

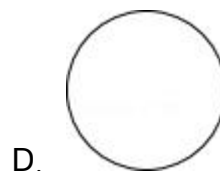
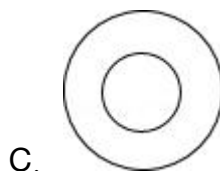
2015 年四川省资阳市中考数学试卷

一、选择题：（本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分）在每小题给出的四个选项中，只有一个选项符合题意. 21·世纪*教育网

1. (3 分) -6 的绝对值是 ()

- A. 6 B. -6 C. $\frac{1}{6}$ D. $-\frac{1}{6}$

2. (3 分) 如图是一个圆台，它的主视图是 ()



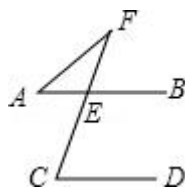
3. (3 分) 下列运算结果为 a^6 的是 ()

- A. a^2+a^3 B. $a^2 \cdot a^3$ C. $(-a^2)^3$ D. $a^8 \div a^2$

4. (3 分) 一组数据 3、5、8、3、4 的众数与中位数分别是 ()

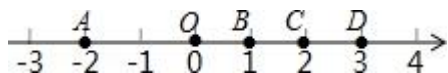
- A. 3, 8 B. 3, 3 C. 3, 4 D. 4, 3

5. (3 分) 如图，已知 $AB \parallel CD$ ， $\angle C=70^\circ$ ， $\angle F=30^\circ$ ，则 $\angle A$ 的度数为 ()



- A. 30° B. 35° C. 40° D. 45°

6. (3 分) 如图，已知数轴上的点 A、B、C、D 分别表示数 -2 、 1 、 2 、 3 ，则表示数 $3-\sqrt{5}$ 的点 P 应落在线段 ()

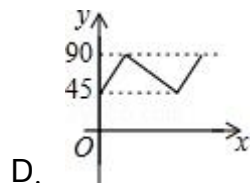
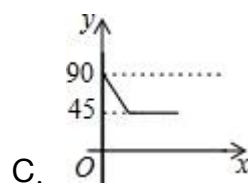
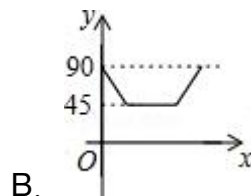
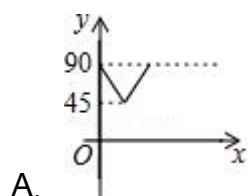
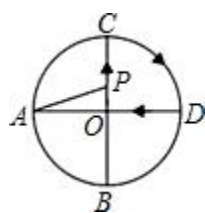


- A. AO 上 B. OB 上 C. BC 上 D. CD 上

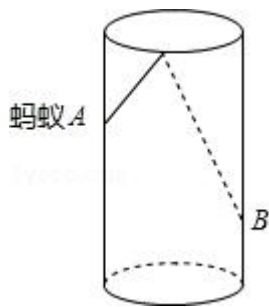
7. (3 分) 若顺次连接四边形 $ABCD$ 四边的中点, 得到的图形是一个矩形, 则四边形 $ABCD$ 一定是 ()

- A. 矩形
B. 菱形
C. 对角线相等的四边形
D. 对角线互相垂直的四边形

8. (3 分) 如图, AD 、 BC 是 $\odot O$ 的两条互相垂直的直径, 点 P 从点 O 出发, 沿 $O \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow O$ 的路线匀速运动. 设 $\angle APB = y$ (单位: 度), 那么 y 关于点 P 运动的时间 x (单位: 秒) 的函数图象大致是 ()

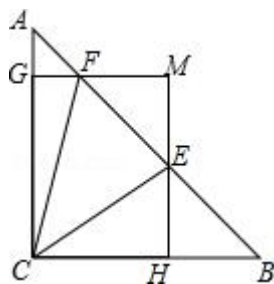


9. (3 分) 如图, 透明的圆柱形容器 (容器厚度忽略不计) 的高为 12cm , 底面周长为 10cm , 在容器内壁离容器底部 3cm 的点 B 处有一饭粒, 此时一只蚂蚁正好在容器外壁, 且离容器上沿 3cm 的点 A 处, 则蚂蚁吃到饭粒需爬行的最短路径是 ()



- A. 13cm B. $2\sqrt{61}\text{cm}$ C. $\sqrt{61}\text{cm}$ D. $2\sqrt{34}\text{cm}$

10. (3分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=BC=1$, E、F为线段AB上两动点, 且 $\angle ECF=45^\circ$, 过点E、F分别作BC、AC的垂线相交于点M, 垂足分别为H、G. 现有以下结论: ① $AB=\sqrt{2}$; ②当点E与点B重合时, $MH=\frac{1}{2}$; ③ $AF+BE=EF$; ④ $MG \cdot MH=\frac{1}{2}$, 其中正确结论为 ()



- A. ①②③ B. ①③④ C. ①②④ D. ①②③④

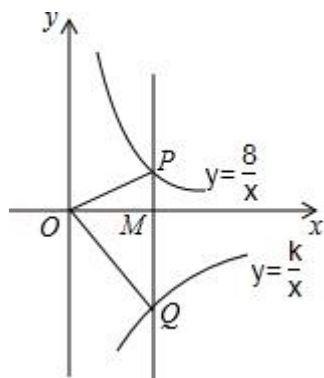
二、填空题: (本大题共6个小题, 每小题3分, 共18分)

11. (3分) 太阳半径大约是 696 000 千米, 用科学记数法表示为_____米.
12. (3分) 若一个多边形的内角和是其外角和的 3 倍, 则这个多边形的边数是_____.
13. (3分) 某学校为了解本校学生课外阅读的情况, 从全体学生中随机抽取了部分学生进行调查, 并将调查结果绘制成统计表. 已知该校全体学生人数为 1200 人, 由此可以估计每周课外阅读时间在 1~2 (不含 1) 小时的学生有_____人.

每周课外阅读时间 (小时)	0~1	1~2 (不含 1)	2~3 (不含 2)	超过 3
人 数	7	10	14	19

14. (3 分) 已知: $(a+6)^2 + \sqrt{b^2 - 2b - 3} = 0$, 则 $2b^2 - 4b - a$ 的值为_____.

15. (3 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 点 M 为 x 轴正半轴上一点, 过点 M 的直线 $l \parallel y$ 轴, 且直线 l 分别与反比例函数 $y = \frac{8}{x}$ ($x > 0$) 和 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象交于 P、Q 两点, 若 $S_{\triangle POQ} = 14$, 则 k 的值为_____.



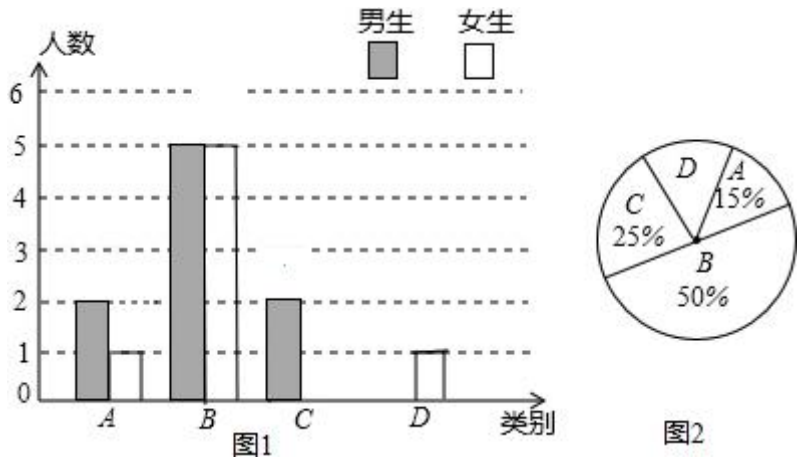
16. (3 分) 已知抛物线 $p: y = ax^2 + bx + c$ 的顶点为 C, 与 x 轴相交于 A、B 两点 (点 A 在点 B 左侧), 点 C 关于 x 轴的对称点为 C' , 我们称以 A 为顶点且过点 C' , 对称轴与 y 轴平行的抛物线为抛物线 p 的“梦之星”抛物线, 直线 AC' 为抛物线 p 的“梦之星”直线. 若一条抛物线的“梦之星”抛物线和“梦之星”直线分别是 $y = x^2 + 2x + 1$ 和 $y = 2x + 2$, 则这条抛物线的解析式为_____.

三、解答题: (本大题共 8 个小题, 共 72 分) 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (7 分) 先化简, 再求值:

$$\left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right) \div \frac{x+2}{x^2-1}, \text{ 其中 } x \text{ 满足 } 2x - 6 = 0.$$

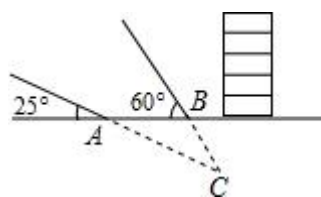
18. (8分) 学校实施新课程改革以来, 学生的学习能力有了很大提高. 王老师为进一步了解本班学生自主学习、合作交流的现状, 对该班部分学生进行调查, 把调查结果分成四类 (A: 特别好, B: 好, C: 一般, D: 较差) 后, 再将调查结果绘制成两幅不完整的统计图 (如图). 请根据统计图解答下列问题:



- (1) 本次调查中, 王老师一共调查了_____名学生;
- (2) 将条形统计图补充完整;
- (3) 为了共同进步, 王老师从被调查的 A 类和 D 类学生中分别选取一名学生进行“兵教兵”互助学习, 请用列表或画树状图的方法求出恰好选中一名男生和一名女生的概率.

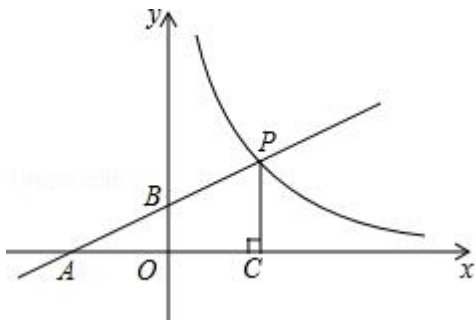
19. (8 分) 学校需要购买一批篮球和足球, 已知一个篮球比一个足球的进价高 30 元, 买两个篮球和三个足球一共需要 510 元.
- (1) 求篮球和足球的单价;
- (2) 根据实际需要, 学校决定购买篮球和足球共 100 个, 其中篮球购买的数量不少于足球数量的 $\frac{2}{3}$, 学校可用于购买这批篮球和足球的资金最多为 10500 元. 请问有几种购买方案?
- (3) 若购买篮球 x 个, 学校购买这批篮球和足球的总费用为 y (元), 在 (2) 的条件下, 求哪种方案能使 y 最小, 并求出 y 的最小值.

20. (8分) 北京时间 2015 年 04 月 25 日 14 时 11 分, 尼泊尔发生 8.1 级强烈地震, 我国积极组织抢险队赴地震灾区参与抢险工作. 如图, 某探测队在地面 A、B 两处均探测出建筑物下方 C 处有生命迹象, 已知探测线与地面的夹角分别是 25° 和 60° , 且 $AB=4$ 米, 求该生命迹象所在位置 C 的深度. (结果精确到 1 米. 参考数据: $\sin 25^\circ \approx 0.4$, $\cos 25^\circ \approx 0.9$, $\tan 25^\circ \approx 0.5$, $\sqrt{3} \approx 1.7$)



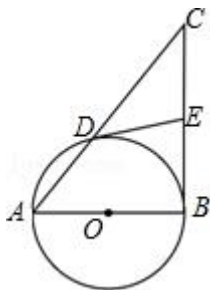
21. (9分) 如图, 直线 $y=ax+1$ 与 x 轴、 y 轴分别相交于 A、B 两点, 与双曲线 $y=\frac{k}{x}$ ($x>0$) 相交于点 P, $PC \perp x$ 轴于点 C, 且 $PC=2$, 点 A 的坐标为 $(-2, 0)$.

- (1) 求双曲线的解析式;
- (2) 若点 Q 为双曲线上点 P 右侧的一点, 且 $QH \perp x$ 轴于 H, 当以点 Q、C、H 为顶点的三角形与 $\triangle AOB$ 相似时, 求点 Q 的坐标.



22. (9 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, BC 是以 AB 为直径的 $\odot O$ 的切线, 且 $\odot O$ 与 AC 相交于点 D , E 为 BC 的中点, 连接 DE .

- (1) 求证: DE 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 连接 AE , 若 $\angle C=45^\circ$, 求 $\sin \angle CAE$ 的值.

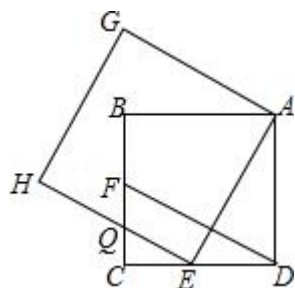


23. (11 分) 如图, E 、 F 分别是正方形 $ABCD$ 的边 DC 、 CB 上的点, 且 $DE=CF$, 以 AE 为边作正方形 $AEHG$, HE 与 BC 交于点 Q , 连接 DF .

- (1) 求证: $\triangle ADE \cong \triangle DCF$;

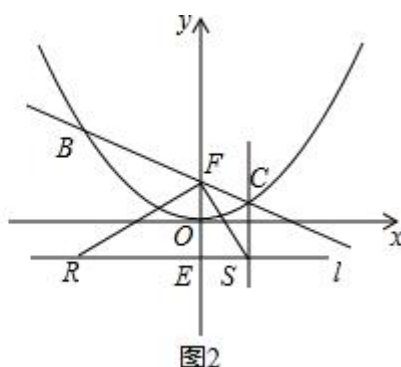
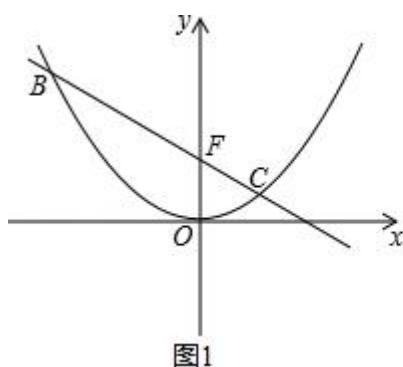
(2) 若 E 是 CD 的中点, 求证: Q 为 CF 的中点;

(3) 连接 AQ, 设 $S_{\triangle CEQ}=S_1$, $S_{\triangle AED}=S_2$, $S_{\triangle EAQ}=S_3$, 在 (2) 的条件下, 判断 $S_1+S_2=S_3$ 是否成立? 并说明理由.



24. (12 分) 已知直线 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 过点 F (0, 1), 与抛物线 $y=\frac{1}{4}x^2$ 相交于 B、C 两点.

- (1) 如图 1，当点 C 的横坐标为 1 时，求直线 BC 的解析式；
- (2) 在 (1) 的条件下，点 M 是直线 BC 上一动点，过点 M 作 y 轴的平行线，与抛物线交于点 D ，是否存在这样的点 M ，使得以 M 、 D 、 O 、 F 为顶点的四边形为平行四边形？若存在，求出点 M 的坐标；若不存在，请说明理由；
- (3) 如图 2，设 $B(m, n)$ ($m < 0$)，过点 $E(0, -1)$ 的直线 $l \parallel x$ 轴， $BR \perp l$ 于 R ， $CS \perp l$ 于 S ，连接 FR 、 FS ，试判断 $\triangle RFS$ 的形状，并说明理由。



2015 年四川省资阳市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分）在每小题给出的四个选项中，只有一个选项符合题意. 21·世纪*教育网

1. (3 分) -6 的绝对值是 ()

- A. 6 B. -6 C. $\frac{1}{6}$ D. $-\frac{1}{6}$

【考点】15: 绝对值.

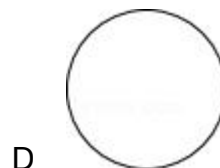
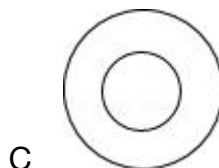
【分析】根据负数的绝对值是它的相反数，可得负数的绝对值.

【解答】解： $|-6|=6$,

故选：A.

【点评】本题考查了绝对值，负数的绝对值是它的相反数.

2. (3 分) 如图是一个圆台，它的主视图是 ()



【考点】U1: 简单几何体的三视图.

【分析】主视图是从物体正面看，所得到的图形.

【解答】解：从几何体的正面看可得等腰梯形，

故选：B.

【点评】本题考查了几何体的三种视图，掌握定义是关键. 注意所有的看到的棱都应表现在三视图中.

3. (3分) 下列运算结果为 a^6 的是 ()

A. a^2+a^3

B. $a^2 \cdot a^3$

C. $(-a^2)^3$

D. $a^8 \div a^2$

【考点】35: 合并同类项; 46: 同底数幂的乘法; 47: 幂的乘方与积的乘方;

48: 同底数幂的除法.

【分析】根据合并同类项、同底数幂的乘除法以及积的乘方和幂的乘方进行计算即可.

【解答】解: A、 $a^3 \div a^2$ 不能合并, 故 A 错误;

B、 $a^2 \cdot a^3 = a^5$, 故 B 错误;

C、 $(-a^2)^3 = -a^6$, 故 C 错误;

D、 $a^8 \div a^2 = a^6$, 故 D 正确;

故选: D.

【点评】本题考查了同底数幂的乘除法、合并同类项以及积的乘方和幂的乘方, 是基础知识要熟练掌握.

4. (3分) 一组数据 3、5、8、3、4 的众数与中位数分别是 ()

A. 3, 8

B. 3, 3

C. 3, 4

D. 4, 3

【考点】W4: 中位数; W5: 众数.

【分析】根据中位数和众数的定义求解: 众数是一组数据中出现次数最多的数据, 注意众数可以不止一个; 找中位数要把数据按从小到大的顺序排列, 位于最中间的一个数 (或两个数的平均数) 为中位数.

【解答】解: 把这组数据从小到大排列: 3、3、4、5、8,

3 出现了 2 次, 出现的次数最多, 则众数是 3.

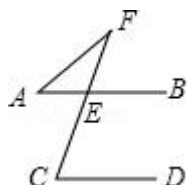
处于中间位置的那个数是 4, 由中位数的定义可知, 这组数据的中位数是 4;

故选: C.

【点评】本题为统计题, 考查中位数与众数的意义, 中位数是将一组数据从小到大

大（或从大到小）重新排列后，最中间的那个数（最中间两个数的平均数），叫做这组数据的中位数，如果中位数的概念掌握得不好，不把数据按要求重新排列，就会出错．众数是一组数据中出现次数最多的数据，注意众数可以不止一个．

5. (3分) 如图，已知 $AB \parallel CD$ ， $\angle C = 70^\circ$ ， $\angle F = 30^\circ$ ，则 $\angle A$ 的度数为 ()



- A. 30° B. 35° C. 40° D. 45°

【考点】JA: 平行线的性质.

【专题】11: 计算题.

【分析】先根据平行线的性质得 $\angle BEF = \angle C = 70^\circ$ ，然后根据三角形外角性质计算 $\angle A$ 的度数.

【解答】解： $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle BEF = \angle C = 70^\circ,$$

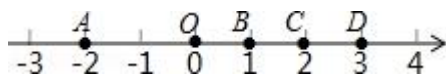
$$\because \angle BEF = \angle A + \angle F,$$

$$\therefore \angle A = 70^\circ - 30^\circ = 40^\circ.$$

故选：C.

【点评】本题考查了平行线性质的：两直线平行，同位角相等；两直线平行，同旁内角互补；两直线平行，内错角相等.

6. (3分) 如图，已知数轴上的点 A、B、C、D 分别表示数 -2、1、2、3，则表示数 $3 - \sqrt{5}$ 的点 P 应落在线段 ()



- A. AO 上 B. OB 上 C. BC 上 D. CD 上

【考点】29：实数与数轴；2B：估算无理数的大小.

【分析】根据估计无理数的方法得出 $0 < 3 - \sqrt{5} < 1$ ，进而得出答案.

【解答】解： $\because 2 < \sqrt{5} < 3$,

$$\therefore 0 < 3 - \sqrt{5} < 1,$$

故表示数 $3 - \sqrt{5}$ 的点 P 应落在线段 OB 上.

故选：B.

【点评】此题主要考查了估算无理数的大小，得出 $\sqrt{5}$ 的取值范围是解题关键.

7. (3 分) 若顺次连接四边形 ABCD 四边的中点，得到的图形是一个矩形，则

四边形 ABCD 一定是 ()

- A. 矩形
- B. 菱形
- C. 对角线相等的四边形
- D. 对角线互相垂直的四边形

【考点】LN：中点四边形.

【分析】首先根据三角形中位线定理知：所得四边形的对边都平行且相等，那么其必为平行四边形，若所得四边形是矩形，那么邻边互相垂直，故原四边形的对角线必互相垂直，由此得解.

【解答】已知：如右图，四边形 EFGH 是矩形，且 E、F、G、H 分别是 AB、BC、

CD、AD 的中点，求证：四边形 ABCD 是对角线垂直的四边形.

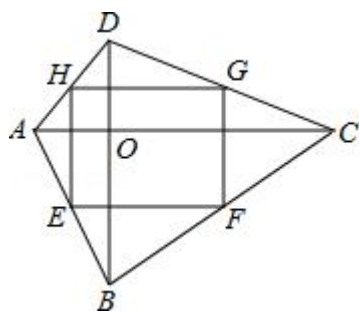
证明：由于 E、F、G、H 分别是 AB、BC、CD、AD 的中点，

根据三角形中位线定理得：EH//FG//BD，EF//AC//HG；

$\therefore$ 四边形 EFGH 是矩形，即 $EF \perp FG$ ，

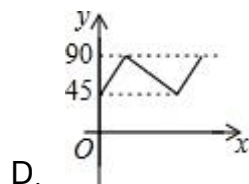
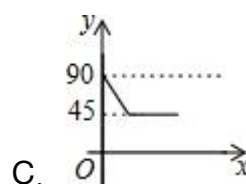
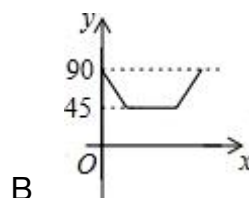
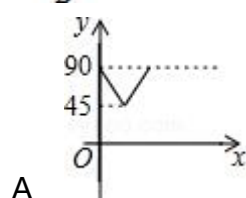
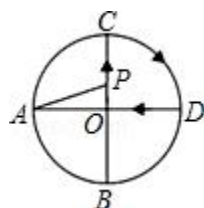
$\therefore AC \perp BD$ ，

故选：D.



【点评】 本题主要考查了矩形的性质和三角形中位线定理，解题的关键是构造三角形利用三角形的中位线定理解答.

8. (3 分) 如图，AD、BC 是 $\odot O$ 的两条互相垂直的直径，点 P 从点 O 出发，沿 $O \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow O$ 的路线匀速运动. 设 $\angle APB = y$ (单位：度)，那么 y 关于点 P 运动的时间 x (单位：秒) 的函数图象大致是 ()



【考点】 E7：动点问题的函数图象.

【分析】 根据图示，分三种情况：(1) 当点 P 沿 $O \rightarrow C$ 运动时；(2) 当点 P 沿 $C \rightarrow D$ 运动时；(3) 当点 P 沿 $D \rightarrow O$ 运动时；分别判断出 y 的取值情况，进而判断出 y 与点 P 运动的时间 x (单位：秒) 的关系图是哪个即可.

【解答】 解：(1) 当点 P 沿 $O \rightarrow C$ 运动时，

当点 P 在点 O 的位置时, $y=90^\circ$,

当点 P 在点 C 的位置时,

$\therefore OA=OC$,

$\therefore y=45^\circ$,

$\therefore y$ 由 90° 逐渐减小到 45° ;

(2) 当点 P 沿 $C \rightarrow D$ 运动时,

根据圆周角定理, 可得

$y=90^\circ \div 2=45^\circ$;

(3) 当点 P 沿 $D \rightarrow O$ 运动时,

当点 P 在点 D 的位置时, $y=45^\circ$,

当点 P 在点 O 的位置时, $y=90^\circ$,

$\therefore y$ 由 45° 逐渐增加到 90° .

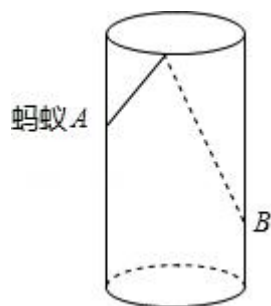
故选: B.

【点评】 (1) 此题主要考查了动点问题的函数图象, 解答此类问题的关键是通过看图获取信息, 并能解决生活中的实际问题, 用图象解决问题时, 要理清图象的含义即学会识图.

(2) 此题还考查了圆周角定理的应用, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: 在同圆或等圆中, 同弧或等弧所对的圆周角相等; 相等的圆周角所对的弧也相等.

9. (3 分) 如图, 透明的圆柱形容器 (容器厚度忽略不计) 的高为 12cm, 底面周长为 10cm, 在容器内壁离容器底部 3cm 的点 B 处有一饭粒, 此时一只蚂蚁正好在容器外壁, 且离容器上沿 3cm 的点 A 处, 则蚂蚁吃到饭粒需爬行的

最短路径是 ()



A. 13cm

B. $2\sqrt{61}$ cm

C. $\sqrt{61}$ cm

D. $2\sqrt{34}$ cm

【考点】 KV: 平面展开 – 最短路径问题.

【分析】 将容器侧面展开, 建立 A 关于 EF 的对称点 A', 根据两点之间线段最短可知 A'B 的长度即为所求.

【解答】 解: 如图:

∵ 高为 12cm, 底面周长为 10cm, 在容器内壁离容器底部 3cm 的点 B 处有一饭粒,

此时蚂蚁正好在容器外壁, 离容器上沿 3cm 与饭粒相对的点 A 处,

∴ A'D=5cm, BD=12 - 3+AE=12cm,

∴ 将容器侧面展开, 作 A 关于 EF 的对称点 A',

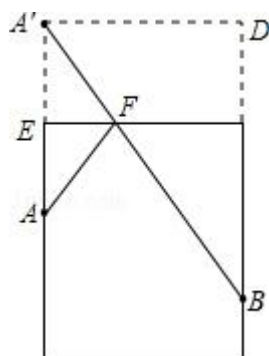
连接 A'B, 则 A'B 即为最短距离,

$$A'B = \sqrt{A'D^2 + BD^2}$$

$$= \sqrt{5^2 + 12^2}$$

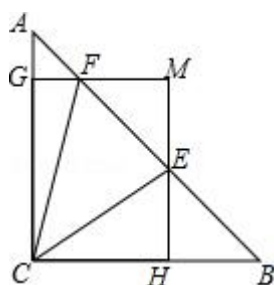
$$= 13 \text{ (Cm)}.$$

故选: A.



【点评】 本题考查了平面展开——最短路径问题，将图形展开，利用轴对称的性质和勾股定理进行计算是解题的关键．同时也考查了同学们的创造性思维能力．

10. (3分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=BC=1$ ， E 、 F 为线段 AB 上两动点，且 $\angle ECF=45^\circ$ ，过点 E 、 F 分别作 BC 、 AC 的垂线相交于点 M ，垂足分别为 H 、 G ．现有以下结论：① $AB=\sqrt{2}$ ；②当点 E 与点 B 重合时， $MH=\frac{1}{2}$ ；③ $AF+BE=EF$ ；④ $MG \cdot MH=\frac{1}{2}$ ，其中正确结论为（ ）



- A. ①②③ B. ①③④ C. ①②④ D. ①②③④

【考点】 SO：相似形综合题．

【专题】 16：压轴题．

【分析】 ①由题意知， $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形，根据等腰直角三角形即可作出判断；

②如图1，当点 E 与点 B 重合时，点 H 与点 B 重合，可得 $MG \parallel BC$ ，四边形 $MGCB$ 是矩形，进一步得到 FG 是 $\triangle ACB$ 的中位线，从而作出判断；

③如图2所示，SAS可证 $\triangle ECF \cong \triangle ECD$ ，根据全等三角形的性质和勾股定理

$$\therefore \frac{AE}{BC} = \frac{AC}{BF},$$

$$\therefore AE \cdot BF = AC \cdot BC = 1,$$

由题意知四边形 CHMG 是矩形,

$$\therefore MG \parallel BC, MH = CG,$$

$$MG = CH, MH \parallel AC,$$

$$\therefore \frac{CH}{BC} = \frac{AE}{AB}, \frac{CG}{AC} = \frac{BF}{AB},$$

$$\text{即 } \frac{MG}{1} = \frac{AE}{\sqrt{2}}, \frac{MH}{1} = \frac{BF}{\sqrt{2}},$$

$$\therefore MG = \frac{\sqrt{2}}{2} AE, MH = \frac{\sqrt{2}}{2} BF,$$

$$\therefore MG \cdot MH = \frac{\sqrt{2}}{2} AE \times \frac{\sqrt{2}}{2} BF = \frac{1}{2} AE \cdot BF = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2},$$

故④正确.

故选: C.

【点评】考查了相似形综合题,涉及的知识点有:等腰直角三角形的判定和性质,平行线的判定和性质,矩形的判定和性质,三角形中位线的性质,全等三角形的判定和性质,勾股定理,相似三角形的判定和性质,综合性较强,有一定的难度.

二、填空题: (本大题共 6 个小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

11. (3 分) 太阳半径大约是 696 000 千米, 用科学记数法表示为 6.96×10^8 米.

【考点】 11: 科学记数法—表示较大的数.

【专题】 12: 应用题.

【分析】 先把 696 000 千米转化成 696 000 000 米, 然后再用科学记数法记数记为 6.96×10^8 米.

科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n

的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同。当原数绝对值大于 10 时， n 是正数；当原数的绝对值小于 1 时， n 是负数。

【解答】 解：696 000 千米=696 000 000 米= 6.96×10^8 米。

【点评】 用科学记数法表示一个数的方法是：

(1) 确定 a ： a 是只有一位整数的数；

(2) 确定 n ：当原数的绝对值 ≥ 10 时， n 为正整数， n 等于原数的整数位数减 1；

当原数的绝对值 < 1 时， n 为负整数， n 的绝对值等于原数中左起第一个非零数前零的个数（含整数位数上的零）。

12. (3 分) 若一个多边形的内角和是其外角和的 3 倍，则这个多边形的边数是 八。

【考点】 L3：多边形内角与外角。

【分析】 任何多边形的外角和是 360° ，即这个多边形的内角和是 $3 \times 360^\circ$ 。 n 边形的内角和是 $(n-2) \cdot 180^\circ$ ，如果已知多边形的边数，就可以得到一个关于边数的方程，解方程就可以求出多边形的边数。

【解答】 解：设多边形的边数为 n ，根据题意，得

$$(n-2) \cdot 180 = 3 \times 360,$$

解得 $n=8$ 。

则这个多边形的边数是八。

【点评】 已知多边形的内角和求边数，可以转化为方程的问题来解决。

13. (3 分) 某学校为了解本校学生课外阅读的情况，从全体学生中随机抽取了部分学生进行调查，并将调查结果绘制成统计表。已知该校全体学生人数为 1200 人，由此可以估计每周课外阅读时间在 1~2（不含 1）小时的学生有 240 人。

每周课外阅读时间 (小时)	0 ~ 1	1 ~ 2 (不含 1)	2 ~ 3 (不含 2)	超过 3
人 数	7	10	14	19

【考点】 V5: 用样本估计总体.

【分析】 先求出每周课外阅读时间在 1 ~ 2 (不含 1) 小时的学生所占的百分比, 再乘以全校的人数, 即可得出答案.

【解答】 解: 根据题意得:

$$1200 \times \frac{10}{7+10+14+19} = 240 \text{ (人)},$$

答: 估计每周课外阅读时间在 1 ~ 2 (不含 1) 小时的学生有 240 人;

故答案为: 240.

【点评】 本题考查从统计表中获取信息的能力, 及统计中用样本估计总体的思想.

14. (3 分) 已知: $(a+6)^2 + \sqrt{b^2 - 2b - 3} = 0$, 则 $2b^2 - 4b - a$ 的值为 12.

【考点】 1F: 非负数的性质: 偶次方; 23: 非负数的性质: 算术平方根.

【分析】 首先根据非负数的性质可求出 a 的值, 和 $2b^2 - 2b = 6$, 进而可求出 $2b^2 - 4b - a$ 的值.

【解答】 解: $\because (a+6)^2 + \sqrt{b^2 - 2b - 3} = 0$,

$$\therefore a+6=0, \quad b^2 - 2b - 3=0,$$

解得, $a = -6$, $b^2 - 2b = 3$,

可得 $2b^2 - 4b = 6$,

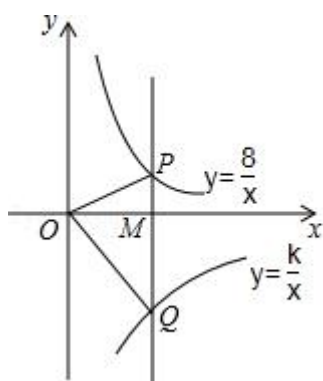
$$\text{则 } 2b^2 - 4b - a = 6 - (-6) = 12,$$

故答案为: 12.

【点评】 本题主要考查了非负数的性质, 初中阶段有三种类型的非负数: 绝对值、偶次方、二次根式 (算术平方根). 当它们相加和为 0 时, 必须满足其中的每

一项都等于 0.

15. (3 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 点 M 为 x 轴正半轴上一点, 过点 M 的直线 $l \parallel y$ 轴, 且直线 l 分别与反比例函数 $y = \frac{8}{x}$ ($x > 0$) 和 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象交于 P、Q 两点, 若 $S_{\triangle POQ} = 14$, 则 k 的值为 -20.



【考点】 G5: 反比例函数系数 k 的几何意义; G8: 反比例函数与一次函数的交点问题.

【分析】 由于 $S_{\triangle POQ} = S_{\triangle OMQ} + S_{\triangle OMP}$, 根据反比例函数比例系数 k 的几何意义得到 $\frac{1}{2}|k| + \frac{1}{2} \times |8| = 14$, 然后结合函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象所在的象限解方程得到满足条件的 k 的值.

【解答】 解: $\because S_{\triangle POQ} = S_{\triangle OMQ} + S_{\triangle OMP}$,

$$\therefore \frac{1}{2}|k| + \frac{1}{2} \times |8| = 14,$$

$$\therefore |k| = 20,$$

而 $k < 0$,

$$\therefore k = -20.$$

故答案为 -20.

【点评】 本题考查了反比例函数比例系数 k 的几何意义: 在反比例函数的图象上任意一点向坐标轴作垂线, 这一点和垂足以及坐标原点所构成的三角形的面积是 $\frac{1}{2}|k|$, 且保持不变. 也考查了反比例函数与一次函数的交点问题.

16. (3分) 已知抛物线 $p: y=ax^2+bx+c$ 的顶点为 C , 与 x 轴相交于 A 、 B 两点 (点 A 在点 B 左侧), 点 C 关于 x 轴的对称点为 C' , 我们称以 A 为顶点且过点 C' , 对称轴与 y 轴平行的抛物线为抛物线 p 的“梦之星”抛物线, 直线 AC' 为抛物线 p 的“梦之星”直线. 若一条抛物线的“梦之星”抛物线和“梦之星”直线分别是 $y=x^2+2x+1$ 和 $y=2x+2$, 则这条抛物线的解析式为 $y=x^2-2x-3$.

【考点】H3: 二次函数的性质; HA: 抛物线与 x 轴的交点.

【专题】16: 压轴题; 23: 新定义.

【分析】先求出 $y=x^2+2x+1$ 和 $y=2x+2$ 的交点 C' 的坐标为 $(1, 4)$, 再求出“梦之星”抛物线 $y=x^2+2x+1$ 的顶点 A 坐标 $(-1, 0)$, 接着利用点 C 和点 C' 关于 x 轴对称得到 $C(1, -4)$, 则可设顶点式 $y=a(x-1)^2-4$,

然后把 A 点坐标代入求出 a 的值即可得到原抛物线解析式.

【解答】解: $\because y=x^2+2x+1=(x+1)^2$,

$\therefore A$ 点坐标为 $(-1, 0)$,

解方程组 $\begin{cases} y=x^2+2x+1 \\ y=2x+2 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x=-1 \\ y=0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=1 \\ y=4 \end{cases}$,

$\therefore$ 点 C' 的坐标为 $(1, 4)$,

$\because$ 点 C 和点 C' 关于 x 轴对称,

$\therefore C(1, -4)$,

设原抛物线解析式为 $y=a(x-1)^2-4$,

把 $A(-1, 0)$ 代入得 $4a-4=0$, 解得 $a=1$,

$\therefore$ 原抛物线解析式为 $y=(x-1)^2-4=x^2-2x-3$.

故答案为 $y=x^2-2x-3$.

【点评】本题考查了二次函数与 x 轴的交点: 求二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a, b,$

c 是常数, $a \neq 0$) 与 x 轴的交点坐标, 令 $y=0$, 即 $ax^2+bx+c=0$, 解关于 x 的一元二次方程即可求得交点横坐标. $\Delta=b^2-4ac$ 决定抛物线与 x 轴的交点个数, $\Delta=b^2-4ac>0$ 时, 抛物线与 x 轴有 2 个交点; $\Delta=b^2-4ac=0$ 时, 抛物线与 x 轴有 1 个交点; $\Delta=b^2-4ac<0$ 时, 抛物线与 x 轴没有交点.

三、解答题: (本大题共 8 个小题, 共 72 分) 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (7 分) 先化简, 再求值:

$$\left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}\right) \div \frac{x+2}{x^2-1}, \text{ 其中 } x \text{ 满足 } 2x-6=0.$$

【考点】6D: 分式的化简求值.

【分析】根据分式混合运算的法则把原式进行化简, 再求出 x 的值代入进行计算即可

$$\begin{aligned} \text{【解答】解: 原式} &= \frac{x+1-x+1}{(x-1)(x+1)} \div \frac{x+2}{x^2-1} \\ &= \frac{2}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{x+2} \\ &= \frac{2}{x+2}. \end{aligned}$$

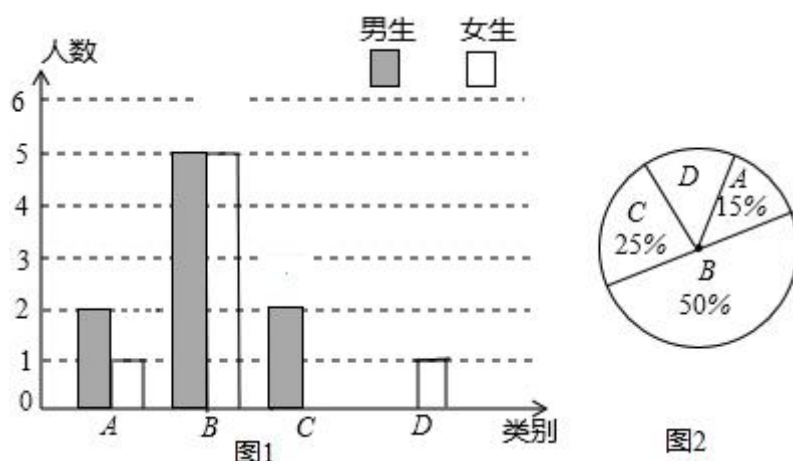
$$\because 2x-6=0,$$

$$\therefore x=3,$$

$$\text{当 } x=3 \text{ 时, 原式} = \frac{2}{5}.$$

【点评】本题考查的是分式的化简求值, 熟知分式混合运算的法则是解答此题的关键.

18. (8 分) 学校实施新课程改革以来, 学生的学习能力有了很大提高. 王老师为进一步了解本班学生自主学习、合作交流的现状, 对该班部分学生进行调查, 把调查结果分成四类 (A: 特别好, B: 好, C: 一般, D: 较差) 后, 再将调查结果绘制成两幅不完整的统计图 (如图). 请根据统计图解答下列问题:



- (1) 本次调查中，王老师一共调查了 20 名学生；
- (2) 将条形统计图补充完整；
- (3) 为了共同进步，王老师从被调查的 A 类和 D 类学生中分别选取一名学生进行“兵教兵”互助学习，请用列表或画树状图的方法求出恰好选中一名男生和一名女生的概率.

【考点】 VB：扇形统计图；VC：条形统计图；X6：列表法与树状图法.

【分析】 (1) 由题意可得：王老师一共调查学生： $(2+1) \div 15\% = 20$ (名)；

(2) 由题意可得：C 类女生： $20 \times 25\% - 2 = 3$ (名)；D 类男生： $20 \times (1 - 15\% - 50\% - 25\%) - 1 = 1$ (名)；继而可补全条形统计图；

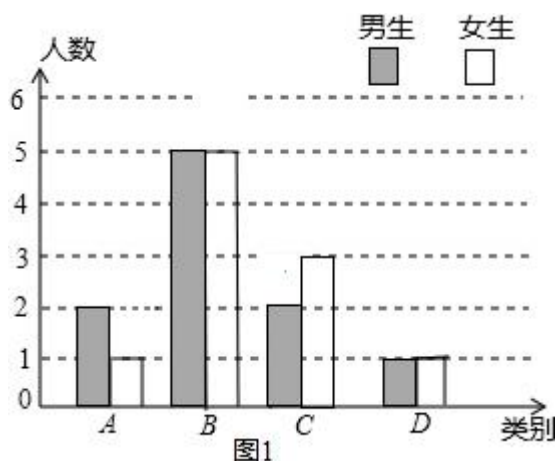
(3) 首先根据题意列出表格，再利用表格求得所有等可能的结果与恰好选中一名男生和一名女生的情况，继而求得答案.

【解答】 解：(1) 根据题意得：王老师一共调查学生： $(2+1) \div 15\% = 20$ (名)；

故答案为：20；

(2) $\because$ C 类女生： $20 \times 25\% - 2 = 3$ (名)；D 类男生： $20 \times (1 - 15\% - 50\% - 25\%) - 1 = 1$ (名)；

如图：



(3) 列表如下: A 类中的两名男生分别记为 A1 和 A2,

	男 A1	男 A2	... (7 分)
			女 A
男 D	男 A1 男 D	男 A2 男 D	女 A 男 D
女 D	男 A1 女 D	男 A2 女 D	女 A 女 D

共有 6 种等可能的结果, 其中, 一男一女的有 3 种, 所以所选两位同学恰好是一位男生和一位女生的概率为: $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

【点评】此题考查了列表法或树状图法求概率以及条形统计图与扇形统计图. 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

19. (8 分) 学校需要购买一批篮球和足球, 已知一个篮球比一个足球的进价高 30 元, 买两个篮球和三个足球一共需要 510 元.

(1) 求篮球和足球的单价;

(2) 根据实际需要, 学校决定购买篮球和足球共 100 个, 其中篮球购买的数量不少于足球数量的 $\frac{2}{3}$, 学校可用于购买这批篮球和足球的资金最多为 10500 元. 请问有几种购买方案?

(3) 若购买篮球 x 个, 学校购买这批篮球和足球的总费用为 y (元), 在 (2)

的条件下，求哪种方案能使 y 最小，并求出 y 的最小值.

【考点】 8A: 一元一次方程的应用；CE: 一元一次不等式组的应用；FH: 一次函数的应用.

【分析】 (1) 设一个篮球 x 元，则一个足球 $(x - 30)$ 元，根据“买两个篮球和三个足球一共需要 510 元”列出方程，即可解答；

(2) 设购买篮球 x 个，足球 $(100 - x)$ 个，根据“篮球购买的数量不少于足球数量的 $\frac{2}{3}$ ，学校可用于购买这批篮球和足球的资金最多为 10500 元”，列出不等式组，求出 x 的取值范围，由 x 为正整数，即可解答；

(3) 表示出总费用 y ，利用一次函数的性质，即可确定 x 的取值，即可确定最小值.

【解答】 解：(1) 设一个篮球 x 元，则一个足球 $(x - 30)$ 元，由题意得：

$$2x + 3(x - 30) = 510,$$

解得： $x = 120$,

$\therefore$ 一个篮球 120 元，一个足球 90 元.

(2) 设购买篮球 x 个，足球 $(100 - x)$ 个，

由题意可得：
$$\begin{cases} x \geq \frac{2}{3}(100 - x) \\ 120x + 90(100 - x) \leq 10500 \end{cases},$$

解得： $40 \leq x \leq 50$,

$\therefore x$ 为正整数，

$\therefore x = 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50$,

$\therefore$ 共有 11 种购买方案.

(3) 由题意可得 $y = 120x + 90(100 - x) = 30x + 9000$ ($40 \leq x \leq 50$)

$\therefore k=30 > 0$,

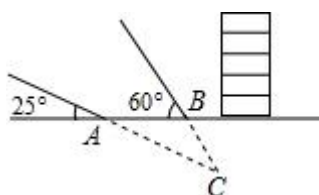
$\therefore y$ 随 x 的增大而增大,

$\therefore$ 当 $x=40$ 时, y 有最小值, $y_{\text{最小}}=30 \times 40+9000=10200$ (元),

所以当 $x=40$ 时, y 最小值为 10200 元.

【点评】 本题考查了一次函数的应用, 解决本题的关键是根据已知条件, 列出一元一次方程和一元一次不等式组, 应用一次函数的性质解决问题.

20. (8 分) 北京时间 2015 年 04 月 25 日 14 时 11 分, 尼泊尔发生 8.1 级强烈地震, 我国积极组织抢险队赴地震灾区参与抢险工作. 如图, 某探测队在地面 A、B 两处均探测出建筑物下方 C 处有生命迹象, 已知探测线与地面的夹角分别是 25° 和 60° , 且 $AB=4$ 米, 求该生命迹象所在位置 C 的深度. (结果精确到 1 米. 参考数据: $\sin 25^\circ \approx 0.4$, $\cos 25^\circ \approx 0.9$, $\tan 25^\circ \approx 0.5$, $\sqrt{3} \approx 1.7$)



【考点】 T8: 解直角三角形的应用.

【分析】 过 C 点作 AB 的垂线交 AB 的延长线于点 D, 通过解 $\text{Rt}\triangle ADC$ 得到

$AD=2CD=2x$, 在 $\text{Rt}\triangle BDC$ 中利用锐角三角函数的定义即可求出 CD 的值.

【解答】 解: 作 $CD \perp AB$ 交 AB 延长线于 D, 设 $CD=x$ 米.

$\text{Rt}\triangle ADC$ 中, $\angle DAC=25^\circ$,

所以 $\tan 25^\circ = \frac{CD}{AD} = 0.5$,

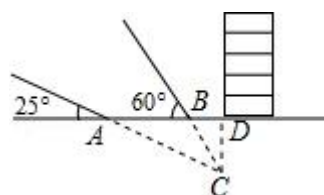
所以 $AD = \frac{CD}{0.5} = 2x$.

$\text{Rt}\triangle BDC$ 中, $\angle DBC=60^\circ$,

由 $\tan 60^\circ = \frac{x}{2x-4} = \sqrt{3}$,

解得： $x \approx 3$ 米.

所以生命迹象所在位置 C 的深度约为 3 米.

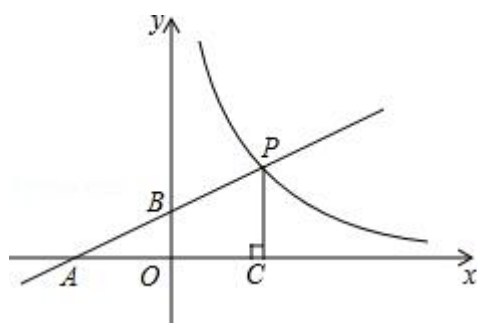


【点评】 本题考查的是解直角三角形的应用，根据题意作出辅助线，构造出直角三角形是解答此题的关键.

21. (9 分) 如图，直线 $y=ax+1$ 与 x 轴、 y 轴分别相交于 A、B 两点，与双曲线 $y=\frac{k}{x}$ ($x>0$) 相交于点 P， $PC \perp x$ 轴于点 C，且 $PC=2$ ，点 A 的坐标为 $(-2, 0)$.

(1) 求双曲线的解析式;

(2) 若点 Q 为双曲线上点 P 右侧的一点，且 $QH \perp x$ 轴于 H，当以点 Q、C、H 为顶点的三角形与 $\triangle AOB$ 相似时，求点 Q 的坐标.



【考点】 GB: 反比例函数综合题.

【专题】 15: 综合题.

【分析】 (1) 把 A 坐标代入直线解析式求出 a 的值，确定出直线解析式，把 $y=2$ 代入直线解析式求出 x 的值，确定出 P 坐标，代入反比例解析式求出 k 的值，即可确定出双曲线解析式;

(2) 设 Q (a, b) ，代入反比例解析式得到 $b=\frac{4}{a}$ ，分两种情况考虑：当 $\triangle QCH$

$\sim \triangle BAO$ 时；当 $\triangle QCH \sim \triangle ABO$ 时，由相似得比例求出 a 的值，进而确定出 b 的值，即可得出 Q 坐标.

【解答】解：(1) 把 $A(-2, 0)$ 代入 $y=ax+1$ 中，求得 $a=\frac{1}{2}$,

$$\therefore y=\frac{1}{2}x+1,$$

由 $PC=2$ ，把 $y=2$ 代入 $y=\frac{1}{2}x+1$ 中，得 $x=2$ ，即 $P(2, 2)$ ，

把 P 代入 $y=\frac{k}{x}$ 得： $k=4$ ，

则双曲线解析式为 $y=\frac{4}{x}$ ；

(2) 设 $Q(m, n)$ ，

$\therefore Q(m, n)$ 在 $y=\frac{4}{x}$ 上，

$$\therefore n=\frac{4}{m},$$

当 $\triangle QCH \sim \triangle BAO$ 时，可得 $\frac{CH}{AO}=\frac{QH}{BO}$ ，即 $\frac{m-2}{m}=\frac{n}{1}$ ，

$$\therefore m-2=2n, \text{ 即 } m-2=\frac{8}{m},$$

解得： $m=4$ 或 $m=-2$ (舍去)，

$$\therefore Q(4, 1);$$

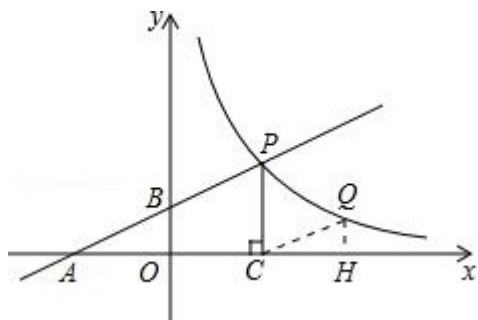
当 $\triangle QCH \sim \triangle ABO$ 时，可得 $\frac{CH}{BO}=\frac{QH}{AO}$ ，即 $\frac{a-2}{1}=\frac{b}{2}$ ，

$$\text{整理得： } 2a-4=\frac{4}{a},$$

解得： $a=1+\sqrt{3}$ 或 $a=1-\sqrt{3}$ (舍)，

$$\therefore Q(1+\sqrt{3}, 2\sqrt{3}-2).$$

综上， $Q(4, 1)$ 或 $Q(1+\sqrt{3}, 2\sqrt{3}-2)$.

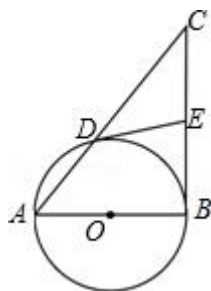


【点评】 此题属于反比例函数综合题，涉及的知识有：相似三角形的性质，待定系数法确定直线解析式，待定系数法确定反比例函数解析式，熟练掌握待定系数法是解本题的关键.

22. (9 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，BC 是以 AB 为直径的 $\odot O$ 的切线，且 $\odot O$ 与 AC 相交于点 D，E 为 BC 的中点，连接 DE.

(1) 求证：DE 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 连接 AE，若 $\angle C=45^\circ$ ，求 $\sin \angle CAE$ 的值.



【考点】 KQ：勾股定理；MD：切线的判定；T7：解直角三角形.

【分析】 (1) 连接 DO，DB，由圆周角定理就可以得出 $\angle ADB=90^\circ$ ，可以得出 $\angle CDB=90^\circ$ ，根据 E 为 BC 的中点可以得出 $DE=BE$ ，就有 $\angle EDB=\angle EBD$ ， $OD=OB$ 可以得出 $\angle ODB=\angle OBD$ ，由等式的性质就可以得出 $\angle ODE=90^\circ$ 就可以得出结论.

(2) 作 $EF \perp CD$ 于 F，设 $EF=x$ ，由 $\angle C=45^\circ$ ，得出 $\triangle CEF$ 、 $\triangle ABC$ 都是等腰直角三角形，根据等腰直角三角形的性质和勾股定理求得 $BE=CE=\sqrt{2}x$ ， $AB=BC=2\sqrt{2}x$ ， $AE=\sqrt{10}x$ ，进而就可求得 $\sin \angle CAE$ 的值.

【解答】 解：(1) 连接 OD，BD，

$$\therefore OD=OB$$

$$\therefore \angle ODB=\angle OBD.$$

$\because AB$ 是直径,

$$\therefore \angle ADB=90^\circ,$$

$$\therefore \angle CDB=90^\circ.$$

$\because E$ 为 BC 的中点,

$$\therefore DE=BE,$$

$$\therefore \angle EDB=\angle EBD,$$

$$\therefore \angle ODB+\angle EDB=\angle OBD+\angle EBD,$$

$$\text{即 } \angle EDO=\angle EBO.$$

$\because BC$ 是以 AB 为直径的 $\odot O$ 的切线,

$$\therefore AB \perp BC,$$

$$\therefore \angle EBO=90^\circ,$$

$$\therefore \angle ODE=90^\circ,$$

$\therefore DE$ 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 作 $EF \perp CD$ 于 F , 设 $EF=x$

$$\because \angle C=45^\circ,$$

$\therefore \triangle CEF$ 、 $\triangle ABC$ 都是等腰直角三角形,

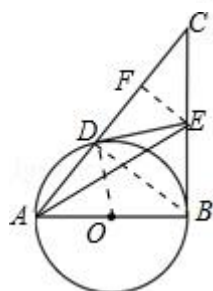
$$\therefore CF=EF=x,$$

$$\therefore BE=CE=\sqrt{2}x,$$

$$\therefore AB=BC=2\sqrt{2}x,$$

在 $\text{RT}\triangle ABE$ 中, $AE = \sqrt{AB^2 + BE^2} = \sqrt{10}x$,

$$\therefore \sin \angle CAE = \frac{EF}{AE} = \frac{\sqrt{10}}{10}.$$



【点评】 本题考查了圆周角定理的运用, 直角三角形的性质的运用, 等腰三角形的性质的运用, 切线的判定定理的运用, 勾股定理的运用, 解答时正确添加辅助线是关键.

23. (11 分) 如图, E、F 分别是正方形 ABCD 的边 DC、CB 上的点, 且 $DE = CF$,

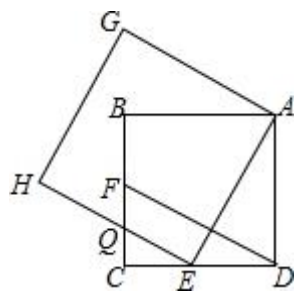
以 AE 为边作正方形 AEHG, HE 与 BC 交于点 Q, 连接 DF.

(1) 求证: $\triangle ADE \cong \triangle DCF$;

(2) 若 E 是 CD 的中点, 求证: Q 为 CF 的中点;

(3) 连接 AQ, 设 $S_{\triangle CEQ} = S_1$, $S_{\triangle AED} = S_2$, $S_{\triangle EAQ} = S_3$, 在 (2) 的条件下, 判断

$S_1 + S_2 = S_3$ 是否成立? 并说明理由.



【考点】 LO: 四边形综合题.

【专题】 16: 压轴题.

【分析】 (1) 由正方形的性质得出 $AD = DC$, $\angle ADE = \angle DCF = 90^\circ$, 再由 SAS 即可证出 $\triangle ADE \cong \triangle DCF$;

(2) 先证出 $\angle DAE = \angle CEQ$, 再证明 $\triangle ADE \sim \triangle ECQ$, 得出比例式 $\frac{CQ}{DE} = \frac{CE}{AD}$, 证

出 $CQ = \frac{1}{2}DE$, 即可得出结论;

(3) 先证明 $\triangle AEQ \sim \triangle ECQ$, 得出 $\triangle AEQ \sim \triangle ECQ \sim \triangle ADE$, 得出面积比等于相似比的平方, 再由勾股定理即可得出结论.

【解答】 (1) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore AD = DC$, $\angle ADE = \angle DCF = 90^\circ$,

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle DCF$ 中,
$$\begin{cases} AD = DC \\ \angle ADE = \angle DCF \\ DE = CF \end{cases},$$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle DCF$ (SAS);

(2) 证明: $\because E$ 是 CD 的中点,

$\therefore CE = DE = \frac{1}{2}DC = \frac{1}{2}AD$,

$\because$ 四边形 $AEHG$ 是正方形,

$\therefore \angle AEH = 90^\circ$,

$\therefore \angle AED + \angle CEQ = 90^\circ$,

$\because \angle AED + \angle DAE = 90^\circ$,

$\therefore \angle DAE = \angle CEQ$,

$\because \angle ADE = \angle DCF$,

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ECQ$,

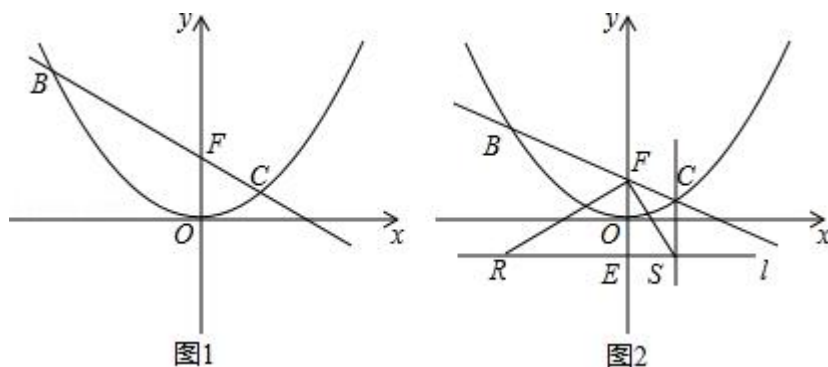
$\therefore \frac{CQ}{DE} = \frac{CE}{AD} = \frac{1}{2}$,

$\therefore CQ = \frac{1}{2}DE$,

$\because DE = CF$,

$\therefore CQ = \frac{1}{2}CF$,

即 Q 为 CF 的中点;



于 B、C 两点.

- (1) 如图 1, 当点 C 的横坐标为 1 时, 求直线 BC 的解析式;
- (2) 在 (1) 的条件下, 点 M 是直线 BC 上一动点, 过点 M 作 y 轴的平行线, 与抛物线交于点 D, 是否存在这样的点 M, 使得以 M、D、O、F 为顶点的四边形为平行四边形? 若存在, 求出点 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由;
- (3) 如图 2, 设 B (m, n) ($m < 0$), 过点 E (0, -1) 的直线 $l \parallel x$ 轴, $BR \perp l$ 于 R, $CS \perp l$ 于 S, 连接 FR、FS. 试判断 $\triangle RFS$ 的形状, 并说明理由.

【考点】HF: 二次函数综合题.

【专题】16: 压轴题.

- 【分析】(1) 首先求出 C 的坐标, 然后由 C、F 两点用待定系数法求解析式即可;
- (2) 因为 $DM \parallel OF$, 要使以 M、D、O、F 为顶点的四边形为平行四边形, 则 $DM = OF$, 设 M ($x, -\frac{3}{4}x + 1$), 则 D ($x, \frac{1}{4}x^2$), 表示出 DM, 分类讨论列方程求解;
- (3) 根据勾股定理求出 $BR = BF$, 再由 $BR \parallel EF$ 得到 $\angle RFE = \angle BFR$, 同理可得 $\angle EFS = \angle CFS$, 所以 $\angle RFS = \frac{1}{2} \angle BFC = 90^\circ$, 所以 $\triangle RFS$ 是直角三角形.

【解答】解: (1) 因为点 C 在抛物线上, 所以 C ($1, \frac{1}{4}$),

又 $\therefore$ 直线 BC 过 C、F 两点,

故得方程组:
$$\begin{cases} b=1 \\ k+b=\frac{1}{4} \end{cases}$$

解之，得 $\begin{cases} k=-\frac{3}{4}, \\ b=1 \end{cases}$

所以直线 BC 的解析式为： $y = -\frac{3}{4}x+1$ ；

(2) 要使以 M、D、O、F 为顶点的四边形为平行四边形，则 MD=OF，如图 1 所示，

设 M $(x, -\frac{3}{4}x+1)$ ，则 D $(x, \frac{1}{4}x^2)$ ，

$\therefore MD \parallel y$ 轴，

$$\therefore MD = -\frac{3}{4}x+1 - \frac{1}{4}x^2,$$

由 MD=OF，可得 $|\frac{3}{4}x+1 - \frac{1}{4}x^2|=1$ ，

①当 $-\frac{3}{4}x+1 - \frac{1}{4}x^2=1$ 时，

解得 $x_1=0$ (舍) 或 $x_1=-3$ ，

所以 M $(-3, \frac{13}{4})$ ，

②当 $-\frac{3}{4}x+1 - \frac{1}{4}x^2=-1$ 时，

解得， $x = \frac{-3 \pm \sqrt{41}}{2}$ ，

所以 M $(\frac{-3-\sqrt{41}}{2}, \frac{17+3\sqrt{41}}{8})$ 或 M $(\frac{-3+\sqrt{41}}{2}, \frac{17-3\sqrt{41}}{8})$ ，

综上所述，存在这样的点 M，使以 M、D、O、F 为顶点的四边形为平行四边形，

M 点坐标为 $(-3, \frac{13}{4})$ 或 $(\frac{-3-\sqrt{41}}{2}, \frac{17+3\sqrt{41}}{8})$ 或 $(\frac{-3+\sqrt{41}}{2}, \frac{17-3\sqrt{41}}{8})$ ；

(3) 过点 F 作 $FT \perp BR$ 于点 T，如图 2 所示，

$\therefore$ 点 B (m, n) 在抛物线上，

$$\therefore m^2=4n,$$

在 $Rt\triangle BTF$ 中，

$$BF = \sqrt{BT^2 + TF^2}$$

$$= \sqrt{(n-1)^2 + m^2}$$

$$= \sqrt{(n-1)^2 + 4n}$$

$$= \sqrt{(n+1)^2},$$

$$\because n > 0,$$

$$\therefore BF = n+1,$$

$$\text{又} \because BR = n+1,$$

$$\therefore BF = BR.$$

$$\therefore \angle BRF = \angle BFR,$$

$$\text{又} \because BR \perp l, EF \perp l,$$

$$\therefore BR \parallel EF,$$

$$\therefore \angle BRF = \angle RFE,$$

$$\therefore \angle RFE = \angle BFR,$$

$$\text{同理可得} \angle EFS = \angle CFS,$$

$$\therefore \angle RFS = \frac{1}{2} \angle BFC = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle RFS \text{ 是直角三角形.}$$

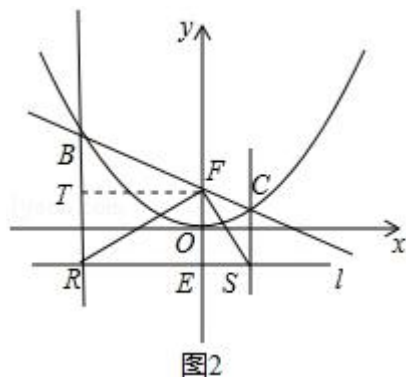


图2

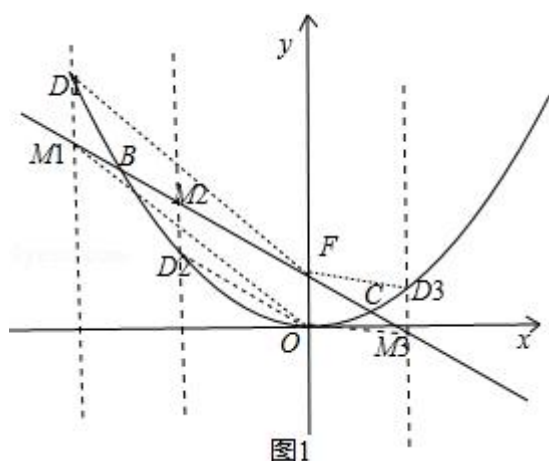


图1

【点评】本题主要考查了待定系数法求解析式，平行四边形的判定，平行线的性质，勾股定理以及分类讨论和数形结合等数学思想.