

成都市二〇一五年高中阶段教育学校统一招生考试

数学

A 卷 (共 100 分)

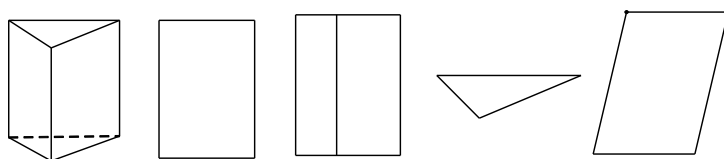
第 I 卷 (选择题, 共 30 分)

一、**选择题** (本大题共 10 个小题, 每小题 3 分, 共 30 分, 每小题均有四个选项, 其中只有一项符合题目要求, 答案涂在答题卡上)

1. -3 的倒数是

- (A) $-\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) -3 (D) 3

2. 如图所示的三棱柱的主视图是



- (A) (B) (C) (D)

3. 今年 5 月, 在成都举行的世界机场城市大会上, 成都新机场规划蓝图首次亮相. 新机场建成后, 成都将成为继北京、上海之后, 国内第三个拥有双机场的城市, 按照远期规划, 新机场将新建的 4 个航站楼的总面积约为 126 万平方米, 用科学计数法表示 126 万为

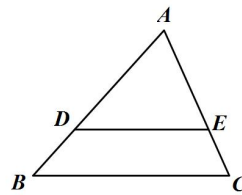
- (A) 126×10^4 (B) 1.26×10^5 (C) 1.26×10^6 (D) 1.26×10^7

4. 下列计算正确的是

- (A) $a^2 + a^2 = 2a^4$ (B) $a^2 \cdot a^3 = a^6$ (C) $(-a^2)^2 = a^4$ (D) $(a+1)^2 = a^2 + 1$

5. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$, $AD = 6$, $DB = 3$, $AE = 4$, 则 EC 的长为

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

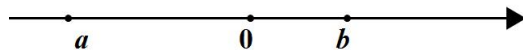


6. 一次函数 $y = 2x + 1$ 的图像不经过

- (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限

7. 实数 a 、 b 在数轴上对应的点的位置如图所示, 计算 $|a - b|$ 的结果为

- (A) $a + b$ (B) $a - b$ (C) $b - a$ (D) $-a - b$



8. 关于 x 的一元二次方程 $kx^2 + 2x - 1 = 0$ 有两个不相等实数根, 则 k 的取值范围是

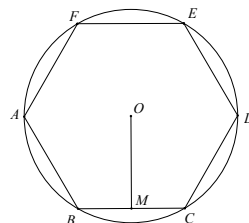
- (A) $k > -1$ (B) $k \geq -1$ (C) $k \neq 0$ (D) $k > -1$ 且 $k \neq 0$

9. 将抛物线 $y = x^2$ 向左平移 2 个单位长度, 再向下平移 3 个单位长度, 得到的抛物线的函数表达式为

- A、 $y = (x + 2)^2 - 3$ B、 $y = (x + 2)^2 + 3$ C、 $y = (x - 2)^2 + 3$ D、 $y = (x - 2)^2 - 3$

10. 如图, 正六边形 $ABCDEF$ 内接于圆 O , 半径为 4, 则这个正六边形的边心距 OM 和弧 BC 的长分别为

- (A) 2 、 $\frac{\pi}{3}$ (B) $2\sqrt{3}$ 、 π
(C) $\sqrt{3}$ 、 $\frac{2\pi}{3}$ (D) $2\sqrt{3}$ 、 $\frac{4\pi}{3}$

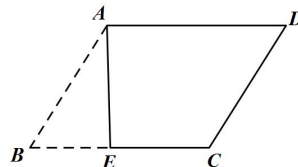
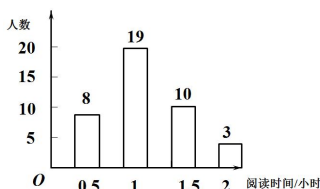
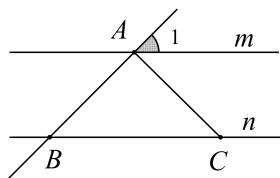


第 II 卷 (非选择题, 共 70 分)

二、**填空题** (本大题共 4 个小题, 每小题 4 分, 共 16 分, 答案写在答题卡上)

11. 因式分解: $x^2 - 9 =$ _____.

12. 如图, 直线 $m \parallel n$, $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, $\angle BAC = 90^\circ$, 则 $\angle 1 =$ _____ 度.



13. 为响应 “书香成都” 建设的号召, 在全校形成良好的人文阅读风尚, 成都市某中学随机调查了部分学生平均每天的阅读时间, 统计结果如图所示, 则在本次调查中阅读时间的中位数是 _____ 小时.

14.如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AB = \sqrt{13}$, $AD = 4$, 将平行四边形 $ABCD$ 沿 AE 翻折后, 点 B 恰好与点 C 重合, 则折痕 AE 的长为_____.

三、解答题 (本大题共 6 个小题, 共 54 分, 解答过程写在答题卡上)

15. (本小题满分 12 分, 每小题 6 分)

(1)计算: $\sqrt{8} - (2015 - \pi)^0 - 4\cos 45^\circ + (-3)^2$

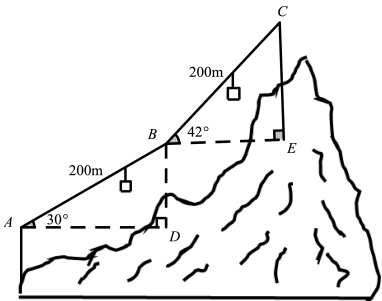
(2)解方程组:
$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x - 2y = -1 \end{cases}$$

16. (本小题满分 6 分)

化简: $(\frac{a}{a+2} + \frac{1}{a^2-4}) \div \frac{a-1}{a+2}$

17. (本小题满分 8 分)

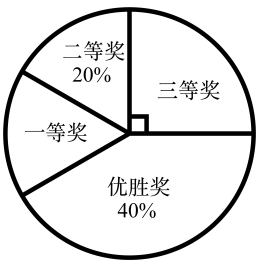
如图, 登山缆车从点 A 出发, 途经点 B 后到达终点 C .其中 AB 段与 BC 段的运行路程均为 200m, 且 AB 段的运行路线与水平面的夹角为 30° , BC 段的运行路线与水平面的夹角为 42° , 求缆车从点 A 运行到点 C 的垂直上升的距离. (参考数据: $\sin 42^\circ \approx 0.67$, $\cos 42^\circ \approx 0.74$, $\tan 42^\circ \approx 0.90$)



18. (本小题满分 8 分)

国务院办公厅在 2015 年 3 月 16 日发布了《中国足球发展改革总体方案》，这是中国足球史上的重大改革，为进一步普及足球知识，传播足球文化，我市某区在中小学举行了“足球在身边”知识竞赛活动，各类获奖学生人数的比例情况如图所示，其中获得三等奖的学生共 50 名，请结合图中信息，解答下列问题：

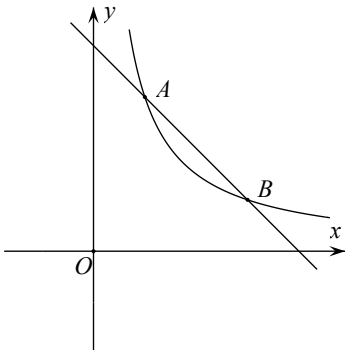
- (1) 求获得一等奖的学生人数；
- (2) 在本次知识竞赛活动中, A, B, C, D 四所学校表现突出, 现决定从这四所学校中随机选取两所学校举行一场足球友谊赛.请使用画树状图或列表的方法求恰好选到 A, B 两所学校的概率.



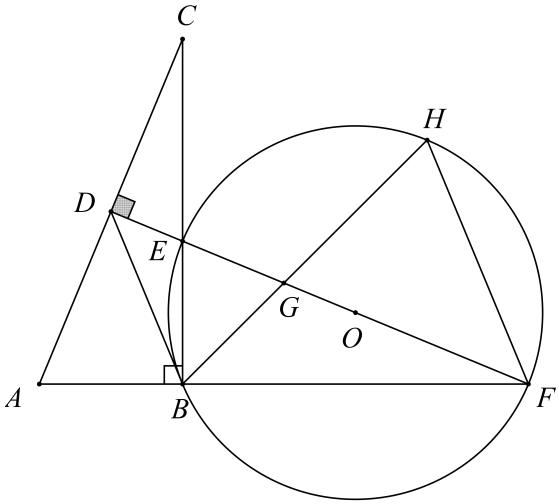
19. (本小题满分 10 分)

如图, 一次函数 $y = -x + 4$ 的图象与反比例 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, 且 $k \neq 0$) 的图象交于 $A(1, a)$, B 两点.

- (1) 求反比例函数的表达式及点 B 的坐标;
- (2) 在 x 轴上找一点 P , 使 $PA + PB$ 的值最小, 求满足条件的点 P 的坐标及 $\triangle PAB$ 的面积.



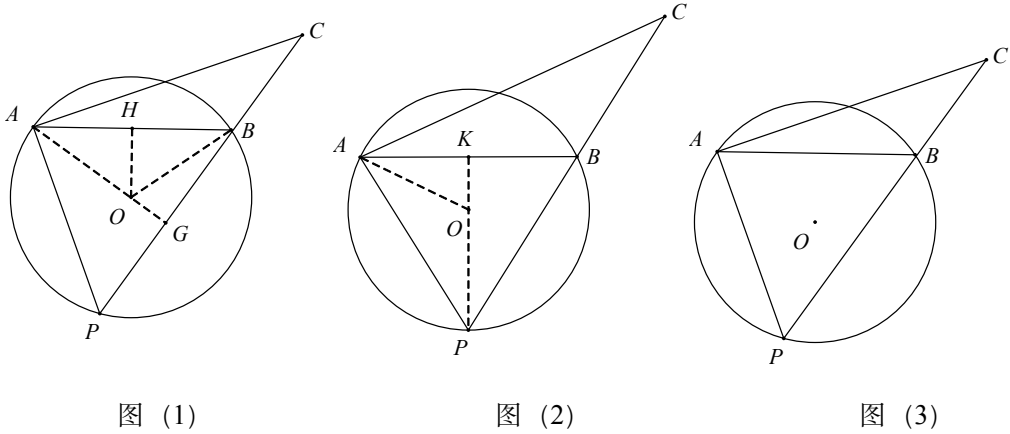
20. (本小题满分 10 分)
- 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, AC 的垂直平分线分别与 AC , BC 及 AB 的延长线相交于点 D , E , F , 且 $BF = BC$. $\odot O$ 是 $\triangle BEF$ 的外接圆, $\angle EBF$ 的平分线交 EF 于点 G , 交 $\odot O$ 于点 H , 连接 BD , FH .
- (1) 求证: $\triangle ABC \cong \triangle EBF$;
- (2) 试判断 BD 与 $\odot O$ 的位置关系, 并说明理由;
- (3) 若 $AB = 1$, 求 $HG \cdot HB$ 的值.



B 卷 (共 50 分)

一、填空题 (本大题共 5 个小题, 每小题 4 分, 共 20 分, 答案写在答题卡上)

21. 比较大小: $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ _____ $\frac{5}{8}$. (填 " $>$ ", " $<$ ", 或 " $=$ ")
22. 有 9 张卡片, 分别写有 1~9 这九个数字, 将它们背面朝上洗匀后, 任意抽出一张, 记卡片上的数字为 a , 则关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 4x \geq 3(x+1) \\ 2x - \frac{x-1}{2} < a \end{cases}$ 有解的概率为_____.
23. 已知菱形 $A_1B_1C_1D_1$ 的边长为 2, $\angle A_1B_1C_1 = 60^\circ$, 对角线 A_1C_1 , B_1D_1 相交于点 O . 以点 O 为坐标原点, 分别以 OA_1 , OB_1 所在直线为 x 轴、 y 轴, 建立如图所示的直角坐标系. 以 B_1D_1 为对角线作菱形 $B_1C_2D_1A_2 \sim$ 菱形 $A_1B_1C_1D_1$, 再以 A_2C_2 为对角线作菱形 $A_2B_2C_2D_2 \sim$ 菱形 $B_1C_2D_1A_2$, 再以 B_2D_2 为对角线作菱形 $B_2C_3D_2A_3 \sim$ 菱形 $A_2B_2C_2D_2$, $\dots$, 按此规律继续作下去, 在 x 轴的正半轴上得到点 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$, 则点 A_n 的坐标为_____.
24. 如图, 在半径为 5 的 $\odot O$ 中, 弦 $AB = 8$, P 是弦 AB 所对的优弧上的动点, 连接 AP , 过点 A 作 AP 的垂线交射线 PB 于点 C , 当 $\triangle PAB$ 是等腰三角形时, 线段 BC 的长为_____.



25. 如果关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有两个实数根, 且其中一个根为另一个根的 2 倍, 则称这样的方程为“倍根方程”, 以下关于倍根方程的说法, 正确的是_____. (写出所有正确说法的序号)
- ① 方程 $x^2 - x - 2 = 0$ 是倍根方程;
- ② 若 $(x-2)(mx+n) = 0$ 是倍根方程, 则 $4m^2 + 5mn + n^2 = 0$;
- ③ 若点 (p, q) 在反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图像上, 则关于 x 的方程 $px^2 + 3x + q = 0$ 是倍根方程;
- ④ 若方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 是倍根方程, 且相异两点 $M(1+t, s)$, $N(4-t, s)$ 都在抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 上, 则方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的一个根为 $\frac{5}{4}$.

二、解答题 (本大题共 3 个小题, 共 30 分, 解答过程写在大答题卡上)

26、（本小题满分 8 分）

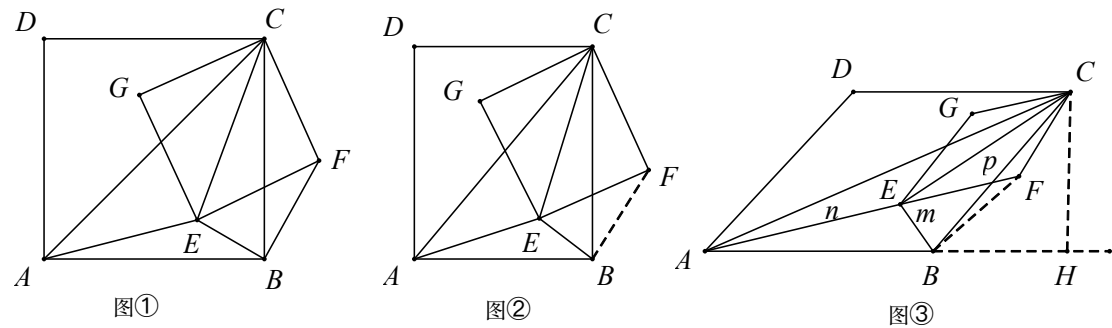
某商家预测一种应季衬衫能畅销市场，就用 13200 元购进了一批这种衬衫，面市后果然供不应求，商家又用 28800 元够进了第二批这种衬衫，所购数量是第一批购进量的 2 倍，但单价贵了 10 元。

- (1) 该商家购进的第一批衬衫是多少件？
(2) 若两批衬衫按相同的标价销售，最后剩下 50 件按八折优惠卖出，如果两批衬衫全部售完利润率不低于 25%（不考虑其它因素），那么每件衬衫的标价至少是多少元？

27、（本小题满分 10 分）

已知 AC, EC 分别为四边形 $ABCD$ 和 $EFCG$ 的对角线，点 E 在 $\triangle ABC$ 内， $\angle CAE + \angle CBE = 90^\circ$ 。

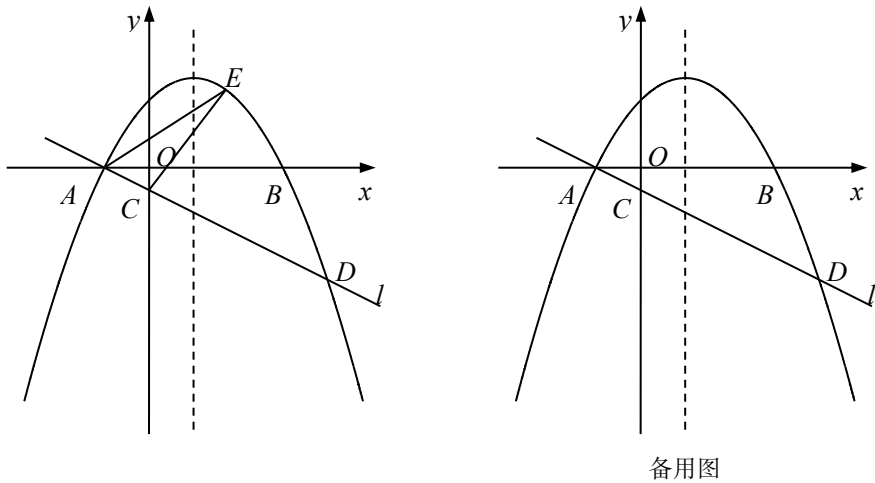
- (1) 如图①，当四边形 $ABCD$ 和 $EFCG$ 均为正方形时，连接 BF 。
1) 求证： $\triangle CAE \sim \triangle CBF$ ； 2) 若 $BE = 1, AE = 2$ ，求 CE 的长。
(2) 如图②，当四边形 $ABCD$ 和 $EFCG$ 均为矩形，且 $\frac{AB}{BC} = \frac{EF}{FC} = k$ 时，若 $BE = 1, AE = 2, CE = 3$ ，求 k 的值；
(3) 如图③，当四边形 $ABCD$ 和 $EFCG$ 均为菱形，且 $\angle DAB = \angle GEF = 45^\circ$ 时，设 $BE = m, AE = n, CE = p$ ，试探究 m, n, p 三者之间满足的等量关系。（直接写出结果，不必写出解答过程）



28、（本小题满分 12 分）

如图，在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = ax^2 - 2ax - 3a$ ($a < 0$) 与 x 轴交于 A, B 两点（点 A 在点 B 的左侧），经过点 A 的直线 $l: y = kx + b$ 与 y 轴负半轴交于点 C ，与抛物线的另一个交点为 D ，且 $CD = 4AC$ 。

- (1) 直接写出点 A 的坐标，并求直线 l 的函数表达式（其中 k, b 用含 a 的式子表示）；
(2) 点 E 是直线 l 上方的抛物线上的动点，若 $\triangle ACE$ 的面积的最大值为 $\frac{5}{4}$ ，求 a 的值；
(3) 设 P 是抛物线的对称轴上的一点，点 Q 在抛物线上，以点 A, D, P, Q 为顶点的四边形能否成为矩形？若能，求出点 P 的坐标；若不能，请说明理由。



2015 成都中考参考答案及详细解析

一、选择题

1、【答案】： A

【解析】： 根据倒数的定义，很容易得到 -3 的倒数是 $-\frac{1}{3}$ ，选 A。

2、【答案】： B

【解析】： 本题考查了三视图的知识，主视图是从物体的正面看得到的视图，找到从正面看所得到的图形即可，注意所有的看到的棱都应表现在主视图中。从正面看易得三棱柱的一条棱位于三棱柱的主视图内，选 B。

3、【答案】： C

【解析】： 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数。确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同。当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数。将 126 万用科学记数法表示 1.26×10^6 元，选 B。

4、【答案】： C

【解析】： A、 a^2 与 a^2 是同类项，能合并， $a^2 + a^2 = 2a^2$ 。故本选项错误。

B、 a^2 与 a^3 是同底数幂，根据同底数幂的乘法法则，同底数幂相乘，底数不变，指数相加。

$a^2 \cdot a^3 = a^5$ 。故本选项错误。

C、根据幂的乘方法则。 $(-a^2)^2 = a^4$ 。故本选项正确。

D、根据完全平方公式 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 。 $(a+1)^2 = a^2 + 1 + 2a$ 。故本选项错误。

综上，选 C。

5、【答案】： B

【解析】： 根据平行线段的比例关系， $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ ，即 $\frac{6}{3} = \frac{4}{EC}$ ， $EC = 2$ ，选 B。

6、【答案】： D

【解析】： $\because k = 2 > 0, b = 1 > 0$ ，根据一次函数的图像即可判断函数所经过一、二、三象限，不经过第四象限，选 D。

7、【答案】： C

【解析】： 根据数轴上两数的特点判断出 a 、 b 的符号及绝对值的大小，再对 $|a-b|$ 进行分析即可。

由图可知 $a < 0$ ， $b > 0$ 。所以 $a-b < 0$ 。 $|a-b|$ 为 $a-b$ 的相反数，选 C。

8、【答案】： D

【解析】： 这是一道一元二次方程的题，首先要是一元二次，则 $k \neq 0$ ，然后有两个不相等的实数根，则 $\Delta > 0$ ，则有 $\Delta = 2^2 - 4 \times (-1)k > 0 \Rightarrow k > -1$ ，所以 $k > -1$ 且 $k \neq 0$ ，因此选择 D。

9、【答案】： A

【解析】： 这个题考的是平移，函数的平移：左加右减，上加下减。向左平移 2 个单位得到： $y = (x+2)^2$ ，再向下平移 3 个单位得到： $y = (x+2)^2 - 3$ ，选择 A。

10、【答案】： D

【解析】： 在正六边形中，我们连接 OB 、 OC 可以得到 $\triangle OBC$ 为等边三角形，边长等于半径 4。因为 OM 为边心距，所以 $OM \perp BC$ ，所以，在边长为 4 的等边三角形中，边上的高 $OM = 2\sqrt{3}$ 。弧 BC 所对的圆心角为 60° ，由弧长计算公式： $BC = \frac{60^\circ}{360^\circ} \times 2\pi \times 4 = \frac{4\pi}{3}$ ，选 D。

二、填空题

11、【答案】： $(x+3)(x-3)$

【解析】： 本题考查了平方差公式， $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ ，因此， $x^2 - 9 = (x+3)(x-3)$ 。

12、【答案】： 45°
【解析】： 本题考查了三线八角，因为 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形，所以 $\angle ABC = 45^{\circ}$ ，又 $m \parallel n$ ， $\angle 1 = \angle ABC = 45^{\circ}$

13、【答案】： 1
【解析】： 把一组数据按从小到大的数序排列，在中间的一个数字(或两个数字的平均值)叫做这组数据的中位数。
此题，显然中位数是 1。

14、【答案】： 3
【解析】： 点 B 恰好与点 C 重合，且四边形 $ABCD$ 是平行四边形，根据翻折的性质，则 $AE \perp BC$ ， $BE = CE = 2$ ，
在 $Rt\triangle ABE$ 中，由勾股定理得 $AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{13 - 4} = 3$

三、解答题

15、(1) 【答案】： 8
【解析】： 原式 $= 2\sqrt{2} - 1 - 2\sqrt{2} + 9$
 $= 8$
(2) 【答案】： $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$
【解析】： 两式相加得 $4x = 4$ ，解得 $x = 1$ ，将 $x = 1$ 代入第一个式子，解得 $y = 2$ ，

所以方程组的解为 $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ 。

16、【答案】： $\frac{a-1}{a-2}$
【解析】： 原式 $= \left(\frac{a^2 - 2a}{a^2 - 4} + \frac{1}{a^2 - 4} \right) \times \frac{a+2}{a-1} = \frac{(a-1)^2}{(a+2)(a-2)} \times \frac{a+2}{a-1} = \frac{a-1}{a-2}$

17、【答案】： 234m
【解析】： 如图所示，缆车从点 A 运行到点 C 的垂直上升的距离为 $BD + CE$ ，
又 $\because \triangle ABD$ 和 $\triangle BCE$ 均为直角三角形，
 $\therefore BD + CE = AB \cdot \sin 30^{\circ} + BC \cdot \sin 42^{\circ} = 200 \times (0.5 + 0.67) = 234m$

18、【答案】： (1) 30 人； (2) $\frac{1}{6}$
【解析】：
(1) 由图可知三等奖占总的 25%，总人数为 $50 \div 25\% = 200$ 人，
一等奖占 $1 - 20\% - 25\% - 40\% = 15\%$ ，所以，一等奖的学生为 $200 \times 15\% = 30$ 人

(2) 这里提供列表法：

	A	B	C	D
A		AB	AC	AD
B	AB		BC	BD
C	AC	BC		CD
D	AD	BD	CD	

从表中我们可以看到总的有 12 种情况，而 AB 分到一组的情况有 2 种，故总的情况为 $P = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

19、【答案】： (1) $y = \frac{3}{x}$ ， $B(3,1)$ ； (2) $P\left(\frac{5}{2}, 0\right)$ ， $S_{\triangle PAB} = \frac{3}{2}$

【解析】：
(1) 由已知可得， $a = -1 + 4 = 3$ ， $k = 1 \times a = 1 \times 3 = 3$ ，
 $\therefore$ 反比例函数的表达式为 $y = \frac{3}{x}$ ，

联立 $\begin{cases} y = -x + 4 \\ y = \frac{3}{x} \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$ ，所以 $B(3,1)$ 。

点 A_2 的坐标为 $(3, 0)$ ，即 $(3^{2-1}, 0)$

点 A_3 的坐标为 $(9, 0)$ ，即 $(3^{3-1}, 0)$

点 A_4 的坐标为 $(27, 0)$ ，即 $(3^{4-1}, 0)$

.....

∴ 点 A_n 的坐标为 $(3^{n-1}, 0)$

24. 【答案】： $BC = 8$ 或 $\frac{56}{15}$ 或 $\frac{8\sqrt{5}}{3}$

【解析】： (1) 当 $AB = AP$ 时，如图 (1)，作 $OH \perp AB$ 于点 H ，延长 AO 交 PB 于点 G ；

$$\text{易知 } \frac{AP}{PC} = \cos \angle APC = \cos \angle AOH = \frac{OH}{AO} = \frac{3}{5} \Rightarrow PC = \frac{5}{3} AP = \frac{40}{3},$$

$$\text{射影知 } PG = \frac{AP^2}{PC} = \frac{64}{\frac{40}{3}} = \frac{24}{5} \Rightarrow BC = PC - 2PG = \frac{40}{3} - \frac{48}{5} = \frac{56}{15}.$$

(2) 当 $PA = PB$ 时，如图 (2)，延长 PO 交 AB 于点 K ，易知 $OK = 3$ ， $PK = 8$ ， $PB = PA = 4\sqrt{5}$

$$\text{易知 } \frac{AP}{PC} = \cos \angle APC = \cos \angle AOK = \frac{OK}{AO} = \frac{3}{5} \Rightarrow PC = \frac{5}{3} AP = \frac{20\sqrt{5}}{3} \Rightarrow BC = PC - PB = \frac{8\sqrt{5}}{3}.$$

(3) 当 $BA = BP$ 时，如图 (3)，由 $\angle C = 90^\circ - \angle P = 90^\circ - \angle PAB = \angle CAB \Rightarrow BC = AB = 8$.

综上： $BC = 8$ 或 $\frac{56}{15}$ 或 $\frac{8\sqrt{5}}{3}$

25. 【答案】 ②③

【解析】： 研究一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 是倍根方程的一般性结论，设其中一根为 t ，则另一个根为 $2t$ ，因此

$ax^2 + bx + c = a(x-t)(x-2t) = ax^2 - 3atx + 2t^2a$ ，所以有 $b^2 - \frac{9}{2}ac = 0$ ；我们记 $K = b^2 - \frac{9}{2}ac$ ，即 $K = 0$ 时，方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 为倍根方程；下面我们根据此结论来解决问题：

对于①， $K = b^2 - \frac{9}{2}ac = 10$ ，因此本选项错误；

对于②， $mx^2 + (n-2m)x - 2n = 0$ ，而 $K = (n-2m)^2 - \frac{9}{2}m(-2n) = 0 \Rightarrow 4m^2 + 5mn + n^2 = 0$ ，因此本选项正确；

对于③，显然 $pq = 2$ ，而 $K = 3^2 - \frac{9}{2}pq = 0$ ，因此本选项正确；

对于④，由 $M(1+t, s)$ ， $N(4-t, s)$ 知 $-\frac{b}{2a} = \frac{1+t+4-t}{2} = \frac{5}{2} \Rightarrow b = -5a$ ，由倍根方程的结论知 $b^2 - \frac{9}{2}ac = 0$ ，从而有 $c = \frac{50}{9}a$ ，所以方程变为 $ax^2 - 5ax + \frac{50}{9}a = 0 \Rightarrow 9x^2 - 45x + 50 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{10}{3}$ ， $x_2 = \frac{5}{3}$ ，因此本选项错误。

综上可知，正确的选项有：②③。

二、解答题 (本大题共 3 个小题，共 30 分，解答过程写在大答题卡上)

26、(本小题满分 8 分)

【答案】： (1) 120 件； (2) 150 元。

【解析】： (1) 设该商家购进的第一批衬衫是 x 件，则第二批衬衫是 $2x$ 件

由题意可得： $\frac{28800}{2x} - \frac{13200}{x} = 10$ ，解得 $x = 120$ ，经检验 $x = 120$ 是原方程的根。

(2) 设每件衬衫的标价至少是 a 元

由 (1) 得第一批的进价为： $13200 \div 120 = 110$ (元/件)，第二批的进价为： 120 (元/件)

由题意可得： $120 \times (a - 110) + (240 - 50) \times (a - 120) + 50 \times (0.8a - 120) \geq 25\% \times 42000$

解得 $350a \geq 52500$ ，所以 $a \geq 150$ ，即每件衬衫的标价至少是 150 元。

27、(本小题满分 10 分)

$$\begin{aligned}
 S_{\triangle ACE} &= S_{\triangle AFE} - S_{\triangle CFE} \\
 &= \frac{1}{2}(ax^2 - 3ax - 4a)(x + 1) - \frac{1}{2}(ax^2 - 3ax - 4a)x \\
 &= \frac{1}{2}(ax^2 - 3ax - 4a) = \frac{1}{2}a(x - \frac{3}{2})^2 - \frac{25}{8}a \\
 \therefore \triangle ACE \text{ 的面积的最大值为 } &-\frac{25}{8}a
 \end{aligned}$$

$$\because \triangle ACE \text{ 的面积的最大值为 } \frac{5}{4}$$

$$\therefore -\frac{25}{8}a = \frac{5}{4}, \text{ 解得 } a = -\frac{2}{5}$$

$$(3) \text{ 令 } ax^2 - 2ax - 3a = ax + a, \text{ 即 } ax^2 - 3ax - 4a = 0$$

解得 $x_1 = -1, x_2 = 4$

$$\therefore D(4, 5a)$$

$$\because y = ax^2 - 2ax - 3a, \therefore \text{抛物线的对称轴为 } x = 1$$

$$\text{设 } P(1, m)$$

$$\textcircled{1} \text{ 若 } AD \text{ 是矩形的一条边, 则 } Q(-4, 21a)$$

$$m = 21a + 5a = 26a, \text{ 则 } P(1, 26a)$$

$$\because \text{四边形 } ADPQ \text{ 为矩形, } \therefore \angle ADP = 90^\circ$$

$$\therefore AD^2 + PD^2 = AP^2$$

$$\therefore 5^2 + (5a)^2 + (1 - 4)^2 + (26a - 5a)^2 = (-1 - 1)^2 + (26a)^2$$

$$\text{即 } a^2 = \frac{1}{7}, \because a < 0, \therefore a = -\frac{\sqrt{7}}{7}$$

$$\therefore P_1(1, -\frac{26\sqrt{7}}{7})$$

$$\textcircled{2} \text{ 若 } AD \text{ 是矩形的一条对角线}$$

$$\text{则线段 } AD \text{ 的中点坐标为 } (\frac{3}{2}, \frac{5a}{2}), Q(2, -3a)$$

$$m = 5a - (-3a) = 8a, \text{ 则 } P(1, 8a)$$

$$\because \text{四边形 } APDQ \text{ 为矩形, } \therefore \angle APD = 90^\circ$$

$$\therefore AP^2 + PD^2 = AD^2$$

$$\therefore (-1 - 1)^2 + (8a)^2 + (1 - 4)^2 + (8a - 5a)^2 = 5^2 + (5a)^2$$

$$\text{即 } a^2 = \frac{1}{4}, \because a < 0, \therefore a = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore P_2(1, -4)$$

$$\text{综上所述, 以点 } A、D、P、Q \text{ 为顶点的四边形能成为矩形}$$

$$\text{点 } P \text{ 的坐标为 } (1, -\frac{26\sqrt{7}}{7}) \text{ 或 } (1, -4)$$

