

2015 年四川省攀枝花市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. -3 的倒数是 ()

- A. $-\frac{1}{3}$ B. 3 C. $\frac{1}{3}$ D. $\pm\frac{1}{3}$

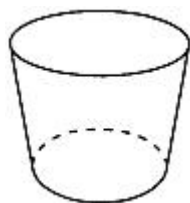
2. 2015 年我市有 1.6 万名初中毕业生参加升学考试，为了了解这 1.6 万名考生的数学成绩，从中抽取 2000 名考生的数学成绩进行统计，在这个问题中样本是 ()

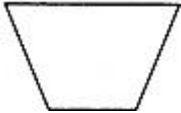
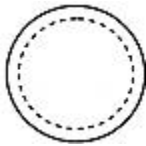
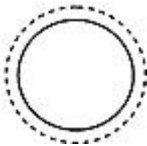
- A. 1.6 万名考生 B. 2000 名考生
C. 1.6 万名考生的数学成绩 D. 2000 名考生的数学成绩

3. (3 分) (2015•攀枝花) 已知空气的单位体积质量是 0.001239g/cm^3 ，则用科学记数法表示该数为 ()

- A. $1.239 \times 10^{-3}\text{g/cm}^3$ B. $1.239 \times 10^{-2}\text{g/cm}^3$
C. $0.1239 \times 10^{-2}\text{g/cm}^3$ D. $12.39 \times 10^{-4}\text{g/cm}^3$

4. (3 分) (2015•攀枝花) 如图所示的几何体为圆台，其俯视图正确的是 ()



- A.  B.  C.  D. 

5. (3 分) (2015•攀枝花) 下列计算正确的是 ()

- A. $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$ B. $a^3 \div a^2 = a$ C. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ D. $(a^2b)^2 = a^2b^2$

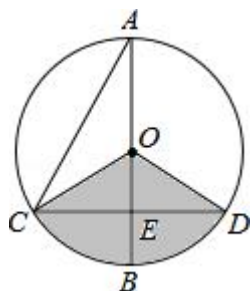
6. (3 分) (2015•攀枝花) 一组数据 6、4、 a 、3、2 的平均数是 4，则这组数据的方差为 ()

- A. 0 B. 2 C. $\sqrt{2}$ D. 10

7. (3分) (2015•攀枝花) 将抛物线 $y = -2x^2 + 1$ 向右平移 1 个单位长度, 再向上平移 1 个单位长度所得的抛物线解析式为 ()

- A. $y = -2(x+1)^2$ B. $y = -2(x+1)^2 + 2$
C. $y = -2(x-1)^2 + 2$ D. $y = -2(x-1)^2 + 1$

8. (3分) (2015•攀枝花) 如图, 已知 $\odot O$ 的一条直径 AB 与弦 CD 相交于点 E , 且 $AC=2$, $AE=\sqrt{3}$, $CE=1$, 则图中阴影部分的面积为 ()



- A. $\frac{2\sqrt{3}\pi}{9}$ B. $\frac{4\sqrt{3}\pi}{9}$ C. $\frac{2\pi}{9}$ D. $\frac{4\pi}{9}$

9. (3分) (2015•攀枝花) 关于 x 的一元二次方程 $(m-2)x^2 + (2m+1)x + m-2 = 0$ 有两个不相等的正实数根, 则 m 的取值范围是 ()

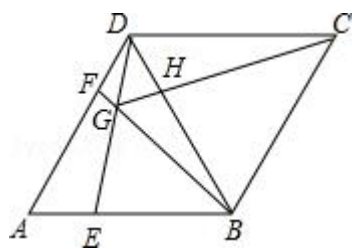
- A. $m > \frac{3}{4}$ B. $m > \frac{3}{4}$ 且 $m \neq 2$ C. $-\frac{1}{2} < m < 2$ D. $\frac{3}{4} < m < 2$

10. (3分) (2015•攀枝花) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $AB=BD$, 点 E 、 F 分别是 AB 、 AD 上任意的点 (不与端点重合), 且 $AE=DF$, 连接 BF 与 DE 相交于点 G , 连接 CG 与 BD 相交于点 H . 给出如下几个结论:

① $\triangle AED \cong \triangle DFB$; ② $S_{\text{四边形} BCDG} = \frac{\sqrt{3}}{2} CG^2$; ③ 若 $AF=2DF$, 则 $BG=6GF$; ④ CG

与 BD 一定不垂直; ⑤ $\angle BGE$ 的大小为定值.

其中正确的结论个数为 ()



- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

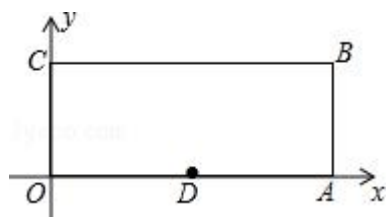
二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分.

11. (4 分) (2015•攀枝花) 分式方程 $\frac{1}{x-1} = \frac{3}{x+1}$ 的根为_____.

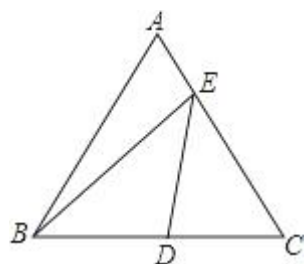
12. (4 分) (2015•攀枝花) 计算: $\sqrt{9} + |-4| + (-1)^0 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} =$ _____.

13. (4 分) (2015•攀枝花) 若 $y = \sqrt{x-3} + \sqrt{3-x} + 2$, 则 $xy =$ _____.

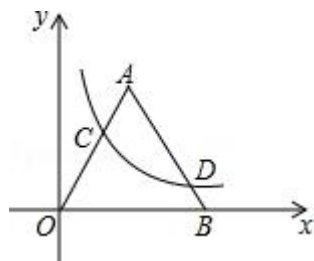
14. (4 分) (2015•攀枝花) 如图, 在平面直角坐标系中, O 为坐标原点, 矩形 OABC 中, A (10, 0), C (0, 4), D 为 OA 的中点, P 为 BC 边上一点. 若 $\triangle POD$ 为等腰三角形, 则所有满足条件的点 P 的坐标为_____.



15. (4 分) (2015•攀枝花) 如图, 在边长为 2 的等边 $\triangle ABC$ 中, D 为 BC 的中点, E 是 AC 边上一点, 则 BE+DE 的最小值为_____.



16. (4 分) (2015•攀枝花) 如图, 若双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 与边长为 3 的等边 $\triangle AOB$ (O 为坐标原点) 的边 OA、AB 分别交于 C、D 两点, 且 $OC = 2BD$, 则 k 的值为_____.



三、解答题：本大题共 8 小题，共 66 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

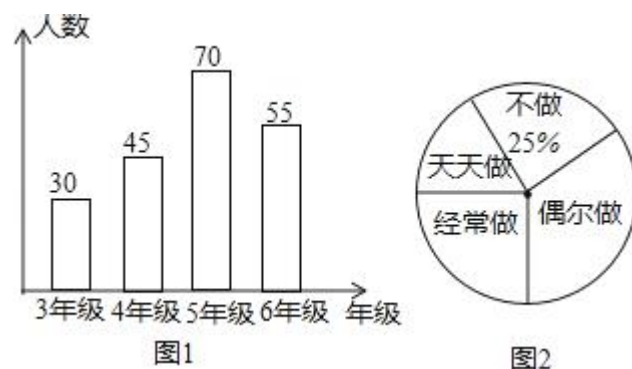
17. (6 分) (2015•攀枝花) 先化简，再求值： $\frac{a^2-1}{a^2-a} \div (2+\frac{a^2+1}{a})$ ，其中 $a=\sqrt{2}$ ．

18. (6 分) (2015•攀枝花) “热爱劳动，勤俭节约”是中华民族的光荣传统，某小学校为了解本校 3 至 6 年级的 3000 名学生帮助父母做家务的情况，以便做好引导和教育work，随机抽取了 200 名学生进行调查，按年级人数和做家务程度，分别绘制了条形统计图（图 1）和扇形统计图（图 2）．

(1) 四个年级被调查人数的中位数是多少？

(2) 如果把“天天做”、“经常做”、“偶尔做”都统计成帮助父母做家务，那么该校 3 至 6 年级学生帮助父母做家务的人数大约是多少？

(3) 在这次调查中，六年级共有甲、乙、丙、丁四人“天天帮助父母做家务”，现准备从四人中随机抽取两人进行座谈，请用列表法或画树状图的方法求出抽取的两人恰好是甲和乙的概率．



19. (6 分) (2015•攀枝花) 某超市销售有甲、乙两种商品，甲商品每件进价 10 元，售价 15 元；乙商品每件进价 30 元，售价 40 元．

(1) 若该超市一次性购进两种商品共 80 件，且恰好用去 1600 元，问购进甲、乙两种商品各多少件？

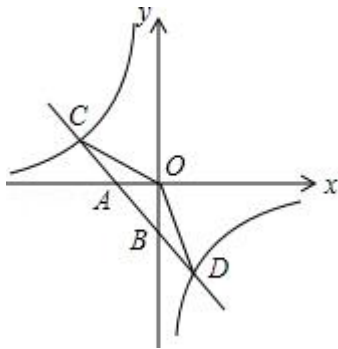
(2) 若该超市要使两种商品共 80 件的购进费用不超过 1640 元，且总利润（利润=售价-进价）不少于 600 元. 请你帮助该超市设计相应的进货方案，并指出使该超市利润最大的方案.

20. (8 分) (2015•攀枝花) 如图，已知一次函数 $y_1=k_1x+b$ 的图象与 x 轴、 y 轴分别交于 A、B 两点，与反比例函数 $y_2=\frac{k_2}{x}$ 的图象分别交于 C、D 两点，点 D (2, -3)，点 B 是线段 AD 的中点.

(1) 求一次函数 $y_1=k_1x+b$ 与反比例函数 $y_2=\frac{k_2}{x}$ 的解析式；

(2) 求 $\triangle COD$ 的面积；

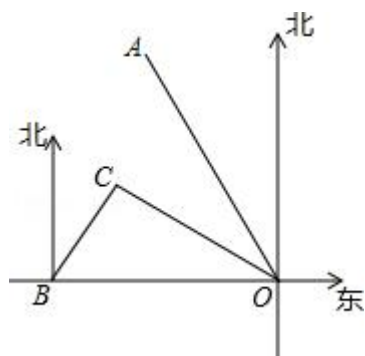
(3) 直接写出 $y_1 > y_2$ 时自变量 x 的取值范围.



21. (8 分) (2015•攀枝花) 如图所示，港口 B 位于港口 O 正西方向 120km 处，小岛 C 位于港口 O 北偏西 60° 的方向. 一艘游船从港口 O 出发，沿 OA 方向（北偏西 30° ）以 v km/h 的速度驶离港口 O，同时一艘快艇从港口 B 出发，沿北偏东 30° 的方向以 60km/h 的速度驶向小岛 C，在小岛 C 用 1h 加装补给物资后，立即按原来的速度给游船送去.

(1) 快艇从港口 B 到小岛 C 需要多长时间？

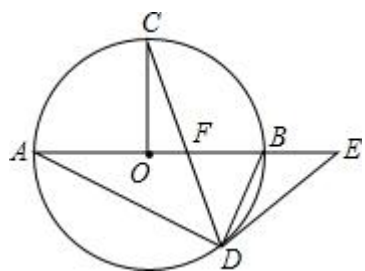
(2) 若快艇从小岛 C 到与游船相遇恰好用时 1h, 求 v 的值及相遇处与港口 O 的距离.



22. (8 分) (2015•攀枝花) 如图, 在 $\odot O$ 中, AB 为直径, $OC \perp AB$, 弦 CD 与 OB 交于点 F , 在 AB 的延长线上有点 E , 且 $EF=ED$.

(1) 求证: DE 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $OF:OB=1:3$, $\odot O$ 的半径 $R=3$, 求 $\frac{BD}{AD}$ 的值.



23. (12 分) (2015•攀枝花) 如图 1, 矩形 $ABCD$ 的两条边在坐标轴上, 点 D 与坐标原点 O 重合, 且 $AD=8$, $AB=6$. 如图 2, 矩形 $ABCD$ 沿 OB 方向以每秒 1 个单位长度的速度运动, 同时点 P 从 A 点出发也以每秒 1 个单位长度的速度沿矩形 $ABCD$ 的边 AB 经过点 B 向点 C 运动, 当点 P 到达点 C 时, 矩形 $ABCD$ 和点 P 同时停止运动, 设点 P 的运动时间为 t 秒.

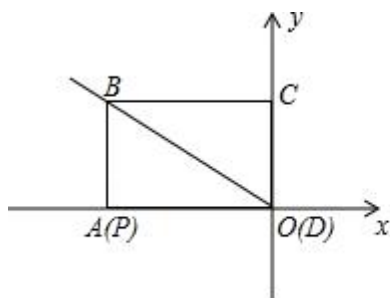


图1

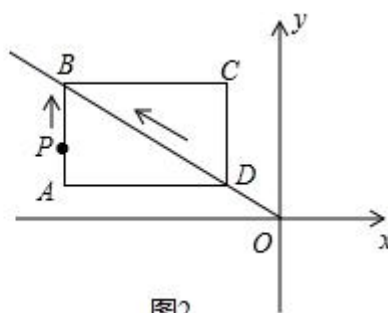
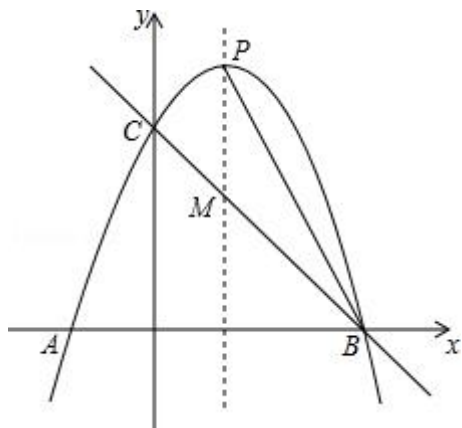


图2

- (1) 当 $t=5$ 时, 请直接写出点 D、点 P 的坐标;
- (2) 当点 P 在线段 AB 或线段 BC 上运动时, 求出 $\triangle PBD$ 的面积 S 关于 t 的函数关系式, 并写出相应 t 的取值范围;
- (3) 点 P 在线段 AB 或线段 BC 上运动时, 作 $PE \perp x$ 轴, 垂足为点 E, 当 $\triangle PEO$ 与 $\triangle BCD$ 相似时, 求出相应的 t 值.

24. (12 分) (2015•攀枝花) 如图, 已知抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 $A(-1, 0)$ 、 $B(3, 0)$ 两点, 与 y 轴交于点 C , 抛物线的对称轴与抛物线交于点 P 、与直线 BC 相交于点 M , 连接 PB .

- (1) 求该抛物线的解析式;
- (2) 在 (1) 中位于第一象限内的抛物线上是否存在点 D , 使得 $\triangle BCD$ 的面积最大? 若存在, 求出 D 点坐标及 $\triangle BCD$ 面积的最大值; 若不存在, 请说明理由.
- (3) 在 (1) 中的抛物线上是否存在点 Q , 使得 $\triangle QMB$ 与 $\triangle PMB$ 的面积相等? 若存在, 求出点 Q 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2015 年四川省攀枝花市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. -3 的倒数是 ()

- A. $-\frac{1}{3}$ B. 3 C. $\frac{1}{3}$ D. $\pm\frac{1}{3}$

【考点】倒数．

【分析】根据倒数的定义：若两个数的乘积是 1，我们就称这两个数互为倒数．

【解答】解： -3 的倒数是 $-\frac{1}{3}$ ．

故选：A．

【点评】本题主要考查了倒数的定义：若两个数的乘积是 1，我们就称这两个数互为倒数．

2. 2015 年我市有 1.6 万名初中毕业生参加升学考试，为了了解这 1.6 万名考生的数学成绩，从中抽取 2000 名考生的数学成绩进行统计，在这个问题中样本是 ()

- A. 1.6 万名考生 B. 2000 名考生
C. 1.6 万名考生的数学成绩 D. 2000 名考生的数学成绩

【考点】总体、个体、样本、样本容量．

【分析】根据样本的定义：从总体中取出的一部分个体叫做这个总体的一个样本，依此即可求解．

【解答】解：2015 年我市有近 1.6 万名考生参加升学考试，为了了解这 1.6 万名考生的数学成绩，从中抽取 2000 名考生的数学成绩进行统计分析，在这个问题中抽取的 2000 名考生的数学成绩为样本．

故选：D．

【点评】 本题考查了总体、个体、样本和样本容量：我们把所要考察的对象的全体叫做总体；把组成总体的每一个考察对象叫做个体；从总体中取出的一部分个体叫做这个总体的一个样本；一个样本包括的个体数量叫做样本容量.

3. (3 分) (2015•攀枝花) 已知空气的单位体积质量是 0.001239g/cm^3 , 则用科学记数法表示该数为 ()

A. $1.239 \times 10^{-3}\text{g/cm}^3$

B. $1.239 \times 10^{-2}\text{g/cm}^3$

C. $0.1239 \times 10^{-2}\text{g/cm}^3$

D. $12.39 \times 10^{-4}\text{g/cm}^3$

【考点】 科学记数法—表示较小的数. .

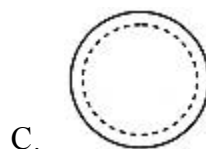
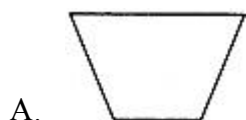
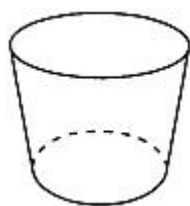
【分析】 绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示, 一般形式为 $a \times 10^{-n}$, 与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂, 指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

【解答】 解: $0.001239 = 1.239 \times 10^{-3}$.

故选: A.

【点评】 本题考查用科学记数法表示较小的数, 一般形式为 $a \times 10^{-n}$, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

4. (3 分) (2015•攀枝花) 如图所示的几何体为圆台, 其俯视图正确的是 ()



【考点】 简单几何体的三视图. .

【分析】 俯视图是从物体上面看, 所得到的图形.

【解答】 解: 从几何体的上面看所得到的图形是两个同心圆,

故选：C.

【点评】 本题考查了几何体的三种视图，掌握定义是关键. 注意所有的看到的棱都应表现在三视图中.

5. (3分) (2015•攀枝花) 下列计算正确的是 ()

A. $\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5}$ B. $a^3\div a^2=a$ C. $a^2\cdot a^3=a^6$ D. $(a^2b)^2=a^2b^2$

【考点】 同底数幂的除法；同底数幂的乘法；幂的乘方与积的乘方；二次根式的加减法. .

【分析】 根据同底数幂相除，底数不变指数相减；同底数幂相乘，底数不变指数相加；积的乘方，先把积的每一个因式分别乘方，再把所得的幂相乘，对各选项分析判断即可得解.

【解答】 解：A、 $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ 不能计算，故本选项错误；

B、 $a^3\div a^2=a^{3-2}=a$ ，故本选项正确；

C、 $a^2\cdot a^3=a^{2+3}=a^5$ ，故本选项错误；

D、 $(a^2b)^2=a^4b^2$ ，故本选项错误.

故选 B.

【点评】 本题考查了二次根式的计算，同底数幂的乘法，积的乘方的性质，同底数幂的除法，熟练掌握运算性质和法则是解题的关键.

6. (3分) (2015•攀枝花) 一组数据 6、4、a、3、2 的平均数是 4，则这组数据的方差为 ()

A. 0 B. 2 C. $\sqrt{2}$ D. 10

【考点】 方差；算术平均数. .

【分析】 先由平均数计算出 a 的值，再计算方差. 一般地设 n 个数据， $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的平均数为 $\bar{x}$ ， $\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1+x_2+\dots+x_n)$ ，则方差 $S^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$.

【解答】 解： $\because a = 5 \times 4 - 4 - 3 - 2 - 6 = 5$,

$$\therefore S^2 = \frac{1}{5}[(6-4)^2 + (4-4)^2 + (5-4)^2 + (3-4)^2 + (2-4)^2] = 2.$$

故选：B.

【点评】 本题考查了方差的定义：一般地设 n 个数据， $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的平均数为 $\bar{x}$ ，则方差 $S^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$ ，它反映了一组数据的波动大小，方差越大，波动性越大，反之也成立

7. (3 分) (2015•攀枝花) 将抛物线 $y = -2x^2 + 1$ 向右平移 1 个单位长度，再向上平移 1 个单位长度所得的抛物线解析式为 ()

A. $y = -2(x+1)^2$

B. $y = -2(x+1)^2 + 2$

C. $y = -2(x-1)^2 + 2$

D. $y = -2(x-1)^2 + 1$

【考点】 二次函数图象与几何变换.

【分析】 利用二次函数图象的平移规律，左加右减，上加下减，进而得出答案.

【解答】 解： $\because$ 抛物线 $y = -2x^2 + 1$ 向右平移 1 个单位长度，

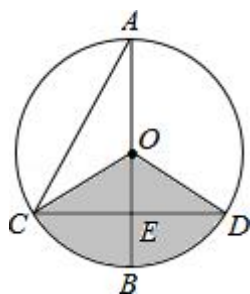
$\therefore$ 平移后解析式为： $y = -2(x-1)^2 + 1$ ，

$\therefore$ 再向上平移 1 个单位长度所得的抛物线解析式为： $y = -2(x-1)^2 + 2$.

故选：C.

【点评】 此题主要考查了二次函数与几何变换，正确记忆图形平移规律是解题关键.

8. (3 分) (2015•攀枝花) 如图，已知 $\odot O$ 的一条直径 AB 与弦 CD 相交于点 E，且 $AC=2$ ， $AE=\sqrt{3}$ ， $CE=1$ ，则图中阴影部分的面积为 ()



A. $\frac{2\sqrt{3}\pi}{9}$

B. $\frac{4\sqrt{3}\pi}{9}$

C. $\frac{2\pi}{9}$

D. $\frac{4\pi}{9}$

【考点】 扇形面积的计算；勾股定理的逆定理；圆周角定理；解直角三角形．

【分析】 由 $AC=2$ ， $AE=\sqrt{3}$ ， $CE=1$ ，根据勾股定理的逆定理可判断 $\triangle ACE$ 为直角三角形，然后由 $\sin A = \frac{1}{2}$ ，可得 $\angle A=30^\circ$ ，然后根据圆周角定理可得： $\angle COB=60^\circ$ ，然后由 $\angle AEC=90^\circ$ ，可得 $AE \perp CD$ ，然后根据垂径定理可得： $\widehat{BC}=\widehat{BD}$ ，进而可得： $\angle BOD=\angle COB=60^\circ$ ，进而可得 $\angle COD=120^\circ$ ，然后在 $Rt\triangle OCE$ 中，根据 $\sin \angle COE = \frac{CE}{OC}$ ，计算出 OC 的值，然后根据扇形的面积公式： $S_{\text{扇形} DAB} = \frac{n\pi r^2}{360}$ ，计算即可．

【解答】 解： $\because AE^2 + CE^2 = 4 = AC^2$ ，

$\therefore \triangle ACE$ 为直角三角形，且 $\angle AEC=90^\circ$ ，

$\therefore AE \perp CD$ ，

$\therefore \widehat{BC}=\widehat{BD}$ ，

$\therefore \angle BOD=\angle COB$ ，

$\because \sin A = \frac{CE}{AC} = \frac{1}{2}$ ，

$\therefore \angle A=30^\circ$ ，

$\therefore \angle COB=2\angle A=60^\circ$ ，

$\therefore \angle BOD=\angle COB=60^\circ$ ，

$\therefore \angle COD=120^\circ$ ，

在 $Rt\triangle OCE$ 中，

$\because \sin \angle COE = \frac{CE}{OC}$ ，

即 $\sin 60^\circ = \frac{1}{OC}$ ，

解得： $OC = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ ，

$\therefore S_{\text{扇形} DAB} = \frac{n\pi r^2}{360} = \frac{120\pi \times \frac{4}{3}}{360} = \frac{4}{9}\pi$ ．

故选 D.

【点评】此题考查了扇形的面积公式，勾股定理的逆定理，圆周角定理及解直角三角形等知识，解题的关键是：据勾股定理的逆定理判断 $\triangle ACE$ 为直角三角形.

9. (3 分) (2015•攀枝花) 关于 x 的一元二次方程 $(m-2)x^2 + (2m+1)x + m-2 = 0$ 有两个不相等的正实数根，则 m 的取值范围是 ()

- A. $m > \frac{3}{4}$ B. $m > \frac{3}{4}$ 且 $m \neq 2$ C. $-\frac{1}{2} < m < 2$ D. $\frac{3}{4} < m < 2$

【考点】根的判别式；一元二次方程的定义.

专题： 计算题.

【分析】根据一元二次方程的定义和根的判别式的意义得到 $m-2 \neq 0$ 且 $\Delta =$

$(2m+1)^2 - 4(m-2)(m-2) > 0$ ，解得 $m > \frac{3}{4}$ 且 $m \neq 2$ ，再利用根与系数的关系得到 $-\frac{2m+1}{m-2} > 0$ ，则 $m-2 < 0$ 时，方程有正实数根，于是可得到 m 的取值范围为 $\frac{3}{4} < m < 2$.

【解答】解：根据题意得 $m-2 \neq 0$ 且 $\Delta = (2m+1)^2 - 4(m-2)(m-2) > 0$ ，
解得 $m > \frac{3}{4}$ 且 $m \neq 2$ ，

设方程的两根为 a 、 b ，则 $a+b = -\frac{2m+1}{m-2} > 0$ ， $ab = \frac{m-2}{m-2} = 1 > 0$ ，

而 $2m+1 > 0$ ，

$\therefore m-2 < 0$ ，即 $m < 2$ ，

$\therefore m$ 的取值范围为 $\frac{3}{4} < m < 2$.

故选 D.

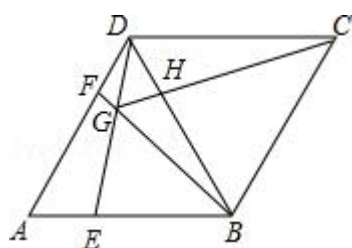
【点评】本题考查了根的判别式：一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta=b^2-4ac$ 有如下关系：当 $\Delta > 0$ 时，方程有两个不相等的两个实数根；当 $\Delta=0$ 时，方程有两个相等的两个实数根；当 $\Delta < 0$ 时，方程无实数根. 也考查了根与系数的关系.

10. (3分) (2015•攀枝花) 如图, 在菱形 ABCD 中, $AB=BD$, 点 E、F 分别是 AB、AD 上任意的点 (不与端点重合), 且 $AE=DF$, 连接 BF 与 DE 相交于点 G, 连接 CG 与 BD 相交于点 H. 给出如下几个结论:

① $\triangle AED \cong \triangle DFB$; ② $S_{\text{四边形 BCDG}} = \frac{\sqrt{3}}{2} CG^2$; ③ 若 $AF=2DF$, 则 $BG=6GF$; ④ CG

与 BD 一定不垂直; ⑤ $\angle BGE$ 的大小为定值.

其中正确的结论个数为 ()



A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

【考点】四边形综合题.

【分析】①先证明 $\triangle ABD$ 为等边三角形, 根据“SAS”证明 $\triangle AED \cong \triangle DFB$;

②证明 $\angle BGE = 60^\circ = \angle BCD$, 从而得点 B、C、D、G 四点共圆, 因此

$\angle BGC = \angle DGC = 60^\circ$, 过点 C 作 $CM \perp GB$ 于 M, $CN \perp GD$ 于 N. 证明

$\triangle CBM \cong \triangle CDN$, 所以 $S_{\text{四边形 BCDG}} = S_{\text{四边形 CMGN}}$, 易求后者的面积;

③过点 F 作 $FP \parallel AE$ 于 P 点, 根据题意有 $FP:AE=DF:DA=1:3$, 则 $FP:BE=1:6=FG:BG$, 即 $BG=6GF$;

④因为点 E、F 分别是 AB、AD 上任意的点 (不与端点重合), 且 $AE=DF$, 当点 E、F 分别是 AB、AD 中点时, $CG \perp BD$;

⑤ $\angle BGE = \angle BDG + \angle DBF = \angle BDG + \angle GDF = 60^\circ$.

【解答】解: ① $\because$ ABCD 为菱形, $\therefore AB=AD$,

$\because AB=BD$, $\therefore \triangle ABD$ 为等边三角形,

$\therefore \angle A = \angle BDF = 60^\circ$,

又 $\because AE=DF$, $AD=BD$,

$\therefore \triangle AED \cong \triangle DFB$, 故本选项正确;

$$\textcircled{2} \because \angle BGE = \angle BDG + \angle DBF = \angle BDG + \angle GDF = 60^\circ = \angle BCD,$$

$$\text{即 } \angle BGD + \angle BCD = 180^\circ,$$

$\therefore$ 点 B、C、D、G 四点共圆,

$$\therefore \angle BGC = \angle BDC = 60^\circ, \quad \angle DGC = \angle DBC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BGC = \angle DGC = 60^\circ,$$

过点 C 作 $CM \perp GB$ 于 M, $CN \perp GD$ 于 N (如图 1),

则 $\triangle CBM \cong \triangle CDN$ (AAS),

$$\therefore S_{\text{四边形 BCDG}} = S_{\text{四边形 CMGN}},$$

$$S_{\text{四边形 CMGN}} = 2S_{\triangle CMG},$$

$$\because \angle CGM = 60^\circ,$$

$$\therefore GM = \frac{1}{2}CG, \quad CM = \frac{\sqrt{3}}{2}CG,$$

$$\therefore S_{\text{四边形 CMGN}} = 2S_{\triangle CMG} = 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}CG \times \frac{\sqrt{3}}{2}CG = \frac{\sqrt{3}}{4}CG^2, \text{ 故本选项错误;}$$

$\textcircled{3}$ 过点 F 作 $FP \parallel AE$ 于 P 点 (如图 2),

$$\because AF = 2FD,$$

$$\therefore FP : AE = DF : DA = 1 : 3,$$

$$\because AE = DF, \quad AB = AD,$$

$$\therefore BE = 2AE,$$

$$\therefore FP : BE = FP : \frac{1}{2}AE = 1 : 6,$$

$$\because FP \parallel AE,$$

$$\therefore PF \parallel BE,$$

$\therefore FG: BG=FP: BE=1: 6$,

即 $BG=6GF$ ，故本选项正确；

④当点 E, F 分别是 AB, AD 中点时 (如图 3),

由 (1) 知, $\triangle ABD$, $\triangle BDC$ 为等边三角形,

$\therefore$ 点 E, F 分别是 AB, AD 中点,

$\therefore \angle BDE=\angle DBG=30^\circ$,

$\therefore DG=BG$,

在 $\triangle GDC$ 与 $\triangle BGC$ 中,

$$\begin{cases} DG=BG \\ CG=CG, \\ CD=CB \end{cases}$$

$\therefore \triangle GDC \cong \triangle BGC$,

$\therefore \angle DCG=\angle BCG$,

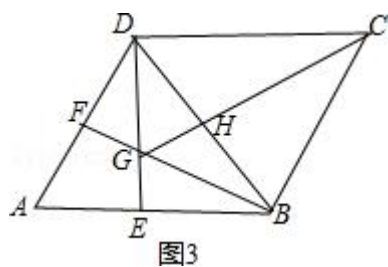
$\therefore CH \perp BD$, 即 $CG \perp BD$, 故本选项错误;

⑤ $\therefore \angle BGE=\angle BDG+\angle DBF=\angle BDG+\angle GDF=60^\circ$, 为定值,

故本选项正确;

综上所述, 正确的结论有①③⑤, 共 3 个,

故选 B.



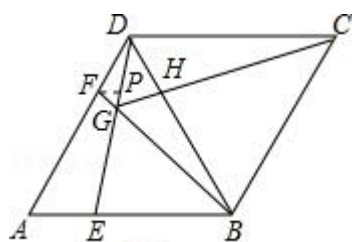


图2

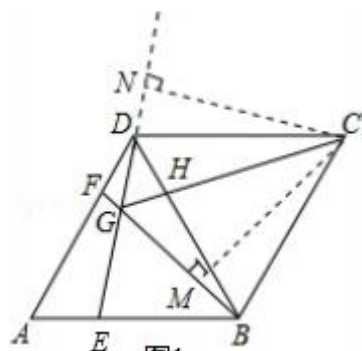


图1

【点评】此题综合考查了菱形的性质，等边三角形的判定与性质，全等三角形的判定和性质，作出辅助线构造出全等三角形，把不规则图形的面转化为两个全等三角形的面积是解题的关键.

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分.

11. (4 分) (2015•攀枝花) 分式方程 $\frac{1}{x-1} = \frac{3}{x+1}$ 的根为 2.

【考点】解分式方程.

专题： 计算题.

【分析】分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解.

【解答】解：去分母得： $x+1=3x-3$,

解得： $x=2$,

经检验 $x=2$ 是分式方程的解.

故答案为： 2.

【点评】此题考查了解分式方程，解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解. 解分式方程一定要注意要验根.

12. (4 分) (2015•攀枝花) 计算： $\sqrt{9} + |-4| + (-1)^0 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = \underline{6}$.

【考点】实数的运算；零指数幂；负整数指数幂．

专题： 计算题．

【分析】原式第一项利用算术平方根定义计算，第二项利用绝对值的代数意义化简，第三项利用零指数幂法则计算，最后一项利用负整数指数幂法则计算即可得到结果．

【解答】解：原式 $=3+4+1-2=6$ ．

故答案为：6．

【点评】此题考查了实数的运算，熟练掌握运算是解本题的关键．

13. (4分) (2015•攀枝花) 若 $y=\sqrt{x-3}+\sqrt{3-x}+2$ ，则 $x^y=$ 9．

【考点】二次根式有意义的条件．

专题： 计算题．

【分析】根据二次根式有意义的条件得出 $x-3\geq 0$ ， $3-x\geq 0$ ，求出 x ，代入求出 y 即可．

【解答】解： $y=\sqrt{x-3}+\sqrt{3-x}+2$ 有意义，

必须 $x-3\geq 0$ ， $3-x\geq 0$ ，

解得： $x=3$ ，

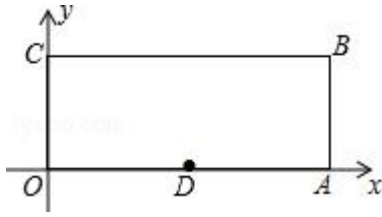
代入得： $y=0+0+2=2$ ，

$\therefore x^y=3^2=9$ ．

故答案为：9．

【点评】本题主要考查对二次根式有意义的条件的理解和掌握，能求出 x y 的值是解此题的关键．

14. (4分) (2015•攀枝花) 如图，在平面直角坐标系中，O 为坐标原点，矩形 OABC 中，A (10, 0)，C (0, 4)，D 为 OA 的中点，P 为 BC 边上一点．若 $\triangle POD$ 为等腰三角形，则所有满足条件的点 P 的坐标为 (2.5, 4)，或 (3, 4)，或 (2, 4)，或 (8, 4)．



【考点】矩形的性质；坐标与图形性质；等腰三角形的判定；勾股定理．

专题： 分类讨论．

【分析】由矩形的性质得出 $\angle OCB=90^\circ$ ， $OC=4$ ， $BC=OA=10$ ，求出 $OD=AD=5$ ，分情况讨论：①当 $PO=PD$ 时；②当 $OP=OD$ 时；③当 $DP=DO$ 时；根据线段垂直平分线的性质或勾股定理即可求出点P的坐标．

【解答】解： $\because$ 四边形OACB是矩形，

$\therefore \angle OCB=90^\circ$ ， $OC=4$ ， $BC=OA=10$ ，

$\because D$ 为OA的中点，

$\therefore OD=AD=5$ ，

①当 $PO=PD$ 时，点P在OD得垂直平分线上，

$\therefore$ 点P的坐标为：(2.5, 4)；

②当 $OP=OD$ 时，如图1所示：

则 $OP=OD=5$ ， $PC=\sqrt{5^2-4^2}=3$ ，

$\therefore$ 点P的坐标为：(3, 4)；

③当 $DP=DO$ 时，作 $PE \perp OA$ 于E，

则 $\angle PED=90^\circ$ ， $DE=\sqrt{5^2-4^2}=3$ ；

分两种情况：当E在D的左侧时，如图2所示：

$OE=5-3=2$ ，

$\therefore$ 点P的坐标为：(2, 4)；

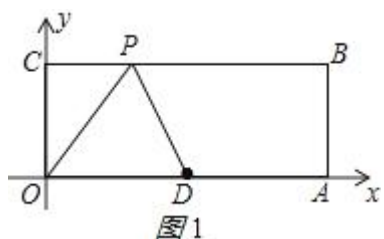
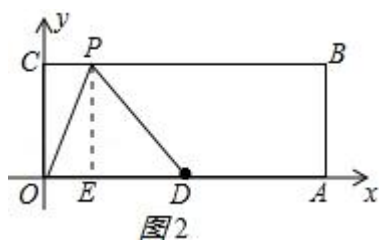
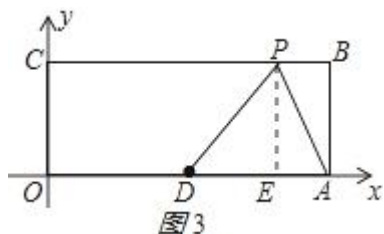
当E在D的右侧时，如图3所示：

$OE=5+3=8$ ，

∴点 P 的坐标为：(8, 4)；

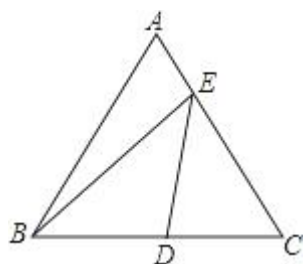
综上所述：点 P 的坐标为：(2.5, 4)，或 (3, 4)，或 (2, 4)，或 (8, 4)；

故答案为：(2.5, 4)，或 (3, 4)，或 (2, 4)，或 (8, 4)。



【点评】 本题考查了矩形的性质、坐标与图形性质、等腰三角形的判定、勾股定理；本题有一定难度，需要进行分类讨论才能得出结果。

15. (4 分) (2015•攀枝花) 如图，在边长为 2 的等边 $\triangle ABC$ 中，D 为 BC 的中点，E 是 AC 边上一点，则 BE+DE 的最小值为 $\sqrt{7}$ 。



【考点】 轴对称-最短路线问题；等边三角形的性质。

【分析】 作 B 关于 AC 的对称点 B', 连接 BB'、B'D, 交 AC 于 E, 此时 $BE+ED=B'E+ED=B'D$, 根据两点之间线段最短可知 B'D 就是 BE+ED 的最小值, 故 E 即为所求的点.

【解答】 解: 作 B 关于 AC 的对称点 B', 连接 BB'、B'D, 交 AC 于 E, 此时 $BE+ED=B'E+ED=B'D$, 根据两点之间线段最短可知 B'D 就是 BE+ED 的最小值,

$\because$ B、B' 关于 AC 的对称,

$\therefore$ AC、BB' 互相垂直平分,

$\therefore$ 四边形 ABCB' 是平行四边形,

$\because$ 三角形 ABC 是边长为 2,

$\because$ D 为 BC 的中点,

$\therefore AD \perp BC$,

$\therefore AD=\sqrt{3}$, $BD=CD=1$, $BB'=2AD=2\sqrt{3}$,

作 B'G $\perp$ BC 的延长线于 G,

$\therefore B'G=AD=\sqrt{3}$,

在 Rt $\triangle B'BG$ 中,

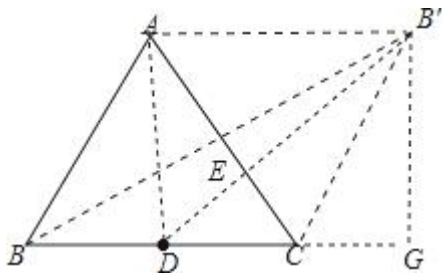
$$BG=\sqrt{BB'^2-B'G^2}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-(\sqrt{3})^2}=3,$$

$\therefore DG=BG-BD=3-1=2$,

$$\text{在 Rt}\triangle B'DG \text{ 中, } B'D=\sqrt{DG^2+B'G^2}=\sqrt{2^2+(\sqrt{3})^2}=\sqrt{7}.$$

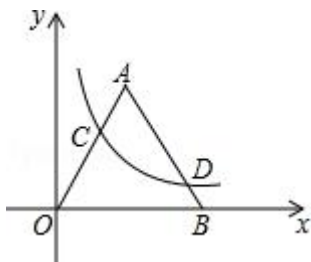
故 BE+ED 的最小值为 $\sqrt{7}$.

故答案为: $\sqrt{7}$.



【点评】 本题考查的是最短路线问题，涉及的知识点有：轴对称的性质、等边三角形的性质、勾股定理等，有一定的综合性，但难易适中.

16. (4 分) (2015•攀枝花) 如图，若双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 与边长为 3 的等边 $\triangle AOB$ (O 为坐标原点) 的边 OA 、 AB 分别交于 C 、 D 两点，且 $OC = 2BD$ ，则 k 的值为 $\frac{36\sqrt{3}}{25}$.



【考点】 反比例函数图象上点的坐标特征；等边三角形的性质.

【分析】 过点 C 作 $CE \perp x$ 轴于点 E ，过点 D 作 $DF \perp x$ 轴于点 F ，设 $OC = 2x$ ，则 $BD = x$ ，分别表示出点 C 、点 D 的坐标，代入函数解析式求出 k ，继而可建立方程，解出 x 的值后即可得出 k 的值.

【解答】 解：过点 C 作 $CE \perp x$ 轴于点 E ，过点 D 作 $DF \perp x$ 轴于点 F ，

设 $OC = 2x$ ，则 $BD = x$ ，

在 $Rt\triangle OCE$ 中， $\angle COE = 60^\circ$ ，

则 $OE = x$ ， $CE = \sqrt{3}x$ ，

则点 C 坐标为 $(x, \sqrt{3}x)$ ，

在 $Rt\triangle BDF$ 中， $BD = x$ ， $\angle DBF = 60^\circ$ ，

则 $BF = \frac{1}{2}x$ ， $DF = \frac{\sqrt{3}}{2}x$ ，

则点 D 的坐标为 $(3 - \frac{1}{2}x, \frac{\sqrt{3}}{2}x)$,

将点 C 的坐标代入反比例函数解析式可得: $k = \sqrt{3}x^2$,

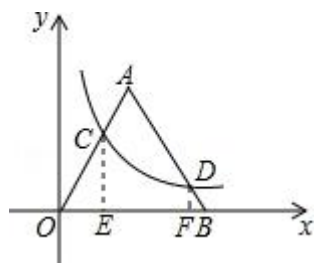
将点 D 的坐标代入反比例函数解析式可得: $k = \frac{3\sqrt{3}}{2}x - \frac{\sqrt{3}}{4}x^2$,

$$\text{则 } \sqrt{3}x^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2}x - \frac{\sqrt{3}}{4}x^2,$$

解得: $x_1 = \frac{6}{5}, x_2 = 0$ (舍去),

$$\text{故 } k = \sqrt{3}x^2 = \frac{36\sqrt{3}}{25}.$$

故答案为: $\frac{36\sqrt{3}}{25}$.



【点评】 本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征, 解答本题关键是利用 k 的值相同建立方程, 有一定难度.

三、解答题: 本大题共 8 小题, 共 66 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (6 分) (2015·攀枝花) 先化简, 再求值: $\frac{a^2 - 1}{a^2 - a} \div (2 + \frac{a^2 + 1}{a})$, 其中 $a = \sqrt{2}$.

【考点】 分式的化简求值.

【专题】 计算题.

【分析】 原式括号中两项通分并利用同分母分式的加法法则计算, 同时利用除法法则变形, 约分得到最简结果, 把 a 的值代入计算即可求出值.

【解答】 解: 原式

$$= \frac{(a+1)(a-1)}{a(a-1)} \div \frac{2a + \frac{a^2+1}{a}}{1} = \frac{(a+1)(a-1)}{a(a-1)} \cdot \frac{a}{(a+1)^2} = \frac{1}{a+1},$$

当 $a = \sqrt{2}$ 时, 原式 $= \frac{1}{\sqrt{2} + 1}$.

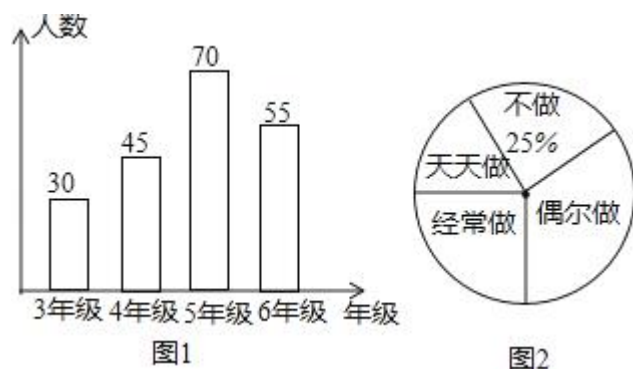
【点评】 此题考查了分式的化简求值, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

18. (6分) (2015•攀枝花) “热爱劳动，勤俭节约”是中华民族的光荣传统，某小学校为了解本校3至6年级的3000名学生帮助父母做家务的情况，以便做好引导和教育work，随机抽取了200名学生进行调查，按年级人数和做家务程度，分别绘制了条形统计图(图1)和扇形统计图(图2).

(1) 四个年级被调查人数的中位数是多少?

(2) 如果把“天天做”、“经常做”、“偶尔做”都统计成帮助父母做家务，那么该校3至6年级学生帮助父母做家务的人数大约是多少?

(3) 在这次调查中，六年级共有甲、乙、丙、丁四人“天天帮助父母做家务”，现准备从四人中随机抽取两人进行座谈，请用列表法或画树状图的方法求出抽取的两人恰好是甲和乙的概率.



【考点】列表法与树状图法；用样本估计总体；扇形统计图；条形统计图.

【分析】(1) 根据条形统计图中的数据，找出中位数即可；

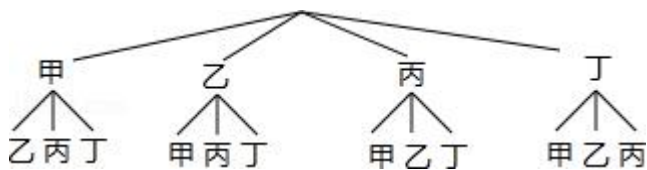
(2) 根据扇形统计图找出的百分比，乘以3000即可得到结果；

(3) 画树状图得出所有等可能的情况数，找出恰好是甲与乙的情况，即可确定出所求概率.

【解答】解：(1) 四个年级被抽出的人数由小到大排列为30，45，55，70，
 $\therefore$ 中位数为50；

(2) 根据题意得： $3000 \times (1 - 25\%) = 2250$ 人，
 则该校帮助父母做家务的学生大约有2250人；

(3) 画树状图，如图所示：



所有等可能的情况有 12 种，其中恰好是甲与乙的情况有 2 种，

$$\text{则 } P = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}.$$

【点评】 此题考查了列表法与树状图法，用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

19. (6 分) (2015•攀枝花) 某超市销售有甲、乙两种商品，甲商品每件进价 10 元，售价 15 元；乙商品每件进价 30 元，售价 40 元.

(1) 若该超市一次性购进两种商品共 80 件，且恰好用去 1600 元，问购进甲、乙两种商品各多少件？

(2) 若该超市要使两种商品共 80 件的购进费用不超过 1640 元，且总利润（利润=售价 - 进价）不少于 600 元. 请你帮助该超市设计相应的进货方案，并指出使该超市利润最大的方案.

【考点】 一元一次不等式组的应用；一元一次方程的应用. .

专题： 应用题.

分析： (1) 设该超市购进甲商品 x 件，则购进乙商品 $(80 - x)$ 件，根据恰好用去 1600 元，求出 x 的值，即可得到结果；

(2) 设该超市购进甲商品 x 件，乙商品 $(80 - x)$ 件，根据两种商品共 80 件的购进费用不超过 1640 元，且总利润（利润=售价 - 进价）不少于 600 元列出不等式组，求出不等式组的解集确定出 x 的值，即可设计相应的进货方案，并找出使该超市利润最大的方案.

【解答】 解：(1) 设该超市购进甲商品 x 件，则购进乙商品 $(80 - x)$ 件，根据题意得： $10x + 30(80 - x) = 1600$ ，
解得： $x = 40$ ， $80 - x = 40$ ，
则购进甲、乙两种商品各 40 件；

(2) 设该超市购进甲商品 x 件，乙商品 $(80 - x)$ 件，

由题意得：
$$\begin{cases} 10x + 30(80 - x) \leq 1640 \\ 5x + 10(80 - x) \geq 600 \end{cases},$$

解得： $38 \leq x \leq 40$,

$\because x$ 为非负整数，

$\therefore x = 38, 39, 40$ ，相应地 $y = 42, 41, 40$ ，

进而利润分别为 $5 \times 38 + 10 \times 42 = 190 + 420 = 610$ ， $5 \times 39 + 10 \times 41 = 195 + 410 = 605$ ，

$5 \times 40 + 10 \times 40 = 200 + 400 = 600$ ，

则该超市利润最大的方案是购进甲商品 38 件，乙商品 42 件.

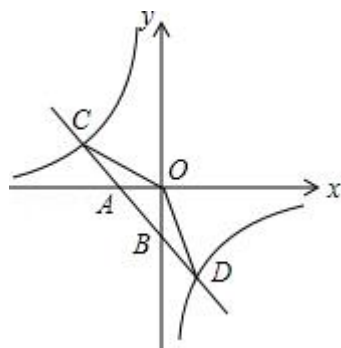
【点评】 此题考查了一元一次不等式组的应用，以及一元一次方程的应用，找出题中的等量关系及不等式关系是解本题的关键.

20. (8 分) (2015•攀枝花) 如图，已知一次函数 $y_1 = k_1x + b$ 的图象与 x 轴、 y 轴分别交于 A、B 两点，与反比例函数 $y_2 = \frac{k_2}{x}$ 的图象分别交于 C、D 两点，点 D (2, -3)，点 B 是线段 AD 的中点.

(1) 求一次函数 $y_1 = k_1x + b$ 与反比例函数 $y_2 = \frac{k_2}{x}$ 的解析式；

(2) 求 $\triangle COD$ 的面积；

(3) 直接写出 $y_1 > y_2$ 时自变量 x 的取值范围.



【考点】 反比例函数与一次函数的交点问题. .

【分析】 (1) 把点 D 的坐标代入 $y_2 = \frac{k_2}{x}$ 利用待定系数法即可求得反比例函数的解析式，作 $DE \perp x$ 轴于 E，根据题意求得 A 的坐标，然后利用待定系数法求得一次函数的解析式；

(2) 联立方程求得 C 的坐标，然后根据 $S_{\triangle COD} = S_{\triangle AOC} + S_{\triangle AOD}$ 即可求得 $\triangle COD$ 的面积；

(3) 根据图象即可求得.

【解答】 解： $\because$ 点 D (2, -3) 在反比例函数 $y_2 = \frac{k_2}{x}$ 的图象上，

$$\therefore k_2 = 2 \times (-3) = -6,$$

$$\therefore y_2 = -\frac{6}{x};$$

作 $DE \perp x$ 轴于 E，

$\because$ D (2, -3)，点 B 是线段 AD 的中点，

$$\therefore A (-2, 0),$$

$\because$ A (-2, 0)，D (2, -3) 在 $y_1 = k_1x + b$ 的图象上，

$$\therefore \begin{cases} -2k_1 + b = 0 \\ 2k_1 + b = -3 \end{cases},$$

$$\text{解得 } k_1 = -\frac{3}{4}, \quad b = -\frac{3}{2},$$

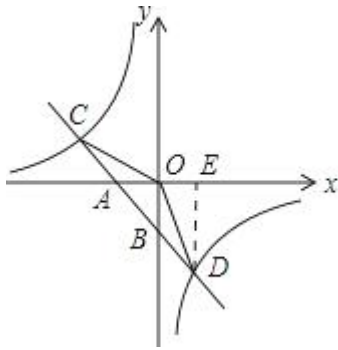
$$\therefore y_1 = -\frac{3}{4}x - \frac{3}{2};$$

$$(2) \text{ 由 } \begin{cases} y = -\frac{3}{4}x - \frac{3}{2} \\ y = -\frac{6}{x} \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} x_1 = 2 \\ y_1 = -3 \end{cases}, \begin{cases} x_1 = -4 \\ y_2 = \frac{3}{2} \end{cases},$$

$$\therefore C \left(-4, \frac{3}{2}\right),$$

$$\therefore S_{\triangle COD} = S_{\triangle AOC} + S_{\triangle AOD} = \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = \frac{9}{2};$$

(3) 当 $x < -4$ 或 $0 < x < 2$ 时， $y_1 > y_2$.

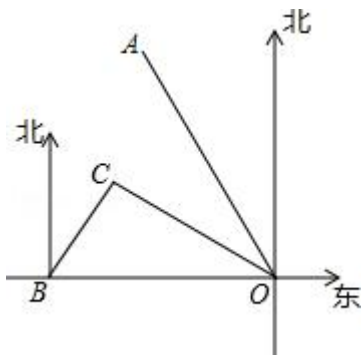


【点评】 本题考查了反比例函数和一次函数的交点问题，待定系数法求一次函数和二次函数的解析式，方程组的解以及三角形的面积等，求得 A 点的坐标是解题的关键.

21. (8 分) (2015•攀枝花) 如图所示，港口 B 位于港口 O 正西方向 120km 处，小岛 C 位于港口 O 北偏西 60° 的方向. 一艘游船从港口 O 出发，沿 OA 方向（北偏西 30° ）以 v km/h 的速度驶离港口 O，同时一艘快艇从港口 B 出发，沿北偏东 30° 的方向以 60 km/h 的速度驶向小岛 C，在小岛 C 用 1h 加装补给物资后，立即按原来的速度给游船送去.

(1) 快艇从港口 B 到小岛 C 需要多长时间？

(2) 若快艇从小岛 C 到与游船相遇恰好用时 1h，求 v 的值及相遇处与港口 O 的距离.



【考点】 解直角三角形的应用-方向角问题.

【分析】 (1) 要求 B 到 C 的时间，已知其速度，则只要求得 BC 的路程，再利用路程公式即可求得所需的时间；

(2) 过 C 作 $CD \perp OA$, 垂足为 D, 设相会处为点 E. 求出 $OC = OB \cdot \cos 30^\circ = 60\sqrt{3}$, $CD = \frac{1}{2}OC = 30\sqrt{3}$, $OD = OC \cdot \cos 30^\circ = 90$, 则 $DE = 90 - 3v$. 在直角 $\triangle CDE$ 中利用勾股定理得出 $CD^2 + DE^2 = CE^2$, 即 $(30\sqrt{3})^2 + (90 - 3v)^2 = 60^2$, 解方程求出 $v = 20$ 或 40 , 进而求出相遇处与港口 O 的距离.

【解答】 解: (1) $\because \angle CBO = 60^\circ$, $\angle COB = 30^\circ$,

$\therefore \angle BCO = 90^\circ$.

在 $Rt\triangle BCO$ 中, $\because OB = 120$,

$\therefore BC = \frac{1}{2}OB = 60$,

$\therefore$ 快艇从港口 B 到小岛 C 的时间为: $60 \div 60 = 1$ (小时);

(2) 过 C 作 $CD \perp OA$, 垂足为 D, 设相会处为点 E.

则 $OC = OB \cdot \cos 30^\circ = 60\sqrt{3}$, $CD = \frac{1}{2}OC = 30\sqrt{3}$, $OD = OC \cdot \cos 30^\circ = 90$,

$\therefore DE = 90 - 3v$.

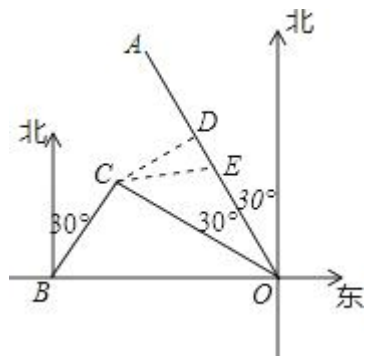
$\because CE = 60$, $CD^2 + DE^2 = CE^2$,

$\therefore (30\sqrt{3})^2 + (90 - 3v)^2 = 60^2$,

$\therefore v = 20$ 或 40 ,

$\therefore$ 当 $v = 20 \text{ km/h}$ 时, $OE = 3 \times 20 = 60 \text{ km}$,

当 $v = 40 \text{ km/h}$ 时, $OE = 3 \times 40 = 120 \text{ km}$.

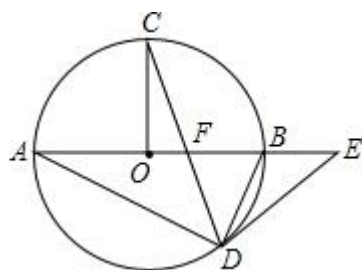


【点评】此题考查了解直角三角形的应用－方向角问题，锐角三角函数的定义，勾股定理等知识，理解方向角的定义，得出 $\angle BCO=90^\circ$ 是解题的关键，本题难易程度适中.

22. (8分) (2015•攀枝花) 如图，在 $\odot O$ 中， AB 为直径， $OC \perp AB$ ，弦 CD 与 OB 交于点 F ，在 AB 的延长线上有点 E ，且 $EF=ED$.

(1) 求证： DE 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 若 $OF:OB=1:3$ ， $\odot O$ 的半径 $R=3$ ，求 $\frac{BD}{AD}$ 的值.



【考点】切线的判定.

专题：证明题.

【分析】(1) 连结 OD ，如图，由 $EF=ED$ 得到 $\angle EFD=\angle EDF$ ，再利用对顶角相等得 $\angle EFD=\angle CFO$ ，则 $\angle CFO=\angle EDF$ ，由于 $\angle OCF+\angle CFO=90^\circ$ ， $\angle OCF=\angle ODF$ ，则 $\angle ODC+\angle EDF=90^\circ$ ，于是根据切线的判定定理可得 DE 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 由 $OF:OB=1:3$ 得到 $OF=1$ ， $BF=2$ ，设 $BE=x$ ，则 $DE=EF=x+2$ ，根据圆周角定理，由 AB 为直径得到 $\angle ADB=90^\circ$ ，接着证明 $\triangle EBD \sim \triangle EDA$ ，利用相似比得 $\frac{DE}{AE} = \frac{BE}{DE} = \frac{BD}{AD}$ ，即 $\frac{x+2}{6+x} = \frac{x}{x+2} = \frac{BD}{AD}$ ，然后求出 x 的值后计算 $\frac{BD}{AD}$ 的值.

【解答】(1) 证明：连结 OD ，如图，

$$\because EF=ED,$$

$$\therefore \angle EFD=\angle EDF,$$

$$\because \angle EFD=\angle CFO,$$

$$\therefore \angle CFO = \angle EDF,$$

$$\because OC \perp OF,$$

$$\therefore \angle OCF + \angle CFO = 90^\circ,$$

$$\text{而 } OC = OD,$$

$$\therefore \angle OCF = \angle ODF,$$

$$\therefore \angle ODC + \angle EDF = 90^\circ, \text{ 即 } \angle ODE = 90^\circ,$$

$$\therefore OD \perp DE,$$

$$\therefore DE \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线};$$

$$(2) \text{ 解: } \because OF : OB = 1 : 3,$$

$$\therefore OF = 1, \quad BF = 2,$$

$$\text{设 } BE = x, \text{ 则 } DE = EF = x + 2,$$

$$\because AB \text{ 为直径},$$

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADO = \angle BDE,$$

$$\text{而 } \angle ADO = \angle A,$$

$$\therefore \angle BDE = \angle A,$$

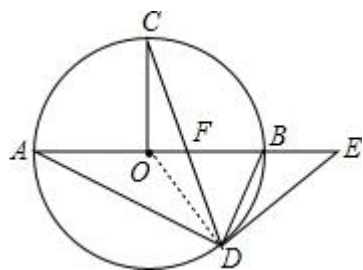
$$\text{而 } \angle BED = \angle DAE,$$

$$\therefore \triangle EBD \sim \triangle EDA,$$

$$\therefore \frac{DE}{AE} = \frac{BE}{DE} = \frac{BD}{AD}, \text{ 即 } \frac{x+2}{6+x} = \frac{x}{x+2} = \frac{BD}{AD},$$

$$\therefore x = 2,$$

$$\therefore \frac{BD}{AD} = \frac{2}{2+2} = \frac{1}{2}.$$



【点评】 本题考查了切线的判定定理：经过半径的外端且垂直于这条半径的直线是圆的切线．要证某线是圆的切线，已知此线过圆上某点，连接圆心与这点（即为半径），再证垂直即可．也考查了相似三角形的判定与性质．

23. (12 分) (2015•攀枝花) 如图 1，矩形 ABCD 的两条边在坐标轴上，点 D 与坐标原点 O 重合，且 $AD=8$ ， $AB=6$ ．如图 2，矩形 ABCD 沿 OB 方向以每秒 1 个单位长度的速度运动，同时点 P 从 A 点出发也以每秒 1 个单位长度的速度沿矩形 ABCD 的边 AB 经过点 B 向点 C 运动，当点 P 到达点 C 时，矩形 ABCD 和点 P 同时停止运动，设点 P 的运动时间为 t 秒．

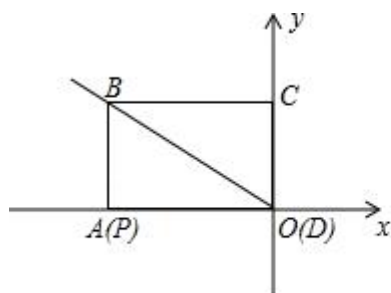


图1

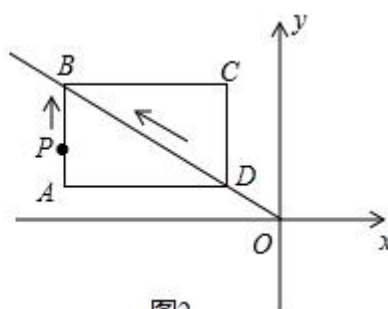


图2

- (1) 当 $t=5$ 时，请直接写出点 D、点 P 的坐标；
- (2) 当点 P 在线段 AB 或线段 BC 上运动时，求出 $\triangle PBD$ 的面积 S 关于 t 的函数关系式，并写出相应 t 的取值范围；
- (3) 点 P 在线段 AB 或线段 BC 上运动时，作 $PE \perp x$ 轴，垂足为点 E，当 $\triangle PEO$ 与 $\triangle BCD$ 相似时，求出相应的 t 值．

【考点】 四边形综合题．

【分析】 (1) 延长 CD 交 x 轴于 M，延长 BA 交 x 轴于 N，则 $CM \perp x$ 轴， $BN \perp x$ 轴， $AD \parallel x$ 轴， $BN \parallel DM$ ，由矩形的性质得出和勾股定理求出 BD， $BO=15$ ，由

平行线得出 $\triangle ABD \sim \triangle NBO$ ，得出比例式 $\frac{AB}{BN} = \frac{AD}{NO} = \frac{BD}{BO} = \frac{2}{3}$ ，求出 BN、NO，得出 OM、DN、PN，即可得出点 D、P 的坐标；

(2) 当点 P 在边 AB 上时， $BP=6-t$ ，由三角形的面积公式得出 $S=\frac{1}{2}BP \cdot AD$ ；②

当点 P 在边 BC 上时， $BP=t-6$ ，同理得出 $S=\frac{1}{2}BP \cdot AB$ ；即可得出结果；

(3) 设点 D $(-\frac{4}{5}t, \frac{3}{5}t)$ ；分两种情况：①当点 P 在边 AB 上时， $P(-\frac{4}{5}t-8, \frac{8}{5}t)$ ，由 $\frac{PE}{OE} = \frac{CD}{CB}$ 和 $\frac{PE}{OE} = \frac{CB}{CD}$ 时；分别求出 t 的值；

②当点 P 在边 BC 上时， $P(-14+\frac{1}{5}t, \frac{3}{5}t+6)$ ；由 $\frac{PE}{OE} = \frac{CD}{BC}$ 和 $\frac{PE}{OE} = \frac{BC}{CD}$ 时，分别求出 t 的值即可。

【解答】解：(1) 延长 CD 交 x 轴于 M，延长 BA 交 x 轴于 N，如图 1 所示：

则 $CM \perp x$ 轴， $BN \perp x$ 轴， $AD \parallel x$ 轴， $BN \parallel DM$ ，

$\because$ 四边形 ABCD 是矩形，

$\therefore \angle BAD=90^\circ$ ， $CD=AB=6$ ， $BC=AD=8$ ，

$\therefore BD=\sqrt{6^2+8^2}=10$ ，

当 $t=5$ 时， $OD=5$ ，

$\therefore BO=15$ ，

$\because AD \parallel NO$ ，

$\therefore \triangle ABD \sim \triangle NBO$ ，

$\therefore \frac{AB}{BN} = \frac{AD}{NO} = \frac{BD}{BO} = \frac{2}{3}$ ，

即 $\frac{6}{BN} = \frac{8}{NO} = \frac{2}{3}$ ，

$\therefore BN=9$ ， $NO=12$ ，

$\therefore OM=12-8=4$ ， $DM=9-6=3$ ， $PN=9-1=8$ ，

$\therefore D(-4, 3)$ ， $P(-12, 8)$ ；

(2) 如图 2 所示: 当点 P 在边 AB 上时, $BP=6-t$,

$$\therefore S = \frac{1}{2}BP \cdot AD = \frac{1}{2}(6-t) \times 8 = -4t+24;$$

②当点 P 在边 BC 上时, $BP=t-6$,

$$\therefore S = \frac{1}{2}BP \cdot AB = \frac{1}{2}(t-6) \times 6 = 3t-18;$$

$$\text{综上所述: } S = \begin{cases} -4t+24 & (0 \leq t \leq 6) \\ 3t-18 & (6 < t \leq 14) \end{cases};$$

(3) 设点 D $(-\frac{4}{5}t, \frac{3}{5}t)$;

①当点 P 在边 AB 上时, $P(-\frac{4}{5}t-8, \frac{8}{5}t)$,

$$\text{若 } \frac{PE}{OE} = \frac{CD}{CB} \text{ 时, } \frac{\frac{8}{5}t}{\frac{4}{5}t+8} = \frac{6}{8},$$

解得: $t=6$;

$$\text{若 } \frac{PE}{OE} = \frac{CB}{CD} \text{ 时, } \frac{\frac{8}{5}t}{\frac{4}{5}t+8} = \frac{8}{6},$$

解得: $t=20$ (不合题意, 舍去);

②当点 P 在边 BC 上时, $P(-14+\frac{1}{5}t, \frac{3}{5}t+6)$,

$$\text{若 } \frac{PE}{OE} = \frac{CD}{BC} \text{ 时, } \frac{\frac{3}{5}t+6}{14-\frac{1}{5}t} = \frac{6}{8},$$

解得: $t=6$;

$$\text{若 } \frac{PE}{OE} = \frac{BC}{CD} \text{ 时, } \frac{\frac{3}{5}t+6}{14-\frac{1}{5}t} = \frac{8}{6},$$

解得: $t=\frac{190}{13}$ (不合题意, 舍去);

综上所述: 当 $t=6$ 时, $\triangle PEO$ 与 $\triangle BCD$ 相似.

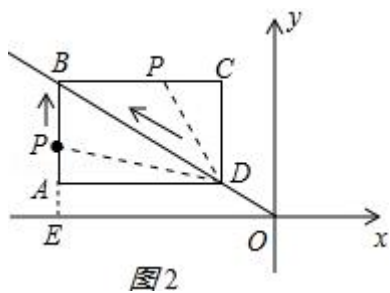


图2

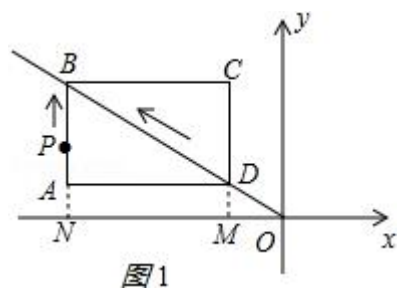


图1

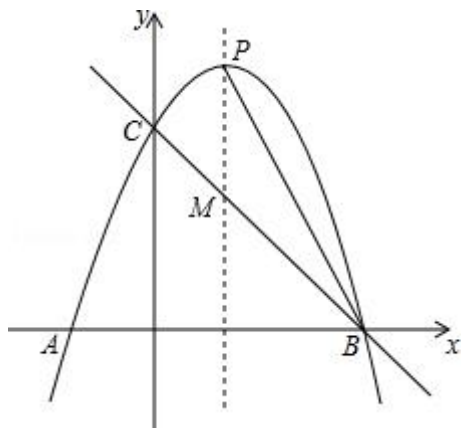
【点评】 本题是四边形综合题目，考查了矩形的性质、勾股定理、相似三角形的判定与性质、三角形面积的计算等知识；本题难度较大，综合性强，特别是（3）中，需要进行分类讨论，由三角形相似得出比例式才能得出结果.

24. (12 分) (2015•攀枝花) 如图，已知抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 $A(-1, 0)$ 、 $B(3, 0)$ 两点，与 y 轴交于点 C ，抛物线的对称轴与抛物线交于点 P 、与直线 BC 相交于点 M ，连接 PB .

(1) 求该抛物线的解析式；

(2) 在（1）中位于第一象限内的抛物线上是否存在点 D ，使得 $\triangle BCD$ 的面积最大？若存在，求出 D 点坐标及 $\triangle BCD$ 面积的最大值；若不存在，请说明理由.

(3) 在（1）中的抛物线上是否存在点 Q ，使得 $\triangle QMB$ 与 $\triangle PMB$ 的面积相等？若存在，求出点 Q 的坐标；若不存在，请说明理由.



【考点】二次函数综合题.

【分析】(1) 把 A (-1, 0)、B (3, 0) 两点代入 $y = -x^2 + bx + c$ 即可求出抛物线的解析式,

(2) 设 D (t, $-t^2 + 2t + 3$), 过点 D 作 $DH \perp x$ 轴, 根据 $S_{\triangle BCD} = S_{\text{梯形} OCDH} + S_{\triangle BDH} - S_{\triangle BOC} = -\frac{3}{2}t^2 + \frac{9}{2}t$, 即可求出 D 点坐标及 $\triangle BCD$ 面积的最大值,

(3) 设过点 P 与 BC 平行的直线与抛物线的交点为 Q, 根据直线 BC 的解析式为 $y = -x + 3$, 过点 P 与 BC 平行的直线为 $y = -x + 5$, 得 Q 的坐标为 (2, 3), 根据 PM 的解析式为: $x = 1$, 直线 BC 的解析式为 $y = -x + 3$, 得 M 的坐标为 (1, 2), 设 PM 与 x 轴交于点 E, 求出过点 E 与 BC 平行的直线为 $y = -x + 1$, 根据

$$\begin{cases} y = -x + 1 \\ y = -x^2 + 2x + 3 \end{cases} \text{ 得点 Q 的坐标为 } \left(\frac{3 + \sqrt{17}}{2}, -\frac{1 + \sqrt{17}}{2} \right), \left(\frac{3 - \sqrt{17}}{2}, -\frac{1 - \sqrt{17}}{2} \right).$$

【解答】解: (1) 由 $\begin{cases} -1 - b + c = 0 \\ -9 + 3b + c = 0 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} b = 2 \\ c = 3 \end{cases}$, 则抛物线的解析式为 $y = -x^2 + 2x + 3$,

(2) 设 D (t, $-t^2 + 2t + 3$), 过点 D 作 $DH \perp x$ 轴,

$$\begin{aligned} \text{则 } S_{\triangle BCD} &= S_{\text{梯形} OCDH} + S_{\triangle BDH} - S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} (-t^2 + 2t + 3 + 3) t + \frac{1}{2} (3 - t) (-t^2 + 2t + 3) - \\ &\frac{1}{2} \times 3 \times 3 = -\frac{3}{2}t^2 + \frac{9}{2}t, \\ \therefore -\frac{3}{2} < 0, \end{aligned}$$

$$\therefore \text{当 } t = -\frac{\frac{9}{2}}{2 \times (-\frac{3}{2})} = \frac{3}{2} \text{ 时, D 点坐标是 } \left(\frac{3}{2}, \frac{15}{4} \right), \triangle BCD \text{ 面积的最大值是 } \frac{27}{8},$$

(3) 设过点 P 与 BC 平行的直线与抛物线的交点为 Q,

$\therefore$ P 点的坐标为 (1, 4), 直线 BC 的解析式为 $y = -x + 3$,

$\therefore$ 过点 P 与 BC 平行的直线为 $y = -x + 5$,

$$\text{由 } \begin{cases} y = -x + 5 \\ y = -x^2 + 2x + 3 \end{cases} \text{ 得 Q 的坐标为 } (2, 3),$$

$\therefore$ PM 的解析式为 $x=1$, 直线 BC 的解析式为 $y=-x+3$,

$\therefore$ M 的坐标为 $(1, 2)$,

设 PM 与 x 轴交于点 E,

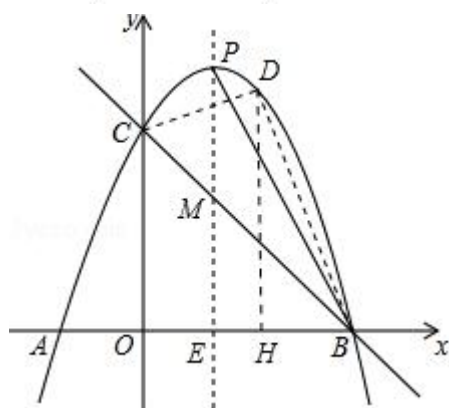
$\therefore$ PM=EM=2,

$\therefore$ 过点 E 与 BC 平行的直线为 $y=-x+1$,

$$\text{由 } \begin{cases} y=-x+1 \\ y=-x^2+2x+3 \end{cases} \text{ 得 } \begin{cases} x=\frac{3+\sqrt{17}}{2} \\ y=-\frac{1+\sqrt{17}}{2} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=\frac{3-\sqrt{17}}{2} \\ y=-\frac{1-\sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

$\therefore$ 点 Q 的坐标为 $(\frac{3+\sqrt{17}}{2}, -\frac{1+\sqrt{17}}{2})$, $(\frac{3-\sqrt{17}}{2}, -\frac{1-\sqrt{17}}{2})$,

$\therefore$ 使得 $\triangle QMB$ 与 $\triangle PMB$ 的面积相等的点 Q 的坐标为 $(2, 3)$, $(\frac{3+\sqrt{17}}{2}, -\frac{1+\sqrt{17}}{2})$, $(\frac{3-\sqrt{17}}{2}, -\frac{1-\sqrt{17}}{2})$.



【点评】 此题考查了二次函数综合，用到的知识点是二次函数的图象与性质、三角形梯形的面积、直线与抛物线的交点，关键是作出辅助线，求出符合条件的所有点的坐标.