

2015 年四川省泸州市中考数学试卷

一、选择题 (本大题共 12 个小题, 每小题 3 分, 共 36 分) 在每小题给出的四个选项中, 有且只有一个是正确的, 请将正确选项的字母填涂在答题卡相应的位置上.

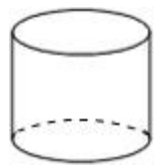
1. (3 分) (2015•泸州) -7 的绝对值为 ()

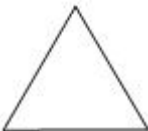
- A. 7 B. $\frac{1}{7}$ C. $-\frac{1}{7}$ D. -7

2. (3 分) (2015•泸州) 计算 $(a^2)^3$ 的结果为 ()

- A. a^4 B. a^5 C. a^6 D. a^9

3. (3 分) (2015•泸州) 如图所示的几何体的左视图是 ()

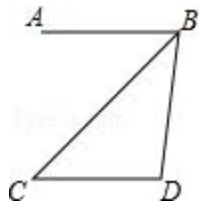


- A.  B.  C.  D. 

4. (3 分) (2015•泸州) 截止到 2014 年底, 泸州市中心城区人口约为 1120000 人, 将 1120000 用科学记数法表示为 ()

- A. 1.12×10^5 B. 1.12×10^6 C. 1.12×10^7 D. 1.12×10^8

5. (3 分) (2015•泸州) 如图, $AB \parallel CD$, CB 平分 $\angle ABD$. 若 $\angle C = 40^\circ$, 则 $\angle D$ 的度数为 ()



- A. 90° B. 100° C. 110° D. 120°

6. (3 分) (2015•泸州) 菱形具有而平行四边形不具有的性质是 ()

- A. 两组对边分别平行 B. 两组对角分别相等
C. 对角线互相平分 D. 对角线互相垂直

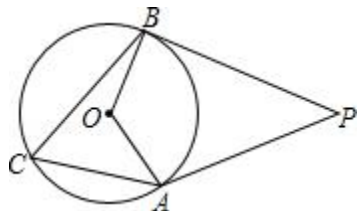
7. (3 分) (2015•泸州) 某校男子足球队的年龄分布情况如下表:

年龄 (岁)	13	14	15	16	17	18
人数	2	6	8	3	2	1

则这些队员年龄的众数和中位数分别是 ()

- A. 15, 15 B. 15, 14 C. 16, 15 D. 14, 15

8. (3分) (2015•泸州) 如图, PA、PB 分别与 $\odot O$ 相切于 A、B 两点, 若 $\angle C=65^\circ$, 则 $\angle P$ 的度数为 ()

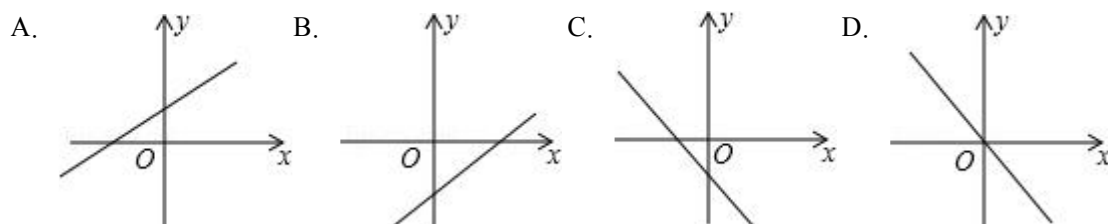


- A. 65° B. 130° C. 50° D. 100°

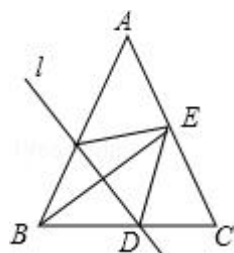
9. (3分) (2015•泸州) 若二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a < 0$) 的图象经过点 (2, 0), 且其对称轴为 $x=-1$, 则使函数值 $y > 0$ 成立的 x 的取值范围是 ()

- A. $x < -4$ 或 $x > 2$ B. $-4 \leq x \leq 2$ C. $x \leq -4$ 或 $x \geq 2$ D. $-4 < x < 2$

10. (3分) (2015•泸州) 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + kb + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根, 则一次函数 $y=kx+b$ 的大致图象可能是 ()



11. (3分) (2015•泸州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $BC=24$, $\tan C=2$, 如果将 $\triangle ABC$ 沿直线 l 翻折后, 点 B 落在边 AC 的中点 E 处, 直线 l 与边 BC 交于点 D, 那么 BD 的长为 ()



- A. 13 B. $\frac{15}{2}$ C. $\frac{27}{2}$ D. 12

12. (3分) (2015•泸州) 在平面直角坐标系中, 点 A ($\sqrt{2}$, $\sqrt{2}$), B ($3\sqrt{2}$, $3\sqrt{2}$), 动点 C 在 x 轴上, 若以 A、B、C 三点为顶点的三角形是等腰三角形, 则点 C 的个数为 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

二、填空题 (每小题 3 分, 共 12 分)

13. (3 分) (2015•泸州) 分解因式: $2m^2 - 2 =$ _____.

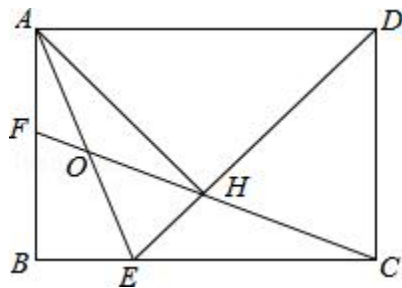
14. (3 分) (2015•泸州) 用一个圆心角为 120° , 半径为 6 的扇形作一个圆锥的侧面, 这个圆锥的底面圆的半径是_____.

15. (3 分) (2015•泸州) 设 x_1, x_2 是一元二次方程 $x^2 - 5x - 1 = 0$ 的两实数根, 则 $x_1^2 + x_2^2$ 的值为_____.

16. (3 分) (2015•泸州) 如图, 在矩形 ABCD 中, $BC = \sqrt{2}AB$, $\angle ADC$ 的平分线交边 BC 于点 E, $AH \perp DE$ 于点 H, 连接 CH 并延长交边 AB 于点 F, 连接 AE 交 CF 于点 O. 给出下列命题:

① $\angle AEB = \angle AEH$; ② $DH = 2\sqrt{2}EH$; ③ $HO = \frac{1}{2}AE$; ④ $BC - BF = \sqrt{2}EH$

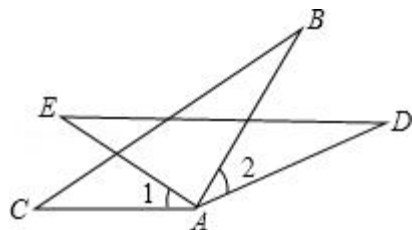
其中正确命题的序号是_____ (填上所有正确命题的序号).



三、解答题 (每小题 6 分, 共 18 分)

17. (6 分) (2015•泸州) 计算: $\sqrt{8} \times \sin 45^\circ - 2015^0 + 2^{-1}$.

18. (6 分) (2015•泸州) 如图, $AC = AE$, $\angle 1 = \angle 2$, $AB = AD$. 求证: $BC = DE$.



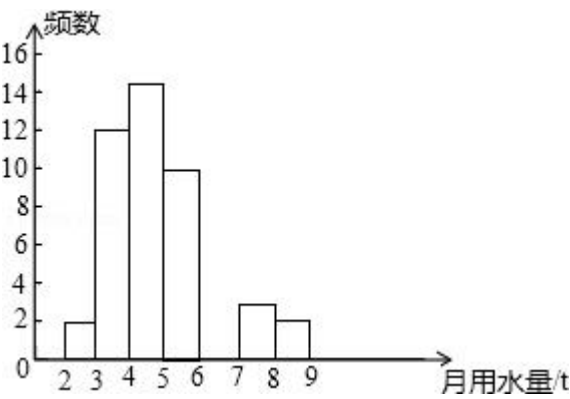
19. (6分) (2015•泸州) 化简: $\frac{m^2}{m^2+2m+1} \div (1 - \frac{1}{m+1})$

四、(每小题 7 分，共 14 分)

20. (7分) (2015•泸州) 小军同学在学校组织的社会调查活动中负责了解他所居住的小区 450 户居民的生活用水情况，他从中随机调查了 50 户居民的月均用水量 (单位: t)，并绘制了样本的频数分布表和频数分布直方图 (如图).

月均用水量 (单位: t)	频数	百分比
$2 \leq x < 3$	2	4%
$3 \leq x < 4$	12	24%
$4 \leq x < 5$	_____	_____
$5 \leq x < 6$	10	20%
$6 \leq x < 7$	_____	12%
$7 \leq x < 8$	3	6%
$8 \leq x < 9$	2	4%

- (1) 请根据题中已有的信息补全频数分布表和频数分布直方图;
- (2) 如果家庭月均用水量“大于或等于 4t 且小于 7t”为中等用水量家庭，请你通过样本估计总体中的中等用水量家庭大约有多少户?
- (3) 从月均用水量在 $2 \leq x < 3$ ， $8 \leq x < 9$ 这两个范围内的样本家庭中任意抽取 2 个，求抽取出的 2 个家庭来自不同范围的概率.



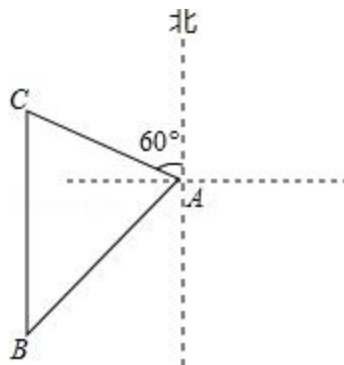
21. (7 分) (2015•泸州) 某小区为了绿化环境, 计划分两次购进 A、B 两种花草, 第一次分别购进 A、B 两种花草 30 棵和 15 棵, 共花费 675 元; 第二次分别购进 A、B 两种花草 12 棵和 5 棵. 两次共花费 940 元 (两次购进的 A、B 两种花草价格均分别相同).

(1) A、B 两种花草每棵的价格分别是多少元?

(2) 若购买 A、B 两种花草共 31 棵, 且 B 种花草的数量少于 A 种花草的数量的 2 倍, 请你给出一种费用最省的方案, 并求出该方案所需费用.

五、解答题, 每题 8 分

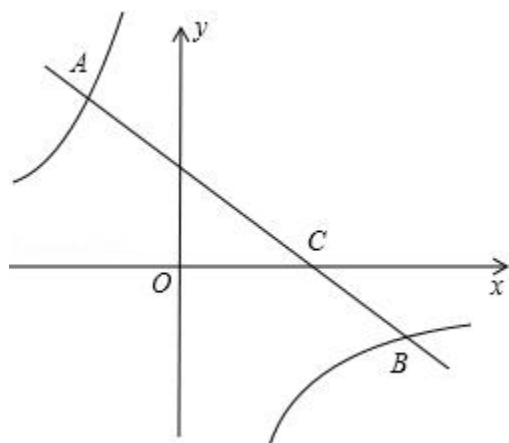
22. (8 分) (2015•泸州) 如图, 海中一小岛上有一个观测点 A, 某天上午 9: 00 观测到某渔船在观测点 A 的西南方向上的 B 处跟踪鱼群由南向北匀速航行. 当天上午 9: 30 观测到该渔船在观测点 A 的北偏西 60° 方向上的 C 处. 若该渔船的速度为每小时 30 海里, 在此航行过程中, 问该渔船从 B 处开始航行多少小时, 离观测点 A 的距离最近? (计算结果用根号表示, 不取近似值).



23. (8 分) (2015•泸州) 如图, 一次函数 $y=kx+b$ ($k < 0$) 的图象经过点 $C(3, 0)$, 且与两坐标轴围成的三角形的面积为 3.

(1) 求该一次函数的解析式;

(2) 若反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象与该一次函数的图象交于二、四象限内的 A 、 B 两点, 且 $AC=2BC$, 求 m 的值.

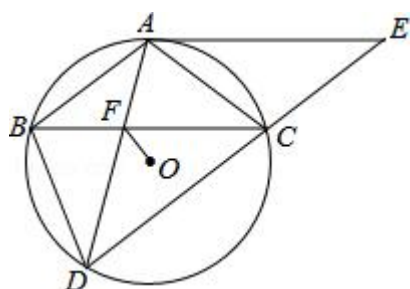


六、(每小题 12 分, 共 24 分)

24. (12 分) (2015•泸州) 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, $AB=AC$, BD 为 $\odot O$ 的弦, 且 $AB \parallel CD$, 过点 A 作 $\odot O$ 的切线 AE 与 DC 的延长线交于点 E , AD 与 BC 交于点 F .

(1) 求证: 四边形 $ABCE$ 是平行四边形;

(2) 若 $AE=6$, $CD=5$, 求 OF 的长.

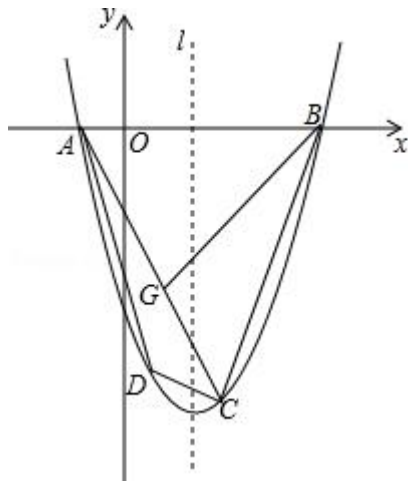


25. (12 分) (2015•泸州) 如图, 已知二次函数的图象 M 经过 $A(-1, 0)$, $B(4, 0)$, $C(2, -6)$ 三点.

(1) 求该二次函数的解析式;

(2) 点 G 是线段 AC 上的动点 (点 G 与线段 AC 的端点不重合), 若 $\triangle ABG$ 与 $\triangle ABC$ 相似, 求点 G 的坐标;

(3) 设图象 M 的对称轴为 l , 点 $D(m, n)$ ($-1 < m < 2$) 是图象 M 上一动点, 当 $\triangle ACD$ 的面积为 $\frac{27}{8}$ 时, 点 D 关于 l 的对称点为 E , 能否在图象 M 和 l 上分别找到点 P 、 Q , 使得以点 D 、 E 、 P 、 Q 为顶点的四边形为平行四边形? 若能, 求出点 P 的坐标; 若不能, 请说明理由.



2015 年四川省泸州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 12 个小题，每小题 3 分，共 36 分）在每小题给出的四个选项中，有且只有一个是正确的，请将正确选项的字母填涂在答题卡相应的位置上.

1. (3 分) (2015•泸州) -7 的绝对值为 ()

- A. 7 B. $\frac{1}{7}$ C. $-\frac{1}{7}$ D. -7

考点: 绝对值.

分析: 根据当 a 是负有理数时, a 的绝对值是它的相反数 $-a$ 可得答案.

解答: 解: -7 的绝对值等于 7,

故选: A.

点评: 此题主要考查了绝对值, 关键是掌握①当 a 是正有理数时, a 的绝对值是它本身 a ; ②当 a 是负有理数时, a 的绝对值是它的相反数 $-a$; ③当 a 是零时, a 的绝对值是零.

2. (3 分) (2015•泸州) 计算 $(a^2)^3$ 的结果为 ()

- A. a^4 B. a^5 C. a^6 D. a^9

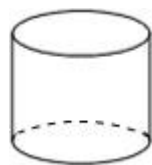
考点: 幂的乘方与积的乘方.

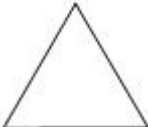
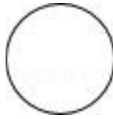
分析: 根据幂的乘方, 即可解答.

解答: 解: $(a^2)^3 = a^6$, 故选: C.

点评: 本题考查了幂的乘方, 理清指数的变化是解题的关键.

3. (3 分) (2015•泸州) 如图所示的几何体的左视图是 ()



- A.  B.  C.  D. 

考点: 简单几何体的三视图.

分析: 根据左视图是从物体左面看, 所得到的图形, 通过观察几何体可以得到答案.

解答: 解: 从几何体的左面看是一个矩形,

$\therefore$ 几何体的左视图是矩形.

故选: C.

点评: 本题考查了几何体的三视图, 掌握定义是关键, 主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、左面和上面看, 所得到的图形.

4. (3 分) (2015•泸州) 截止到 2014 年底, 泸州市中心城区人口约为 1120000 人, 将 1120000 用科学记数法表示为 ()

- A. 1.12×10^5 B. 1.12×10^6 C. 1.12×10^7 D. 1.12×10^8

考点: 科学记数法—表示较大的数.

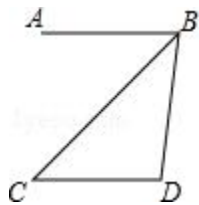
分析: 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

解答: 解: 将 1120000 用科学记数法表示为: 1.12×10^6 .

故选: B.

点评: 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

5. (3 分) (2015•泸州) 如图, $AB \parallel CD$, CB 平分 $\angle ABD$. 若 $\angle C = 40^\circ$, 则 $\angle D$ 的度数为 ()



- A. 90° B. 100° C. 110° D. 120°

考点: 平行线的性质.

分析: 先利用平行线的性质易得 $\angle ABC = 40^\circ$, 因为 CB 平分 $\angle ABD$, 所以 $\angle ABD = 80^\circ$, 再利用平行线的性质两直线平行, 同旁内角互补, 得出结论.

解答: 解: $\because AB \parallel CD$, $\angle C = 40^\circ$,

$$\therefore \angle ABC = 40^\circ,$$

$$\because CB \text{ 平分 } \angle ABD,$$

$$\therefore \angle ABD = 80^\circ,$$

$$\therefore \angle D = 100^\circ,$$

故选 B.

点评: 本题主要考查了平行线的性质和角平分线的定义, 利用两直线平行, 内错角相等; 两直线平行, 同旁内角互补是解答此题的关键.

6. (3 分) (2015•泸州) 菱形具有而平行四边形不具有的性质是 ()

- A. 两组对边分别平行 B. 两组对角分别相等
C. 对角线互相平分 D. 对角线互相垂直

考点: 菱形的性质; 平行四边形的性质.

分析: 根据菱形的特殊性质可知对角线互相垂直.

解答: 解: A、不正确, 两组对边分别平行;

B、不正确, 两组对角分别相等, 两者均有此性质正确;

C、不正确, 对角线互相平分, 两者均具有此性质;

D、菱形的对角线互相垂直但平行四边形却无此性质.

故选 D.

点评: 此题主要考查了菱形的性质, 关键是根据菱形对角线垂直及平行四边形对角线平分的性质的理解.

7. (3 分) (2015•泸州) 某校男子足球队的年龄分布情况如下表:

年龄 (岁)	13	14	15	16	17	18
人数	2	6	8	3	2	1

则这些队员年龄的众数和中位数分别是 ()

- A. 15, 15 B. 15, 14 C. 16, 15 D. 14, 15

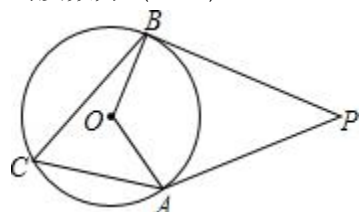
考点: 众数; 中位数.

分析: 找中位数要把数据按从小到大的顺序排列, 位于最中间的一个数 (或两个数的平均数) 为中位数, 众数是一组数据中出现次数最多的数据, 注意众数可以不止一个.

解答: 解: 根据图表数据, 同一年龄人数最多的是 15 岁, 共 8 人, 所以众数是 15; 22 名队员中, 按照年龄从小到大排列, 第 11 名队员与第 12 名队员的年龄都是 15 岁, 所以, 中位数是 $(15+15) \div 2 = 15$.
故选 A.

点评: 本题考查了确定一组数据的中位数和众数的能力, 众数是出现次数最多的数据, 一组数据的众数可能有不止一个, 找中位数的时候一定要先排好顺序, 然后再根据奇数和偶数个来确定中位数, 如果数据有奇数个, 则正中间的数字即为所求, 如果是偶数个则找中间两位数的平均数, 中位数不一定是这组数据中的数.

8. (3 分) (2015•泸州) 如图, PA、PB 分别与 $\odot O$ 相切于 A、B 两点, 若 $\angle C = 65^\circ$, 则 $\angle P$ 的度数为 ()



- A. 65° B. 130° C. 50° D. 100°

考点: 切线的性质.

分析: 由 PA 与 PB 都为圆 O 的切线, 利用切线的性质得到 OA 垂直于 AP, OB 垂直于 BP, 可得出两个角为直角, 再由同弧所对的圆心角等于所对圆周角的 2 倍, 由已知 $\angle C$ 的度数求出 $\angle AOB$ 的度数, 在四边形 PABO 中, 根据四边形的内角和定理即可求出 $\angle P$ 的度数.

解答: 解: $\because$ PA、PB 是 $\odot O$ 的切线,
 $\therefore OA \perp AP, OB \perp BP$,
 $\therefore \angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$,
又 $\because \angle AOB = 2\angle C = 130^\circ$,
则 $\angle P = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 130^\circ) = 50^\circ$.
故选 C.

点评: 本题主要考查了切线的性质, 四边形的内角与外角, 以及圆周角定理, 熟练运用性质及定理是解本题的关键.

9. (3分) (2015•泸州) 若二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a<0$) 的图象经过点 $(2, 0)$, 且其对称轴为 $x=-1$, 则使函数值 $y>0$ 成立的 x 的取值范围是 ()
- A. $x<-4$ 或 $x>2$ B. $-4\leq x\leq 2$ C. $x\leq -4$ 或 $x\geq 2$ D. $-4<x<2$

考点: 二次函数与不等式 (组).

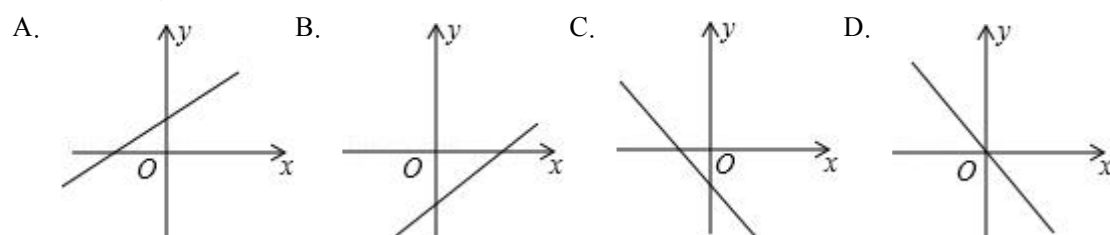
专题: 计算题.

分析: 由抛物线与 x 轴的交点及对称轴求出另一个交点坐标, 根据抛物线开口向下, 根据图象求出使函数值 $y>0$ 成立的 x 的取值范围即可.

解答: 解: $\because$ 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a<0$) 的图象经过点 $(2, 0)$, 且其对称轴为 $x=-1$,
 $\therefore$ 二次函数的图象与 x 轴另一个交点为 $(-4, 0)$,
 $\because a<0$,
 $\therefore$ 抛物线开口向下,
 则使函数值 $y>0$ 成立的 x 的取值范围是 $-4<x<2$.
 故选 D.

点评: 此题考查了二次函数与不等式 (组), 求出抛物线与 x 轴另一个交点坐标是解本题的关键.

10. (3分) (2015•泸州) 若关于 x 的一元二次方程 $x^2-2x+kb+1=0$ 有两个不相等的实数根, 则一次函数 $y=kx+b$ 的大致图象可能是 ()



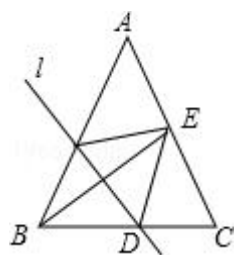
考点: 根的判别式; 一次函数的图象.

分析: 根据一元二次方程 $x^2-2x+kb+1=0$ 有两个不相等的实数根, 得到判别式大于 0, 求出 kb 的符号, 对各个图象进行判断即可.

解答: 解: $\because x^2-2x+kb+1=0$ 有两个不相等的实数根,
 $\therefore \Delta=4-4(kb+1)>0$,
 解得 $kb<0$,
 A. $k>0$, $b>0$, 即 $kb>0$, 故 A 不正确;
 B. $k>0$, $b<0$, 即 $kb<0$, 故 B 正确;
 C. $k<0$, $b<0$, 即 $kb>0$, 故 C 不正确;
 D. $k>0$, $b=0$, 即 $kb=0$, 故 D 不正确;
 故选: B.

点评: 本题考查的是一元二次方程根的判别式和一次函数的图象, 一元二次方程根的情况与判别式 Δ 的关系: (1) $\Delta>0\iff$ 方程有两个不相等的实数根; (2) $\Delta=0\iff$ 方程有两个相等的实数根; (3) $\Delta<0\iff$ 方程没有实数根.

11. (3分) (2015•泸州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $BC=24$, $\tan C=2$, 如果将 $\triangle ABC$ 沿直线 l 翻折后, 点 B 落在边 AC 的中点 E 处, 直线 l 与边 BC 交于点 D , 那么 BD 的长为 ()



A. 13

B. $\frac{15}{2}$

C. $\frac{27}{2}$

D. 12

考点: 翻折变换 (折叠问题).

专题: 计算题.

分析: 利用三线合一得到 G 为 BC 的中点, 求出 GC 的长, 过点 A 作 $AG \perp BC$ 于点 G, 在直角三角形 AGC 中, 利用锐角三角函数定义求出 AG 的长, 再由 E 为 AC 中点, 求出 EC 的长, 进而求出 FC 的长, 利用勾股定理求出 EF 的长, 在直角三角形 DEF 中, 利用勾股定理求出 x 的值, 即可确定出 BD 的长.

解答: 解: 过点 A 作 $AG \perp BC$ 于点 G,

$\because AB=AC, BC=24, \tan C=2,$

$\therefore \frac{AG}{GC}=2, GC=BG=12,$

$\therefore AG=24,$

$\therefore$ 将 $\triangle ABC$ 沿直线 l 翻折后, 点 B 落在边 AC 的中点处,

过 E 点作 $EF \perp BC$ 于点 F,

$\therefore EF=\frac{1}{2}AG=12,$

$\therefore \frac{EF}{FC}=2,$

$\therefore FC=6,$

设 $BD=x$, 则 $DE=x$,

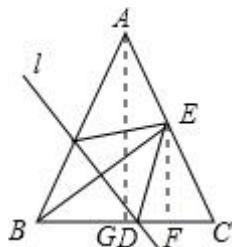
$\therefore DF=24-x-6=18-x,$

$\therefore x^2=(18-x)^2+12^2,$

解得: $x=13,$

则 $BD=13.$

故选 A.



点评: 此题主要考查了翻折变换的性质以及勾股定理和锐角三角函数关系, 根据已知表示出 DE 的长是解题关键.

12. (3 分) (2015•泸州) 在平面直角坐标系中, 点 A $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$, B $(3\sqrt{2}, 3\sqrt{2})$, 动点 C 在 x 轴上, 若以 A、B、C 三点为顶点的三角形是等腰三角形, 则点 C 的个数为 ()

A. 2

B. 3

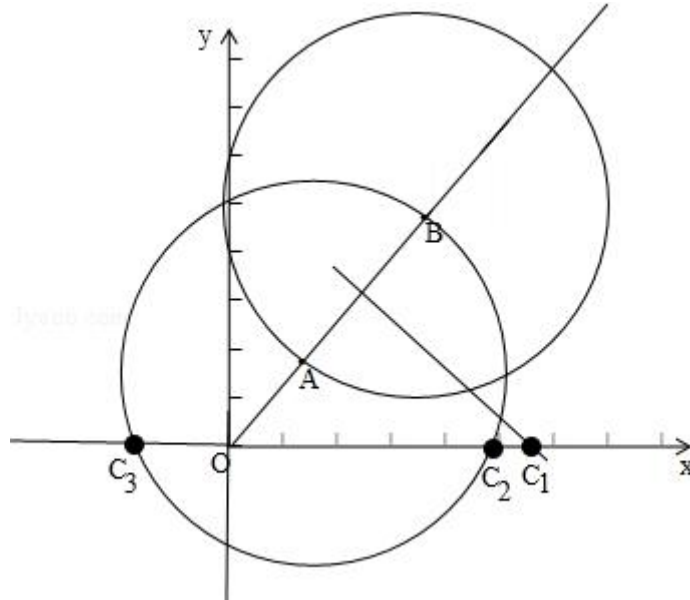
C. 4

D. 5

考点: 等腰三角形的判定; 坐标与图形性质.

分析: 首先根据线段的中垂线上的点到线段两端点的距离相等, 求出 AB 的中垂线与 x 轴的交点, 即可求出点 C_1 的坐标; 然后再求出 AB 的长, 以点 A 为圆心, 以 AB 的长为半径画弧, 与 x 轴的交点为点 C_2 、 C_3 ; 最后判断出以点 B 为圆心, 以 AB 的长为半径画弧, 与 x 轴没有交点, 据此判断出点 C 的个数为多少即可.

解答:



解: 如图,

$\because$ AB 所在的直线是 $y=x$,

$\therefore$ 设 AB 的中垂线所在的直线是 $y=-x+b$,

$\because$ 点 A $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$, B $(3\sqrt{2}, 3\sqrt{2})$,

$\therefore$ AB 的中点坐标是 $(2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$,

把 $x=2\sqrt{2}$, $y=2\sqrt{2}$ 代入 $y=-x+b$,

解得 $b=4\sqrt{2}$,

$\therefore$ AB 的中垂线所在的直线是 $y=-x+4\sqrt{2}$,

$\therefore C_1(4\sqrt{2}, 0)$;

以点 A 为圆心, 以 AB 的长为半径画弧, 与 x 轴的交点为点 C_2 、 C_3 ;

$$AB = \sqrt{(3\sqrt{2} - \sqrt{2})^2 + (3\sqrt{2} - \sqrt{2})^2} = 4,$$

$\because 3\sqrt{2} > 4$,

$\therefore$ 以点 B 为圆心, 以 AB 的长为半径画弧, 与 x 轴没有交点.

综上, 可得

若以 A、B、C 三点为顶点的三角形是等腰三角形, 则点 C 的个数为 3.

故选: B.

点评: (1) 此题主要考查了等腰三角形的性质和应用, 考查了分类讨论思想的应用, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: ①等腰三角形的两腰相等. ②等腰三角形的两个底角相等. ③等腰三角形的顶角平分线、底边上的中线、底边上的高相互重合.

(2) 此题还考查了坐标与图形性质, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: 到 x 轴的距离与纵坐标有关, 到 y 轴的距离与横坐标有关; ②距离都是非负数, 而坐标可

以是负数，在由距离求坐标时，需要加上恰当的符号.

二、填空题 (每小题 3 分, 共 12 分)

13. (3 分) (2015•泸州) 分解因式: $2m^2 - 2 = \underline{2(m+1)(m-1)}$.

考点: 提公因式法与公式法的综合运用.

专题: 压轴题.

分析: 先提取公因式 2, 再对剩余的多项式利用平方差公式继续分解因式.

解答: 解: $2m^2 - 2$,
 $= 2(m^2 - 1)$,
 $= 2(m+1)(m-1)$.

点评: 本题考查了提公因式法, 公式法分解因式, 关键在于提取公因式后继续利用平方差公式进行二次因式分解.

14. (3 分) (2015•泸州) 用一个圆心角为 120° , 半径为 6 的扇形作一个圆锥的侧面, 这个圆锥的底面圆的半径是 2.

考点: 圆锥的计算.

分析: 易得扇形的弧长, 除以 2π 即为圆锥的底面半径.

解答: 解: 扇形的弧长 $= \frac{120\pi \times 6}{180} = 4\pi$,

$\therefore$ 圆锥的底面半径为 $4\pi \div 2\pi = 2$.

故答案为: 2.

点评: 考查了扇形的弧长公式; 圆的周长公式; 用到的知识点为: 圆锥的弧长等于底面周长.

15. (3 分) (2015•泸州) 设 x_1 、 x_2 是一元二次方程 $x^2 - 5x - 1 = 0$ 的两实数根, 则 $x_1^2 + x_2^2$ 的值为 27.

考点: 根与系数的关系.

分析: 首先根据根与系数的关系求出 $x_1 + x_2 = 5$, $x_1 x_2 = -1$, 然后把 $x_1^2 + x_2^2$ 转化为 $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2$, 最后整体代值计算.

解答: 解: $\because x_1$ 、 x_2 是一元二次方程 $x^2 - 5x - 1 = 0$ 的两实数根,

$\therefore x_1 + x_2 = 5$, $x_1 x_2 = -1$,

$\therefore x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 25 + 2 = 27$,

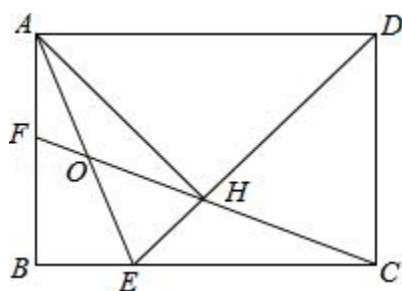
故答案为 27.

点评: 本题主要考查了根与系数的关系的知识, 解答本题的关键是掌握一元二次方程两根之和与两根之积与系数的关系, 此题难度不大.

16. (3 分) (2015•泸州) 如图, 在矩形 ABCD 中, $BC = \sqrt{2}AB$, $\angle ADC$ 的平分线交边 BC 于点 E, $AH \perp DE$ 于点 H, 连接 CH 并延长交边 AB 于点 F, 连接 AE 交 CF 于点 O. 给出下列命题:

① $\angle AEB = \angle AEH$; ② $DH = 2\sqrt{2}EH$; ③ $HO = \frac{1}{2}AE$; ④ $BC - BF = \sqrt{2}EH$

其中正确命题的序号是 ①③ (填上所有正确命题的序号).



考点: 相似三角形的判定与性质; 角平分线的性质; 等腰三角形的判定与性质; 等腰直角三角形; 矩形的性质.

分析: 根据矩形的性质得到 $AD=BC=\sqrt{2}AB=\sqrt{2}CD$, 由 DE 平分 $\angle ADC$, 得到 $\triangle ADH$ 是等腰直角三角形, $\triangle DEC$ 是等腰直角三角形, 得到 $DE=\sqrt{2}CD$, 得到等腰三角形求出 $\angle AED=67.5^\circ$, $\angle AEB=180^\circ - 45^\circ - 67.5^\circ=67.5^\circ$, 得到①正确; 设 $DH=1$, 则 $AH=DH=1$, $AD=DE=\sqrt{2}$, 求出 $HE=\sqrt{2}-1$, 得到 $2\sqrt{2}HE=2\sqrt{2}(\sqrt{2}-1) \neq 1$, 故②错误; 通过角的度数求出 $\triangle AOH$ 和 $\triangle OEH$ 是等腰三角形, 从而得到③正确; 由 $\triangle AFH \cong \triangle CHE$, 到 $AF=EH$, 由 $\triangle ABE \cong \triangle AHE$, 得到 $BE=EH$, 于是得到 $BC-BF=(BE+CE)-(AB=AF)=(CD+EH)-(CD-EH)=2EH$, 从而得到④错误.

解答: 解: 在矩形 ABCD 中, $AD=BC=\sqrt{2}AB=\sqrt{2}CD$,

$\because$ DE 平分 $\angle ADC$,

$\therefore \angle ADE=\angle CDE=45^\circ$,

$\because AD \perp DE$,

$\therefore \triangle ADH$ 是等腰直角三角形,

$\therefore AD=\sqrt{2}AB$,

$\therefore AH=AB=CD$,

$\because \triangle DEC$ 是等腰直角三角形,

$\therefore DE=\sqrt{2}CD$,

$\therefore AD=DE$,

$\therefore \angle AED=67.5^\circ$,

$\therefore \angle AEB=180^\circ - 45^\circ - 67.5^\circ=67.5^\circ$,

$\therefore \angle AED=\angle AEB$,

故①正确;

设 $DH=1$,

则 $AH=DH=1$, $AD=DE=\sqrt{2}$,

$\therefore HE=\sqrt{2}-1$,

$\therefore 2\sqrt{2}HE=2\sqrt{2}(\sqrt{2}-1) \neq 1$,

故②错误;

$\because \angle AEH=67.5^\circ$,

$\therefore \angle EAH=22.5^\circ$,

$\because DH=CH$, $\angle EDC=45^\circ$,

$\therefore \angle DHC=67.5^\circ$,

$\therefore \angle OHA=22.5^\circ$,

$$\begin{aligned}\therefore \angle OAH &= \angle OHA, \\ \therefore OA &= OH, \\ \therefore \angle AEH &= \angle OHE = 67.5^\circ, \\ \therefore OH &= OE, \\ \therefore OH &= \frac{1}{2}AE,\end{aligned}$$

故③正确;

$$\therefore AH = DH, \quad CD = CE,$$

在 $\triangle AFH$ 与 $\triangle CHE$ 中,

$$\begin{cases} \angle AHF = \angle HCE = 22.5^\circ \\ \angle FAH = \angle HEC = 45^\circ \\ AH = CE \end{cases},$$

$$\therefore \triangle AFH \cong \triangle CHE,$$

$$\therefore AF = EH,$$

在 $\triangle ABE$ 与 $\triangle AHE$ 中,

$$\begin{cases} AB = AH \\ \angle BEA = \angle HEA, \\ AE = AE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle AHE,$$

$$\therefore BE = EH,$$

$$\therefore BC - BF = (BE + CE) - (AB + AF) = (CD + EH) - (CD + EH) = 2EH,$$

故④错误,

故答案为: ①③.

点评: 本题考查了矩形的性质, 全等三角形的判定与性质, 角平分线的定义, 等腰三角形的判定与性质, 熟记各性质并仔细分析题目条件, 根据相等的度数求出相等的角, 从而得到三角形全等的条件或判断出等腰三角形是解题的关键, 也是本题的难点.

三、解答题 (每小题 6 分, 共 18 分)

17. (6 分) (2015·泸州) 计算: $\sqrt{8} \times \sin 45^\circ - 2015^0 + 2^{-1}$.

考点: 实数的运算; 零指数幂; 负整数指数幂; 特殊角的三角函数值.

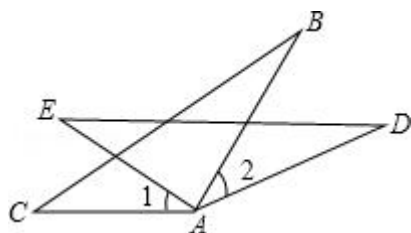
专题: 计算题.

分析: 原式第一项利用特殊角的三角函数值及二次根式性质化简, 第二项利用零指数幂法则计算, 最后一项利用负整数指数幂法则计算即可得到结果.

解答: 解: 原式 $= 2\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 + \frac{1}{2} = 1 - 1 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

点评: 此题考查了实数的运算, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

18. (6 分) (2015·泸州) 如图, $AC = AE$, $\angle 1 = \angle 2$, $AB = AD$. 求证: $BC = DE$.



考点: 全等三角形的判定与性质.

专题: 证明题.

分析: 先证出 $\angle CAB = \angle DAE$, 再由 SAS 证明 $\triangle BAC \cong \triangle DAE$, 得出对应边相等即可.

解答: 证明: $\because \angle 1 = \angle 2$,

$$\therefore \angle CAB = \angle DAE,$$

$$\text{在 } \triangle BAC \text{ 和 } \triangle DAE \text{ 中, } \begin{cases} AC = AE \\ \angle CAB = \angle DAE, \\ AB = AD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BAC \cong \triangle DAE \text{ (SAS),}$$

$$\therefore BC = DE.$$

点评: 本题考查了全等三角形的判定与性质; 熟练掌握全等三角形的判定方法, 证明三角形全等是解决问题的关键.

19. (6 分) (2015•泸州) 化简: $\frac{m^2}{m^2+2m+1} \div (1 - \frac{1}{m+1})$

考点: 分式的混合运算.

专题: 计算题.

分析: 原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算, 同时利用除法法则变形, 约分即可得到结果.

解答: 解: 原式 = $\frac{m^2}{(m+1)^2} \div \frac{m+1-1}{m+1} = \frac{m^2}{(m+1)^2} \cdot \frac{m+1}{m} = \frac{m}{m+1}.$

点评: 此题考查了分式的混合运算, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

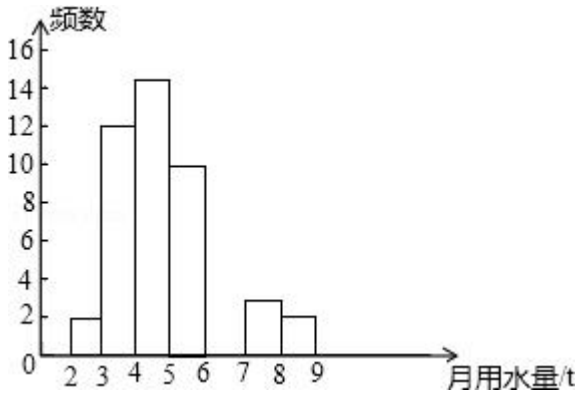
四、(每小题 7 分, 共 14 分)

20. (7 分) (2015•泸州) 小军同学在学校组织的社会调查活动中负责了解他所居住的小区 450 户居民的生活用水情况, 他从中随机调查了 50 户居民的月均用水量 (单位: t), 并绘制了样本的频数分布表和频数分布直方图 (如图).

月均用水量 (单位: t)	频数	百分比
$2 \leq x < 3$	2	4%
$3 \leq x < 4$	12	24%
$4 \leq x < 5$	15	30%
$5 \leq x < 6$	10	20%
$6 \leq x < 7$	6	12%

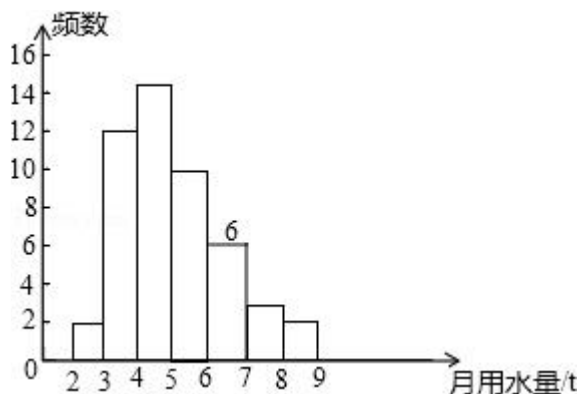
$7 \leq x < 8$	3	6%
$8 \leq x < 9$	2	4%

- (1) 请根据题中已有的信息补全频数分布表和频数分布直方图；
- (2) 如果家庭月均用水量“大于或等于 4t 且小于 7t”为中等用水量家庭，请你通过样本估计总体中的中等用水量家庭大约有多少户？
- (3) 从月均用水量在 $2 \leq x < 3$ ， $8 \leq x < 9$ 这两个范围内的样本家庭中任意抽取 2 个，求抽取出的 2 个家庭来自不同范围的概率。



- 考点：**频数（率）分布直方图；用样本估计总体；频数（率）分布表；列表法与树状图法.
- 分析：**（1）根据第一组的频数是 2，百分比是 4%即可求得总人数，然后根据百分比的意义求解；
- （2）利用总户数 540 乘以对应的百分比求解；
- （3）在 $2 \leq x < 3$ 范围的两户用 a、b 表示， $8 \leq x < 9$ 这两个范围内的两户用 1，2 表示，利用树状图法表示出所有可能的结果，然后利用概率公式求解.

解答：解：（1）调查的总数是： $2 \div 4\% = 50$ （户），
 则 $6 \leq x < 7$ 部分调查的户数是： $50 \times 12\% = 6$ （户），
 则 $4 \leq x < 5$ 的户数是： $50 - 2 - 12 - 10 - 6 - 3 - 2 = 15$ （户），所占的百分比是：
 $\frac{15}{50} \times 100\% = 30\%$.

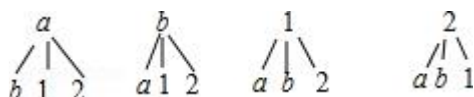


月均用水量（单位：t）	频数	百分比
$2 \leq x < 3$	2	4%
$3 \leq x < 4$	12	24%
$4 \leq x < 5$	15	30%

$5 \leq x < 6$	10	20%
$6 \leq x < 7$	6	12%
$7 \leq x < 8$	3	6%
$8 \leq x < 9$	2	4%

(2) 中等用水量家庭大约有 $450 \times (30\% + 20\% + 12\%) = 279$ (户);

(3) 在 $2 \leq x < 3$ 范围的两户用 a 、 b 表示, $8 \leq x < 9$ 这两个范围内的两户用 1, 2 表示.



则抽取出的 2 个家庭来自不同范围的概率是: $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$.

点评: 本题考查读频数分布直方图的能力和利用统计图获取信息的能力; 利用统计图获取信息时, 必须认真观察、分析、研究统计图, 才能作出正确的判断和解决问题.

21. (7 分) (2015•泸州) 某小区为了绿化环境, 计划分两次购进 A、B 两种花草, 第一次分别购进 A、B 两种花草 30 棵和 15 棵, 共花费 675 元; 第二次分别购进 A、B 两种花草 12 棵和 5 棵. 两次共花费 940 元 (两次购进的 A、B 两种花草价格均分别相同).

(1) A、B 两种花草每棵的价格分别是多少元?

(2) 若购买 A、B 两种花草共 31 棵, 且 B 种花草的数量少于 A 种花草的数量的 2 倍, 请你给出一种费用最省的方案, 并求出该方案所需费用.

考点: 一元一次不等式的应用; 二元一次方程组的应用.

专题: 应用题.

分析: (1) 设 A 种花草每棵的价格 x 元, B 种花草每棵的价格 y 元, 根据第一次分别购进 A、B 两种花草 30 棵和 15 棵, 共花费 675 元; 第二次分别购进 A、B 两种花草 12 棵和 5 棵, 两次共花费 940 元; 列出方程组, 即可解答.

(2) 设 A 种花草的数量为 m 株, 则 B 种花草的数量为 $(31 - m)$ 株, 根据 B 种花草的数量少于 A 种花草的数量的 2 倍, 得出 m 的范围, 设总费用为 W 元, 根据总费用 = 两种花草的费用之和建立函数关系式, 由一次函数的性质就可以求出结论.

解答: 解: (1) 设 A 种花草每棵的价格 x 元, B 种花草每棵的价格 y 元, 根据题意得:

$$\begin{cases} 30x + 15y = 675 \\ 12x + 5y = 940 - 675 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x = 20 \\ y = 5 \end{cases}$$

$\therefore$ A 种花草每棵的价格是 20 元, B 种花草每棵的价格是 5 元.

(2) 设 A 种花草的数量为 m 株, 则 B 种花草的数量为 $(31 - m)$ 株,

$\therefore$ B 种花草的数量少于 A 种花草的数量的 2 倍,

$$\therefore 31 - m < 2m,$$

$$\text{解得: } m > \frac{31}{3},$$

$\therefore m$ 是正整数,

$$\therefore m_{\text{最小值}} = 11,$$

设购买树苗总费用为 $W=20m+5(31-m)=15m+155$,

$\because k > 0$,

$\therefore W$ 随 x 的减小而减小,

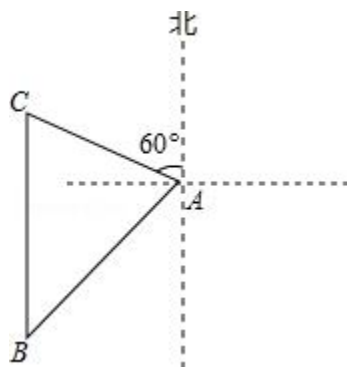
当 $m=11$ 时, $W_{\text{最小值}}=15 \times 11 + 155 = 320$ (元).

答: 购进 A 种花草的数量为 11 株、B 种 20 株, 费用最省; 最省费用是 320 元.

点评: 本题考查了列二元一次方程组, 一元一次不等式解实际问题的运用, 一次函数的解析式的运用, 一次函数的性质的运用, 解答时根据总费用=两种花草的费用之和建立函数关系式是关键.

五、解答题, 每题 8 分

22. (8 分) (2015·泸州) 如图, 海中一小岛上有一个观测点 A, 某天上午 9:00 观测到某渔船在观测点 A 的西南方向上的 B 处跟踪鱼群由南向北匀速航行. 当天上午 9:30 观测到该渔船在观测点 A 的北偏西 60° 方向上的 C 处. 若该渔船的速度为每小时 30 海里, 在此航行过程中, 问该渔船从 B 处开始航行多少小时, 离观测点 A 的距离最近? (计算结果用根号表示, 不取近似值).



考点: 解直角三角形的应用-方向角问题.

分析: 首先根据题意可得 $PC \perp AB$, 然后设 $PC=x$ 海里, 分别在 $Rt\triangle APC$ 中与 $Rt\triangle APB$ 中, 利用正切函数求得出 PC 与 BP 的长, 由 $PC+BP=BC=30 \times \frac{1}{2}$, 即可得方程, 解此方程

求得 x 的值, 再计算出 BP , 然后根据时间=路程 $\div$ 速度即可求解.

解答: 解: 过点 A 作 $AP \perp BC$, 垂足为 P, 设 $AP=x$ 海里.

在 $Rt\triangle APC$ 中, $\because \angle APC=90^\circ$, $\angle PAC=30^\circ$,

$$\therefore \tan \angle PAC = \frac{CP}{AP},$$

$$\therefore CP = AP \cdot \tan \angle PAC = \frac{\sqrt{3}}{3}x.$$

在 $Rt\triangle APB$ 中, $\because \angle APB=90^\circ$, $\angle PAB=45^\circ$,

$$\therefore BP = AP = x.$$

$$\therefore PC + BP = BC = 30 \times \frac{1}{2},$$

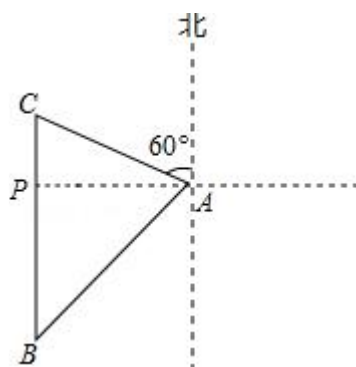
$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{3}x + x = 15,$$

$$\text{解得 } x = \frac{15(3 - \sqrt{3})}{2},$$

$$\therefore PB=x=\frac{15(3-\sqrt{3})}{2},$$

$$\therefore \text{航行时间: } \frac{15(3-\sqrt{3})}{2} \div 30 = \frac{3-\sqrt{3}}{4} \text{ (小时)}.$$

答: 该渔船从 B 处开始航行 $\frac{3-\sqrt{3}}{4}$ 小时, 离观测点 A 的距离最近.



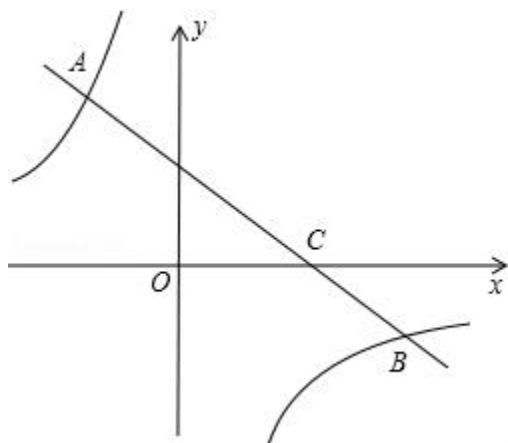
点评: 此题考查了解直角三角形的应用 - 方向角问题, 锐角三角函数的定义, 准确作出辅助线构造直角三角形是解题的关键, 注意数形结合思想的应用.

23. (8 分) (2015•泸州) 如图, 一次函数 $y=kx+b$ ($k < 0$) 的图象经过点 C (3, 0), 且与两坐标轴围成的三角形的面积为 3.

(1) 求该一次函数的解析式;

(2) 若反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象与该一次函数的图象交于二、四象限内的 A、B 两点, 且

$AC=2BC$, 求 m 的值.



考点: 反比例函数与一次函数的交点问题.

分析: (1) 先由一次函数 $y=kx+b$ ($k < 0$) 的图象经过点 C (3, 0), 得出 $3k+b=0$ ①, 由于一次函数 $y=kx+b$ 的图象与 y 轴的交点是 (0, b), 根据三角形的面积公式可求得 b 的值, 然后利用待定系数法即可求得函数解析式;

(2) 作 $AD \perp x$ 轴于点 D, $BE \perp x$ 轴于点 E, 则 $AD \parallel BE$. 由 $\triangle ACD \sim \triangle BCE$, 得出

$$\frac{AD}{BE} = \frac{AC}{BC} = 2, \text{ 那么 } AD=2BE. \text{ 设 B 点纵坐标为 } -n, \text{ 则 A 点纵坐标为 } 2n. \text{ 由直线 AB}$$

的解析式为 $y = -\frac{2}{3}x + 2$, 得出 $A(3 - 3n, 2n)$, $B(3 + \frac{3}{2}n, -n)$, 再根据反比例函数

$y = \frac{m}{x}$ 的图象经过 A、B 两点, 列出方程 $(3 - 3n) \cdot 2n = (3 + \frac{3}{2}n) \cdot (-n)$, 解方程求出

n 的值, 那么 $m = (3 - 3n) \cdot 2n$, 代入计算即可.

解答: 解: $\because$ 一次函数 $y = kx + b$ ($k < 0$) 的图象经过点 $C(3, 0)$,

$\therefore 3k + b = 0$ ①, 点 C 到 y 轴的距离是 3,

$\therefore k < 0$,

$\therefore b > 0$,

$\therefore$ 一次函数 $y = kx + b$ 的图象与 y 轴的交点是 $(0, b)$,

$\therefore \frac{1}{2} \times 3 \times b = 3$,

解得: $b = 2$.

把 $b = 2$ 代入 ①, 解得: $k = -\frac{2}{3}$, 则函数的解析式是 $y = -\frac{2}{3}x + 2$.

故这个函数的解析式为 $y = -\frac{2}{3}x + 2$;

(2) 如图, 作 $AD \perp x$ 轴于点 D, $BE \perp x$ 轴于点 E, 则 $AD \parallel BE$.

$\therefore AD \parallel BE$,

$\therefore \triangle ACD \sim \triangle BCE$,

$\therefore \frac{AD}{BE} = \frac{AC}{BC} = 2$,

$\therefore AD = 2BE$.

设 B 点纵坐标为 $-n$, 则 A 点纵坐标为 $2n$.

$\therefore$ 直线 AB 的解析式为 $y = -\frac{2}{3}x + 2$,

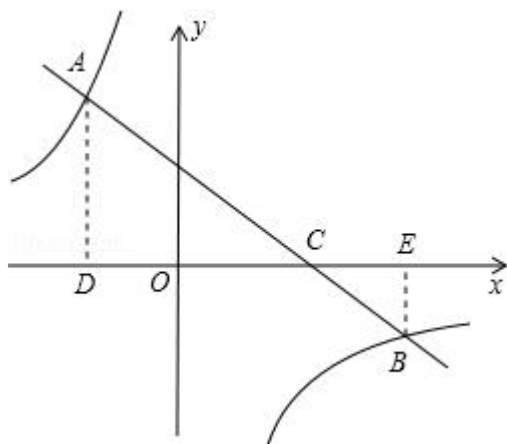
$\therefore A(3 - 3n, 2n)$, $B(3 + \frac{3}{2}n, -n)$,

$\therefore$ 反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象经过 A、B 两点,

$\therefore (3 - 3n) \cdot 2n = (3 + \frac{3}{2}n) \cdot (-n)$,

解得 $n_1 = 2$, $n_2 = 0$ (不合题意舍去),

$\therefore m = (3 - 3n) \cdot 2n = -3 \times 4 = -12$.



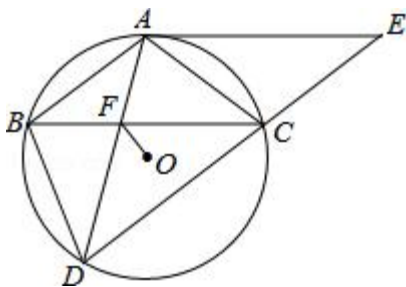
点评: 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题, 待定系数法求一次函数的解析式, 三角形的面积, 相似三角形的判定与性质, 一次函数、反比例函数图象上点的坐标特征, 难度适中. 正确求出一次函数的解析式是解题的关键.

六、(每小题 12 分, 共 24 分)

24. (12 分) (2015•泸州) 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, $AB=AC$, BD 为 $\odot O$ 的弦, 且 $AB \parallel CD$, 过点 A 作 $\odot O$ 的切线 AE 与 DC 的延长线交于点 E , AD 与 BC 交于点 F .

(1) 求证: 四边形 $ABCE$ 是平行四边形;

(2) 若 $AE=6$, $CD=5$, 求 OF 的长.



考点: 切线的性质; 平行四边形的判定.

分析: (1) 根据切线的性质证明 $\angle EAC = \angle ABC$, 根据等腰三角形等边对等角的性质和等量代得到 $\angle EAC = \angle ACB$, 从而根据内错角相等两直线平行的判定得到 $AE \parallel BC$, 结合已知 $AB \parallel CD$ 即可判定四边形 $ABCE$ 是平行四边形;

(2) 作辅助线, 连接 AO , 交 BC 于点 H , 双向延长 OF 分别交 AB , CD 于点 N , M , 根据切割线定理求得 $EC=4$, 证明四边形 $ABDC$ 是等腰梯形, 根据对称性、圆周角定理和垂径定理的综合应用证明 $\triangle OFH \sim \triangle DMF \sim \triangle BFN$, 并由勾股定理列式求解即可.

解答: (1) 证明: $\because AE$ 与 $\odot O$ 相切于点 A ,

$$\therefore \angle EAC = \angle ABC,$$

$$\because AB = AC$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB,$$

$$\therefore \angle EAC = \angle ACB,$$

$$\therefore AE \parallel BC,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \text{四边形 } ABCE \text{ 是平行四边形};$$

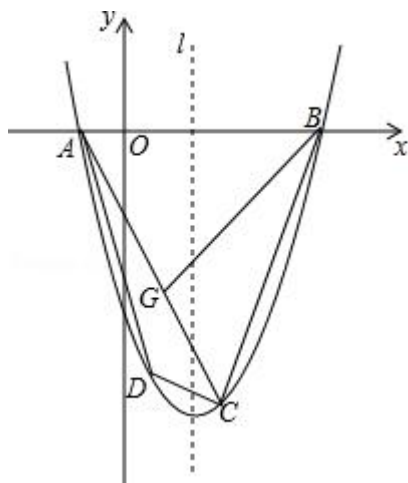
点评: 本题考查了切线的性质, 圆周勾股定理, 等腰三角形的性质, 平行的判定, 平行四边形的判定和性质, 等腰梯形的判定和性质, 垂径定理, 相似判定和性质, 勾股定理, 正确得作出辅助线是解题的关键.

25. (12 分) (2015•泸州) 如图, 已知二次函数的图象 M 经过 $A(-1, 0)$, $B(4, 0)$, $C(2, -6)$ 三点.

(1) 求该二次函数的解析式;

(2) 点 G 是线段 AC 上的动点 (点 G 与线段 AC 的端点不重合), 若 $\triangle ABG$ 与 $\triangle ABC$ 相似, 求点 G 的坐标;

(3) 设图象 M 的对称轴为 l , 点 $D(m, n)$ ($-1 < m < 2$) 是图象 M 上一动点, 当 $\triangle ACD$ 的面积为 $\frac{27}{8}$ 时, 点 D 关于 l 的对称点为 E , 能否在图象 M 和 l 上分别找到点 P 、 Q , 使得以点 D 、 E 、 P 、 Q 为顶点的四边形为平行四边形? 若能, 求出点 P 的坐标; 若不能, 请说明理由.



考点: 二次函数综合题.

分析: (1) 由 A 、 B 、 C 三点的坐标, 利用待定系数法可求得抛物线的解析式;

(2) 可求得直线 AC 的解析式, 设 $G(k, -2k-2)$, 可表示出 AB 、 BC 、 AG 的长, 由条件可知只有 $\triangle AGB \sim \triangle ABC$, 再利用相似三角形的性质可求得 k 的值, 从而可求得 G 点坐标;

(3) 可设出 D 点坐标, 从而表示出 $\triangle ACD$ 的面积, 由条件求得 D 点坐标, 可求得 DE 的长, 再根据平行四边形的性质可得到 $PQ=DE=2$, 从而可求得 P 点坐标.

解答: 解:

(1) $\because$ 二次函数的图象 M 经过 $A(-1, 0)$, $B(4, 0)$ 两点,

$\therefore$ 可设二次函数的解析式为 $y=a(x+1)(x-4)$.

$\because$ 二次函数的图象 M 经过 $C(2, -6)$ 点,

$\therefore -6=a(2+1)(2-4)$, 解得 $a=1$.

$\therefore$ 二次函数的解析式为 $y=(x+1)(x-4)$, 即 $y=x^2-3x-4$.

(2) 设直线 AC 的解析式为 $y=sx+t$, 把 A 、 C 坐标代入可得 $\begin{cases} 0=-s+t \\ -6=2s+t \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} s=-2 \\ t=-2 \end{cases}$,

$\therefore$ 线段 AC 的解析式为 $y=-2x-2$,

设点 G 的坐标为 $(k, -2k-2)$.

$\because G$ 与 C 点不重合,

$\therefore \triangle ABG$ 与 $\triangle ABC$ 相似只有 $\triangle AGB \sim \triangle ABC$ 一种情况.

$$\therefore \frac{AG}{AB} = \frac{AB}{AC}.$$

$$\because AB=5, AC=\sqrt{[2-(-1)]^2+(-6-0)^2}=3\sqrt{5},$$

$$AG=\sqrt{(k+1)^2+(-2k-2)^2}=\sqrt{5}|k+1|,$$

$$\therefore \frac{\sqrt{5}|k+1|}{5} = \frac{5}{3\sqrt{5}},$$

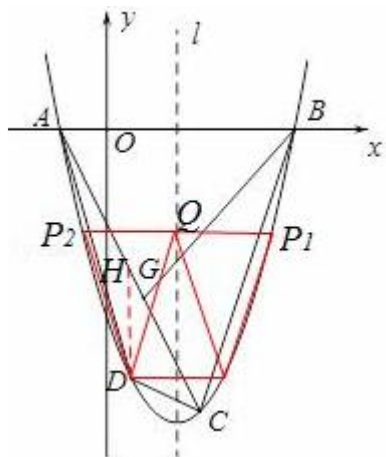
$$\therefore |k+1| = \frac{5}{3}$$

$$\therefore k = -\frac{2}{3} \text{ 或 } k = -\frac{8}{3} \text{ (舍去)},$$

$$\therefore \text{点 } G \text{ 的坐标为 } \left(\frac{2}{3}, -\frac{10}{3}\right).$$

(3) 能. 理由如下:

如图, 过 D 点作 x 轴的垂线交 AC 于点 H,



$$\because D(m, n) \quad (-1 < m < 2),$$

$$\therefore H(m, -2m-2).$$

$\because$ 点 $D(m, n)$ 在图象 M 上,

$$\therefore D(m, m^2-3m-4).$$

$$\therefore \triangle ACD \text{ 的面积为 } \frac{27}{8},$$

$$\therefore \frac{1}{2}[-2m-2-(m^2-3m-4)][(m+1)+(2-m)] = \frac{27}{8}, \text{ 即 } 4m^2-4m+1=0,$$

$$\text{解得 } m = \frac{1}{2}.$$

$$\therefore D\left(\frac{1}{2}, -\frac{21}{4}\right).$$

$$\therefore y = x^2 - 3x - 4 = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{25}{4},$$

$$\therefore \text{图象 } M \text{ 的对称轴 } l \text{ 为 } x = \frac{3}{2}.$$

$\therefore$ 点 D 关于 l 的对称点为 E,

$$\therefore E \left(\frac{5}{2}, -\frac{21}{4}\right),$$

$$\therefore DE = \frac{5}{2} - \frac{1}{2} = 2,$$

若以点 D、E、P、Q 为顶点的四边形为平行四边形，则 $PQ \parallel DE$ 且 $PQ = DE = 2$.

$$\therefore \text{点 } P \text{ 的横坐标为 } \frac{3}{2} + 2 = \frac{7}{2} \text{ 或 } \frac{3}{2} - 2 = -\frac{1}{2},$$

$$\therefore \text{点 } P \text{ 的纵坐标为 } \left(\frac{7}{2} - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} = -\frac{9}{4},$$

$$\therefore \text{点 } P \text{ 的坐标为 } \left(\frac{7}{2}, -\frac{9}{4}\right) \text{ 或 } \left(-\frac{1}{2}, -\frac{9}{4}\right).$$

点评: 本题主要考查二次函数综合应用，涉及待定系数法、相似三角形的判定和性质、勾股定理、平行四边形的性质等知识点. 在 (1) 中注意二次函数解析式三种形式的灵活运用，在 (2) 中确定出只有 $\triangle AGB \sim \triangle ABC$ 一种情况是解题的突破口，在 (3) 中求得 D 点的坐标从而求得 DE 的长是解题的关键. 本题考查知识点较多，综合性质较强，难度较大.