

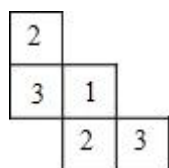
2015 年四川省达州市中考数学试卷

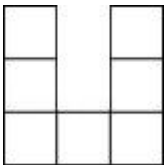
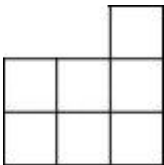
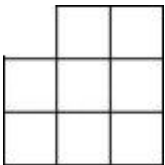
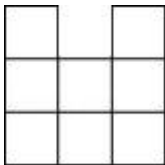
一、选择题 (共 10 小题, 每小题 3 分, 满分 30 分在每小题给出的四个选项中, 只有一项符合要求)

1. (3 分) (2015•达州) 2015 的相反数是 ()

- A. $\frac{1}{2015}$ B. $-\frac{1}{2015}$ C. 2015 D. -2015

2. (3 分) (2015•达州) 一个几何体由大小相同的小方块搭成, 从上面看到的几何体的形状图如图所示, 其中小正方形中的数字表示在该位置的小立方块的个数, 则从正面看到几何体的形状图是 ()



- A.  B.  C.  D. 

3. (3 分) (2015•达州) 下列运算正确的是 ()

- A. $a \cdot a^2 = a^2$ B. $(a^2)^3 = a^6$ C. $a^2 + a^3 = a^6$ D. $a^6 \div a^2 = a^3$

4. (3 分) (2015•达州) 2015 年某中学举行的春季田径径运动会上, 参加男子跳高的 15 名运动员的成绩如表所示:

成绩 (m)	1.80	1.50	1.60	1.65	1.70	1.75
人数	1	2	4	3	3	2

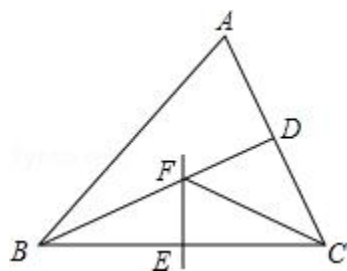
这些运动员跳高成绩的中位数和众数分别是 ()

- A. 1.70m, 1.65m B. 1.70m, 1.70m C. 1.65m, 1.60m D. 3, 4

5. (3 分) (2015•达州) 下列命题正确的是 ()

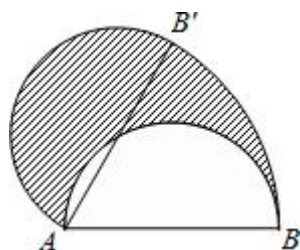
- A. 矩形的对角线互相垂直
- B. 两边和一角对应相等的两个三角形全等
- C. 分式方程 $\frac{x-2}{2x-1} + 1 = \frac{1.5}{1-2x}$ 可化为一元一次方程 $x - 2 + (2x - 1) = -1.5$
- D. 多项式 $t^2 - 16 + 3t$ 因式分解为 $(t+4)(t-4) + 3t$

6. (3分) (2015•达州) 如图, $\triangle ABC$ 中, BD 平分 $\angle ABC$, BC 的中垂线交 BC 于点 E , 交 BD 于点 F , 连接 CF . 若 $\angle A=60^\circ$, $\angle ABD=24^\circ$, 则 $\angle ACF$ 的度数为 ()



- A. 48° B. 36° C. 30° D. 24°

7. (3分) (2015•达州) 如图, 直径 AB 为 12 的半圆, 绕 A 点逆时针旋转 60° , 此时点 B 旋转到点 B' , 则图中阴影部分的面积是 ()



- A. 12π B. 24π C. 6π D. 36π

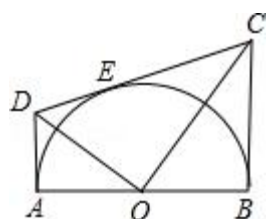
8. (3分) (2015•达州) 方程 $(m-2)x^2 - \sqrt{3-\pi}x + \frac{1}{4} = 0$ 有两个实数根, 则 m 的取值范围 ()

- A. $m > \frac{5}{2}$ B. $m \leq \frac{5}{2}$ 且 $m \neq 2$ C. $m \geq 3$ D. $m \leq 3$ 且 $m \neq 2$

9. (3分) (2015•达州) 若二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象与 x 轴有两个交点, 坐标分别为 $(x_1, 0)$ 、 $(x_2, 0)$, 且 $x_1 < x_2$, 图象上有一点 $M(x_0, y_0)$, 在 x 轴下方, 则下列判断正确的是 ()

- A. $a(x_0 - x_1)(x_0 - x_2) < 0$ B. $a > 0$
C. $b^2 - 4ac \geq 0$ D. $x_1 < x_0 < x_2$

10. (3分) (2015•达州) 如图, AB 为半圆 O 的直径, AD 、 BC 分别切 $\odot O$ 于 A 、 B 两点, CD 切 $\odot O$ 于点 E , 连接 OD 、 OC , 下列结论: ① $\angle DOC=90^\circ$, ② $AD+BC=CD$, ③ $S_{\triangle AOD} : S_{\triangle BOC} = AD^2 : AO^2$, ④ $OD : OC = DE : EC$, ⑤ $OD^2 = DE \cdot CD$, 正确的有 ()



A. 2 个

B. 3 个

C. 4 个

D. 5 个

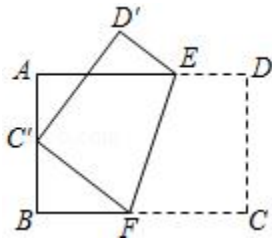
二、填空题 (本题 6 个小题, 每小题 3 分, 为 18 分. 把最后答案直接填在题中的横线上)

11. (3 分) (2015•达州) 在实数 -2 、 0 、 -1 、 2 、 $-\sqrt{2}$ 中, 最小的是_____.

12. (3 分) (2015•达州) 已知正六边形 $ABCDEF$ 的边心距为 $\sqrt{3}\text{cm}$, 则正六边形的半径为_____ cm .

13. (3 分) (2015•达州) 新世纪百货大楼“宝乐”牌童装平均每天可售出 20 件, 每件盈利 40 元. 为了迎接“六一”儿童节, 商场决定采取适当的降价措施. 经调查, 如果每件童装降价 1 元, 那么平均每天就可多售出 2 件. 要想平均每天销售这种童装盈利 1200 元, 则每件童装应降价多少元? 设每件童装应降价 x 元, 可列方程为_____.

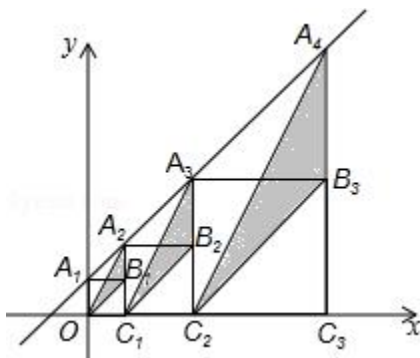
14. (3 分) (2015•达州) 如图, 将矩形 $ABCD$ 沿 EF 折叠, 使顶点 C 恰好落在 AB 边的中点 C' 上, 点 D 落在 D' 处, $C'D'$ 交 AE 于点 M . 若 $AB=6$, $BC=9$, 则 AM 的长为_____.



15. (3 分) (2015•达州) 对于任意实数 m 、 n , 定义一种运算 $m \ast n = mn - m - n + 3$, 等式的右边是通常的加减和乘法运算, 例如: $3 \ast 5 = 3 \times 5 - 3 - 5 + 3 = 10$. 请根据上述定义解决问题:

若 $a < 2 \ast x < 7$, 且解集中有两个整数解, 则 a 的取值范围是_____.

16. (3 分) (2015•达州) 在直角坐标系中, 直线 $y=x+1$ 与 y 轴交于点 A , 按如图方式作正方形 $A_1B_1C_1O$ 、 $A_2B_2C_2C_1$ 、 $A_3B_3C_3C_2$..., A_1 、 A_2 、 A_3 ...在直线 $y=x+1$ 上, 点 C_1 、 C_2 、 C_3 ...在 x 轴上, 图中阴影部分三角形的面积从左到右依次记为 S_1 、 S_2 、 S_3 、... S_n , 则 S_n 的值为_____ (用含 n 的代数式表示, n 为正整数).



三、解答题，解答对应必要的文字说明，证明过程及盐酸步骤

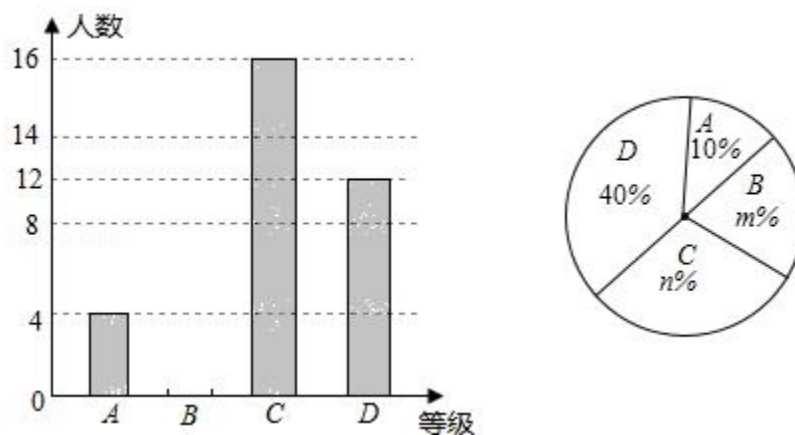
17. (6分) (2015•达州) 计算: $(-1)^{2015} + 2015^0 + 2^{-1} - \left| \frac{1}{2} - \sqrt{3} \right|$

18. (7分) (2015•达州) 化简 $\frac{a}{a^2 - 4} \cdot \frac{a+2}{a^2 - 3a} - \frac{1}{2-a}$, 并求值, 其中 a 与 2、3 构成 $\triangle ABC$

的三边, 且 a 为整数.

四、解答题 (共 2 小题, 满分 15 分)

19. (7分) (2015•达州) 达州市某中学举行了“中国梦, 中国好少年”演讲比赛, 菲菲同学将选手成绩划分为 A、B、C、D 四个等级, 绘制了两种不完整统计图.



根据图中提供的信息, 解答下列问题:

(1) 参加演讲比赛的学生共有_____人, 扇形统计图中 $m=$ _____, $n=$ _____, 并把条形统计图补充完整.

(2) 学校欲从 A 等级 2 名男生 2 名女生中随机选取两人, 参加达州市举办的演讲比赛, 请利用列表法或树状图, 求 A 等级中一男一女参加比赛的概率. (男生分别用代码 A_1 、 A_2 表示, 女生分别用代码 B_1 、 B_2 表示)

20. (8分) (2015•达州) 学校为了奖励初三优秀毕业生, 计划购买一批平板电脑和一批学习机, 经投标, 购买1台平板电脑比购买3台学习机多600元, 购买2台平板电脑和3台学习机共需8400元.

(1) 求购买1台平板电脑和1台学习机各需多少元?

(2) 学校根据实际情况, 决定购买平板电脑和学习机共100台, 要求购买的总费用不超过168000元, 且购买学习机的台数不超过购买平板电脑台数的1.7倍. 请问有哪几种购买方案? 哪种方案最省钱?

五、解答题 (共2小题, 满分15分)

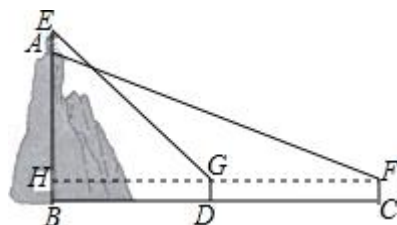
21. (7分) (2015•达州) 学习“利用三角函数测高”后, 某综合实践活动小组实地测量了凤凰山与中心广场的相对高度AB, 其测量步骤如下:

(1) 在中心广场测点C处安置测倾器, 测得此时山顶A的仰角 $\angle AFH=30^\circ$;

(2) 在测点C与山脚B之间的D处安置测倾器 (C、D与B在同一直线上, 且C、D之间的距离可以直接测得), 测得此时山顶上红军亭顶部E的仰角 $\angle EGH=45^\circ$;

(3) 测得测倾器的高度 $CF=DG=1.5$ 米, 并测得CD之间的距离为288米;

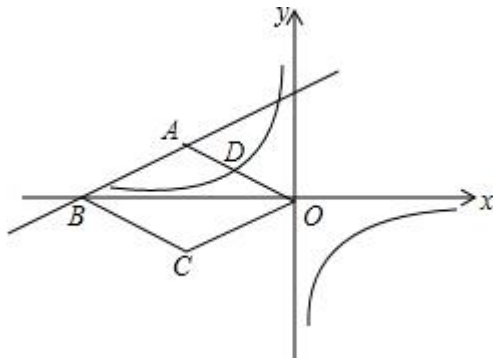
已知红军亭高度为12米, 请根据测量数据求出凤凰山与中心广场的相对高度AB. ($\sqrt{3}$ 取1.732, 结果保留整数)



22. (8分) (2015•达州) 如图, 在平面直角坐标系中, 四边形 ABCD 是菱形, B、O 在 x 轴负半轴上, $AO=\sqrt{5}$, $\tan \angle AOB=\frac{1}{2}$, 一次函数 $y=k_1x+b$ 的图象过 A、B 两点, 反比例函数 $y=\frac{k_2}{x}$ 的图象过 OA 的中点 D.

(1) 求一次函数和反比例函数的表达式;

(2) 平移一次函数 $y=k_1x+b$ 的图象, 当一次函数 $y=k_1x+b$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{k_2}{x}$ 的图象无交点时, 求 b 的取值范围.



六、解答题 (共 2 小题, 满分 17 分)

23. (8 分) (2015•达州) 阅读与应用:

阅读 1: a, b 为实数, 且 $a > 0, b > 0$, 因为 $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$, 所以 $a - 2\sqrt{ab} + b \geq 0$ 从而 $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ (当 $a = b$ 时取等号).

阅读 2: 若函数 $y = x + \frac{\pi}{x}$; ($m > 0, x > 0, m$ 为常数), 由阅读 1 结论可知: $x + \frac{\pi}{x} \geq 2\sqrt{\pi}$, 所以当 $x = \frac{\pi}{x}$, 即 $x = \sqrt{\pi}$ 时, 函数 $y = x + \frac{\pi}{x}$ 的最小值为 $2\sqrt{\pi}$.

阅读理解上述内容, 解答下列问题:

问题 1: 已知一个矩形的面积为 4, 其中一边长为 x , 则另一边长为 $\frac{4}{x}$, 周长为 $2(x + \frac{4}{x})$, 求当 $x =$ _____ 时, 周长的最小值为 _____;

问题 2: 已知函数 $y_1 = x + 1$ ($x > -1$) 与函数 $y_2 = x^2 + 2x + 10$ ($x > -1$),

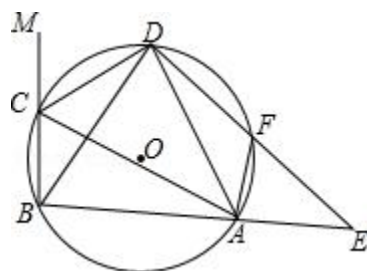
当 $x =$ _____ 时, $\frac{y_2}{y_1}$ 的最小值为 _____;

问题 3: 某民办学校每天的支出总费用包含以下三个部分: 一是教职工工资 4900 元; 二是学生生活费成本每人 10 元; 三是其他费用. 其中, 其他费用与学生人数的平方成正比, 比例系数为 0.01. 当学校学生人数为多少时, 该校每天生均投入最低? 最低费用是多少元? (生均投入 = 支出总费用 ÷ 学生人数)

24. (9 分) (2015•达州) 在 $\triangle ABC$ 的外接圆 $\odot O$ 中, $\triangle ABC$ 的外角平分线 CD 交 $\odot O$ 于点 D , F 为 $\widehat{AD}$ 上 -

点, 且 $\widehat{AF} = \widehat{BC}$ 连接 DF , 并延长 DF 交 BA 的延长线于点 E .

- (1) 判断 DB 与 DA 的数量关系, 并说明理由;
- (2) 求证: $\triangle BCD \cong \triangle AFD$;
- (3) 若 $\angle ACM = 120^\circ$, $\odot O$ 的半径为 5, $DC = 6$, 求 DE 的长.



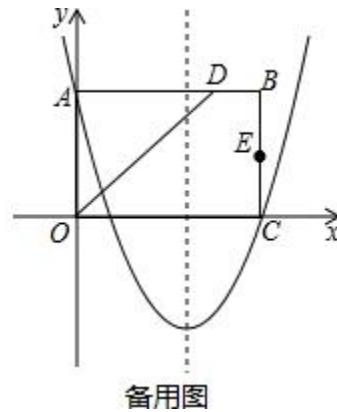
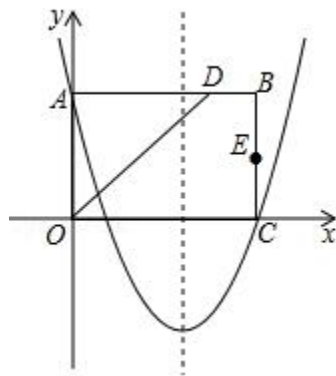
七、解答题 (共 1 小题, 满分 12 分)

25. (12 分) (2015•达州) 如图, 在平面直角坐标系中, 矩形 OABC 的边 OA 在 y 轴的正半轴上, OC 在 x 轴的正半轴上, $\angle AOC$ 的平分线交 AB 于点 D, E 为 BC 的中点, 已知 A (0, 4)、C (5, 0), 二次函数 $y = -\frac{4}{5}x^2 + bx + c$ 的图象抛物线经过 A, C 两点.

(1) 求该二次函数的表达式;

(2) F、G 分别为 x 轴, y 轴上的动点, 顺次连接 D、E、F、G 构成四边形 DEFG, 求四边形 DEFG 周长的最小值;

(3) 抛物线上是否存在点 P, 使 $\triangle ODP$ 的面积为 12? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2015 年四川省达州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分在每小题给出的四个选项中，只有一项符合要求）

1. (3 分) (2015•达州) 2015 的相反数是 ()

- A. $\frac{1}{2015}$ B. $-\frac{1}{2015}$ C. 2015 D. -2015

考点: 相反数.

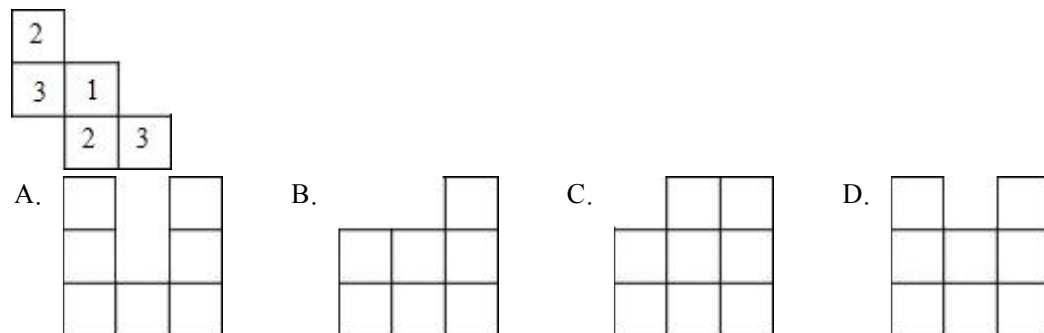
分析: 根据只有符号不同的两个数互为相反数, 可得一个数的相反数.

解答: 解: 2015 的相反数是: -2015,

故选: D.

点评: 本题考查了相反数, 在一个数的前面加上负号就是这个数的相反数.

2. (3 分) (2015•达州) 一个几何体由大小相同的小方块搭成, 从上面看到的几何体的形状图如图所示, 其中小正方形中的数字表示在该位置的小立方块的个数, 则从正面看到几何体的形状图是 ()



考点: 由三视图判断几何体; 作图-三视图.

分析: 由已知条件可知, 主视图有 3 列, 每列小正方形数目分别为 3, 2, 3, 据此可得出图形.

解答: 解: 根据所给出的图形和数字可得:

主视图有 3 列, 每列小正方形数目分别为 3, 2, 3,

则符合题意的是 D;

故选 D.

点评: 本题考查几何体的三视图. 由几何体的俯视图及小正方形中的数字, 可知主视图有 3 列, 且每列小正方形数目为俯视图中该列小正方形数字中的最大数字. 左视图有 3 列, 且每列小正方形数目为俯视图中相应行中正方形数字中的最大数字.

3. (3 分) (2015•达州) 下列运算正确的是 ()

- A. $a \cdot a^2 = a^2$ B. $(a^2)^3 = a^6$ C. $a^2 + a^3 = a^6$ D. $a^6 \div a^2 = a^3$

考点: 同底数幂的除法; 合并同类项; 同底数幂的乘法; 幂的乘方与积的乘方.

专题: 计算题.

分析: A、原式利用同底数幂的乘法法则计算得到结果, 即可做出判断;

B、原式利用幂的乘方运算法则计算得到结果, 即可做出判断;

C、原式不能合并, 错误;

D、原式利用同底数幂的除法法则计算得到结果, 即可做出判断.

解答: 解: A、原式= a^3 , 错误;

B、原式= a^6 , 正确;

C、原式不能合并, 错误;

D、原式= a^4 , 错误,

故选 B.

点评: 此题考查了同底数幂的乘除法, 合并同类项, 以及幂的乘方与积的乘方, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

4. (3 分) (2015•达州) 2015 年某中学举行的春季田径径运动会上, 参加男子跳高的 15 名运动员的成绩如表所示:

成绩 (m)	1.80	1.50	1.60	1.65	1.70	1.75
人数	1	2	4	3	3	2

这些运动员跳高成绩的中位数和众数分别是 ()

A. 1.70m, 1.65m B. 1.70m, 1.70m C. 1.65m, 1.60m D. 3, 4

考点: 众数; 中位数.

分析: 首先根据这组数据的个数是奇数, 则处于中间位置的数就是这组数据的中位数, 判断出这些运动员跳高成绩的中位数即可; 然后找出这组数据中出现次数最多的数, 则它就是这些运动员跳高成绩的众数, 据此解答即可.

解答: 解: $\because 15 \div 2 = 7 \dots 1$, 第 8 名的成绩处于中间位置,

$\therefore$ 男子跳高的 15 名运动员的成绩处于中间位置的数是 1.65m,

$\therefore$ 这些运动员跳高成绩的中位数是 1.65m;

$\therefore$ 男子跳高的 15 名运动员的成绩出现次数最多的是 1.60m,

$\therefore$ 这些运动员跳高成绩的众数是 1.60m;

综上, 可得

这些运动员跳高成绩的中位数是 1.65m, 众数是 1.60m.

故选: C.

点评: (1) 此题主要考查了众数的含义和求法, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确:

①一组数据中出现次数最多的数据叫做众数. ②求一组数据的众数的方法: 找出频数最多的那个数据, 若几个数据频数都是最多且相同, 此时众数就是这多个数据.

(2) 此题还考查了中位数的含义和求法, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确:

将一组数据按照从小到大 (或从大到小) 的顺序排列, ①如果数据的个数是奇数, 则处于中间位置的数就是这组数据的中位数. ②如果这组数据的个数是偶数, 则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

5. (3 分) (2015•达州) 下列命题正确的是 ()

A. 矩形的对角线互相垂直

B. 两边和一角对应相等的两个三角形全等

C. 分式方程 $\frac{x-2}{2x-1} + 1 = \frac{1.5}{1-2x}$ 可化为一元一次方程 $x - 2 + (2x - 1) = -1.5$

D. 多项式 $t^2 - 16 + 3t$ 因式分解为 $(t+4)(t-4) + 3t$

考点: 命题与定理.

分析: 根据矩形的性质, 全等三角形的判定, 分式方程的解法以及因式分解对各选项分析判断即可得解.

解答: 解: A、矩形的对角线互相垂直是假命题, 故本选项错误;

B、两边和一角对应相等的两个三角形全等是假命题, 故本选项错误;

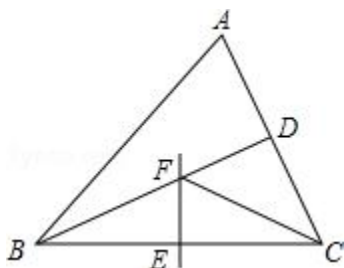
C、分式方程 $\frac{x-2}{2x-1} + 1 = \frac{1.5}{1-2x}$ 两边都乘以 $(2x-1)$, 可化为一元一次方程 $x - 2 + (2x - 1) = -1.5$ 是真命题, 故本选项正确;

D、多项式 $t^2 - 16 + 3t$ 因式分解为 $(t+4)(t-4) + 3t$ 错误, 故本选项错误.

故选 C.

点评: 本题主要考查命题的真假判断, 正确的命题叫真命题, 错误的命题叫做假命题. 判断命题的真假关键是要熟悉课本中的性质定理.

6. (3分) (2015•达州) 如图, $\triangle ABC$ 中, BD 平分 $\angle ABC$, BC 的中垂线交 BC 于点 E , 交 BD 于点 F , 连接 CF . 若 $\angle A = 60^\circ$, $\angle ABD = 24^\circ$, 则 $\angle ACF$ 的度数为 ()



A. 48°

B. 36°

C. 30°

D. 24°

考点: 线段垂直平分线的性质.

分析: 根据角平分线的性质可得 $\angle DBC = \angle ABD = 24^\circ$, 然后再计算出 $\angle ACB$ 的度数, 再根据线段垂直平分线的性质可得 $BF = CF$, 进而可得 $\angle FCB = 24^\circ$, 然后可算出 $\angle ACF$ 的度数.

解答: 解: $\because BD$ 平分 $\angle ABC$,

$$\therefore \angle DBC = \angle ABD = 24^\circ,$$

$$\because \angle A = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = 180^\circ - 60^\circ - 24^\circ \times 2 = 72^\circ,$$

$\because BC$ 的中垂线交 BC 于点 E ,

$$\therefore BF = CF,$$

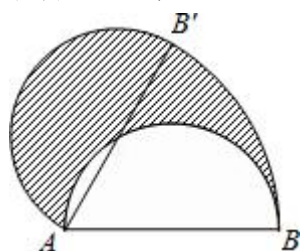
$$\therefore \angle FCB = 24^\circ,$$

$$\therefore \angle ACF = 72^\circ - 24^\circ = 48^\circ,$$

故选: A.

点评: 此题主要考查了线段垂直平分线的性质, 以及三角形内角和定理, 关键是掌握线段垂直平分线上任意一点, 到线段两端点的距离相等.

7. (3分) (2015•达州) 如图, 直径 AB 为 12 的半圆, 绕 A 点逆时针旋转 60° , 此时点 B 旋转到点 B' , 则图中阴影部分的面积是 ()



- A. 12π B. 24π C. 6π D. 36π

考点: 扇形面积的计算; 旋转的性质.

分析: 根据题意得出 $AB=AB'=12$, $\angle BAB'=60^\circ$, 根据图形得出图中阴影部分的面积

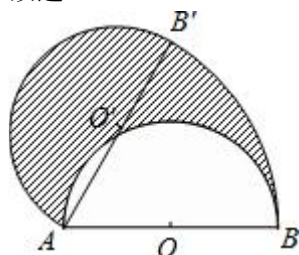
$$S = \frac{60\pi \times 12^2}{360} + \frac{1}{2}\pi \times 12^2 - \frac{1}{2}\pi \times 12^2, \text{ 求出即可.}$$

解答: 解: $\because AB=AB'=12$, $\angle BAB'=60^\circ$

$\therefore$ 图中阴影部分的面积是:

$$\begin{aligned} S &= S_{\text{扇形 } B'AB} + S_{\text{半圆 } O'} - S_{\text{半圆 } O} \\ &= \frac{60\pi \times 12^2}{360} + \frac{1}{2}\pi \times 12^2 - \frac{1}{2}\pi \times 12^2 \\ &= 24\pi. \end{aligned}$$

故选 B.



点评: 本题考查的是扇形的面积及旋转的性质, 通过做此题培养了学生的计算能力和观察图形的能力, 题目比较好, 难度适中.

8. (3分) (2015•达州) 方程 $(m-2)x^2 - \sqrt{3-\pi}x + \frac{1}{4} = 0$ 有两个实数根, 则 m 的取值范围 ()

- A. $m > \frac{5}{2}$ B. $m \leq \frac{5}{2}$ 且 $m \neq 2$ C. $m \geq 3$ D. $m \leq 3$ 且 $m \neq 2$

考点: 根的判别式; 一元二次方程的定义.

专题: 计算题.

分析: 根据一元二次方程的定义、二次根式有意义的条件和判别式的意义得到

$$\begin{cases} m-2 \neq 0 \\ 3-m \geq 0 \\ \Delta = (-\sqrt{3-m})^2 - 4(m-2) \times \frac{1}{4} \geq 0 \end{cases}, \text{ 然后解不等式组即可.}$$

解答:

$$\text{解: 根据题意得} \begin{cases} m-2 \neq 0 \\ 3-m \geq 0 \\ \Delta = (-\sqrt{3-m})^2 - 4(m-2) \times \frac{1}{4} \geq 0 \end{cases},$$

解得 $m \leq \frac{5}{2}$ 且 $m \neq 2$.

故选 B.

点评: 本题考查了根的判别式: 一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta=b^2-4ac$ 有如下关系: 当 $\Delta > 0$ 时, 方程有两个不相等的两个实数根; 当 $\Delta=0$ 时, 方程有两个相等的两个实数根; 当 $\Delta < 0$ 时, 方程无实数根.

9. (3 分) (2015•达州) 若二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象与 x 轴有两个交点, 坐标分别为 $(x_1, 0)$ 、 $(x_2, 0)$, 且 $x_1 < x_2$, 图象上有一点 $M(x_0, y_0)$, 在 x 轴下方, 则下列判断正确的是 ()

A. $a(x_0-x_1)(x_0-x_2) < 0$

B. $a > 0$

C. $b^2-4ac \geq 0$

D. $x_1 < x_0 < x_2$

考点: 抛物线与 x 轴的交点.

分析: 由于 a 的符号不能确定, 故应分 $a > 0$ 与 $a < 0$ 进行分类讨论.

解答: 解: A、当 $a > 0$ 时,

$\because$ 点 $M(x_0, y_0)$, 在 x 轴下方,

$\therefore x_1 < x_0 < x_2$,

$\therefore x_0 - x_1 > 0, x_0 - x_2 < 0$,

$\therefore a(x_0 - x_1)(x_0 - x_2) < 0$;

当 $a < 0$ 时, 若点 M 在对称轴的左侧, 则 $x_0 < x_1 < x_2$,

$\therefore x_0 - x_1 < 0, x_0 - x_2 < 0$,

$\therefore a(x_0 - x_1)(x_0 - x_2) < 0$;

若点 M 在对称轴的右侧, 则 $x_1 < x_2 < x_0$,

$\therefore x_0 - x_1 > 0, x_0 - x_2 > 0$,

$\therefore a(x_0 - x_1)(x_0 - x_2) < 0$;

综上所述, $a(x_0 - x_1)(x_0 - x_2) < 0$, 故本选项正确;

B、 a 的符号不能确定, 故本选项错误;

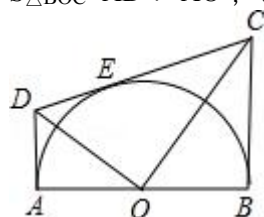
C、 $\because$ 函数图象与 x 轴有两个交点, $\therefore \Delta > 0$, 故本选项错误;

D、 x_1 、 x_0 、 x_2 的大小无法确定, 故本选项错误.

故选 A.

点评: 本题考查的是抛物线与 x 轴的交点, 在解答此题时要注意进行分类讨论.

10. (3分) (2015•达州) 如图, AB 为半圆 O 的直径, AD、BC 分别切⊙O 于 A、B 两点, CD 切⊙O 于点 E, 连接 OD、OC, 下列结论: ① $\angle DOC=90^\circ$, ② $AD+BC=CD$, ③ $S_{\triangle AOD}:S_{\triangle BOC}=AD^2:AO^2$, ④ $OD:OC=DE:EC$, ⑤ $OD^2=DE\cdot CD$, 正确的有 ()



- A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

考点: 切线的性质; 切线长定理; 相似三角形的判定与性质.

分析: 连接 OE, 由 AD, DC, BC 都为圆的切线, 根据切线的性质得到三个角为直角, 且利用切线长定理得到 $DE=DA$, $CE=CB$, 由 $CD=DE+EC$, 等量代换可得出 $CD=AD+BC$, 选项②正确; 由 $AD=ED$, OD 为公共边, 利用 HL 可得出直角三角形 ADO 与直角三角形 EDO 全等, 可得出 $\angle AOD=\angle EOD$, 同理得到 $\angle EOC=\angle BOC$, 而这四个角之和为平角, 可得出 $\angle DOC$ 为直角, 选项⑤正确; 由 $\angle DOC$ 与 $\angle DEO$ 都为直角, 再由一对公共角相等, 利用两对对应角相等的两三角形相似, 可得出三角形 DEO 与三角形 DOC 相似, 由相似得比例可得出 $OD^2=DE\cdot CD$, 选项①正确; 由 $\triangle AOD\sim\triangle BOC$,

可得 $\frac{S_{\triangle AOD}}{S_{\triangle BOC}} = \left(\frac{AD}{OB}\right)^2 = \left(\frac{AD}{AO}\right)^2 = \frac{AD^2}{AO^2}$, 选项③正确; 由 $\triangle ODE\sim\triangle OEC$, 可得

$\frac{OD}{OC} = \frac{DE}{OE}$, 选项④错误.

解答: 解: 连接 OE, 如图所示:

$\because AD$ 与圆 O 相切, DC 与圆 O 相切, BC 与圆 O 相切,

$\therefore \angle DAO=\angle DEO=\angle OBC=90^\circ$,

$\therefore DA=DE$, $CE=CB$, $AD\parallel BC$,

$\therefore CD=DE+EC=AD+BC$, 选项②正确;

在 $Rt\triangle ADO$ 和 $Rt\triangle EDO$ 中, $\begin{cases} OD=OD \\ DA=DE \end{cases}$,

$\therefore Rt\triangle ADO\cong Rt\triangle EDO$ (HL),

$\therefore \angle AOD=\angle EOD$,

同理 $Rt\triangle CEO\cong Rt\triangle CBO$,

$\therefore \angle EOC=\angle BOC$,

又 $\angle AOD+\angle DOE+\angle EOC+\angle COB=180^\circ$,

$\therefore 2(\angle DOE+\angle EOC)=180^\circ$, 即 $\angle DOC=90^\circ$, 选项⑤正确;

$\therefore \angle DOC=\angle DEO=90^\circ$, 又 $\angle EDO=\angle ODC$,

$\therefore \triangle EDO\sim\triangle ODC$,

$\therefore \frac{OD}{CD} = \frac{DE}{OD}$, 即 $OD^2=DC\cdot DE$, 选项①正确;

$\therefore \angle AOD+\angle COB=\angle AOD+\angle ADO=90^\circ$,

$\angle A=\angle B=90^\circ$,

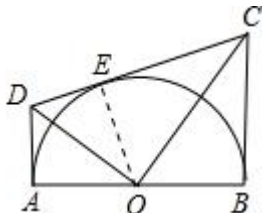
$\therefore \triangle AOD\sim\triangle BOC$,

$$\therefore \frac{S_{\triangle AOD}}{S_{\triangle BOC}} = \left(\frac{AD}{OB}\right)^2 = \left(\frac{AD}{AO}\right)^2 = \frac{AD^2}{AO^2}, \text{ 选项③正确;}$$

同理 $\triangle ODE \sim \triangle OEC$,

$$\therefore \frac{OD}{OC} = \frac{DE}{OE}, \text{ 选项④错误;}$$

故选 C.



点评: 此题考查了切线的性质, 切线长定理, 相似三角形的判定与性质, 全等三角形的判定与性质, 利用了转化的数学思想, 熟练掌握定理及性质是解本题的关键.

二、填空题 (本题 6 个小题, 每小题 3 分, 为 18 分. 把最后答案直接填在题中的横线上)

11. (3 分) (2015•达州) 在实数 -2 、 0 、 -1 、 2 、 $-\sqrt{2}$ 中, 最小的是 -2 .

考点: 实数大小比较.

分析: 利用任意两个实数都可以比较大小. 正实数都大于 0 , 负实数都小于 0 , 正实数大于一切负实数, 两个负实数绝对值大的反而小, 即可得出结果.

解答: 解: 在实数 -2 、 0 、 -1 、 2 、 $-\sqrt{2}$ 中, 最小的是 -2 ,
故答案为: -2 .

点评: 本题考查了实数的大小比较, 属于基础题, 掌握实数的大小比较法则是关键.

12. (3 分) (2015•达州) 已知正六边形 $ABCDEF$ 的边心距为 $\sqrt{3}$ cm, 则正六边形的半径为 2 cm.

考点: 正多边形和圆.

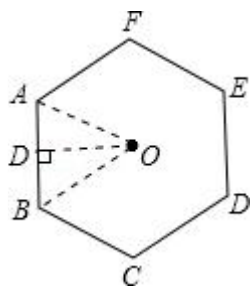
分析: 根据题意画出图形, 连接 OA 、 OB , 过 O 作 $OD \perp AB$, 再根据正六边形的性质及锐角三角函数的定义求解即可.

解答: 解: 如图所示,
连接 OA 、 OB , 过 O 作 $OD \perp AB$,
 $\because$ 多边形 $ABCDEF$ 是正六边形,
 $\therefore \angle OAD = 60^\circ$,

$$\therefore OD = OA \cdot \sin \angle OAB = \frac{\sqrt{3}}{2} AO = \sqrt{3}.$$

解得: $AO = 2$.

故答案为: 2 .



点评: 本题考查的是正六边形的性质, 根据题意画出图形, 利用数形结合求解是解答此题的关键.

13. (3 分) (2015•达州) 新世纪百货大楼“宝乐”牌童装平均每天可售出 20 件, 每件盈利 40 元. 为了迎接“六一”儿童节, 商场决定采取适当的降价措施. 经调查, 如果每件童装降价 1 元, 那么平均每天就可多售出 2 件. 要想平均每天销售这种童装盈利 1200 元, 则每件童装应降价多少元? 设每件童装应降价 x 元, 可列方程为 $(40-x)(20+2x)=1200$.

考点: 由实际问题抽象出一元二次方程.

专题: 销售问题.

分析: 根据题意表示出降价 x 元后的销量以及每件衣服的利润, 由平均每天销售这种童装盈利 1200 元, 进而得出答案.

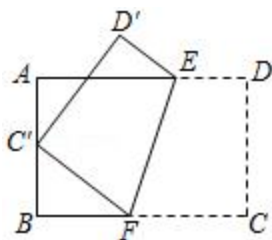
解答: 解: 设每件童装应降价 x 元, 可列方程为:

$$(40-x)(20+2x)=1200.$$

故答案为: $(40-x)(20+2x)=1200$.

点评: 此题主要考查了由实际问题抽象出一元二次方程, 正确表示出销量与每件童装的利润是解题关键.

14. (3 分) (2015•达州) 如图, 将矩形 ABCD 沿 EF 折叠, 使顶点 C 恰好落在 AB 边的中点 C' 上, 点 D 落在 D' 处, $C'D'$ 交 AE 于点 M. 若 $AB=6$, $BC=9$, 则 AM 的长为 $\frac{9}{4}$.



考点: 翻折变换 (折叠问题).

分析: 先根据勾股定理求出 BF, 再根据 $\triangle AMC' \sim \triangle BC'F$ 求出 AM 即可.

解答: 解: 根据折叠的性质可知, $FC=FC'$, $\angle C=\angle FC'M=90^\circ$,

设 $BF=x$, 则 $FC=FC'=9-x$,

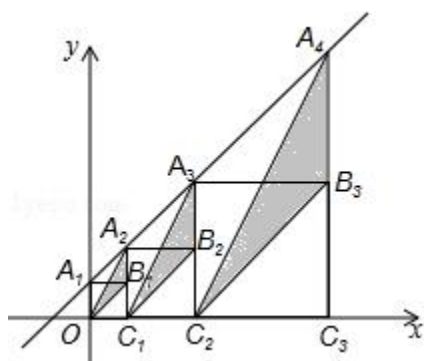
$$\therefore BF^2 + BC'^2 = FC'^2,$$

$$\therefore x^2 + 3^2 = (9-x)^2,$$

解得: $x=4$,

$$\therefore \angle FC'M=90^\circ,$$

$$\therefore \angle AC'M + \angle BC'F = 90^\circ,$$



考点: 一次函数图象上点的坐标特征；正方形的性质.

专题: 规律型.

分析: 根据直线解析式先求出 $OA_1=1$ ，得出第一个正方形的边长为 1，求得 $A_2B_1=A_1B_1=1$ ，再求出第一个正方形的边长为 2，求得 $A_3B_2=A_2B_2=2$ ，第三个正方形的边长为 2^2 ，求得 $A_4B_3=A_3B_3=2^2$ ，得出规律，根据三角形的面积公式即可求出 S_n 的值.

解答: 解：∵ 直线 $y=x+1$ ，当 $x=0$ 时， $y=1$ ，当 $y=0$ 时， $x=-1$ ，

$$\therefore OA_1=1, OD=1,$$

$$\therefore \angle ODA_1=45^\circ,$$

$$\therefore \angle A_2A_1B_1=45^\circ,$$

$$\therefore A_2B_1=A_1B_1=1,$$

$$\therefore S_1=\frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{2},$$

$$\therefore A_2B_1=A_1B_1=1,$$

$$\therefore A_2C_1=2=2^1,$$

$$\therefore S_2=\frac{1}{2} \times (2^1)^2=2^1$$

同理得： $A_3C_2=4=2^2$ ，...

$$S_3=\frac{1}{2} \times (2^2)^2=2^3$$

$$\therefore S_n=\frac{1}{2} \times (2^{n-1})^2=2^{2n-3}$$

故答案为： 2^{2n-3} .

点评: 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征以及正方形的性质；通过求出第一个正方形、第二个正方形和第三个正方形的边长得出规律是解决问题的关键.

三、解答题，解答对应必要的文字说明，证明过程及盐酸步骤

17. (6 分) (2015•达州) 计算： $(-1)^{2015}+2015^0+2^{-1}-|\frac{1}{2}-\sqrt{3}|$

考点: 实数的运算；零指数幂；负整数指数幂.

专题: 计算题.

分析: 原式第一项利用乘方的意义计算，第二项利用零指数幂法则计算，第三项利用负整数指数幂法则计算，最后一项利用绝对值的代数意义化简，计算即可得到结果.

解答: 解: 原式 $=-1+1+\frac{1}{2}-\sqrt{3}+\frac{1}{2}=1-\sqrt{3}$.

点评: 此题考查了实数的运算, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

18. (7 分) (2015•达州) 化简 $\frac{a}{a^2-4} \cdot \frac{a+2}{a^2-3a} - \frac{1}{2-a}$, 并求值, 其中 a 与 2、3 构成 $\triangle ABC$

的三边, 且 a 为整数.

考 分式的化简求值; 三角形三边关系.

点:

专 计算题.

题:

分 原式第一项约分后, 两项通分并利用同分母分式的减法法则计算得到最简结果, 把 a 的值代入计算即可求

析:

解 解: 原式

答: $=\frac{a}{(a+2)(a-2)} \cdot \frac{a+2}{a(a-3)} + \frac{1}{a-2} = \frac{1}{(a-2)(a-3)} + \frac{1}{a-2} = \frac{1+a-3}{(a-2)(a-3)} = \frac{a-2}{(a-2)(a-3)}$

$\because a$ 与 2、3 构成 $\triangle ABC$ 的三边, 且 a 为整数,

$\therefore 1 < a < 5$, 即 $a=2, 3, 4$,

当 $a=2$ 或 $a=3$ 时, 原式没有意义,

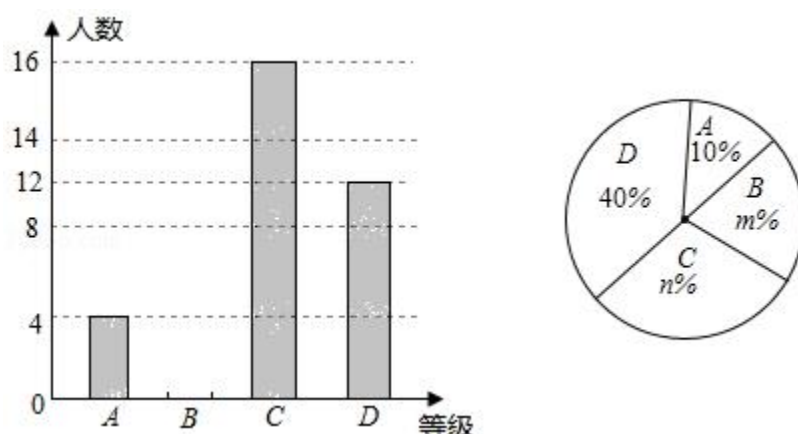
则 $a=4$ 时, 原式 $=1$.

点 此题考查了分式的化简求值, 以及三角形三边关系, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

评:

四、解答题 (共 2 小题, 满分 15 分)

19. (7 分) (2015•达州) 达州市某中学举行了“中国梦, 中国好少年”演讲比赛, 菲菲同学将选手成绩划分为 A、B、C、D 四个等级, 绘制了两种不完整统计图.



根据图中提供的信息, 解答下列问题:

(1) 参加演讲比赛的学生共有 40 人, 扇形统计图中 $m=$ 20, $n=$ 30, 并把条形统计图补充完整.

(2) 学校欲从 A 等级 2 名男生 2 名女生中随机选取两人，参加达州市举办的演讲比赛，请利用列表法或树状图，求 A 等级中一男一女参加比赛的概率。（男生分别用代码 A_1 、 A_2 表示，女生分别用代码 B_1 、 B_2 表示）

考点：列表法与树状图法；扇形统计图；条形统计图.

分析：（1）根据题意得：参加演讲比赛的学生共有： $4 \div 10\% = 40$ （人），然后由扇形统计图的知识，可求得 m ， n 的值，继而补全统计图；

（2）首先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果与 A 等级中一男一女参加比赛的情况，再利用概率公式即可求得答案.

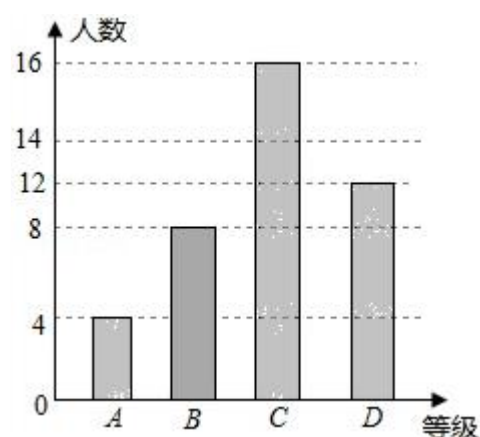
解答：解：（1）根据题意得：参加演讲比赛的学生共有： $4 \div 10\% = 40$ （人），

$$\therefore n\% = \frac{12}{40} \times 100\% = 30\%,$$

$$\therefore m\% = 1 - 40\% - 10\% - 30\% = 20\%,$$

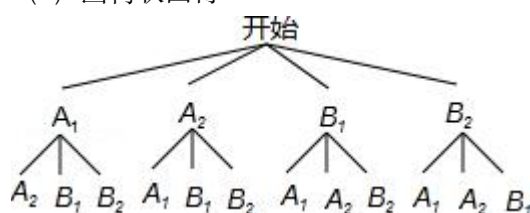
$$\therefore m = 20, n = 30;$$

如图：



故答案为：40，20，30；

（2）画树状图得：



$\therefore$ 共有 12 种等可能的结果，A 等级中一男一女参加比赛的有 8 种情况，

$$\therefore \text{A 等级中一男一女参加比赛的概率为: } \frac{8}{12} = \frac{2}{3}.$$

点评：此题考查了列表法或树状图法求概率以及条形统计图与扇形统计图. 用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

20. (8 分) (2015•达州) 学校为了奖励初三优秀毕业生，计划购买一批平板电脑和一批学习机，经投标，购买 1 台平板电脑比购买 3 台学习机多 600 元，购买 2 台平板电脑和 3 台学习机共需 8400 元.

(1) 求购买 1 台平板电脑和 1 台学习机各需多少元？

(2) 学校根据实际情况, 决定购买平板电脑和学习机共 100 台, 要求购买的总费用不超过 168000 元, 且购买学习机的台数不超过购买平板电脑台数的 1.7 倍. 请问有哪几种购买方案? 哪种方案最省钱?

考点: 一元一次不等式组的应用; 二元一次方程组的应用.

专题: 应用题.

分析: (1) 设购买 1 台平板电脑和 1 台学习机各需 x 元, y 元, 根据题意列出方程组, 求出方程组的解得到 x 与 y 的值, 即可得到结果;

(2) 设购买平板电脑 x 台, 学习机 $(100 - x)$ 台, 根据“购买的总费用不超过 168000 元, 且购买学习机的台数不超过购买平板电脑台数的 1.7 倍”列出不等式组, 求出不等式组的解集, 即可得出购买方案, 进而得出最省钱的方案.

解答: 解: (1) 设购买 1 台平板电脑和 1 台学习机各需 x 元, y 元,

$$\text{根据题意得: } \begin{cases} x - 3y = 600 \\ 2x + 3y = 8400 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x = 3000 \\ y = 800 \end{cases},$$

则购买 1 台平板电脑和 1 台学习机各需 3000 元, 800 元;

(2) 设购买平板电脑 x 台, 学习机 $(100 - x)$ 台,

$$\text{根据题意得: } \begin{cases} 100 - x \leq 1.7x \\ 3000x + 800(100 - x) \leq 168000 \end{cases},$$

解得: $37.03 \leq x \leq 40$,

正整数 x 的值为 38, 39, 40,

当 $x=38$ 时, $y=62$; $x=39$ 时, $y=61$; $x=40$ 时, $y=60$,

方案 1: 购买平板电脑 38 台, 学习机 62 台, 费用为 $114000 + 49600 = 163600$ (元);

方案 2: 购买平板电脑 39 台, 学习机 61 台, 费用为 $117000 + 48800 = 165800$ (元);

方案 3: 购买平板电脑 40 台, 学习机 60 台, 费用为 $120000 + 48000 = 168000$ (元),

则方案 1 最省钱.

点评: 此题考查了一元一次不等式组的应用, 以及二元一次方程组的应用, 找出题中的等量关系是解本题的关键.

五、解答题 (共 2 小题, 满分 15 分)

21. (7 分) (2015·达州) 学习“利用三角函数测高”后, 某综合实践活动小组实地测量了凤凰山与中心广场的相对高度 AB , 其测量步骤如下:

(1) 在中心广场测点 C 处安置测倾器, 测得此时山顶 A 的仰角 $\angle AFH = 30^\circ$;

(2) 在测点 C 与山脚 B 之间的 D 处安置测倾器 (C 、 D 与 B 在同一直线上, 且 C 、 D 之间的距离可以直接测得), 测得此时山顶上红军亭顶部 E 的仰角 $\angle EGH = 45^\circ$;

(3) 测得测倾器的高度 $CF = DG = 1.5$ 米, 并测得 CD 之间的距离为 288 米;

已知红军亭高度为 12 米, 请根据测量数据求出凤凰山与中心广场的相对高度 AB . ($\sqrt{3}$ 取 1.732, 结果保留整数)

分析: (1) 连接 AC, 交 OB 于 E, 由菱形的性质得出 $BE=OE=\frac{1}{2}OB$, $OB \perp AC$, 由三角函数 $\tan \angle AOB = \frac{AE}{OE} = \frac{1}{2}$, 得出 $OE=2AE$, 设 $AE=x$, 则 $OE=2x$, 根据勾股定理得出 $OA=\sqrt{5}x=\sqrt{5}$, 解方程求出 $AE=1$, $OE=2$, 得出 $OB=2OE=4$, 得出 A、B 的坐标, 由待定系数法即可求出一次函数的解析式; 再求出点 D 的坐标, 代入反比例函数 $y=\frac{k_2}{x}$, 求出 k_2 的值即可;

(3) 由题意得出方程组 $\begin{cases} y=\frac{1}{2}x+b \\ y=-\frac{1}{2x} \end{cases}$ 无解, 消去 y 化成一元二次方程, 由判别式 $\Delta < 0$,

即可求出 b 的取值范围.

解答: 解: (1) 连接 AC, 交 OB 于 E, 如图所示:

$\because$ 四边形 ABCO 是菱形,

$\therefore BE=OE=\frac{1}{2}OB$, $OB \perp AC$,

$\therefore \angle AEO=90^\circ$,

$\therefore \tan \angle AOB = \frac{AE}{OE} = \frac{1}{2}$,

$\therefore OE=2AE$,

设 $AE=x$, 则 $OE=2x$,

根据勾股定理得: $OA=\sqrt{5}x=\sqrt{5}$,

$\therefore x=1$,

$\therefore AE=1$, $OE=2$,

$\therefore OB=2OE=4$,

$\therefore A(-2, 1)$, $B(-4, 0)$,

把点 A $(-2, 1)$, B $(-4, 0)$ 代入一次函数 $y=k_1x+b$ 得: $\begin{cases} -2k_1+b=1 \\ -4k_1+b=0 \end{cases}$,

解得: $k_1=\frac{1}{2}$, $b=2$,

$\therefore$ 一次函数的解析式为: $y=\frac{1}{2}x+2$;

$\because$ D 是 OA 的中点, A $(-2, 1)$,

$\therefore D(-1, \frac{1}{2})$,

把点 D $(-1, \frac{1}{2})$ 代入反比例函数 $y=\frac{k_2}{x}$ 得: $k_2=-\frac{1}{2}$,

$\therefore$ 反比例函数的解析式为: $y=-\frac{1}{2x}$;

(2) 根据题意得: 一次函数的解析式为: $y=\frac{1}{2}x+b$,

∴ 一次函数 $y = \frac{1}{2}x + b$ 的图象与反比例函数 $y = -\frac{1}{2x}$ 的图象无交点,

$$\therefore \text{方程组} \begin{cases} y = \frac{1}{2}x + b \\ y = -\frac{1}{2x} \end{cases} \text{无解,}$$

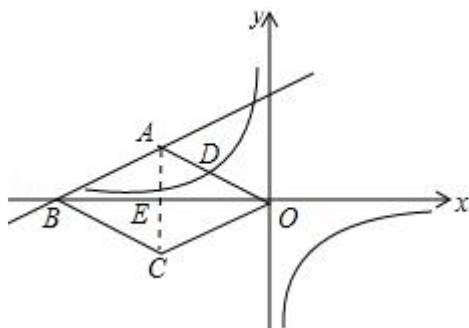
$$\text{即 } \frac{1}{2}x + b = -\frac{1}{2x} \text{ 无解,}$$

$$\text{整理得: } x^2 + 2bx + 1 = 0,$$

$$\therefore \Delta = (2b)^2 - 4 \times 1 \times 1 < 0, \quad b^2 < 1,$$

$$\text{解得: } -1 < b < 1,$$

∴ 当一次函数 $y = k_1x + b$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k_2}{x}$ 的图象无交点时, b 的取值范围是 $-1 < b < 1$.



点评: 本题是反比例函数综合题目, 考查了菱形的性质、坐标与图形性质、用待定系数法求一次函数和反比例函数的解析式、勾股定理、解方程组等知识; 本题难度较大, 综合性强, 需要通过作辅助线求出点的坐标和解方程组才能得出结果.

六、解答题 (共 2 小题, 满分 17 分)

23. (8 分) (2015·达州) 阅读与应用:

阅读 1: a, b 为实数, 且 $a > 0, b > 0$, 因为 $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$, 所以 $a - 2\sqrt{ab} + b \geq 0$ 从而 $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ (当 $a = b$ 时取等号).

阅读 2: 若函数 $y = x + \frac{\pi}{x}$; ($m > 0, x > 0, m$ 为常数), 由阅读 1 结论可知: $x + \frac{\pi}{x} \geq 2\sqrt{\pi}$, 所以

当 $x = \frac{\pi}{x}$, 即 $x = \sqrt{\pi}$ 时, 函数 $y = x + \frac{\pi}{x}$ 的最小值为 $2\sqrt{\pi}$.

阅读理解上述内容, 解答下列问题:

问题 1: 已知一个矩形的面积为 4, 其中一边长为 x , 则另一边长为 $\frac{4}{x}$, 周长为 $2(x + \frac{4}{x})$, 求

当 $x = \underline{2}$ 时, 周长的最小值为 $\underline{8}$;

问题 2: 已知函数 $y_1 = x + 1$ ($x > -1$) 与函数 $y_2 = x^2 + 2x + 10$ ($x > -1$),

当 $x = \underline{2}$ 时, $\frac{y_2}{y_1}$ 的最小值为 $\underline{6}$;

问题 3: 某民办学校每天的支出总费用包含以下三个部分: 一是教职工工资 4900 元; 二是学生生活费成本每人 10 元; 三是其他费用. 其中, 其他费用与学生人数的平方成正比, 比

例系数为 0.01. 当学校学生人数为多少时, 该校每天生均投入最低? 最低费用是多少元? (生均投入=支出总费用÷学生人数)

考点: 二次函数的应用.

分析: 问题 1: 根据阅读 2 得到 $x + \frac{4}{x}$ 的范围, 进一步得到周长的最小值;

问题 2: 将 $\frac{y_2}{y_1}$ 变形为 $(x+1) + \frac{9}{x+1}$, 根据阅读 2 得到 $(x+1) + \frac{9}{x+1}$ 的范围, 进一步

即可求解;

问题 3: 可设学校学生人数为 x 人, 根据生均投入=支出总费用÷学生人数, 列出代数式, 再根据阅读 2 得到范围, 从而求解.

解答: 解: 问题 1: $x = \frac{4}{x}$ ($x > 0$), 解得 $x=2$,

$x=2$ 时, $x + \frac{4}{x}$ 有最小值为 $2 \times \sqrt{4} = 4$.

故当 $x=2$ 时, 周长的最小值为 $2 \times 4 = 8$.

问题 2: $\because$ 函数 $y_1 = x+1$ ($x > -1$), 函数 $y_2 = x^2 + 2x + 10$ ($x > -1$),

$$\therefore \frac{y_2}{y_1} = (x+1) + \frac{9}{x+1},$$

$$x+1 = \frac{9}{x+1}, \text{ 解得 } x=2,$$

$x=2$ 时, $(x+1) + \frac{9}{x+1}$ 有最小值为 $2 \times \sqrt{9} = 6$.

问题 3: 设学校学生人数为 x 人,

$$\text{则生均投入} = \frac{4900 + 10x + 0.01x^2}{x} = 10 + 0.01x + \frac{4900}{x} = 10 + 0.01 \left(x + \frac{490000}{x} \right),$$

$$x = \frac{490000}{x} \text{ } (x > 0), \text{ 解得 } x=700,$$

$x=700$ 时, $x + \frac{490000}{x}$ 有最小值为 $2 \times \sqrt{490000} = 1400$,

故当 $x=700$ 时, 生均投入的最小值为 $10 + 0.01 \times 1400 = 24$ 元.

答: 当学校学生人数为 700 时, 该校每天生均投入最低, 最低费用是 24 元.

故答案为: 2, 8; 2, 6.

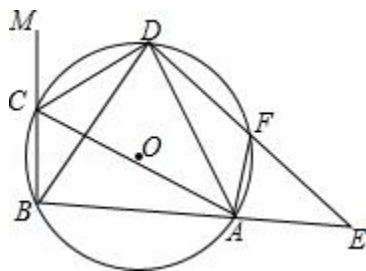
点评: 考查了二次函数的应用, 本题关键是理解阅读 1 和阅读 2 的知识点: 当 $x = \frac{\pi}{x}$, 即 $x = \sqrt{\pi}$

时, 函数 $y = x + \frac{\pi}{x}$ 的最小值为 $2\sqrt{\pi}$.

24. (9 分) (2015•达州) 在 $\triangle ABC$ 的外接圆 $\odot O$ 中, $\triangle ABC$ 的外角平分线 CD 交 $\odot O$ 于点 D , F 为 $\widehat{AD}$ 上 -

点, 且 $\widehat{AF} = \widehat{BC}$ 连接 DF , 并延长 DF 交 BA 的延长线于点 E .

- (1) 判断 DB 与 DA 的数量关系，并说明理由；
 (2) 求证： $\triangle BCD \cong \triangle AFD$ ；
 (3) 若 $\angle ACM = 120^\circ$ ， $\odot O$ 的半径为 5， $DC = 6$ ，求 DE 的长。



考点：圆的综合题.

分析： (1) 由 CD 是 $\triangle ABC$ 的外角平分线，可得 $\angle MCD = \angle ACD$ ，又由 $\angle MCD + \angle BCD = 180^\circ$ ， $\angle BCD + \angle BAD = 180^\circ$ ，可得 $\angle MCD = \angle BAD$ ，继而证得 $\angle ABD = \angle BAD$ ，即可得 $DB = DA$ ；

(2) 由 $DB = DA$ ，可得 $\widehat{DB} = \widehat{DA}$ ，即可得 $\widehat{AF} = \widehat{BC}$ ，则可证得 $CD = FD$ ， $BC = AF$ ，然后由 SSS 判定 $\triangle BCD \cong \triangle AFD$ ；

(3) 首先连接 DO 并延长，交 AB 于点 N，连接 OB，由 $\angle ACM = 120^\circ$ ，易证得 $\triangle ABD$ 是等边三角形，并可求得边长，易证得 $\triangle ACD \sim \triangle EBD$ ，然后由相似三角形的对应边成比例，求得 DE 的长。

解答： 解：(1) $DB = DA$.

理由： $\because$ CD 是 $\triangle ABC$ 的外角平分线，

$$\therefore \angle MCD = \angle ACD,$$

$$\because \angle MCD + \angle BCD = 180^\circ, \quad \angle BCD + \angle BAD = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle MCD = \angle BAD,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle BAD,$$

$$\because \angle ACD = \angle ABD,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle BAD,$$

$$\therefore DB = DA;$$

(2) 证明： $\because DB = DA$,

$$\therefore \widehat{DB} = \widehat{DA},$$

$$\therefore \widehat{AF} = \widehat{BC},$$

$$\therefore AF = BC, \quad \widehat{CD} = \widehat{FD},$$

$$\therefore CD = FD,$$

在 $\triangle BCD$ 和 $\triangle AFD$ 中，

$$\begin{cases} BC = AF \\ CD = FD, \\ DB = DA \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BCD \cong \triangle AFD \quad (\text{SSS});$$

(3) 连接 DO 并延长, 交 AB 于点 N, 连接 OB,

$\because DB=DA,$

$\therefore \widehat{DB}=\widehat{DA},$

$\therefore DN \perp AB,$

$\because \angle ACM=120^\circ,$

$\therefore \angle ABD=\angle ACD=60^\circ,$

$\because DB=DA,$

$\therefore \triangle ABD$ 是等边三角形,

$\therefore \angle OBA=30^\circ,$

$\therefore ON=\frac{1}{2}OB=\frac{1}{2} \times 5=2.5,$

$\therefore DN=ON+OD=7.5,$

$\therefore BD=\frac{DN}{\sin 60^\circ}=5\sqrt{3},$

$\therefore AD=BD=5\sqrt{3},$

$\therefore \widehat{BC}=\widehat{AF},$

$\therefore \widehat{AC}=\widehat{BF},$

$\therefore \angle ADC=\angle BDF,$

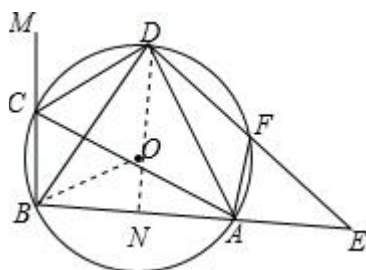
$\because \angle ABD=\angle ACD,$

$\therefore \triangle ACD \sim \triangle EBD,$

$\therefore \frac{CD}{BD}=\frac{AD}{DE},$

$\therefore \frac{6}{5\sqrt{3}}=\frac{5\sqrt{3}}{DE},$

$\therefore DE=12.5.$

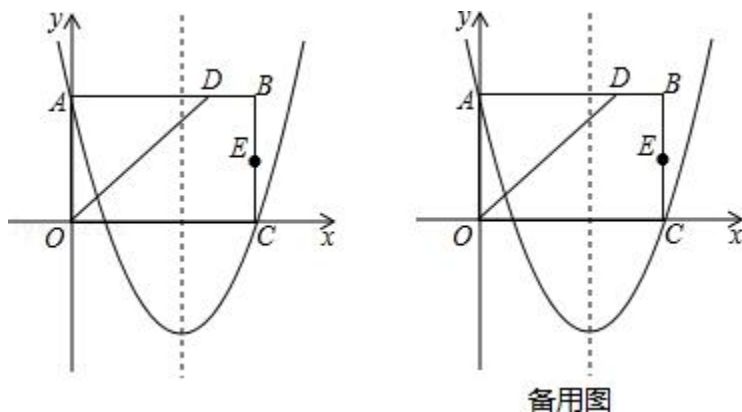


点评: 此题属于圆的综合题, 考查了圆周角定理、弧与弦的关系、等边三角形的判定与性质以及相似三角形的判定与性质. 注意准确作出辅助线是解此题的关键.

七、解答题 (共 1 小题, 满分 12 分)

25. (12 分) (2015•达州) 如图, 在平面直角坐标系中, 矩形 OABC 的边 OA 在 y 轴的正半轴上, OC 在 x 轴的正半轴上, $\angle AOC$ 的平分线交 AB 于点 D, E 为 BC 的中点, 已知 A (0, 4)、C (5, 0), 二次函数 $y=\frac{4}{5}x^2+bx+c$ 的图象抛物线经过 A, C 两点.

- (1) 求该二次函数的表达式;
- (2) F、G 分别为 x 轴, y 轴上的动点, 顺次连接 D、E、F、G 构成四边形 DEFG, 求四边形 DEFG 周长的最小值;
- (3) 抛物线上是否存在点 P, 使 $\triangle ODP$ 的面积为 12? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



考点: 二次函数综合题.

分析: (1) 根据待定系数法, 可得函数解析式;

(2) 分别作 A 关于 x 轴的对称点 E, 作 B 关于 y 轴的对称点 F, 连接 EF 交 x 轴于 D, 交 y 轴于 C, 连接 AD、BC, 则此时 $AD+DC+BC$ 的值最小, 根据 A、B 的坐标求出 AB, 求出 E、F 的坐标, 求出 EF 的长, 即可求出答案;

(3) 根据三角形的面积, 首先求得点 P 到 OD 的距离, 然后过点 O 作 $OF \perp OD$, 使 OF 等于点 P 到 OD 的距离, 过点 F 作 $FG \parallel OD$, 求得 FG 的解析式, 然后再求直线 FG 与抛物线交点的坐标即可得到点 P 的坐标.

解答: 解: (1) 将 A (0, 4)、C (5, 0) 代入二次函数 $y = \frac{4}{5}x^2 + bx + c$, 得

$$\begin{cases} 20+5b+c=0 \\ c=4 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} b = -\frac{24}{5} \\ c = 4 \end{cases}.$$

故二次函数的表达式 $y = \frac{4}{5}x^2 - \frac{24}{5}x + 4$;

(2) 如图:

延长 EC 至 E', 使 $E'C = EC$, 延长 DA 至 D', 使 $D'A = DA$, 连接 D'E', 交 x 轴于 F 点, 交 y 轴于 G 点,

$GD = GD' = EF = E'F$,

$(DG + GF + EF + ED)_{\text{最小}} = D'E' + DE$,

由 E 点坐标为 (5, 2), D (4, 4), 得 D' (-4, 4), E (5, -2).

由勾股定理, 得

$$DE = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}, \quad D'E' = \sqrt{(5+4)^2 + (4+2)^2} = 3\sqrt{13}.$$

$(DG + GF + EF + ED)_{\text{最小}} = D'E' + DE = 3\sqrt{13} + \sqrt{5}$;

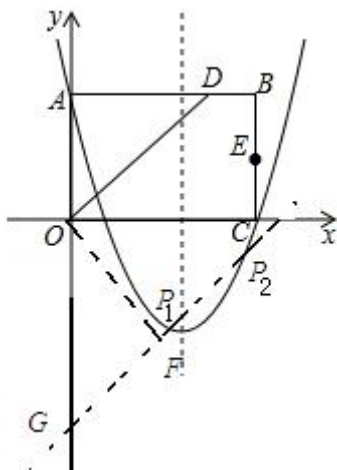
(3) 如下图:

$$OD = \sqrt{AO^2 + AD^2} = 4\sqrt{2}.$$

$\therefore S_{\triangle ODP}$ 的面积 = 12,

$$\therefore \text{点 } P \text{ 到 } OD \text{ 的距离} = \frac{2S_{\triangle ODP}}{OD} = 3\sqrt{2}.$$

过点 O 作 $OF \perp OD$, 取 $OF = 3\sqrt{2}$, 过点 F 作直线 $FG \parallel OD$, 交抛物线与点 P_1, P_2 ,



在 $\triangle OGF$ 中, $OG = \sqrt{OF^2 + FG^2} = \sqrt{(3\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{2})^2} = 6,$

$\therefore$ 直线 GF 的解析式为 $y = x - 6$.

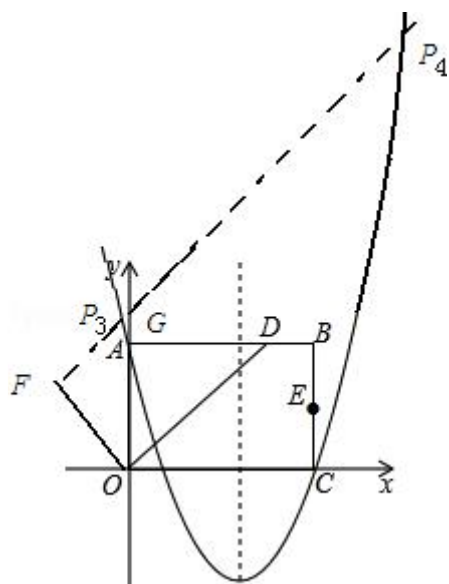
将 $y = x - 6$ 代入 $y = \frac{4}{5}x^2 - \frac{24}{5}x + 4$ 得: $x - 6 = \frac{4}{5}x^2 - \frac{24}{5}x + 4,$

解得: $x_1 = \frac{29 + \sqrt{41}}{8}, x_2 = \frac{29 - \sqrt{41}}{8},$

将 x_1, x_2 的值代入 $y = x - 6$ 得: $y_1 = \frac{-19 + \sqrt{41}}{8}, y_2 = \frac{-19 - \sqrt{41}}{8}$

$\therefore$ 点 $P_1 \left(\frac{29 - \sqrt{41}}{8}, \frac{-19 - \sqrt{41}}{8} \right), P_2 \left(\frac{29 + \sqrt{41}}{8}, \frac{-19 + \sqrt{41}}{8} \right)$

如下图所示:



过点 O 作 $OF \perp OD$, 取 $OF=3\sqrt{2}$, 过点 F 作直线 FG 交抛物线于 P_3, P_4 ,

在 $Rt\triangle PFO$ 中, $OG=\sqrt{OF^2+GF^2}=6$

$\therefore$ 直线 FG 的解析式为 $y=x+6$,

将 $y=x+6$ 代入 $y=\frac{4}{5}x^2-\frac{24}{5}x+4$ 得: $x+6=\frac{4}{5}x^2-\frac{24}{5}x+4$

解得: $x_1=\frac{29+\sqrt{1001}}{8}, x_2=\frac{29-\sqrt{1001}}{8}$

$y_1=x_1+6=\frac{77+\sqrt{1001}}{8}, y_2=x_2+6=\frac{77-\sqrt{1001}}{8}$

$\therefore p_3\left(\frac{29-\sqrt{1001}}{8}, \frac{77-\sqrt{1001}}{8}\right), p_4\left(\frac{29+\sqrt{1001}}{8}, \frac{77+\sqrt{1001}}{8}\right)$

综上所述: 点 P 的坐标为: $\left(\frac{29-\sqrt{41}}{8}, \frac{-19-\sqrt{41}}{8}\right)$ 或 $\left(\frac{29+\sqrt{41}}{8}, \frac{-19+\sqrt{41}}{8}\right)$

或 $\left(\frac{29-\sqrt{1001}}{8}, \frac{77-\sqrt{1001}}{8}\right)$ 或 $\left(\frac{29+\sqrt{1001}}{8}, \frac{77+\sqrt{1001}}{8}\right)$.

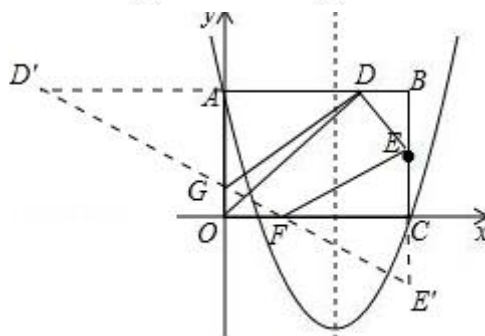


图 1

点评: 本题主要考查的是二次函数的综合应用, 求得点 P 到 OD 的距离是解题的关键, 解得此类问题通常可以将函数问题转化为方程或方程组的问题.