$,

$$\text{则原式} = (1-t) \times (t + \frac{1}{2015}) - (1-t - \frac{1}{2015}) \times t$$

$$= t + \frac{1}{2015} - t^2 - \frac{1}{2015}t - t + t^2 + \frac{1}{2015}t$$

$$= 0;$$

$$(2) \text{ 设 } x^2 + 5x + 1 = t,$$

$$\text{则原方程化为: } t(t+6) = 7,$$

$$t^2 + 6t - 7 = 0,$$

$$\text{解得: } t = -7 \text{ 或 } 1,$$

$$\text{当 } t = 1 \text{ 时, } x^2 + 5x + 1 = 1,$$

$$x^2 + 5x = 0,$$

$$x(x+5) = 0,$$

$$x = 0, \quad x + 5 = 0,$$

$$x_1 = 0, \quad x_2 = -5;$$

$$\text{当 } t = -7 \text{ 时, } x^2 + 5x + 1 = -7,$$

$$x^2 + 5x + 8 = 0,$$

$$b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \times 1 \times 8 < 0,$$

此时方程无解;

$$\text{即原方程的解为: } x_1 = 0, \quad x_2 = -5.$$

点评: 本题考查了有理数的混合运算和解高次方程的应用, 能正确换元是解此题的关键, 题目比较典型.

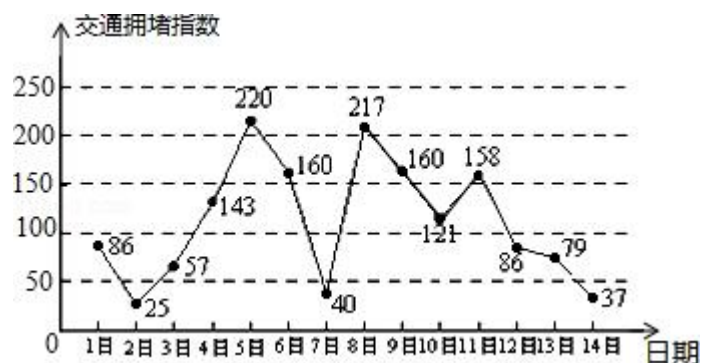
五、(本大题共 2 小题, 每小题 10 分, 满分 20 分)

22. (10 分) (2015·遂宁) 交通指数是交通拥堵指数的简称, 是综合反映道路畅通或拥堵的概念. 其指数在 100 以内为畅通, 200 以上为严重拥堵, 从某市交通指挥中心选取了 5 月 1 日至 14 日的交通状况, 依据交通指数数据绘制的折线统计图如图所示, 某人随机选取了 5 月 1 日至 14 日的某一天到达该市.

(1) 请结合折线图分别找出交通为畅通和严重拥堵的天数;

(2) 求此人到达当天的交通为严重拥堵的概率;

(3) 由图判断从哪天开始连续三天的交通指数方差最大? (直接判断, 不要求计算)



考点: 折线统计图; 方差; 概率公式.

分析: (1) 根据指数在 100 以内为畅通, 200 以上为严重拥堵, 图象的纵坐标, 可得答案;
 (2) 根据严重拥堵的天数除以调查的天数, 可得答案;
 (3) 根据方差的性质, 可得答案.

解答: 解: (1) 由纵坐标看出畅通的天数为 7 天, 严重拥堵的天数为 2 天;

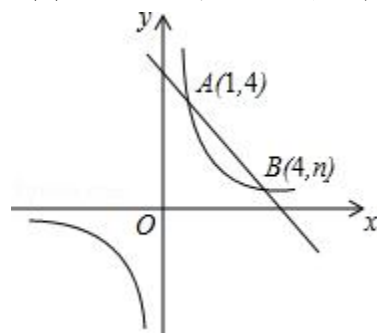
(2) 此人到达当天的交通为严重拥堵的概率 $p = \frac{2}{14} = \frac{1}{7}$;

(3) 由方差越大, 数据波动越大, 得
 5、6、7 三天数据波动大.

点评: 本题考查了折线统计图, 读懂统计图, 从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据, 如粮食产量, 折线统计图表示的是事物的变化情况, 如增长率, 注意方差越小, 波动越小, 越稳定.

23. (10 分) (2015•遂宁) 如图, 一次函数 $y=kx+b$ 与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象交于 A (1, 4), B (4, n) 两点.

- (1) 求反比例函数的解析式;
- (2) 求一次函数的解析式;
- (3) 点 P 是 x 轴上的一动点, 试确定点 P 并求出它的坐标, 使 PA+PB 最小.



考点: 反比例函数与一次函数的交点问题; 轴对称-最短路线问题.

分析: (1) 把 A (1, 4) 代入 $y=\frac{m}{x}$ 即可求出结果;

(2) 先把 B (4, n) 代入 $y=\frac{4}{x}$ 得到 B (4, 1), 把 A (1, 4), B (4, 1) 代入 $y=kx+b$ 求得一次函数的解析式为;

(3) 作点 B 关于 x 轴的对称点 B', 连接 AB' 交 x 轴于 P, 则 AB' 的长度就是 PA+PB 的最小值, 求出直线 AB' 与 x 轴的交点即为 P 点的坐标.

解答: 解: (1) 把 A (1, 4) 代入 $y=\frac{m}{x}$ 得: $m=4$,

$\therefore$ 反比例函数的解析式为: $y=\frac{4}{x}$;

(2) 把 B (4, n) 代入 $y=\frac{4}{x}$ 得: $n=1$,

$\therefore B (4, 1)$,

把 A (1, 4), B (4, 1) 代入 $y=kx+b$ 得 $\begin{cases} 4=k+b \\ 1=4k+b \end{cases}$,

$\therefore \begin{cases} k=-1 \\ b=5 \end{cases}$,

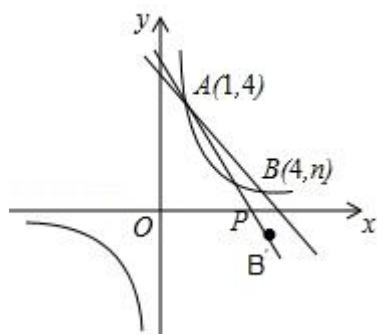
$\therefore$ 一次函数的解析式为: $y=-x+5$;

(3) 作点 B 关于 x 轴的对称点 B', 连接 AB' 交 x 轴于 P, 则 AB' 的长度就是 PA+PB 的最小值, 由作图知, B' (4, -1),

$\therefore$ 直线 AB' 的解析式为: $y=-\frac{5}{3}x+\frac{17}{3}$,

当 $y=0$ 时, $x=\frac{17}{5}$,

$\therefore P (\frac{17}{5}, 0)$.



点评: 本题主要考查了待定系数法求反比例函数与一次函数的解析式, 轴对称的性质, 最小距离问题, 这里体现了数形结合的思想, 正确的理解距离和最小问题是解题的关键.

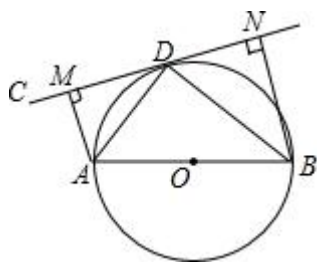
六、(本大题共 2 小题, 第 24 题 10 分, 第 25 题 12 分, 满分 22 分)

24. (10 分) (2015•遂宁) 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, 直线 CD 切 $\odot O$ 于点 D, $AM \perp CD$ 于点 M, $BN \perp CD$ 于 N.

(1) 求证: $\angle ADC = \angle ABD$;

(2) 求证: $AD^2 = AM \cdot AB$;

(3) 若 $AM = \frac{18}{5}$, $\sin \angle ABD = \frac{3}{5}$, 求线段 BN 的长.



考点: 切线的性质; 相似三角形的判定与性质.

分析: (1) 连接 OD, 由切线的性质和圆周角定理即可得到结果;

(2) 由已知条件证得 $\triangle ADM \sim \triangle ABD$, 即可得到结论;

(3) 根据三角函数和勾股定理代入数值即可得到结果.

解答: (1) 证明: 连接 OD,

$\because$ 直线 CD 切 $\odot O$ 于点 D,

$\therefore \angle CDO = 90^\circ$,

$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ADB = 90^\circ$,

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$,

$\therefore \angle 1 = \angle 3$,

$\because OB = OD$,

$\therefore \angle 3 = \angle 4$,

$\therefore \angle ADC = \angle ABD$;

(2) 证明: $\because AM \perp CD$,

$\therefore \angle AMD = \angle ADB = 90^\circ$,

$\because \angle 1 = \angle 4$,

$\therefore \triangle ADM \sim \triangle ABD$,

$\therefore \frac{AM}{AD} = \frac{AD}{AB}$,

$\therefore AD^2 = AM \cdot AB$;

(3) 解: $\because \sin \angle ABD = \frac{3}{5}$,

$\therefore \sin \angle 1 = \frac{3}{5}$,

$\therefore AM = \frac{18}{5}$,

$\therefore AD = 6$,

$\therefore AB = 10$,

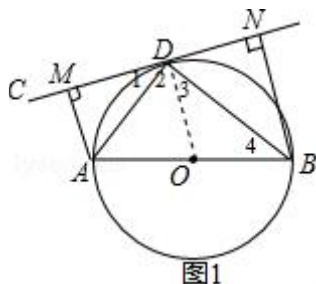
$\therefore BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = 8$,

$\because BN \perp CD$,

$\therefore \angle BND = 90^\circ$,

$\therefore \angle DBN + \angle BDN = \angle 1 + \angle BDN = 90^\circ$,

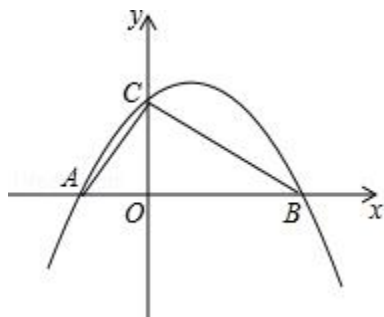
$$\begin{aligned}\therefore \angle DBN &= \angle 1, \\ \therefore \sin \angle NBD &= \frac{3}{5}, \\ \therefore DN &= \frac{24}{5}, \\ \therefore BN &= \sqrt{BD^2 - DN^2} = \frac{32}{5}.\end{aligned}$$



点评: 本题考查了圆的切线性质, 等腰三角形的性质, 圆周角定理, 解直角三角形的知识. 运用切线的性质来进行计算或论证, 常通过作辅助线连接圆心和切点, 利用垂直构造直角三角形解决有关问题.

25. (12 分) (2015•遂宁) 如图, 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过 A (-2, 0), B (4, 0), C (0, 3) 三点.

- (1) 求该抛物线的解析式;
- (2) 在 y 轴上是否存在点 M, 使 $\triangle ACM$ 为等腰三角形? 若存在, 请直接写出所有满足要求的点 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由;
- (3) 若点 P (t, 0) 为线段 AB 上一动点 (不与 A, B 重合), 过 P 作 y 轴的平行线, 记该直线右侧与 $\triangle ABC$ 围成的图形面积为 S, 试确定 S 与 t 的函数关系式.



考点: 二次函数综合题.

分析: (1) 把 A (-2, 0), B (4, 0), C (0, 3) 代入抛物线 $y=ax^2+bx+c$, 求解即可;

(2) 作线段 CA 的垂直平分线, 交 y 轴于 M, 交 AC 于 N, 连结 AM_1 , 则 $\triangle AM_1C$ 是等腰三角形, 然后求出 OM_1 得出 M_1 的坐标, 当 $CA=CM_2$ 时, 则 $\triangle AM_2C$ 是等腰三角形, 求出 OM_2 得出 M_2 的坐标, 当 $CA=AM_3$ 时, 则 $\triangle AM_3C$ 是等腰三角形, 求出 OM_3 得出 M_3 的坐标, 当 $CA=CM_4$ 时, 则 $\triangle AM_4C$ 是等腰三角形, 求出 OM_4 得出 M_4 的坐标,

(3) 当点 P 在 y 轴或 y 轴右侧时, 设直线与 BC 交于点 D, 先求出 $S_{\triangle BOC}$, 再根据

$\triangle BPD \sim \triangle BOC$, 得出 $\frac{S_{\triangle BDP}}{S_{\triangle BOC}} = \left(\frac{BP}{BO}\right)^2$, $\frac{S_{\triangle BPD}}{6} = \left(\frac{4-t}{4}\right)^2$, 求出 $S = S_{\triangle BPD}$; 当点

P 在 y 轴左侧时, 设直线与 AC 交与点 E, 根据 $\frac{S_{\triangle APE}}{S_{\triangle AOC}} = \left(\frac{AP}{AO}\right)^2$, 得出 $\frac{S_{\triangle APE}}{3} = \left(\frac{AP}{AO}\right)^2$,

2, 求出 $S = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle APE} = 9 - \frac{3(t+2)^2}{4}$, 再整理即可.

解答: 解: (1) 把 A (-2, 0), B (4, 0), C (0, 3) 代入抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 得:

$$\begin{cases} c=3 \\ 0=4a-2b+c, \\ 0=16a+4b+c \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a=-\frac{3}{8} \\ b=\frac{3}{4} \\ c=3 \end{cases},$$

则抛物线的解析式是: $y = -\frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + 3$;

(2) 如图 1, 作线段 CA 的垂直平分线, 交 y 轴于 M, 交 AC 于 N, 连结 AM_1 , 则 $\triangle AM_1C$ 是等腰三角形,

$$\therefore AC = \sqrt{OA^2 + OC^2} = \sqrt{13},$$

$$\therefore CN = \frac{\sqrt{13}}{2},$$

$$\therefore \triangle CNM_1 \sim \triangle COA,$$

$$\therefore \frac{CN}{CO} = \frac{CM_1}{CA},$$

$$\therefore \frac{\frac{\sqrt{13}}{2}}{3} = \frac{CM_1}{\sqrt{13}},$$

$$\therefore CM_1 = \frac{13}{6},$$

$$\therefore OM_1 = OC - CM_1 = 3 - \frac{13}{6} = \frac{5}{6},$$

$$\therefore M_1 \text{ 的坐标是 } (0, \frac{5}{6}),$$

当 $CA = CM_2 = \sqrt{13}$ 时, 则 $\triangle AM_2C$ 是等腰三角形,

$$\text{则 } OM_2 = 3 + \sqrt{13},$$

$$M_2 \text{ 的坐标是 } (0, 3 + \sqrt{13}),$$

当 $CA = AM_3 = \sqrt{13}$ 时, 则 $\triangle AM_3C$ 是等腰三角形,

则 $OM_3=3$,
 M_3 的坐标是 $(0, -3)$,
 当 $CA=CM_4=\sqrt{13}$ 时, 则 $\triangle AM_4C$ 是等腰三角形,
 则 $OM_4=\sqrt{13}-3$,
 M_4 的坐标是 $(0, 3-\sqrt{13})$,

(3) 如图 2, 当点 P 在 y 轴或 y 轴右侧时,
 设直线与 BC 交与点 D,

$$\begin{aligned}
 &\because OB=4, OC=3, \\
 &\therefore S_{\triangle BOC}=6, \\
 &\because BP=BO-OP=4-t, \\
 &\therefore \frac{BP}{BO} = \frac{4-t}{4}, \\
 &\because \triangle BPD \sim \triangle BOC, \\
 &\therefore \frac{S_{\triangle BDP}}{S_{\triangle BOC}} = \left(\frac{BP}{BO}\right)^2, \\
 &\therefore \frac{S_{\triangle BPD}}{6} = \left(\frac{4-t}{4}\right)^2, \\
 &\therefore S=S_{\triangle BPD} = \frac{3}{8}t^2 - 3t + 6 \quad (0 \leq t < 4);
 \end{aligned}$$

当点 P 在 y 轴左侧时,
 设直线与 AC 交与点 E,

$$\begin{aligned}
 &\because OP=-t, AP=t+2, \\
 &\therefore \frac{AP}{AO} = \frac{t+2}{2}, \\
 &\therefore \frac{S_{\triangle APE}}{S_{\triangle AOC}} = \left(\frac{AP}{AO}\right)^2, \\
 &\therefore \frac{S_{\triangle APE}}{3} = \left(\frac{AP}{AO}\right)^2, \\
 &\therefore S_{\triangle APE} = \frac{3(t+2)^2}{4}, \\
 &\therefore S=S_{\triangle ABC} - S_{\triangle APE} = 9 - \frac{3(t+2)^2}{4} = -\frac{3}{4}t^2 - 3t + 6 \quad (-2 < t < 0).
 \end{aligned}$$

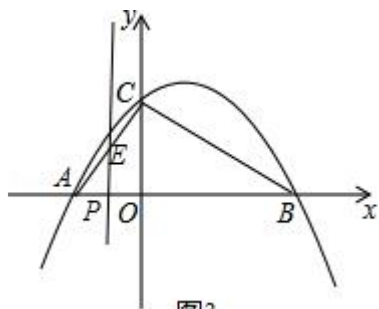


图3

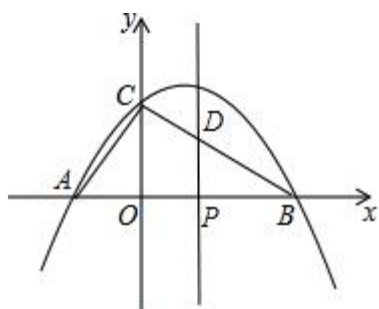


图2

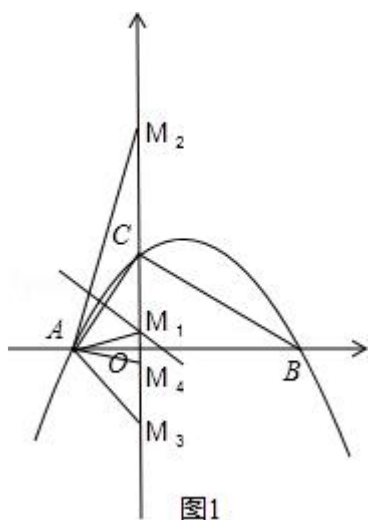


图1

点评: 此题考查了二次函数的综合，用到的知识点是二次函数的图象与性质、相似三角形的判定与性质、等腰三角形的判定、线段的垂直平分线等，关键是根据题意画出图形，作出辅助线，注意分类讨论，数形结合的数学思想方法。