

2015 年四川省自贡市中考数学试卷

一、选择题 (每小题 4 分, 共 40 分)

1. (4 分) (2015•自贡) $-\frac{1}{2}$ 的倒数是 ()

- A. -2 B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

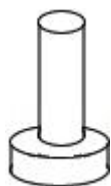
2. (4 分) (2015•自贡) 将 2.05×10^{-3} 用小数表示为 ()

- A. 0.000205 B. 0.0205 C. 0.00205 D. -0.00205

3. (4 分) (2015•自贡) 方程 $\frac{x^2 - 1}{x + 1} = 0$ 的解是 ()

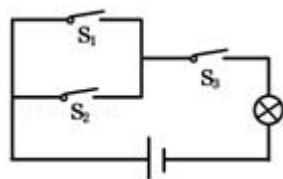
- A. 1 或 -1 B. -1 C. 0 D. 1

4. (4 分) (2015•自贡) 如图是一种常用的圆顶螺杆, 它的俯视图是 ()



- A.  B.  C.  D. 

5. (4 分) (2015•自贡) 如图, 随机闭合开关 S_1 、 S_2 、 S_3 中的两个, 则能让灯泡 $\otimes$ 发光的概率是 ()



- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{4}$

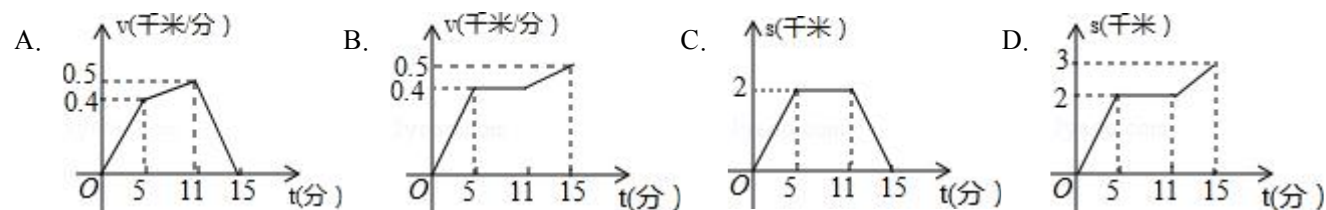
6. (4 分) (2015•自贡) 若点 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) 都是反比例函数 $y = -\frac{1}{x}$ 图象上的点, 并且 $y_1 < 0 < y_2 < y_3$, 则下列各式中正确的是 ()

- A. $x_1 < x_2 < x_3$ B. $x_1 < x_3 < x_2$ C. $x_2 < x_1 < x_3$ D. $x_2 < x_3 < x_1$

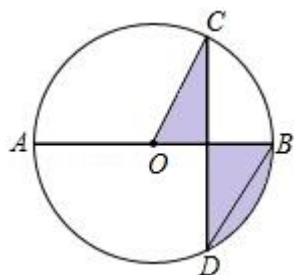
7. (4 分) (2015•自贡) 为庆祝战胜胜利 70 周年, 我市某楼盘让利于民, 决定将原价为 a 元/米² 的商品房价降价 10% 销售, 降价后的销售价为 ()

- A. $a - 10\%$ B. $a \cdot 10\%$ C. $a(1 - 10\%)$ D. $a(1 + 10\%)$

8. (4分) (2015•自贡) 小刚以 400 米/分的速度匀速骑车 5 分, 在原地休息了 6 分, 然后以 500 米/分的速度骑回出发地. 下列函数图象能表达这一过程的是 ()

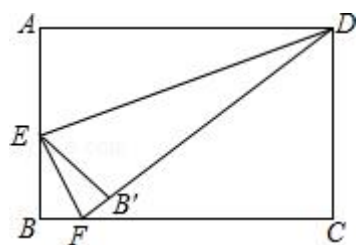


9. (4分) (2015•自贡) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$, $\angle CDB = 30^\circ$, $CD = 2\sqrt{3}$, 则阴影部分图形的面积为 ()



- A. 4π B. 2π C. π D. $\frac{2\pi}{3}$

10. (4分) (2015•自贡) 如图, 在矩形 ABCD 中, $AB=4$, $AD=6$, E 是 AB 边的中点, F 是线段 BC 上的动点, 将 $\triangle EBF$ 沿 EF 所在直线折叠得到 $\triangle EB'F$, 连接 $B'D$, 则 $B'D$ 的最小值是 ()



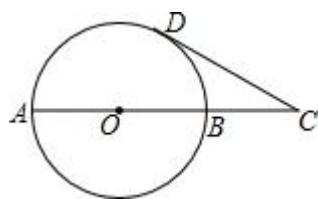
- A. $2\sqrt{10}-2$ B. 6 C. $2\sqrt{13}-2$ D. 4

二、填空题 (每小题 4 分, 共 20 分)

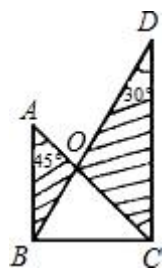
11. (4分) (2015•自贡) 化简: $|\sqrt{3}-2| =$ _____.

12. (4分) (2015•自贡) 若两个连续整数 x, y 满足 $x < \sqrt{5}+1 < y$, 则 $x+y$ 的值是_____.

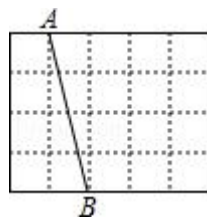
13. (4分) (2015•自贡) 如图, 已知 AB 是 $\odot O$ 的一条直径, 延长 AB 至 C 点, 使 $AC=3BC$, CD 与 $\odot O$ 相切于 D 点. 若 $CD=\sqrt{3}$, 则劣弧 AD 的长为_____.



14. (4分) (2015•自贡) 将一副三角板按图叠放, 则 $\triangle AOB$ 与 $\triangle DOC$ 的面积之比等于_____.



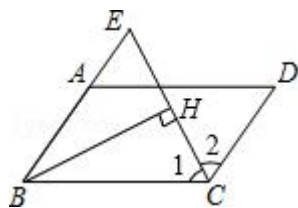
15. (4分) (2015•自贡) 如图, 将线段AB放在边长为1的小正方形网格, 点A点B均落在格点上, 请用无刻度直尺在线段AB上画出点P, 使 $AP = \frac{2\sqrt{17}}{3}$, 并保留作图痕迹. (备注: 本题只是找点不是证明, $\therefore$ 只需连接一对角线就行)



三、解答题 (每小题8分, 共16分)

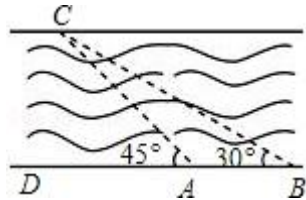
16. (8分) (2015•自贡) 解不等式: $\frac{4x-1}{3} - x > 1$, 并把解集在数轴上表示出来.

17. (8分) (2015•自贡) 在 $\square ABCD$ 中, $\angle BCD$ 的平分线与BA的延长线相交于点E, $BH \perp EC$ 于点H, 求证: $CH = EH$.

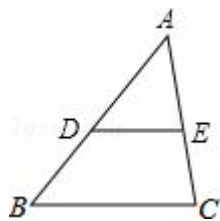


四、解答题 (每小题 8 分, 共 16 分)

18. (8 分) (2015•自贡) 如图所示, 我市某中学课外活动小组的同学利用所学知识去测量釜溪河沙湾段的宽度. 小宇同学在 A 处观测对岸 C 点, 测得 $\angle CAD=45^\circ$, 小英同学在距 A 处 50 米远的 B 处测得 $\angle CBD=30^\circ$, 请你根据这些数据算出河宽. (精确到 0.01 米, 参考数据 $\sqrt{2}\approx 1.414$, $\sqrt{3}\approx 1.732$)

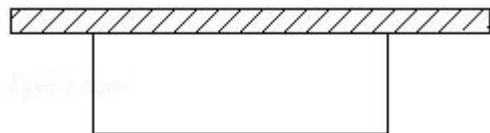


19. (8 分) (2015•自贡) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D、E 分别是 AB、AC 边的中点. 求证: $DE \parallel \frac{1}{2}BC$.

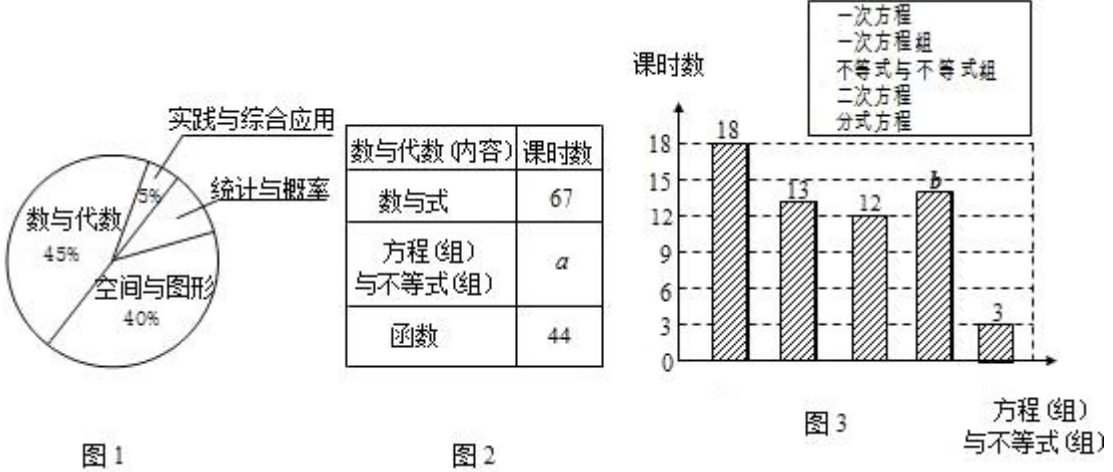


五、解答题 (每小题 10 分, 共 20 分)

20. (10 分) (2015•自贡) 利用一面墙 (墙的长度不限), 另三边用 58m 长的篱笆围成一个面积为 200m^2 的矩形场地, 求矩形的长和宽.



21. (10 分) (2015•自贡) 在结束了 380 课时初中阶段数学内容的教学后, 唐老师计划安排 60 课时用于总复习, 根据数学内容所占课时比例, 绘制如下统计图表 (图 1~图 3), 请根据图表提供的信息, 回答下列问题:



- 图 1 中“统计与概率”所在扇形的圆心角为_____度;
- 图 2、3 中的 $a=_____$, $b=_____$;
- 在 60 课时的总复习中, 唐老师应安排多少课时复习“数与代数”内容?

六、解答题 (本题满分 12 分)

22. (12 分) (2015•自贡) 观察下表:

序号	1	2	3	...
图形	$\begin{array}{cc} x & x \\ & y \\ x & x \end{array}$	$\begin{array}{ccc} x & x & x \\ & y & y \\ x & & x \\ & y & y \\ x & x & x \end{array}$	$\begin{array}{cccc} x & x & x & x \\ & y & y & y \\ x & & & x \\ & y & y & y \\ x & & & x \\ & y & y & y \\ x & x & x & x \end{array}$	...

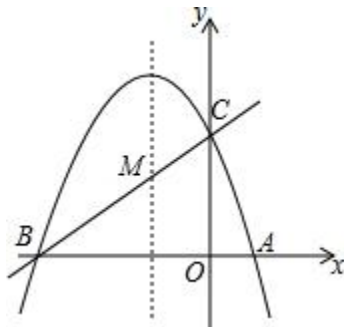
我们把某格中各字母的和所得多项式称为“特征多项式”. 例如, 第 1 格的“特征多项式”为 $4x+y$. 回答下列问题:

- 第 3 格的“特征多项式”为_____, 第 4 格的“特征多项式”为_____, 第 n 格的“特征多项式”为_____;
- 若第 1 格的“特征多项式”的值为 -10 , 第 2 格的“特征多项式”的值为 -16 , 求 x, y 的值.

七、解答题 (本题满分 12 分)

23. (12 分) (2015•自贡) 如图, 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的对称轴为直线 $x=-1$, 且抛物线经过 $A(1, 0)$, $C(0, 3)$ 两点, 与 x 轴交于点 B .

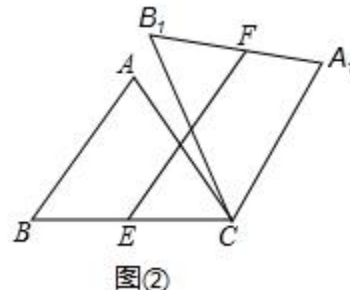
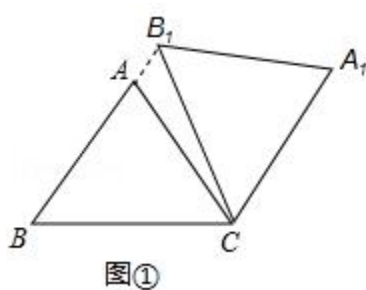
- (1) 若直线 $y=mx+n$ 经过 B 、 C 两点, 求直线 BC 和抛物线的解析式;
- (2) 在抛物线的对称轴 $x=-1$ 上找一点 M , 使点 M 到点 A 的距离与到点 C 的距离之和最小, 求出点 M 的坐标;
- (3) 设点 P 为抛物线的对称轴 $x=-1$ 上的一个动点, 求使 $\triangle BPC$ 为直角三角形的点 P 的坐标.



八、解答题 (本题满分 14 分)

24. (14 分) (2015•自贡) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=5$, $\cos \angle ABC = \frac{3}{5}$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转, 得到 $\triangle A_1B_1C$.

- (1) 如图①, 当点 B_1 在线段 BA 延长线上时. ①求证: $BB_1 \parallel CA_1$; ②求 $\triangle AB_1C$ 的面积;
- (2) 如图②, 点 E 是 BC 边的中点, 点 F 为线段 AB 上的动点, 在 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转过程中, 点 F 的对应点是 F_1 , 求线段 EF_1 长度的最大值与最小值的差.



2015 年四川省自贡市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（每小题 4 分，共 40 分）

1. (4 分) (2015•自贡) $-\frac{1}{2}$ 的倒数是 ()

- A. -2 B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

考点: 倒数.

专题: 常规题型.

分析: 根据倒数的定义求解.

解答: 解: $-\frac{1}{2}$ 的倒数是 -2.

故选: A.

点评: 本题主要考查了倒数的定义, 解题的关键是熟记定义.

2. (4 分) (2015•自贡) 将 2.05×10^{-3} 用小数表示为 ()

- A. 0.000205 B. 0.0205 C. 0.00205 D. -0.00205

考点: 科学记数法—原数.

分析: 10^{-3} 就是 0.001, 可以把 2.05 的小数点向左移动 3 位.

解答: 解: $2.05 \times 10^{-3} = 0.00205$,

故选 C.

点评: 本题考查了科学记数法, 用科学记数法表示的数还原成原数时, $n > 0$ 时, n 是几, 小数点就向右移几位; $n < 0$ 时, n 是几, 小数点就向左移几位.

3. (4 分) (2015•自贡) 方程 $\frac{x^2 - 1}{x + 1} = 0$ 的解是 ()

- A. 1 或 -1 B. -1 C. 0 D. 1

考点: 解分式方程.

专题: 计算题.

分析: 分式方程去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解.

解答: 解: 去分母得: $x^2 - 1 = 0$, 即 $x^2 = 1$,

解得: $x = 1$ 或 $x = -1$,

经检验 $x = -1$ 是增根, 分式方程的解为 $x = 1$.

故选 D.

点评: 此题考查了解分式方程, 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 把分式方程转化为整式方程求解. 解分式方程一定要注意要验根.

4. (4 分) (2015•自贡) 如图是一种常用的圆顶螺杆, 它的俯视图是 ()



A.



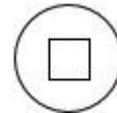
B.



C.



D.



考点: 简单组合体的三视图.

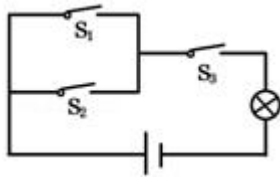
分析: 找到从上面看所得到的图形即可, 注意所有的看到的棱都应表现在俯视图中.

解答: 解: 从上面看易得俯视图为圆环.

故选 B.

点评: 本题考查了三视图的知识, 注意俯视图是从物体的上面看得到的视图.

5. (4 分) (2015•自贡) 如图, 随机闭合开关 S_1 、 S_2 、 S_3 中的两个, 则能让灯泡 $\otimes$ 发光的概率是 ()



- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{4}$

考点: 列表法与树状图法.

专题: 图表型.

分析: 采用列表法列出所有情况, 再根据能让灯泡发光的情况利用概率公式进行计算即可求解.

解答: 解: 列表如下:

	S_1	S_2	S_3
S_1	—	(S_1, S_2)	(S_1, S_3)
S_2	(S_2, S_1)	—	(S_2, S_3)
S_3	(S_3, S_1)	(S_3, S_2)	—

共有 6 种情况, 必须闭合开关 S_3 灯泡才亮,

即能让灯泡发光的概率是 $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

故选 C.

点评: 本题考查了列表法与画树状图求概率, 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

6. (4 分) (2015•自贡) 若点 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) 都是反比例函数 $y = -\frac{1}{x}$ 图象上的点, 并且 $y_1 < 0 < y_2 < y_3$, 则下列各式中正确的是 ()

- A. $x_1 < x_2 < x_3$ B. $x_1 < x_3 < x_2$ C. $x_2 < x_1 < x_3$ D. $x_2 < x_3 < x_1$

考点: 反比例函数图象上点的坐标特征.

分析: 先根据反比例函数的解析式判断出函数图象所在的象限及在每一象限内函数的增减性, 再根据 $y_1 < 0 < y_2 < y_3$ 判断出三点所在的象限, 故可得出结论.

解答: 解: $\because$ 反比例函数 $y = -\frac{1}{x}$ 中 $k = -1 < 0$,

$\therefore$ 此函数的图象在二、四象限, 且在每一象限内 y 随 x 的增大而增大,

$\therefore y_1 < 0 < y_2 < y_3$,

$\therefore$ 点 (x_1, y_1) 在第四象限, (x_2, y_2) 、 (x_3, y_3) 两点均在第二象限,

$\therefore x_2 < x_3 < x_1$.

故选 D.

点评: 本题考查的是反比例函数图象上点的坐标特点, 先根据题意判断出函数图象所在的象限是解答此题的关键.

7. (4 分) (2015•自贡) 为庆祝战胜利 70 周年, 我市某楼盘让利于民, 决定将原价为 a 元/米² 的商品房价降价 10% 销售, 降价后的销售价为 ()

A. $a - 10\%$ B. $a \cdot 10\%$ C. $a(1 - 10\%)$ D. $a(1 + 10\%)$

考点: 列代数式.

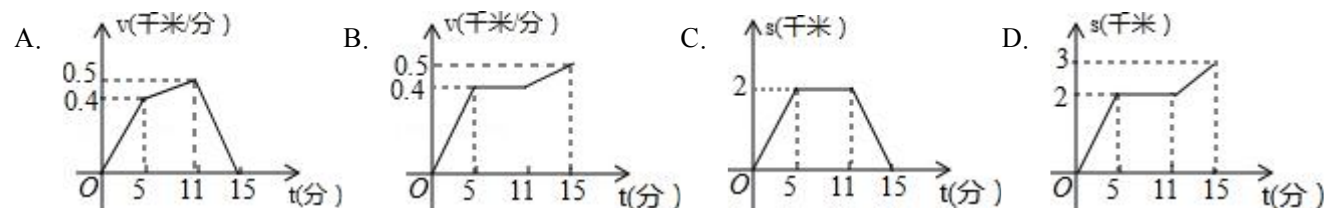
分析: 根据题意列出代数式解答即可.

解答: 解: 根据题意可得: $a(1 - 10\%)$,

故选 C.

点评: 此题考查代数式, 关键是根据将原价为 a 元/米² 的商品房价降价 10% 销售列出代数式.

8. (4 分) (2015•自贡) 小刚以 400 米/分的速度匀速骑车 5 分, 在原地休息了 6 分, 然后以 500 米/分的速度骑回出发地. 下列函数图象能表达这一过程的是 ()



考点: 函数的图象.

分析: 根据匀速行驶, 可得路程随时间匀速增加, 根据原地休息, 路程不变, 根据加速返回, 可得路程随时间逐渐减少, 可得答案.

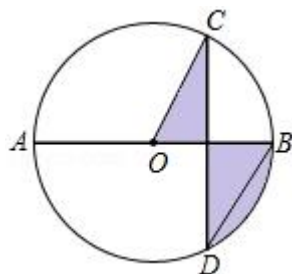
解答: 解: 由题意, 得

以 400 米/分的速度匀速骑车 5 分, 路程随时间匀速增加; 在原地休息了 6 分, 路程不变; 以 500 米/分的速度骑回出发地, 路程逐渐减少,

故选: C.

点评: 本意考查了函数图象, 根据题意判断路程与时间的关系是解题关键, 注意休息时路程不变.

9. (4 分) (2015•自贡) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$, $\angle CDB=30^\circ$, $CD=2\sqrt{3}$, 则阴影部分图形的面积为 ()



- A. 4π B. 2π C. π D. $\frac{2\pi}{3}$

考点: 扇形面积的计算; 垂径定理; 圆周角定理; 解直角三角形.

专题: 数形结合.

分析: 连接 OD, 则根据垂径定理可得出 $CE=DE$, 继而将阴影部分的面积转化为扇形 OBD 的面积, 代入扇形的面积公式求解即可.

解答: 解: 连接 OD.

$$\because CD \perp AB,$$

$$\therefore CE=DE=\frac{1}{2}CD=\sqrt{3} \text{ (垂径定理),}$$

$$\text{故 } S_{\triangle OCE}=S_{\triangle ODE},$$

即可得阴影部分的面积等于扇形 OBD 的面积,

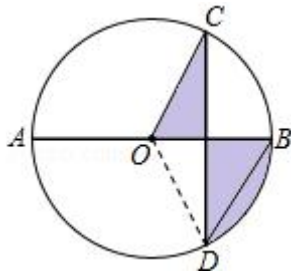
$$\text{又 } \because \angle CDB=30^\circ,$$

$$\therefore \angle COB=60^\circ \text{ (圆周角定理),}$$

$$\therefore OC=2,$$

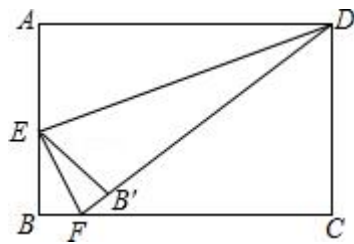
$$\text{故 } S_{\text{扇形 OBD}}=\frac{60\pi \times 2^2}{360}=\frac{2\pi}{3}, \text{ 即阴影部分的面积为 } \frac{2\pi}{3}.$$

故选：D.



点评：此题考查了扇形的面积计算、垂径定理及圆周角定理，解答本题关键是根据图形得出阴影部分的面积等于扇形 OBD 的面积，另外要熟记扇形的面积公式.

10. (4 分) (2015•自贡) 如图，在矩形 ABCD 中，AB=4，AD=6，E 是 AB 边的中点，F 是线段 BC 上的动点，将 $\triangle EBF$ 沿 EF 所在直线折叠得到 $\triangle EB'F$ ，连接 B'D，则 B'D 的最小值是 ()



- A. $2\sqrt{10}-2$ B. 6 C. $2\sqrt{13}-2$ D. 4

考点：翻折变换（折叠问题）.

分析：当 $\angle BFE = \angle DEF$ ，点 B' 在 DE 上时，此时 B'D 的值最小，根据勾股定理求出 DE，根据折叠的性质可知 B'E=BE=2，DE - B'E 即为所求.

解答：解：如图，当 $\angle BFE = \angle DEF$ ，点 B' 在 DE 上时，此时 B'D 的值最小，

根据折叠的性质， $\triangle EBF \cong \triangle EB'F$ ，

$$\therefore EB' \perp FD,$$

$$\therefore EB' = EB,$$

$$\because E \text{ 是 } AB \text{ 边的中点, } AB=4,$$

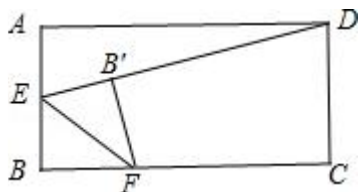
$$\therefore AE = EB' = 2,$$

$$\because AB=6,$$

$$\therefore DE = \sqrt{6^2 + 2^2} = 2\sqrt{10},$$

$$\therefore DB' = 2\sqrt{10} - 2.$$

故选：A.



点评： 本题主要考查了折叠的性质、全等三角形的判定与性质、两点之间线段最短的综合运用，确定点 B' 在何位置时， $B'D$ 的值最小，是解决问题的关键.

二、填空题（每小题 4 分，共 20 分）

11. (4 分) (2015•自贡) 化简： $|\sqrt{3} - 2| = \underline{2 - \sqrt{3}}$.

考点： 实数的性质.

专题： 计算题.

分析： 要先判断出 $\sqrt{3} - 2 < 0$ ，再根据绝对值的定义即可求解.

解答： 解： $\because \sqrt{3} - 2 < 0$

$$\therefore |\sqrt{3} - 2| = 2 - \sqrt{3}.$$

故答案为： $2 - \sqrt{3}$.

点评： 此题主要考查了绝对值的性质. 要注意负数的绝对值是它的相反数.

12. (4 分) (2015•自贡) 若两个连续整数 x 、 y 满足 $x < \sqrt{5} + 1 < y$ ，则 $x + y$ 的值是 7.

考点： 估算无理数的大小.

分析： 先估算 $\sqrt{5}$ 的范围，再估算 $\sqrt{5} + 1$ ，即可解答.

解答： 解： $\because 2 < \sqrt{5} < 3$,

$$\therefore 3 < \sqrt{5} + 1 < 4,$$

$$\because x < \sqrt{5} + 1 < y,$$

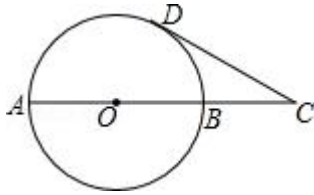
$$\therefore x = 3, y = 4,$$

$$\therefore x+y=3+4=7.$$

故答案为：7.

点评： 本题考查了估算无理数的大小，解决本题的关键是估算 $\sqrt{5}$ 的范围.

13. (4分) (2015•自贡) 如图，已知AB是 $\odot O$ 的一条直径，延长AB至C点，使AC=3BC，CD与 $\odot O$ 相切于D点. 若 $CD=\sqrt{3}$ ，则劣弧AD的长为 $\frac{2\pi}{3}$.



考点： 切线的性质；弧长的计算.

分析： 如图，连接DO，首先根据切线的性质可以得到 $\angle ODC=90^\circ$ ，又 $AC=3BC$ ，O为AB的中点，由此可以得到 $\angle C=30^\circ$ ，接着利用 30° 的直角所对的直角边是斜边的一半和勾股定理即可求解.

解答： 解：如图，连接DO，

$\because$ CD是 $\odot O$ 切线，

$\therefore OD \perp CD$ ，

$\therefore \angle ODC=90^\circ$ ，

而AB是 $\odot O$ 的一条直径， $AC=3BC$ ，

$\therefore AB=2BC=OC=2OD$ ，

$\therefore \angle C=30^\circ$ ，

$\therefore \angle AOD=120^\circ$

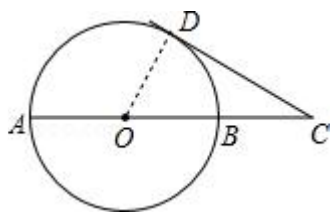
$\therefore OD=\frac{\sqrt{3}}{3}CD$ ，

$\because CD=\sqrt{3}$ ，

$\therefore OD=BC=1$ ，

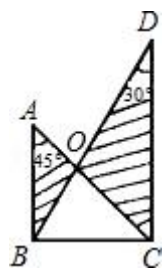
$\therefore \widehat{AD}$ 的长度 $=\frac{120 \cdot \pi \cdot 1}{180}=\frac{2\pi}{3}$ ，

故答案为： $\frac{2\pi}{3}$.



点评: 本题考查了圆的切线性质及解直角三角形的知识. 运用切线的性质来进行计算或论证, 常通过作辅助线连接圆心和切点, 利用垂直构造直角三角形解决有关问题.

14. (4 分) (2015•自贡) 将一副三角板按图叠放, 则 $\triangle AOB$ 与 $\triangle DOC$ 的面积之比等于 1:3.



考点: 相似三角形的判定与性质.

专题: 压轴题.

分析: 一副三角板按图叠放, 则得到两个相似三角形, 且相似比等于 $1:\sqrt{3}$, 相似三角形的性质相似三角形面积的比等于相似比的平方得到 $\triangle AOB$ 与 $\triangle DOC$ 的面积之比等于 $1:3$.

解答: 解: $\because \angle ABC=90^\circ$, $\angle DCB=90^\circ$

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle OCD=\angle A, \quad \angle D=\angle ABO,$$

$$\therefore \triangle AOB \sim \triangle COD$$

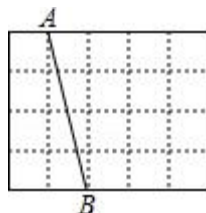
$$\text{又} \because AB:CD=BC:CD=\tan 30^\circ=1:\sqrt{3}$$

$$\therefore \triangle AOB \text{ 与 } \triangle DOC \text{ 的面积之比等于 } 1:3.$$

故答案为: $1:3$.

点评: 本题考查对相似三角形性质的理解, 相似三角形面积的比等于相似比的平方.

15. (4分) (2015•自贡) 如图, 将线段 AB 放在边长为 1 的小正方形网格, 点 A 点 B 均落在格点上, 请用无刻度直尺在线段 AB 上画出点 P, 使 $AP = \frac{2\sqrt{17}}{3}$, 并保留作图痕迹. (备注: 本题只是找点不是证明, $\therefore$ 只需连接一对角线就行)



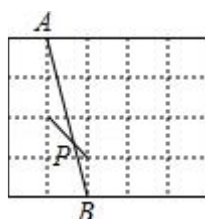
考点: 作图—应用与设计作图.

分析: 利用勾股定理列式求出 $AB = \sqrt{17}$, 然后作一小正方形对角线, 使对角线与 AB 的交点满足 $AP:BP=2:1$ 即可.

解答: 解: 由勾股定理得, $AB = \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{17}$,

所以, $AP = \frac{2\sqrt{17}}{3}$ 时 $AP:BP=2:1$.

点 P 如图所示.



点评: 本题考查了应用与设计作图, 考虑利用相似三角形对应边成比例的性质是解题的关键.

三、解答题 (每小题 8 分, 共 16 分)

16. (8分) (2015•自贡) 解不等式: $\frac{4x-1}{3} - x > 1$, 并把解集在数轴上表示出来.

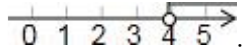
考点: 解一元一次不等式; 在数轴上表示不等式的解集.

分析: 先去分母, 再移项, 合并同类项, 把解集在数轴上表示出来即可.

解答: 解: 去分母得, $4x - 1 - 3x > 3$,

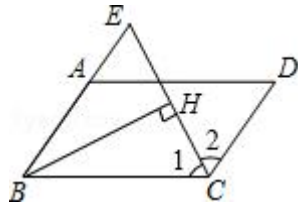
移项、合并同类项得, $x > 4$.

在数轴上表示为:



点评: 本题考查的是解一元一次不等式, 熟知解一元一次不等式的基本步骤是解答此题的关键.

17. (8 分) (2015•自贡) 在 $\square ABCD$ 中, $\angle BCD$ 的平分线与 BA 的延长线相交于点 E , $BH \perp EC$ 于点 H , 求证: $CH=EH$.



考点: 平行四边形的性质.

专题: 证明题.

分析: 根据平行四边形的性质和已知条件易证 $\triangle EBC$ 是等腰三角形, 由等腰三角形的性质: 三线合一即可证明 $CH=EH$.

解答: 证明: $\because$ 在 $\square ABCD$ 中, $BE \parallel CD$,

$$\therefore \angle E = \angle 2,$$

$$\because CE \text{ 平分 } \angle BCD,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle E,$$

$$\therefore BE = BC,$$

$$\text{又 } \because BH \perp EC,$$

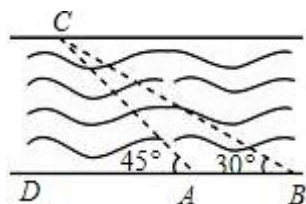
$$\therefore CH = EH \text{ (三线合一)}.$$

点评: 本题考查了平行四边形的性质、角平分线的定义以及等腰三角形的判定和性质, 证题的关键是得到 $\triangle EBC$ 是等腰三角形.

四、解答题 (每小题 8 分, 共 16 分)

18. (8 分) (2015•自贡) 如图所示, 我市某中学课外活动小组的同学利用所学知识去测量釜溪河沙湾段的宽度. 小宇同学在 A 处观测对岸 C 点, 测得 $\angle CAD = 45^\circ$, 小英同学在距 A

处 50 米远的 B 处测得 $\angle CBD=30^\circ$ ，请你根据这些数据算出河宽。（精确到 0.01 米，参考数据 $\sqrt{2}\approx 1.414$ ， $\sqrt{3}\approx 1.732$ ）



考点：解直角三角形的应用.

分析：设河宽为未知数，那么可利用三角函数用河宽表示出 AE、EB，然后根据 $BE - AE=50$ 就能求得河宽.

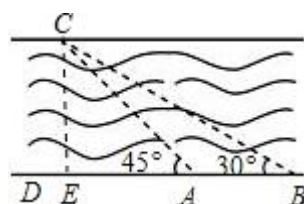
解答：解：过 C 作 $CE \perp AB$ 于 E，设 $CE=x$ 米，

在 $Rt\triangle AEC$ 中： $\angle CAE=45^\circ$ ， $AE=CE=x$

在 $Rt\triangle BCE$ 中： $\angle CBE=30^\circ$ ， $BE=\sqrt{3}CE=\sqrt{3}x$ ，

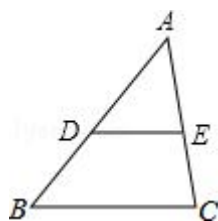
$\therefore \sqrt{3}x=x+50$ 解之得： $x=25\sqrt{3}+25\approx 68.30$.

答：河宽为 68.30 米.



点评：此题主要考查了三角函数的概念和应用，解题关键是把实际问题转化为数学问题，抽象到三角形中，利用三角函数进行解答.

19. (8 分) (2015•自贡) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D、E 分别是 AB、AC 边的中点. 求证: $DE \parallel \frac{1}{2}BC$.



考点：三角形中位线定理；相似三角形的判定与性质.

专题：证明题.

分析: 根据 D、E 分别是 AB、AC 边的中点, 得出 $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$, 即可证明 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$, 从而得出结论即可.

解答: 证明: $\because$ D 是 AB 中点 E 是 AC 中点

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{1}{2}, \quad \frac{AE}{AC} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC},$$

又 $\because \angle A = \angle A$,

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{1}{2}, \quad \angle ADE = \angle B$$

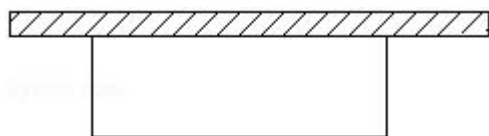
$$\therefore BC = 2DE, \quad BC \parallel DE,$$

$$\text{即: } DE = \frac{1}{2}BC.$$

点评: 本题考查了三角形的中位线定理以及相似三角形的判定和性质, 掌握相似三角形的判定方法是解题的关键.

五、解答题 (每小题 10 分, 共 20 分)

20. (10 分) (2015•自贡) 利用一面墙 (墙的长度不限), 另三边用 58m 长的篱笆围成一个面积为 200m^2 的矩形场地, 求矩形的长和宽.



考点: 一元二次方程的应用.

专题: 几何图形问题.

分析: 设垂直于墙的一边为 x 米, 则邻边长为 $(58 - 2x)$, 利用矩形的面积公式列出方程并解答.

解答: 解: 设垂直于墙的一边为 x 米, 得:

$$x(58 - 2x) = 200$$

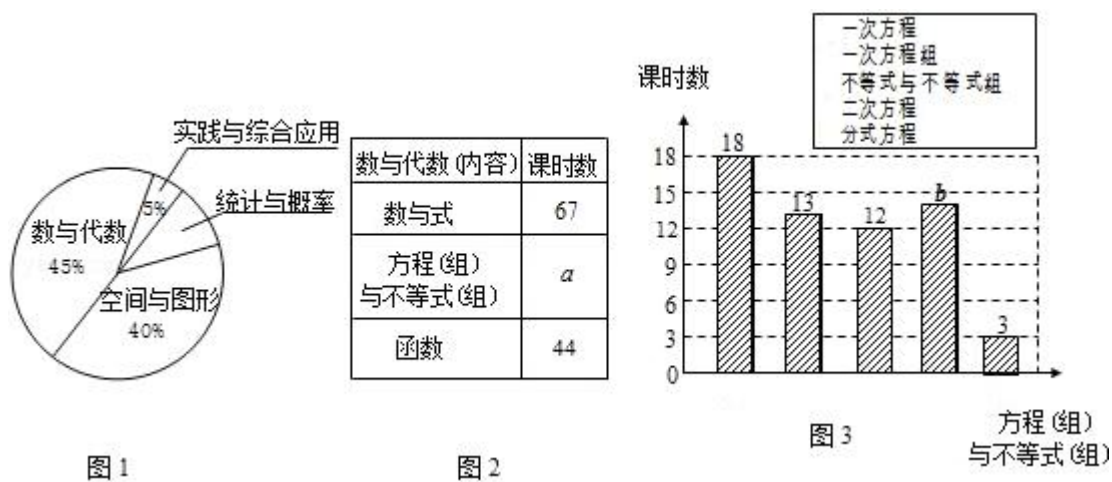
$$\text{解得: } x_1 = 25, \quad x_2 = 4$$

$\therefore$ 另一边为 8 米或 50 米.

答：当矩形长为 25 米是宽为 8 米，当矩形长为 50 米是宽为 4 米.

点评： 本题考查了一元二次方程的应用. 解题关键是要读懂题目的意思，根据题目给出的条件，找出合适的等量关系，列出方程，再求解.

21. (10 分) (2015•自贡) 在结束了 380 课时初中阶段数学内容的教学后，唐老师计划安排 60 课时用于总复习，根据数学内容所占课时比例，绘制如下统计图表 (图 1~图 3)，请根据图表提供的信息，回答下列问题:



- (1) 图 1 中“统计与概率”所在扇形的圆心角为 36 度;
- (2) 图 2、3 中的 $a = \underline{60}$, $b = \underline{14}$;
- (3) 在 60 课时的总复习中，唐老师应安排多少课时复习“数与代数”内容?

考点： 条形统计图；统计表；扇形统计图.

分析： (1) 先计算出“统计与概率”所占的百分比，再乘以 360° 即可；
(2) 根据数与代数所占的百分比，求得数与代数的课时总数，再减去数与式和函数，即为 a 的值，再用 a 的值减去图 3 中 A, B, C, E 的值，即为 b 的值；
(3) 用 60 乘以 45% 即可.

解答： 解：(1) $(1 - 45\% - 5\% - 40\%) \times 360^\circ = 36^\circ$;

$$(2) 380 \times 45\% - 67 - 44 = 60;$$

$$60 - 18 - 13 - 12 - 3 = 14;$$

(3) 依题意, 得 $45\% \times 60 = 27$,

答: 唐老师应安排 27 课时复习“数与代数”内容.

故答案为: 36, 60, 14.

点评: 本题是一道统计题, 考查了条形统计图、扇形统计图和统计表, 是基础知识要熟练掌握.

六、解答题 (本题满分 12 分)

22. (12 分) (2015•自贡) 观察下表:

序号	1	2	3	...
图形	$\begin{array}{cc} x & x \\ y & \\ x & x \end{array}$	$\begin{array}{ccc} x & x & x \\ y & y & \\ x & & x \\ y & y & \\ x & x & x \end{array}$	$\begin{array}{cccc} x & x & x & x \\ y & y & y & \\ x & & & x \\ y & y & y & \\ x & & & x \\ y & y & y & \\ x & x & x & x \end{array}$	...

我们把某格中各字母的和所得多项式称为“特征多项式”. 例如, 第 1 格的“特征多项式”为 $4x+y$. 回答下列问题:

(1) 第 3 格的“特征多项式”为 $12x+9y$, 第 4 格的“特征多项式”为 $16x+16y$, 第 n 格的“特征多项式”为 $4nx+n^2y$;

(2) 若第 1 格的“特征多项式”的值为 -10 , 第 2 格的“特征多项式”的值为 -16 , 求 x, y 的值.

考点: 规律型: 图形的变化类.

分析: (1) 仔细观察每格的特征多项式的特点, 找到规律, 利用规律求得答案即可;

(2) 根据题意列出二元一次方程组, 求得 x, y 的值即可.

解答: 解: (1) 观察图形发现:

第 1 格的“特征多项式”为 $4x+y$,

第 2 格的“特征多项式”为 $8x+4y$,

第 3 格的“特征多项式”为 $12x+9y$,

第 4 格的“特征多项式”为 $16x+16y$,

...

第 n 格的“特征多项式”为 $4nx+n^2y$;

(2) $\because$ 第 1 格的“特征多项式”的值为 -10 , 第 2 格的“特征多项式”的值为 -16 ,

$$\therefore \begin{cases} 4x+y=-10 \\ 8x+4y=-16 \end{cases},$$

解得: $x=-3$; $y=2$,

$\therefore x$ 、 y 的值分别为 -3 和 2 .

点评: 本题考查了图形的变化类问题, 解题的关键是仔细观察图形的变化, 发现图形变化的规律, 难度不大.

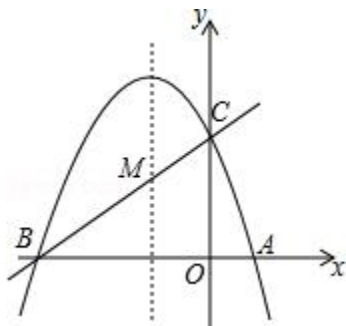
七、解答题 (本题满分 12 分)

23. (12 分) (2015•自贡) 如图, 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的对称轴为直线 $x=-1$, 且抛物线经过 $A(1, 0)$, $C(0, 3)$ 两点, 与 x 轴交于点 B .

(1) 若直线 $y=mx+n$ 经过 B 、 C 两点, 求直线 BC 和抛物线的解析式;

(2) 在抛物线的对称轴 $x=-1$ 上找一点 M , 使点 M 到点 A 的距离与到点 C 的距离之和最小, 求出点 M 的坐标;

(3) 设点 P 为抛物线的对称轴 $x=-1$ 上的一个动点, 求使 $\triangle BPC$ 为直角三角形的点 P 的坐标.



考点: 二次函数综合题.

分析: (1) 先把点 A , C 的坐标分别代入抛物线解析式得到 a 和 b , c 的关系式, 再根据抛

物线的对称轴方程可得 a 和 b 的关系，再联立得到方程组，解方程组，求出 a , b , c 的值即可得到抛物线解析式；把 B 、 C 两点的坐标代入直线 $y=mx+n$ ，解方程组求出 m 和 n 的值即可得到直线解析式；

(2) 设直线 BC 与对称轴 $x=-1$ 的交点为 M ，则此时 $MA+MC$ 的值最小。把 $x=-1$ 代入直线 $y=x+3$ 得 y 的值，即可求出点 M 坐标；

(3) 设 $P(-1, t)$ ，又因为 $B(-3, 0)$, $C(0, 3)$ ，所以可得 $BC^2=18$, $PB^2=(-1+3)^2+t^2=4+t^2$, $PC^2=(-1)^2+(t-3)^2=t^2-6t+10$ ，再分三种情况分别讨论求出符合题意 t 值即可求出点 P 的坐标。

解答:

解: (1) 依题意得:
$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} \\ a+b+c=0, \\ c=3 \end{cases}$$

解之得:
$$\begin{cases} a=-1 \\ b=-2, \\ c=3 \end{cases}$$

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y=-x^2-2x+3$

$\therefore$ 对称轴为 $x=-1$ ，且抛物线经过 $A(1, 0)$ ，

$\therefore$ 把 $B(-3, 0)$ 、 $C(0, 3)$ 分别代入直线 $y=mx+n$ ，

得
$$\begin{cases} -3m+n=0 \\ n=3 \end{cases},$$

解之得:
$$\begin{cases} m=1 \\ n=3 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 $y=mx+n$ 的解析式为 $y=x+3$ ；

(2) 设直线 BC 与对称轴 $x=-1$ 的交点为 M ，则此时 $MA+MC$ 的值最小。

把 $x=-1$ 代入直线 $y=x+3$ 得， $y=2$ ，

$\therefore M(-1, 2)$ ，

即当点 M 到点 A 的距离与到点 C 的距离之和最小时 M 的坐标为 $(-1, 2)$ ；

(3) 设 $P(-1, t)$ ，

又 $\because B(-3, 0)$, $C(0, 3)$ ，

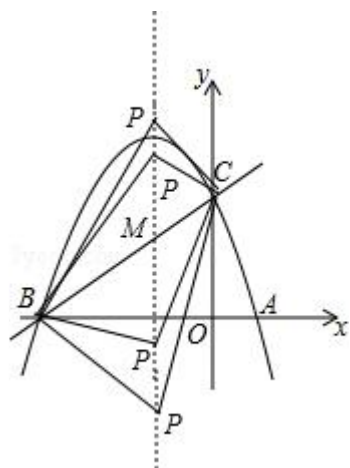
$\therefore BC^2=18$, $PB^2=(-1+3)^2+t^2=4+t^2$, $PC^2=(-1)^2+(t-3)^2=t^2-6t+10$ ，

①若点 B 为直角顶点，则 $BC^2+PB^2=PC^2$ 即： $18+4+t^2=t^2-6t+10$ 解之得： $t=-2$ ；

②若点 C 为直角顶点，则 $BC^2+PC^2=PB^2$ 即： $18+t^2-6t+10=4+t^2$ 解之得： $t=4$ ，

③若点 P 为直角顶点，则 $PB^2+PC^2=BC^2$ 即： $4+t^2+t^2-6t+10=18$ 解之得： $t_1=\frac{3+\sqrt{17}}{2}$ ，
 $t_2=\frac{3-\sqrt{17}}{2}$ ；

综上所述 P 的坐标为 $(-1, -2)$ 或 $(-1, 4)$ 或 $(-1, \frac{3+\sqrt{17}}{2})$ 或 $(-1, \frac{3-\sqrt{17}}{2})$ 。



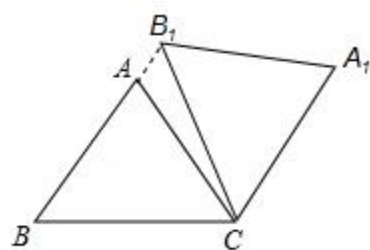
点评： 本题综合考查了二次函数的图象与性质、待定系数法求函数（二次函数和一次函数）的解析式、利用轴对称性质确定线段的最小长度、难度不是很大，是一道不错的中考压轴题。

八、解答题（本题满分 14 分）

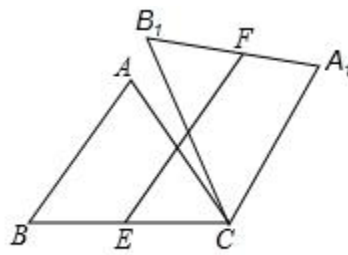
24. (14 分) (2015•自贡) 在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC=5$ ， $\cos \angle ABC=\frac{3}{5}$ ， 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转， 得到 $\triangle A_1B_1C$ 。

(1) 如图①， 当点 B_1 在线段 BA 延长线上时。 ①求证： $BB_1 \parallel CA_1$ ； ②求 $\triangle AB_1C$ 的面积；

(2) 如图②， 点 E 是 BC 边的中点， 点 F 为线段 AB 上的动点， 在 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转过程中， 点 F 的对应点是 F_1 ， 求线段 EF_1 长度的最大值与最小值的差。



图①



图②

考点: 几何变换综合题.

分析: (1) ①根据旋转的性质和平行线的性质证明;

②过 A 作 $AF \perp BC$ 于 F, 过 C 作 $CE \perp AB$ 于 E, 根据三角函数和三角形的面积公式解答;

(2) 过 C 作 $CF \perp AB$ 于 F, 以 C 为圆心 CF 为半径画圆交 BC 于 F_1 , 和以 C 为圆心 BC 为半径画圆交 BC 的延长线于 F_1 , 得出最大和最小值解答即可.

解答: 解: (1) ①证明: $\because AB=AC, B_1C=BC$,

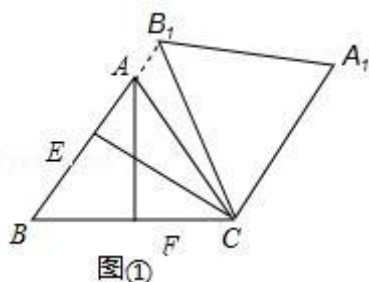
$$\therefore \angle 1 = \angle B, \angle B = \angle ACB,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle ACB \text{ (旋转角相等)},$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore BB_1 \parallel CA_1;$$

②过 A 作 $AF \perp BC$ 于 F, 过 C 作 $CE \perp AB$ 于 E, 如图①:



$$\because AB=AC, AF \perp BC,$$

$$\therefore BF=CF,$$

$$\because \cos \angle ABC = \frac{3}{5}, AB=5,$$

$$\therefore BF=3,$$

$$\therefore BC=6,$$

$$\therefore B_1C=BC=6,$$

$$\because CE \perp AB,$$

$$\therefore BE=B_1E = \frac{3}{5} \times 6 = \frac{18}{5},$$

$$\therefore BB_1 = \frac{36}{5}, CE = \frac{4}{5} \times 6 = \frac{24}{5},$$

$$\therefore AB_1 = \frac{36}{5} - 5 = \frac{11}{5},$$

$$\therefore \triangle AB_1C \text{ 的面积为: } \frac{1}{2} \times \frac{11}{5} \times \frac{24}{5} = \frac{132}{25};$$

(2) 如图 2, 过 C 作 $CF \perp AB$ 于 F, 以 C 为圆心 CF 为半径画圆交 BC 于 F_1 , EF_1 有最小值,

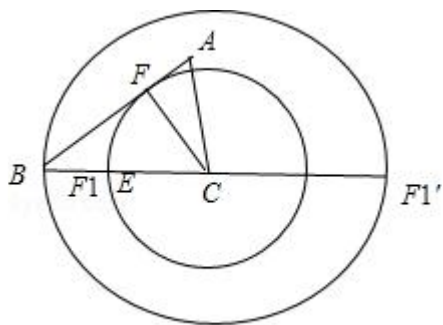


图2

此时在 $\text{Rt}\triangle BFC$ 中, $CF = \frac{24}{5}$,

$$\therefore CF_1 = \frac{24}{5},$$

$$\therefore EF_1 \text{ 的最小值为 } \frac{24}{5} - 3 = \frac{9}{5};$$

如图, 以 C 为圆心 BC 为半径画圆交 BC 的延长线于 F_1 , EF_1 有最大值;

$$\text{此时 } EF_1 = EC + CF_1 = 3 + 6 = 9,$$

$$\therefore \text{线段 } EF_1 \text{ 的最大值与最小值的差为 } 9 - \frac{9}{5} = \frac{36}{5}.$$

点评: 此题考查几何变换问题, 关键是根据旋转的性质和三角形的面积公式进行解答.