

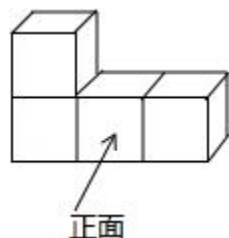
2015 年四川省宜宾市中考数学试卷

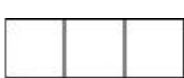
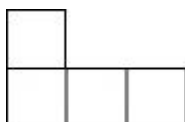
一、选择题（共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分，每小题只有一个选项符合题意）

1. (3 分) (2015•宜宾) $-\frac{1}{5}$ 的相反数是 ()

- A. 5 B. $\frac{1}{5}$ C. $-\frac{1}{5}$ D. -5

2. (3 分) (2015•宜宾) 如图，立体图形的左视图是 ()



- A.  B.  C.  D. 

3. (3 分) (2015•宜宾) 地球绕太阳每小时转动经过的路程约为 110000 米，将 110000 用科学记数法表示为 ()

- A. 11×10^4 B. 0.11×10^7 C. 1.1×10^6 D. 1.1×10^5

4. (3 分) (2015•宜宾) 今年 4 月，全国山地越野车大赛在我市某区举行，其中 8 名选手某项得分如表：

得分	80	85	87	90
人数	1	3	2	2

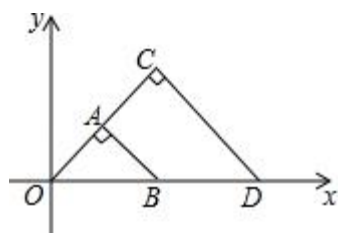
则这 8 名选手得分的众数、中位数分别是 ()

- A. 85、85 B. 87、85 C. 85、86 D. 85、87

5. (3 分) (2015•宜宾) 把代数式 $3x^3 - 12x^2 + 12x$ 分解因式，结果正确的是 ()

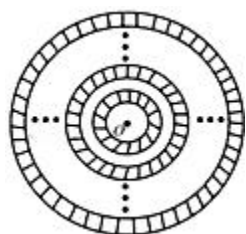
- A. $3x(x^2 - 4x + 4)$ B. $3x(x - 4)^2$ C. $3x(x + 2)(x - 2)$ D. $3x(x - 2)^2$

6. (3 分) (2015•宜宾) 如图， $\triangle OAB$ 与 $\triangle OCD$ 是以点 O 为位似中心的位似图形，相似比为 1:2， $\angle OCD = 90^\circ$ ， $CO = CD$ 。若 B (1, 0)，则点 C 的坐标为 ()



- A. (1, 2) B. (1, 1) C. $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$ D. (2, 1)

7. (3分) (2015•宜宾) 如图, 以点 O 为圆心的 20 个同心圆, 它们的半径从小到大依次是 1、2、3、4、...、20, 阴影部分是由第 1 个圆和第 2 个圆, 第 3 个圆和第 4 个圆, ..., 第 19 个圆和第 20 个圆形成的所有圆环, 则阴影部分的面积为 ()



- A. 231π B. 210π C. 190π D. 171π

8. (3分) (2015•宜宾) 在平面直角坐标系中, 任意两点 A (x_1, y_1) , B (x_2, y_2) , 规定运算:

① $A \oplus B = (x_1 + x_2, y_1 + y_2)$; ② $A \otimes B = x_1 x_2 + y_1 y_2$; ③ 当 $x_1 = x_2$ 且 $y_1 = y_2$ 时, $A = B$, 有下列四个命题:

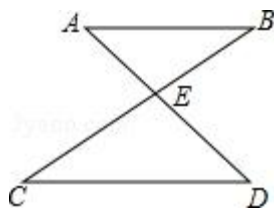
- (1) 若 A (1, 2), B (2, -1), 则 $A \oplus B = (3, 1)$, $A \otimes B = 0$;
 (2) 若 $A \oplus B = B \oplus C$, 则 $A = C$;
 (3) 若 $A \otimes B = B \otimes C$, 则 $A = C$;
 (4) 对任意点 A、B、C, 均有 $(A \oplus B) \oplus C = A \oplus (B \oplus C)$ 成立, 其中正确命题的个数为 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

二、填空题 (共 8 小题, 每小题 3 分, 满分 24 分)

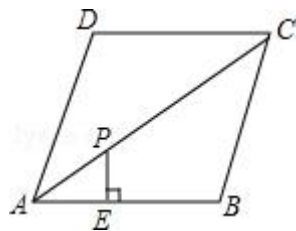
9. (3分) (2015•宜宾) 一元一次不等式组 $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ 5x-1 > 0 \end{cases}$ 的解集是_____.

10. (3分) (2015•宜宾) 如图, $AB \parallel CD$, AD 与 BC 交于点 E. 若 $\angle B = 35^\circ$, $\angle D = 45^\circ$, 则 $\angle AEC =$ _____.



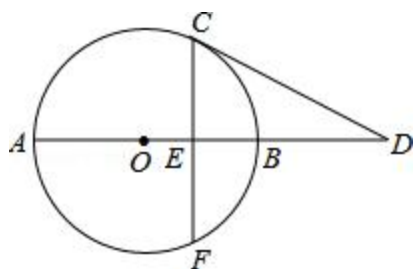
11. (3分) (2015•宜宾) 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - x + m = 0$ 没有实数根, 则 m 的取值范围是_____.

12. (3分) (2015•宜宾) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, 点 P 是对角线 AC 上的一点, $PE \perp AB$ 于点 E . 若 $PE=3$, 则点 P 到 AD 的距离为_____.

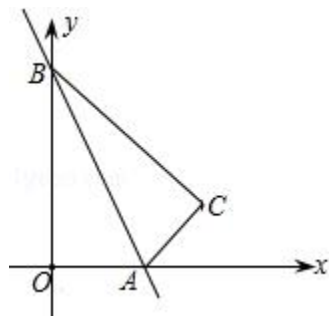


13. (3分) (2015•宜宾) 某楼盘 2013 年房价为每平方米 8100 元, 经过两年连续降价后, 2015 年房价为 7600 元. 设该楼盘这两年房价平均降低率为 x , 根据题意可列方程为_____.

14. (3分) (2015•宜宾) 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, 延长 AB 至点 D , 使 $BD=OB$, DC 切 $\odot O$ 于点 C , 点 B 是 $\widehat{CF}$ 的中点, 弦 CF 交 AB 于点 E . 若 $\odot O$ 的半径为 2, 则 $CF=$ _____.



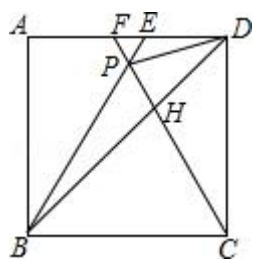
15. (3分) (2015•宜宾) 如图, 一次函数的图象与 x 轴、 y 轴分别相交于点 A 、 B , 将 $\triangle AOB$ 沿直线 AB 翻折, 得 $\triangle ACB$. 若 $C\left(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, 则该一次函数的解析式为_____.



16. (3分) (2015•宜宾) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, $\triangle BPC$ 是等边三角形, BP 、 CP 的延长线分别交 AD 于点 E 、 F , 连结 BD 、 DP , BD 与 CF 相交于点 H . 给出下列结论:

① $\triangle ABE \cong \triangle DCF$; ② $\frac{FP}{PH} = \frac{3}{5}$; ③ $DP^2 = PH \cdot PB$; ④ $\frac{S_{\triangle BPD}}{S_{\text{正方形}ABCD}} = \frac{\sqrt{3}-1}{4}$.

其中正确的是_____. (写出所有正确结论的序号)

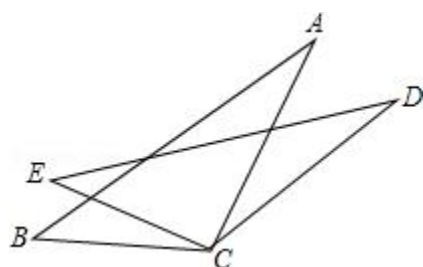


三、解答题（共 8 小题，满分 72 分）

17. (10 分) (2015•宜宾) (1) 计算: $(-\sqrt{3})^0 - |-3| + (-1)^{2015} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$

(2) 化简: $\left(\frac{1}{a-1} - \frac{1}{a^2-1}\right) \div \frac{a^2-a}{a^2-1}$.

18. (6 分) (2015•宜宾) 如图, $AC=DC$, $BC=EC$, $\angle ACD=\angle BCE$. 求证: $\angle A=\angle D$.



19. (8 分) (2015•宜宾) 为进一步增强学生体质, 据悉, 我市从 2016 年起, 中考体育测试将进行改革, 实行必测项目和选测项目相结合的方式. 必测项目有三项: 立定跳远、坐位体前屈、跑步; 选测项目: 在篮球 (记为 X_1)、排球 (记为 X_2)、足球 (记为 X_3) 中任选一项.

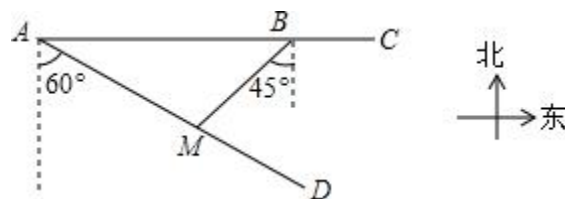
(1) 每位考生将有_____种选择方案;

(2) 用画树状图或列表的方法求小颖和小华将选择同种方案的概率.

20. (8 分) (2015•宜宾) 列方程或方程组解应用题:

近年来, 我国逐步完善养老金保险制度. 甲、乙两人计划用相同的年数分别缴纳养老金 15 万元和 10 万元, 甲计划比乙每年多缴纳养老金 0.2 万元. 求甲、乙两人计划每年分别缴纳养老金多少万元?

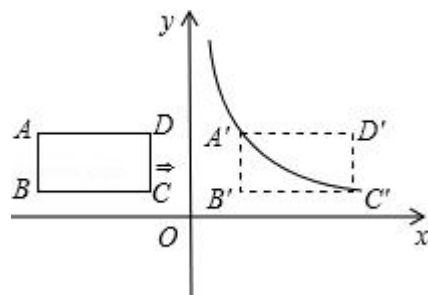
21. (8 分) (2015•宜宾) 如图, 某市对位于笔直公路 AC 上两个小区 A、B 的供水路线进行优化改造. 供水站 M 在笔直公路 AD 上, 测得供水站 M 在小区 A 的南偏东 60° 方向, 在小区 B 的西南方向, 小区 A、B 之间的距离为 $300(\sqrt{3}+1)$ 米, 求供水站 M 分别到小区 A、B 的距离. (结果可保留根号)



22. (10 分) (2015•宜宾) 如图, 在平面直角坐标系中, 四边形 ABCD 是矩形, $AD \parallel x$ 轴, $A(-3, \frac{3}{2})$, $AB=1$, $AD=2$.

(1) 直接写出 B、C、D 三点的坐标;

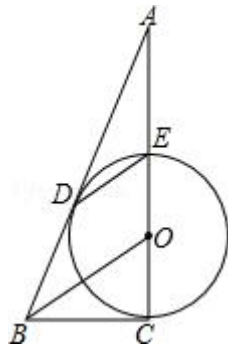
(2) 将矩形 ABCD 向右平移 m 个单位, 使点 A、C 恰好同时落在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x>0$) 的图象上, 得矩形 $A'B'C'D'$. 求矩形 ABCD 的平移距离 m 和反比例函数的解析式.



23. (10 分) (2015•宜宾) 如图, CE 是 $\odot O$ 的直径, BD 切 $\odot O$ 于点 D, $DE \parallel BO$, CE 的延长线交 BD 于点 A.

(1) 求证: 直线 BC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $AE=2$, $\tan \angle DEO=\sqrt{2}$, 求 AO 的长.



24. (12 分) (2015•宜宾) 如图, 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 与 x 轴分别相交于点 A $(-2, 0)$,

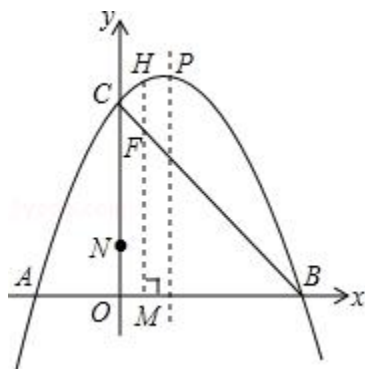
B $(4, 0)$, 与 y 轴交于点 C, 顶点为点 P.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 动点 M、N 从点 O 同时出发, 都以每秒 1 个单位长度的速度分别在线段 OB、OC 上向点 B、C 方向运动, 过点 M 作 x 轴的垂线交 BC 于点 F, 交抛物线于点 H.

①当四边形 OMHN 为矩形时, 求点 H 的坐标;

②是否存在这样的点 F, 使 $\triangle PFB$ 为直角三角形? 若存在, 求出点 F 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2015 年四川省宜宾市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分，每小题只有一个选项符合题意）

1. (3 分) (2015•宜宾) $-\frac{1}{5}$ 的相反数是 ()

- A. 5 B. $\frac{1}{5}$ C. $-\frac{1}{5}$ D. -5

考点: 相反数.

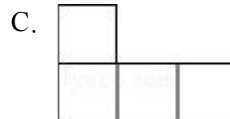
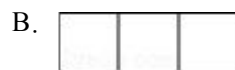
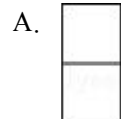
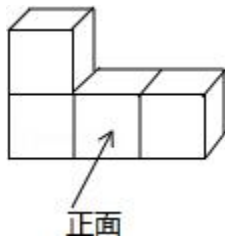
分析: 根据只有符号不同的两个数互为相反数, 可得一个数的相反数.

解答: 解: $-\frac{1}{5}$ 的相反数是 $\frac{1}{5}$.

故选 B.

点评: 本题考查了相反数, 在一个数的前面加上负号就是这个数的相反数.

2. (3 分) (2015•宜宾) 如图, 立体图形的左视图是 ()



考点: 简单组合体的三视图.

分析: 找到从左面看所得到的图形即可, 注意所有的看到的棱都应表现在左视图中.

解答: 解: 从左面看易得图形呈: “日”字形.

故选 A.

点评: 本题考查了三视图的知识, 左视图是从物体的左面看得到的视图.

3. (3 分) (2015•宜宾) 地球绕太阳每小时转动经过的路程约为 110000 米, 将 110000 用科学记数法表示为 ()

- A. 11×10^4 B. 0.11×10^7 C. 1.1×10^6 D. 1.1×10^5

考点: 科学记数法—表示较大的数.

分析: 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

解答: 解: $110000 = 1.1 \times 10^5$,

故选：D.

点评：此题考查了科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

4. (3 分) (2015•宜宾) 今年 4 月, 全国山地越野车大赛在我市某区举行, 其中 8 名选手某项得分如表:

得分	80	85	87	90
人数	1	3	2	2

则这 8 名选手得分的众数、中位数分别是 ()

- A. 85、85 B. 87、85 C. 85、86 D. 85、87

考点：众数；中位数.

分析：由表可知, 得分 80 的有 1 人, 得分 85 的有 3 人, 得分 87 的有 2 人, 得分 90 的有 2 人. 再根据众数和平均数概念求解;

解答：解: 众数是一组数据中出现次数最多的数据,

$\therefore$ 众数是 85;

把数据按从小到大顺序排列, 可得中位数 $= (85+87) \div 2 = 86$;

故选 C.

点评：本题考查了众数和中位数, 众数是一组数据中出现次数最多的数据, 注意众数可以不止一个, 找中位数的时候一定要先排好顺序, 然后再根据奇数和偶数个来确定中位数.

5. (3 分) (2015•宜宾) 把代数式 $3x^3 - 12x^2 + 12x$ 分解因式, 结果正确的是 ()

- A. $3x(x^2 - 4x + 4)$ B. $3x(x - 4)^2$ C. $3x(x+2)(x-2)$ D. $3x(x-2)^2$

考点：提公因式法与公式法的综合运用.

专题：计算题.

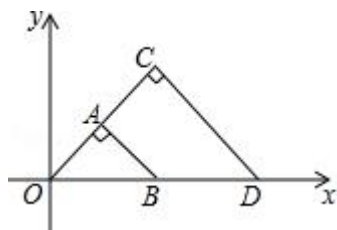
分析：原式提取公因式, 再利用完全平方公式分解即可.

解答：解: 原式 $= 3x(x^2 - 4x + 4) = 3x(x - 2)^2$,

故选 D.

点评：此题考查了提公因式法与公式法的综合运用, 熟练掌握因式分解的方法是解本题的关键.

6. (3 分) (2015•宜宾) 如图, $\triangle OAB$ 与 $\triangle OCD$ 是以点 O 为位似中心的位似图形, 相似比为 1: 2, $\angle OCD = 90^\circ$, $CO = CD$. 若 B (1, 0), 则点 C 的坐标为 ()



- A. (1, 2) B. (1, 1) C. $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$ D. (2, 1)

考点：位似变换；坐标与图形性质.

分析：首先利用等腰直角三角形的性质得出 A 点坐标, 再利用位似是特殊的相似, 若两个图

形 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 以原点为位似中心，相似比是 k ， $\triangle ABC$ 上一点的坐标是 (x, y) ，则在 $\triangle A'B'C'$ 中，它的对应点的坐标是 (kx, ky) 或 $(-kx, ky)$ ，进而求出即可.

解答: 解: $\because \angle OAB = \angle OCD = 90^\circ$, $AO = AB$, $CO = CD$, 等腰 $Rt\triangle OAB$ 与等腰 $Rt\triangle OCD$ 是位似图形, 点 B 的坐标为 $(1, 0)$,

$$\therefore BO = 1, \text{ 则 } AO = AB = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore A \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right),$$

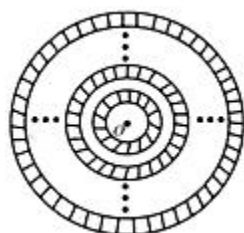
$\because$ 等腰 $Rt\triangle OAB$ 与等腰 $Rt\triangle OCD$ 是位似图形, O 为位似中心, 相似比为 $1:2$,

$\therefore$ 点 C 的坐标为: $(1, 1)$.

故选: B .

点评: 此题主要考查了位似变换的性质, 正确理解位似与相似的关系, 记忆关于原点位似的两个图形对应点坐标之间的关系是解题的关键.

7. (3分) (2015•宜宾) 如图, 以点 O 为圆心的20个同心圆, 它们的半径从小到大依次是1、2、3、4、...、20, 阴影部分是由第1个圆和第2个圆, 第3个圆和第4个圆, ..., 第19个圆和第20个圆形成的所有圆环, 则阴影部分的面积为 ()



A. 231π

B. 210π

C. 190π

D. 171π

考点: 规律型: 图形的变化类.

分析: 根据题意分别表示出各圆环的面积, 进而求出它们的和即可.

解答: 解: 由题意可得: 阴影部分的面积和为:

$$\begin{aligned} & \pi(2^2 - 1^2) + \pi(4^2 - 3^2) + \pi(6^2 - 5^2) + \dots + \pi(20^2 - 19^2) \\ &= 3\pi + 7\pi + 11\pi + 15\pi + \dots + 39\pi \\ &= 5(3\pi + 39\pi) \\ &= 210\pi. \end{aligned}$$

故选: B .

点评: 此题主要考查了图形的变化类以及圆的面积求法, 分别表示出各圆环面积面积是解题关键.

8. (3分) (2015•宜宾) 在平面直角坐标系中, 任意两点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 规定运算:

① $A \oplus B = (x_1 + x_2, y_1 + y_2)$; ② $A \otimes B = x_1 x_2 + y_1 y_2$; ③当 $x_1 = x_2$ 且 $y_1 = y_2$ 时, $A = B$, 有下列四个命题:

(1) 若 $A(1, 2)$, $B(2, -1)$, 则 $A \oplus B = (3, 1)$, $A \otimes B = 0$;

(2) 若 $A \oplus B = B \oplus C$, 则 $A = C$;

(3) 若 $A \otimes B = B \otimes C$, 则 $A = C$;

- (4) 对任意点 A 、 B 、 C ，均有 $(A \oplus B) \oplus C = A \oplus (B \oplus C)$ 成立，其中正确命题的个数为 ()
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

考点: 命题与定理；点的坐标.

分析: (1) 根据新定义可计算出 $A \oplus B = (3, 1)$, $A \otimes B = 0$;

(2) 设 $C(x_3, y_3)$, 根据新定义得 $A \oplus B = (x_1+x_2, y_1+y_2)$, $B \oplus C = (x_2+x_3, y_2+y_3)$, 则 $x_1+x_2=x_2+x_3$, $y_1+y_2=y_2+y_3$, 于是得到 $x_1=x_3$, $y_1=y_3$, 然后根据新定义即可得到 $A=C$;

(3) 由于 $A \otimes B = x_1x_2+y_1y_2$, $B \otimes C = x_2x_3+y_2y_3$, 则 $x_1x_2+y_1y_2=x_2x_3+y_2y_3$, 不能得到 $x_1=x_3$, $y_1=y_3$, 所以 $A \neq C$;

(4) 根据新定义可得 $(A \oplus B) \oplus C = A \oplus (B \oplus C) = (x_1+x_2+x_3, y_1+y_2+y_3)$.

解答: 解: (1) $A \oplus B = (1+2, 2-1) = (3, 1)$, $A \otimes B = 1 \times 2 + 2 \times (-1) = 0$, 所以 (1) 正确;

(2) 设 $C(x_3, y_3)$, $A \oplus B = (x_1+x_2, y_1+y_2)$, $B \oplus C = (x_2+x_3, y_2+y_3)$, 而 $A \oplus B = B \oplus C$,

所以 $x_1+x_2=x_2+x_3$, $y_1+y_2=y_2+y_3$, 则 $x_1=x_3$, $y_1=y_3$,

所以 $A=C$, 所以 (2) 正确;

(3) $A \otimes B = x_1x_2+y_1y_2$, $B \otimes C = x_2x_3+y_2y_3$,

而 $A \otimes B = B \otimes C$, 则 $x_1x_2+y_1y_2=x_2x_3+y_2y_3$,

不能得到 $x_1=x_3$, $y_1=y_3$, 所以 $A \neq C$, 所以 (3) 不正确;

(4) 因为 $(A \oplus B) \oplus C = (x_1+x_2+x_3, y_1+y_2+y_3)$, $A \oplus (B \oplus C) = (x_1+x_2+x_3, y_1+y_2+y_3)$, 所以 $(A \oplus B) \oplus C = A \oplus (B \oplus C)$, 所以 (4) 正确.

故选 C.

点评: 本题考查了命题与定理: 判断一件事情的语句, 叫做命题. 许多命题都是由题设和结论两部分组成, 题设是已知事项, 结论是由已知事项推出的事项, 一个命题可以写成“如果...那么...”形式. 有些命题的正确性是用推理证实的, 这样的真命题叫做定理, 也考查了阅读理解能力.

二、填空题 (共 8 小题, 每小题 3 分, 满分 24 分)

9. (3 分) (2015·宜宾) 一元一次不等式组 $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ 5x-1 > 0 \end{cases}$ 的解集是 $x > \frac{1}{5}$.

考点: 解一元一次不等式组.

专题: 计算题.

分析: 分别求出不等式组中两不等式的解集, 找出解集的公共部分即可.

解答: 解: $\begin{cases} x+2 \geq 0 & \text{①} \\ 5x-1 > 0 & \text{②} \end{cases}$,

由①得: $x \geq -2$;

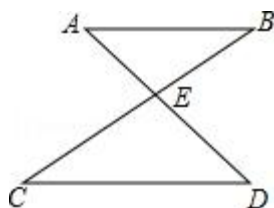
由②得: $x > \frac{1}{5}$,

则不等式组的解集为 $x > \frac{1}{5}$,

故答案为: $x > \frac{1}{5}$.

点评: 此题考查了解一元一次不等式组, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

10. (3分) (2015•宜宾) 如图, $AB \parallel CD$, AD 与 BC 交于点 E . 若 $\angle B=35^\circ$, $\angle D=45^\circ$, 则 $\angle AEC=$ 80° .



考点: 平行线的性质; 三角形的外角性质.

分析: 先利用平行线的性质易得 $\angle D=45^\circ$, 再利用三角形外角的性质得出结论.

解答: 解: $\because AB \parallel CD$, $\angle B=35^\circ$,

$$\therefore \angle C=35^\circ,$$

$$\because \angle D=45^\circ,$$

$$\therefore \angle AEC=\angle C+\angle D=35^\circ+45^\circ=80^\circ,$$

故答案为: 80° .

点评: 本题主要考查了平行线的性质和外角的性质, 综合利用平行线的性质和外角的性质是解答此题的关键.

11. (3分) (2015•宜宾) 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - x + m = 0$ 没有实数根, 则 m 的取值范围是 $m > \frac{1}{4}$.

考点: 根的判别式.

分析: 根据方程没有实数根, 得到根的判别式小于 0 列出关于 m 的不等式, 求出不等式的解集即可得到 m 的范围.

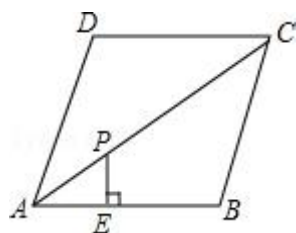
解答: 解: 根据方程没有实数根, 得到 $\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4m < 0$,

$$\text{解得: } m > \frac{1}{4}.$$

$$\text{故答案为: } m > \frac{1}{4}.$$

点评: 此题考查了根的判别式, 根的判别式大于 0, 方程有两个不相等的实数根; 根的判别式等于 0, 方程有两个相等的实数根; 根的判别式小于 0, 方程没有实数根.

12. (3分) (2015•宜宾) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, 点 P 是对角线 AC 上的一点, $PE \perp AB$ 于点 E . 若 $PE=3$, 则点 P 到 AD 的距离为 3.



考点: 角平分线的性质; 菱形的性质.

专题：计算题.

分析：作 $PF \perp AD$ 于 D ，如图，根据菱形的性质得 AC 平分 $\angle BAD$ ，然后根据角平分线的性质得 $PF=PE=3$.

解答：解：作 $PF \perp AD$ 于 D ，如图，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为菱形，

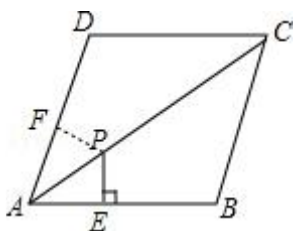
$\therefore AC$ 平分 $\angle BAD$ ，

$\because PE \perp AB$ ， $PF \perp AD$ ，

$\therefore PF=PE=3$ ，

即点 P 到 AD 的距离为 3.

故答案为：3.



点评：本题考查了角平分线的性质：角的平分线上的点到角的两边的距离相等．也考查了菱形的性质．

13. (3 分) (2015•宜宾) 某楼盘 2013 年房价为每平方米 8100 元，经过两年连续降价后，2015 年房价为 7600 元. 设该楼盘这两年房价平均降低率为 x ，根据题意可列方程为 $8100 \times (1-x)^2 = 7600$.

考点：由实际问题抽象出一元二次方程.

专题：增长率问题.

分析：该楼盘这两年房价平均降低率为 x ，则第一次降价后的单价是原价的 $1-x$ ，第二次降价后的单价是原价的 $(1-x)^2$ ，根据题意列方程解答即可.

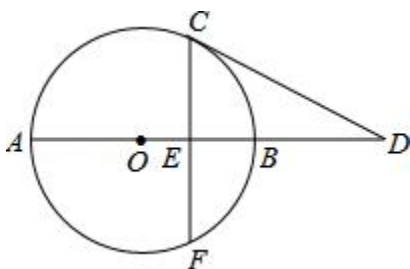
解答：解：设该楼盘这两年房价平均降低率为 x ，根据题意列方程得：

$$8100 \times (1-x)^2 = 7600,$$

故答案为： $8100 \times (1-x)^2 = 7600$.

点评：此题考查了一元二次方程的应用，注意第二次降价后的价格是在第一次降价后的价格的基础上进行降价的. 找到关键描述语，找到等量关系准确的列出方程是解决问题的关键.

14. (3 分) (2015•宜宾) 如图， AB 为 $\odot O$ 的直径，延长 AB 至点 D ，使 $BD=OB$ ， DC 切 $\odot O$ 于点 C ，点 B 是 $\widehat{CF}$ 的中点，弦 CF 交 AB 于点 E . 若 $\odot O$ 的半径为 2，则 $CF=$ $2\sqrt{3}$.



考点: 切线的性质；含 30 度角的直角三角形；垂径定理.

分析: 连接 OC, 由 DC 切 $\odot O$ 于点 C, 得到 $\angle OCD=90^\circ$, 由于 $BD=OB$, 得到 $OB=\frac{1}{2}OD$,

根据直角三角形的性质得出 $\angle D=30^\circ$, $\angle COD=60^\circ$, 根据垂径定理即可得到结论.

解答: 解: 连接 OC,

$\because DC$ 切 $\odot O$ 于点 C,

$\therefore \angle OCD=90^\circ$,

$\because BD=OB$,

$\therefore OB=\frac{1}{2}OD$,

$\because OC=OB$,

$\therefore OC=\frac{1}{2}OB$,

$\therefore \angle D=30^\circ$,

$\therefore \angle COD=60^\circ$,

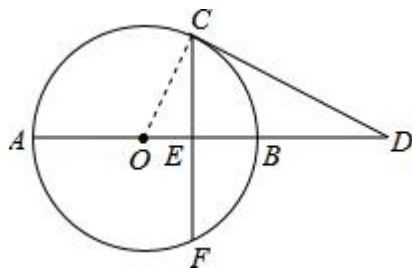
$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径, 点 B 是 $\widehat{CF}$ 的中点,

$\therefore CF \perp OB$, $CE=EF$,

$\therefore CE=OC \cdot \sin 60^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$,

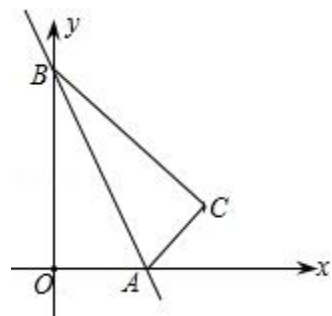
$\therefore CF=2\sqrt{3}$.

故答案为: $2\sqrt{3}$



点评: 本题考查了切线的性质垂径定理, 直角三角形的性质, 锐角三角函数, 连接 OC 构造直角三角形是解题的关键.

15. (3 分) (2015•宜宾) 如图, 一次函数的图象与 x 轴、y 轴分别相交于点 A、B, 将 $\triangle AOB$ 沿直线 AB 翻折, 得 $\triangle ACB$. 若 $C\left(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, 则该一次函数的解析式为 $y = -\sqrt{3}x + \sqrt{3}$.



考点: 翻折变换 (折叠问题); 待定系数法求一次函数解析式.

分析: 利用翻折变换的性质结合锐角三角函数关系得出 CO , AO 的长, 进而得出 A , B 点坐标, 再利用待定系数法求出直线 AB 的解析式.

解答: 解: 连接 OC , 过点 C 作 $CD \perp x$ 轴于点 D ,

$\therefore$ 将 $\triangle AOB$ 沿直线 AB 翻折, 得 $\triangle ACB$, $C \left(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$,

$\therefore AO=AC$, $OD=\frac{3}{2}$, $DC=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $BO=BC$,

则 $\tan \angle COD = \frac{CD}{OD} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 故 $\angle COD=30^\circ$, $\angle BOC=60^\circ$,

$\therefore \triangle BOC$ 是等边三角形, 且 $\angle CAD=60^\circ$,

则 $\sin 60^\circ = \frac{CD}{AC}$, 即 $AC = \frac{DC}{\sin 60^\circ} = 1$,

故 $A(1, 0)$,

$\sin 30^\circ = \frac{CD}{CO} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{CO} = \frac{1}{2}$,

则 $CO=\sqrt{3}$, 故 $BO=\sqrt{3}$, B 点坐标为: $(0, \sqrt{3})$,

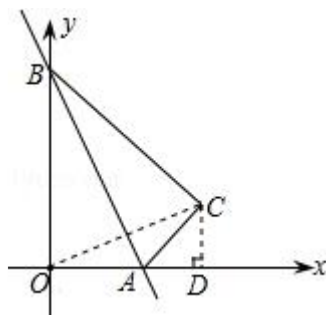
设直线 AB 的解析式为: $y=kx+b$,

则 $\begin{cases} k+b=0 \\ b=\sqrt{3} \end{cases}$,

解得: $\begin{cases} k=-\sqrt{3} \\ b=\sqrt{3} \end{cases}$,

即直线 AB 的解析式为: $y=-\sqrt{3}x+\sqrt{3}$.

故答案为: $y=-\sqrt{3}x+\sqrt{3}$.

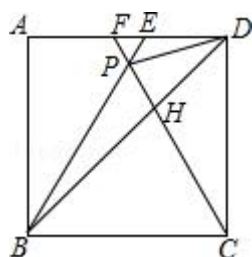


点评: 此题主要考查了翻折变换的性质以及锐角三角函数关系和待定系数法求一次函数解析式等知识, 得出 A , B 点坐标是解题关键.

16. (3 分) (2015·宜宾) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, $\triangle BPC$ 是等边三角形, BP 、 CP 的延长线分别交 AD 于点 E 、 F , 连结 BD 、 DP , BD 与 CF 相交于点 H . 给出下列结论:

① $\triangle ABE \cong \triangle DCF$; ② $\frac{FP}{PH} = \frac{3}{5}$; ③ $DP^2 = PH \cdot PB$; ④ $\frac{S_{\triangle BPD}}{S_{\text{正方形}ABCD}} = \frac{\sqrt{3}-1}{4}$.

其中正确的是 ①③④. (写出所有正确结论的序号)



考点: 相似三角形的判定与性质; 全等三角形的判定与性质; 正方形的性质.

分析: 根据等边三角形的性质和正方形的性质, 得到 $\angle ABE = \angle DCF$, $\angle A = \angle ADC$, $AB = CD$, 证得 $\triangle ABE \cong \triangle DCF$, 故①正确; 由于 $\angle FDP = \angle PBD$, $\angle DFP = \angle BPC = 60^\circ$, 推出

$\triangle DFP \sim \triangle BPH$, 得到 $\frac{PF}{PH} = \frac{DF}{PB} = \frac{DF}{CD} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 故②错误; 由于 $\angle PDH = \angle PCD = 30^\circ$,

$\angle DPH = \angle DPC$, 推出 $\triangle DPH \sim \triangle CPD$, 得到 $\frac{PD}{CD} = \frac{PH}{PD}$, $PB = CD$, 等量代换得到

$PD^2 = PH \cdot PB$, 故③正确; 根据三角形面积计算公式, 结合图形得到 $\triangle BPD$ 的面积

$= \triangle BCP$ 的面积 $+ \triangle CDP$ 面积 $- \triangle BCD$ 的面积, 得到 $\frac{S_{\triangle BPD}}{S_{\text{正方形}ABCD}} = \frac{\sqrt{3}-1}{4}$ 故④正确.

解答: 解: $\because \triangle BPC$ 是等边三角形,

$\therefore BP = PC = BC$, $\angle PBC = \angle PCB = \angle BPC = 60^\circ$,

在正方形 $ABCD$ 中,

$\therefore AB = BC = CD$, $\angle A = \angle ADC = \angle BCD = 90^\circ$

$\therefore \angle ABE = \angle DCF = 30^\circ$,

在 $\triangle ABE$ 与 $\triangle CDF$ 中,

$$\begin{cases} \angle A = \angle ADC \\ \angle ABE = \angle DCF, \\ AB = CD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DCF$, 故①正确;

$\therefore PC = CD$, $\angle PCD = 30^\circ$,

$\therefore \angle PDC = 75^\circ$,

$\therefore \angle FDP = 15^\circ$,

$\therefore \angle DBC = 45^\circ$,

$\therefore \angle PBD = 15^\circ$,

$\therefore \angle FDP = \angle PBD$,

$\therefore \angle DFP = \angle BPC = 60^\circ$,

$\therefore \triangle DFP \sim \triangle BPH$,

$\therefore \frac{PF}{PH} = \frac{DF}{PB} = \frac{DF}{CD} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 故②错误;

$\therefore \angle PDH = \angle PCD = 30^\circ$,

$\therefore \angle DPH = \angle DPC$,

$\therefore \triangle DPH \sim \triangle CPD$,

$$\therefore \frac{PD}{CD} = \frac{PH}{PD}$$

$\therefore PD^2 = PH \cdot CD$,

$\therefore PB=CD$,

$\therefore PD^2=PH \cdot PB$, 故③正确;

如图, 过 P 作 $PM \perp CD$, $PN \perp BC$,

设正方形 ABCD 的边长是 4, $\triangle BPC$ 为正三角形,

$\therefore \angle PBC = \angle PCB = 60^\circ$, $PB = PC = BC = CD = 4$,

$\therefore \angle PCD = 30^\circ$

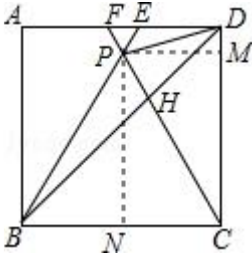
$\therefore PN = PB \cdot \sin 60^\circ = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$, $PM = PC \cdot \sin 30^\circ = 2$,

$$S_{\triangle BPD} = S_{\text{四边形 } PBCD} - S_{\triangle BCD} = S_{\triangle PBC} + S_{\triangle PDC} - S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{3} + \frac{1}{2} \times 2 \times 4 -$$

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 4\sqrt{3} + 4 - 8 = 4\sqrt{3} - 4,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle BPD}}{S_{\text{正方形 } ABCD}} = \frac{\sqrt{3} - 1}{4}.$$

故答案为: ①③④.



点评: 本题考查的正方形的性质以及等积变换, 解答此题的关键是作出辅助线, 利用锐角三角函数的定义求出 PE 及 PF 的长, 再根据三角形的面积公式得出结论.

三、解答题 (共 8 小题, 满分 72 分)

17. (10 分) (2015·宜宾) (1) 计算: $(-\sqrt{3})^0 - |-3| + (-1)^{2015} + (\frac{1}{2})^{-1}$

(2) 化简: $(\frac{1}{a-1} - \frac{1}{a^2-1}) \div \frac{a^2-a}{a^2-1}$.

考 分式的混合运算; 实数的运算; 零指数幂; 负整数指数幂.

点:

专 计算题.

题:

分 (1) 原式第一项利用零指数幂法则计算, 第二项利用绝对值的代数意义化简, 第三项

析: 利用乘方的意义化简, 最后一项利用负整数指数幂法则计算即可得到结果;

(2) 原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算, 同时利用除法法则变形, 约分即可得到结果.

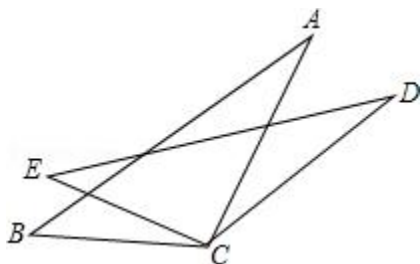
解 解: (1) 原式 $= 1 - 3 - 1 + 2 = -1$;

答: (2) 原式

$$= \frac{a+1-1}{(a+1)(a-1)} \cdot \frac{(a+1)(a-1)}{a(a-1)} = \frac{a}{(a+1)(a-1)} \cdot \frac{(a+1)(a-1)}{a(a-1)} = \frac{1}{a-1}.$$

点评: 此题考查了分式的混合运算, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

18. (6分) (2015•宜宾) 如图, $AC=DC$, $BC=EC$, $\angle ACD=\angle BCE$. 求证: $\angle A=\angle D$.



考点: 全等三角形的判定与性质.

专题: 证明题.

分析: 先证出 $\angle ACB=\angle DCE$, 再由 SAS 证明 $\triangle ABC\cong\triangle DEC$, 得出对应角相等即可.

解答: 证明: $\because \angle ACD=\angle BCE$,

$$\therefore \angle ACB=\angle DCE,$$

$$\text{在 } \triangle ABC \text{ 和 } \triangle DEC \text{ 中, } \begin{cases} AC=DC \\ \angle ACB=\angle DCE \\ BC=EC \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABC\cong\triangle DEC \text{ (SAS),}$$

$$\therefore \angle A=\angle D.$$

点评: 本题考查了全等三角形的判定与性质; 熟练掌握全等三角形的判定方法, 证明三角形全等是解决问题的关键.

19. (8分) (2015•宜宾) 为进一步增强学生体质, 据悉, 我市从 2016 年起, 中考体育测试将进行改革, 实行必测项目和选测项目相结合的方式. 必测项目有三项: 立定跳远、坐位体前屈、跑步; 选测项目: 在篮球 (记为 X_1)、排球 (记为 X_2)、足球 (记为 X_3) 中任选一项.

(1) 每位考生将有 3 种选择方案;

(2) 用画树状图或列表的方法求小颖和小华将选择同种方案的概率.

考点: 列表法与树状图法.

分析: (1) 根据题意得出每位考生的选择方案种类即可;

(2) 根据列表法求出所有可能, 进而得出概率即可.

解答: 解: (1) 根据题意得出:

每位考生有 3 种选择方案;

故答案为: 3;

(2) 用 A、B、C、D、E、F 代表六种选择方案, 列表法是:

	X_1	X_2	X_3
--	-------	-------	-------

X ₁	(X ₁ , X ₁)	(X ₁ , X ₂)	(X ₁ , X ₃)
X ₂	(X ₂ , X ₁)	(X ₂ , X ₂)	(X ₂ , X ₃)
X ₃	(X ₃ , X ₁)	(X ₃ , X ₂)	(X ₃ , X ₃)

则：小颖与小华选择同种方案的概率为 $P = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

点评： 本题考查了概率的概念：用列举法展示所有等可能的结果数 n ，找出某事件所占有的结果数 m ，则这件事的发生的概率 $P = \frac{m}{n}$.

20. (8分) (2015•宜宾) 列方程或方程组解应用题：

近年来，我国逐步完善养老金保险制度. 甲、乙两人计划用相同的年数分别缴纳养老保险金 15 万元和 10 万元，甲计划比乙每年多缴纳养老保险金 0.2 万元. 求甲、乙两人计划每年分别缴纳养老保险金多少万元？

考点： 分式方程的应用.

专题： 应用题.

分析： 设乙每年缴纳养老保险金为 x 万元，则甲每年缴纳养老保险金为 $(x+0.2)$ 万元，根据甲、乙两人计划用相同的年数分别缴纳养老保险金 15 万元和 10 万元列出方程，求出方程的解即可得到结果.

解答： 解：设乙每年缴纳养老保险金为 x 万元，则甲每年缴纳养老保险金为 $(x+0.2)$ 万元，

根据题意得： $\frac{15}{x+0.2} = \frac{10}{x}$,

去分母得： $15x = 10x + 2$,

解得： $x = 0.4$,

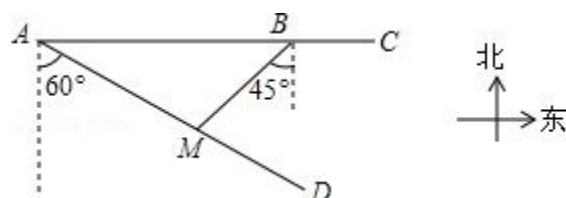
经检验 $x = 0.4$ 是分式方程的解，且符合题意，

$\therefore x + 0.2 = 0.4 + 0.2 = 0.6$ (万元)，

答：甲、乙两人计划每年分别缴纳养老保险金 0.6 万元、0.4 万元.

点评： 此题考查了分式方程的应用，找出题中等量关系“甲、乙两人计划用相同的年数分别缴纳养老保险金 15 万元和 10 万元”是解本题的关键.

21. (8分) (2015•宜宾) 如图，某市对位于笔直公路 AC 上两个小区 A、B 的供水路线进行优化改造. 供水站 M 在笔直公路 AD 上，测得供水站 M 在小区 A 的南偏东 60° 方向，在小区 B 的西南方向，小区 A、B 之间的距离为 $300(\sqrt{3}+1)$ 米，求供水站 M 分别到小区 A、B 的距离. (结果可保留根号)



考点： 解直角三角形的应用-方向角问题.

分析： 根据题意，在 $\triangle ABM$ 中， $\angle BAM = 30^\circ$ ， $\angle ABM = 45^\circ$ ， $AB = 300(\sqrt{3}+1)$ 米. 过点 M 作 $MN \perp AB$ 于 N，设 $MN = x$ 米，用含 x 的代数式分别表示 AN, BN，根据 $AN + BN = AB$ 建立方程，解方程求出 x 的值，进而求出 MA 与 MB 的长.

解答: 解: 过点 M 作 $MN \perp AB$ 于 N, 设 $MN=x$ 米.

在 $Rt\triangle AMN$ 中, $\because \angle ANM=90^\circ$, $\angle MAN=30^\circ$,

$\therefore MA=2MN=2x$, $AN=\sqrt{3}MN=\sqrt{3}x$.

在 $Rt\triangle BMN$ 中, $\because \angle BNM=90^\circ$, $\angle MBN=45^\circ$,

$\therefore BN=MN=x$, $MB=\sqrt{2}MN=\sqrt{2}x$.

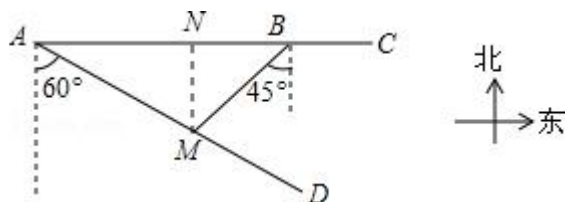
$\therefore AN+BN=AB$,

$\therefore \sqrt{3}x+x=300$ ($\sqrt{3}+1$),

$\therefore x=300$,

$\therefore MA=2x=600$, $MB=\sqrt{2}x=300\sqrt{2}$.

故供水站 M 到小区 A 的距离是 600 米, 到小区 B 的距离是 $300\sqrt{2}$ 米.



点评: 本题考查了解直角三角形的应用 - 方向角问题, “化斜为直”是解三角形的基本思路, 常需作垂线 (高), 原则上不破坏特殊角 (30° 、 45° 、 60°).

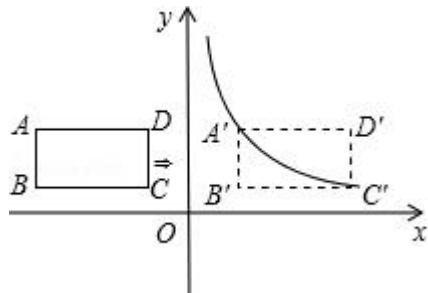
22. (10 分) (2015•宜宾) 如图, 在平面直角坐标系中, 四边形 ABCD 是矩形, $AD \parallel x$ 轴,

$A(-3, \frac{3}{2})$, $AB=1$, $AD=2$.

(1) 直接写出 B、C、D 三点的坐标;

(2) 将矩形 ABCD 向右平移 m 个单位, 使点 A、C 恰好同时落在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x>0$)

的图象上, 得矩形 $A'B'C'D'$. 求矩形 ABCD 的平移距离 m 和反比例函数的解析式.



考点: 反比例函数综合题; 坐标与图形变化-平移.

分析: (1) 由四边形 ABCD 是矩形, 得到 $AB=CD=1$, $BC=AD=2$, 根据 $A(-3, \frac{3}{2})$, $AD \parallel x$

轴, 即可得到 $B(-3, \frac{1}{2})$, $C(-1, \frac{1}{2})$, $D(-1, \frac{3}{2})$;

(2) 根据平移的性质将矩形 ABCD 向右平移 m 个单位, 得到 $A'(-3+m, \frac{3}{2})$, $C(-$

$1+m, \frac{1}{2})$, 由点 A' , C' 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x>0$) 的图象上, 得到方程 $\frac{3}{2}(-3+m)$

$=\frac{1}{2}(-1+m)$, 即可求得结果.

解答: 解: (1) $\because$ 四边形 ABCD 是矩形,

$$\therefore AB=CD=1, BC=AD=2,$$

$$\therefore A\left(-3, \frac{3}{2}\right), AD \parallel x \text{ 轴},$$

$$\therefore B\left(-3, \frac{1}{2}\right), C\left(-1, \frac{1}{2}\right), D\left(-1, \frac{3}{2}\right);$$

(2) $\because$ 将矩形 ABCD 向右平移 m 个单位,

$$\therefore A'\left(-3+m, \frac{3}{2}\right), C'\left(-1+m, \frac{1}{2}\right),$$

$\because$ 点 A' , C' 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x>0$) 的图象上,

$$\therefore \frac{3}{2}(-3+m) = \frac{1}{2}(-1+m),$$

解得: $m=4$,

$$\therefore A'\left(1, \frac{3}{2}\right),$$

$$\therefore k=\frac{3}{2},$$

$\therefore$ 矩形 ABCD 的平移距离 $m=4$,

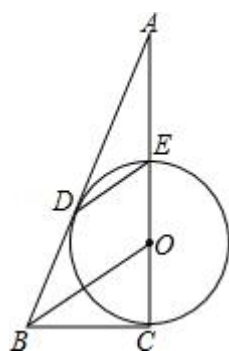
反比例函数的解析式为: $y=\frac{3}{2x}$.

点评: 本题考查了矩形的性质, 图形的变换—平移, 反比例函数图形上点的坐标特征, 求反比例函数的解析式, 掌握反比例函数图形上点的坐标特征是解题的关键.

23. (10 分) (2015·宜宾) 如图, CE 是 $\odot O$ 的直径, BD 切 $\odot O$ 于点 D, $DE \parallel BO$, CE 的延长线交 BD 于点 A.

(1) 求证: 直线 BC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $AE=2$, $\tan \angle DEO=\sqrt{2}$, 求 AO 的长.



考点: 切线的判定与性质.

分析: (1) 连接 OD, 由 $DE \parallel BO$, 得到 $\angle 1=\angle 4$, $\angle 2=\angle 3$, 通过 $\triangle DOB \cong \triangle COB$, 得到 $\angle OCB=\angle ODB$, 问题得证;

(2) 根据三角函数 $\tan \angle DEO=\tan \angle 2=\sqrt{2}$, 设: $OC=r$, $BC=\sqrt{2}r$, 得到 $BD=BC=\sqrt{2}r$, 由切割线定理得到 $AD=2\sqrt{1+r}$, 再根据平行线分线段成比例得到比例式即可求得结

果.

解答: 解: (1) 连接 OD,

$$\because DE \parallel BO,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 4, \quad \angle 2 = \angle 3,$$

$$\because OD = OE,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 4,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

在 $\triangle DOB$ 与 $\triangle COB$ 中,

$$\begin{cases} OD = OC \\ \angle 1 = \angle 2, \\ OB = OB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DOB \cong \triangle COB,$$

$$\therefore \angle OCB = \angle ODB,$$

$$\because BD \text{ 切 } \odot O \text{ 于点 } D,$$

$$\therefore \angle ODB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OCB = 90^\circ,$$

$$\therefore AC \perp BC,$$

$\therefore$ 直线 BC 是 $\odot O$ 的切线;

$$(2) \because \angle DEO = \angle 2,$$

$$\therefore \tan \angle DEO = \tan \angle 2 = \sqrt{2}.$$

$$\text{设: } OC = r, \quad BC = \sqrt{2}r,$$

由 (1) 证得 $\triangle DOB \cong \triangle COB$,

$$\therefore BD = BC = \sqrt{2}r,$$

由切割线定理得: $AD^2 = AE \cdot AC = 2(2+r)$,

$$\therefore AD = 2\sqrt{1+r},$$

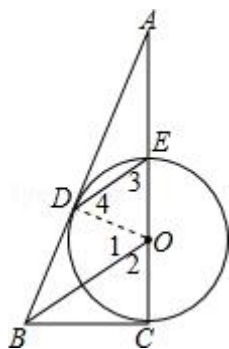
$$\because DE \parallel BO,$$

$$\therefore \frac{AD}{BD} = \frac{AE}{OE},$$

$$\therefore \frac{2\sqrt{1+r}}{\sqrt{2}r} = \frac{2}{r},$$

$$\therefore r = 1,$$

$$\therefore AO = 3.$$



点评: 本题考查了切线的判定和性质, 全等三角形的判定与性质. 切割线定理, 平行线分线段成比例, 掌握定理是解题的关键.

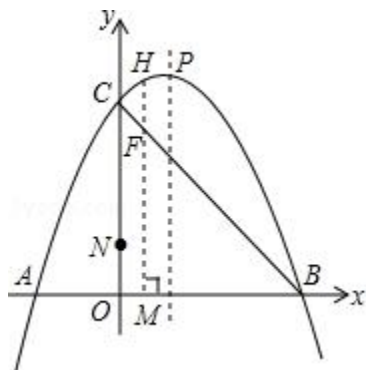
24. (12分) (2015·宜宾) 如图, 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 与 x 轴分别相交于点 $A(-2, 0)$, $B(4, 0)$, 与 y 轴交于点 C , 顶点为点 P .

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 动点 M 、 N 从点 O 同时出发, 都以每秒 1 个单位长度的速度分别在线段 OB 、 OC 上向点 B 、 C 方向运动, 过点 M 作 x 轴的垂线交 BC 于点 F , 交抛物线于点 H .

①当四边形 $OMHN$ 为矩形时, 求点 H 的坐标;

②是否存在这样的点 F , 使 $\triangle PFB$ 为直角三角形? 若存在, 求出点 F 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



考点: 二次函数综合题.

分析:

(1) 把 $A(-2, 0)$, $B(4, 0)$, 代入抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$, 求出 b 、 c 即可;

(2) ①表示出 ON 、 MH , 运用 $ON = MH$, 列方程求解即可;

②存在, 先求出 BC 的解析式, 根据互相垂直的直线一次项系数积等于 -1 , 直线经过点 P , 待定系数法求出直线 PF 的解析式, 求直线 BC 与直线 PF 的交点坐标即可.

解答:

解: (1) 把 $A(-2, 0)$, $B(4, 0)$, 代入抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 得:

$$\begin{cases} -2 - 2b + c = 0 \\ -8 + 4b + c = 0 \end{cases}$$

解得: $b = 1$, $c = 4$,

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4;$$

(2) 点 C 的坐标为 $(0, 4)$, $B(4, 0)$

$\therefore$ 直线 BC 的解析式为 $y = -x + 4$,

①根据题意, $ON = OM = t$, $MH = -\frac{1}{2}t^2 + t + 4$

$\therefore ON \parallel MH$

$\therefore$ 当 $ON = MH$ 时, 四边形 $OMHN$ 为矩形,

$$\text{即 } t = -\frac{1}{2}t^2 + t + 4$$

解得: $t = 2\sqrt{2}$ 或 $t = -2\sqrt{2}$ (不合题意舍去)

把 $t=2\sqrt{2}$ 代入 $y=-\frac{1}{2}t^2+t+4$ 得: $y=2\sqrt{2}$

$\therefore H(2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$;

②存在,

当 $PF \perp BC$ 时,

$\therefore$ 直线 BC 的解析式为 $y=-x+4$,

$\therefore$ 设 PF 的解析式为 $y=x+b$, 又点 $P(1, \frac{9}{2})$ 代入求得 $b=\frac{7}{2}$,

$\therefore$ 根据题意列方程组:

$$\begin{cases} y=-x+4 \\ y=x+\frac{7}{2} \end{cases}$$

解得: $\begin{cases} x=\frac{1}{4} \\ y=\frac{15}{4} \end{cases}$

$\therefore F(\frac{1}{4}, \frac{15}{4})$

当 $PF \perp BP$ 时,

$\therefore$ 点 $P(1, \frac{9}{2})$, $B(4, 0)$,

$\therefore$ 直线 BP 的解析式为: $y=-\frac{3}{2}x+6$,

$\therefore$ 设 PF 的解析式为 $y=\frac{2}{3}x+b$, 又点 $P(1, \frac{9}{2})$ 代入求得 $b=\frac{23}{6}$,

$\therefore$ 根据题意列方程组: $\begin{cases} y=-x+4 \\ y=\frac{2}{3}x+\frac{23}{6} \end{cases}$

解得: $\begin{cases} x=\frac{1}{10} \\ y=\frac{39}{10} \end{cases}$

$\therefore F(\frac{1}{10}, \frac{39}{10})$,

综上所述: $\triangle PFB$ 为直角三角形时, 点 F 的坐标为 $(\frac{1}{4}, \frac{15}{4})$ 或 $(\frac{1}{10}, \frac{39}{10})$.

点评: 本题考查了待定系数法求直线和抛物线解析式, 求顶点坐标, 矩形的判定与性质以及两直线互相垂直的性质, 本题有一定的综合性, 难度不大, 关键是掌握两直线互相垂直的性质.